

Experimental Study of Flow Energy Residual in a Vortex Drop Structure Using Full Factorial Method

M. Mahmoudi Rad

Assist. Prof., Dept. of Civil Engineering, Faculty of Engineering,
Higher Education Complex of Bam, Kerman, Iran
m.m6456@yahoo.com

(Received June 11, 2021 Accepted Oct. 18, 2021)

To cite this article:

Mahmoudi Rad, M. 2022. "Experimental study of flow energy residual in a vortex drop structure using full factorial method" Journal of Water and Wastewater, 33(1), 27-41. Doi: 10.22093/wwj.2021.290169.3153. (In Persian)

Abstract

One of the basic needs in urban wastewater and drainage systems is the connection of shallow ducts to deep underground tunnels. This connection is usually made through a vortex drop structure. In order to form a vortex flow, in addition to preventing the fluid from falling, a significant part of its energy is lost due to the friction of the walls. In the present study, by constructing a physical model, the residual energy head in the structure (ratio of specific energy at the output (E_2) to specific energy at the input of the structure, (E_1)) has been studied. Using dimensional analysis of dimensionless factors of Froude number (F_r), the ratio of total fall height to shaft diameter (L/D) and the ratio of sump depth to shaft diameter (H_s/D) were determined as factors affecting the residual energy head in the structure. Using experimental observations, the accuracy and capability of the full factorial method to describe the residual flow energy in the structure were evaluated. The results showed that the residual energy head for the Froude number corresponding to the design flow discharge at $F_r=2.18$ is closest to the limit value of 1. On the other hand, for all L/D operating levels, the residual energy head values are close to 1. Moreover, the smallest difference between the values of the residual energy head and the limit value was 1 for H_s/D values between 1 and 2, indicating suitable range for the practical purpose. In addition, a polynomial equation as a function of F_r , L/D and H_s/D was expressed to accurately estimate the residual energy head in the vortex, drop structure using regression analysis.

Keywords: Residual Energy Head, Vortex Drop Structure, Sewage Network, Full Factorial Method, Regression Analysis.

مجله آب و فاضلاب، دوره ۳۳، شماره ۱، صفحه: ۴۱-۲۷

بررسی آزمایشگاهی باقیمانده انرژی جریان در سازه ریزشی گردابی با استفاده از روش فاکتوریل کامل

محمد محمودی راد

استادیار، گروه مهندسی عمران، دانشکده فنی و مهندسی،
مجتمع آموزش عالی بم، کرمان، ایران
m.m6456@yahoo.com

(دریافت ۱۴۰۳/۳/۲۱ پذیرش ۱۴۰۰/۷/۲۶)

برای ارجاع به این مقاله به صورت زیر اقدام فرمایید:

محمودی راد، م.، ۱۴۰۱، "بررسی آزمایشگاهی باقیمانده انرژی جریان در سازه ریزشی گردابی با استفاده از روش فاکتوریل کامل"

مجله آب و فاضلاب، ۳۳(۱)، ۴۱-۲۷. Doi: 10.22093/wwj.2021.290169.3153

چکیده

یکی از نیازهای اساسی در سیستم‌های جمع‌آوری فاضلاب و زهکشی شهری، اتصال مجاری کم‌عمق به تونل‌های زیرزمینی عمیق است. این اتصال به‌طور معمول از طریق سازه ریزشی گردابی برقرار می‌شود. در این سازه و برای تشکیل جریان گردابی، علاوه بر جلوگیری از سقوط سیال بخش قابل توجهی از انرژی آن به واسطه اصطکاک جداره‌ها تلف می‌شود. در این پژوهش، با ساخت مدل فیزیکی سازه، هد انرژی باقیمانده در آن (نسبت انرژی مخصوص در خروجی به انرژی مخصوص در ورودی سازه، E_2/E_1) بررسی شد. با استفاده از آنالیز ابعادی عوامل بدون بعد عدد فرود جریان (F_r)، نسبت ارتفاع کل ریزش به قطر شفت (L/D) و نسبت عمق چاهک به قطر شفت (H_s/D) به‌عنوان عوامل مؤثر بر هد انرژی باقیمانده در سازه معرفی شدند. با استفاده از داده‌های آزمایشگاهی، دقت و توانایی روش فاکتوریل کامل برای توصیف باقیمانده انرژی جریان در سازه تأیید شد. نتایج نشان داد که هد انرژی باقیمانده برای عدد فرود متناظر با دبی طراحی ($F_r=2.18$) بیشترین نزدیکی را به مقدار حدی ۱ دارد. از طرفی برای کلیه سطوح عامل L/D مقدار هد انرژی باقیمانده به مقدار حدی ۱ نزدیک هستند. همچنین به‌ازای مقدار H_s/D بین ۱ تا ۲ شاهد کمترین اختلاف مقدار هد انرژی باقیمانده با مقدار حدی ۱ هستیم، بنابراین می‌توان این محدوده را مناسب طراحی چاهک دانست. علاوه بر این معادله‌ای غیرخطی به‌صورت تابعی از F_r ، L/D و H_s/D برای تخمین هد انرژی باقیمانده در سازه ریزشی گردابی با استفاده از آنالیز رگرسیون ارائه شد.

واژه‌های کلیدی: باقیمانده انرژی جریان، سازه ریزشی گردابی، شبکه فاضلاب، روش فاکتوریل کامل، تحلیل رگرسیون

۱- مقدمه

فرسایش می‌شود. این نوع تغییرات شدید ارتفاع در سیستم‌های جمع‌آوری و انتقال فاضلاب شهری و همچنین رواناب سطحی، به‌ویژه در مناطق کوهستانی بسیار مشاهده می‌شود (Granata et al., 2011).

یکی از نیازهای ضروری در سیستم‌های جمع‌آوری فاضلاب و

عبور مجاری فاضلاب یا کانال‌های باز از شیب‌های بسیار تند یکی از مشکلات اساسی در سیستم‌های فاضلاب و زهکشی شهری است. در اثر تغییر ارتفاع، انرژی پتانسیل سیال به انرژی جنبشی (همان سرعت سیال) تبدیل می‌شود. افزایش سرعت سیال باعث بروز مشکلاتی مانند کاویتاسیون، ورود مقدار زیاد هوا به سیال و

جریان چرخشی شکل گرفته در شفت قائم به جداره آن چسبیده و ضمن تشکیل هسته هوا در مرکز به سمت پایین حرکت می‌کند. در طول شفت قائم بخش قابل توجهی از انرژی جریان به واسطه اصطکاک جداره تلف می‌شود. در نهایت مستهلک‌کننده انرژی ضمن اتلاف باقیمانده انرژی جریان، جریان عمودی ورودی را به جریان مستقیم در تونل خروجی هدایت می‌کند. پژوهشگران زیادی بر روی سازه‌های ریزشی بررسی‌هایی را انجام داده‌اند. اخیراً کریسپینو و همکاران بازدهی اتلاف هد انرژی و حداکثر نیروی فشار در مستهلک‌کننده انرژی سازه ریزشی گردابی را بررسی کردند. ایشان نشان دادند که بازدهی اتلاف هد انرژی بیشتر مربوط به ضربه جریان و تلاطم رخ داده در مستهلک‌کننده انرژی است. همچنین آنها رابطه‌ای به منظور تخمین ضریب اتلاف هد انرژی پیشنهاد کردند. علاوه بر این ایشان با تجزیه و تحلیل فشارهای اندازه‌گیری شده در کف مستهلک‌کننده انرژی، معادله‌ای برای تخمین پیک فشار در مستهلک‌کننده انرژی به صورت تابعی از هد انرژی جریان ورودی ارائه کردند (Crispino et al., 2021).

حاجی احمدی و همکاران اتلاف انرژی جریان در شفت قائم سازه ریزشی گردابی را به صورت آزمایشگاهی بررسی کردند. ایشان تأثیر عدد فرود جریان ورودی و شیب کف سازه ورودی را بر اتلاف انرژی جریان در شفت قائم سازه ریزشی گردابی ارزیابی کردند. آنها نشان دادند که با تغییر این عوامل، میزان اتلاف انرژی جریان در شفت قائم سازه بین ۲۶/۷۱ تا ۵۱/۸۵ درصد متغیر است. همچنین ایشان دریافتند که با افزایش عدد فرود جریان ورودی و شیب کف سازه ورودی، میزان اتلاف انرژی جریان در شفت قائم سازه کاهش می‌یابد. علاوه بر این آنها بیان داشتند که برای ایجاد یک جریان روان و فوق بحرانی در کانال ورودی و ورودی مماسی، باید حداقل شیب کف ۰/۴ لحاظ شود (Hajiahmadi et al., 2021).

یانگ و همکاران پیچیدگی جریان چرخشی سه بعدی و عدم وجود وسایل مناسب اندازه‌گیری را سبب عدم اطمینان قابل توجه به نتایج پژوهش‌های تجربی می‌دانند. از همین رو ایشان پژوهش تجربی و CFD را بر روی سازه ریزشی گردابی با ورودی مماسی بیضوی انجام دادند. آنها ویژگی‌های هیدرولیکی مانند فشار دیوار، زاویه چرخش، هد هیدرولیکی جریان حلقوی و عدد فرود جریان را به صورت تجربی به دست آورده و با پیش‌بینی حاصل از پژوهش

یا زهکشی شهری اتصال مسیرهای کم‌عمق به تونل‌های زیرزمینی عمیق است. برای انتقال سیال در شرایط بیان شده از سازه‌هایی تحت عنوان سازه‌های ریزشی استفاده می‌شود. دو نوع رایج این سازه‌ها، سازه‌های ریزشی با سقوط جریان (Ma et al., 2016) و سازه‌های ریزشی گردابی (Mahmoudi Rad and Khanjani, 2020, Liu et al., 2018) هستند.

جلوگیری از سقوط جریان، حفظ الگوی جریان پایدار برای دبی‌های مختلف و اتلاف انرژی بیشتر را می‌توان از مزایای سازه‌های ریزشی گردابی نسبت به سازه‌های ریزشی با سقوط جریان دانست (Pfister et al., 2018).

سازه‌های ریزشی گردابی شامل سه قسمت اصلی سازه ورودی، شفت قائم و سازه مستهلک‌کننده انرژی هستند (شکل ۱). ورودی سازه به‌طور معمول به یکی از سه شکل ورودی چرخشی، مماسی و یا گردابی است. هندسه خاص سازه ورودی جریان هدایت شده از کانال دسترسی را به جریان چرخشی تبدیل می‌کند (Zhao et al., 2006).

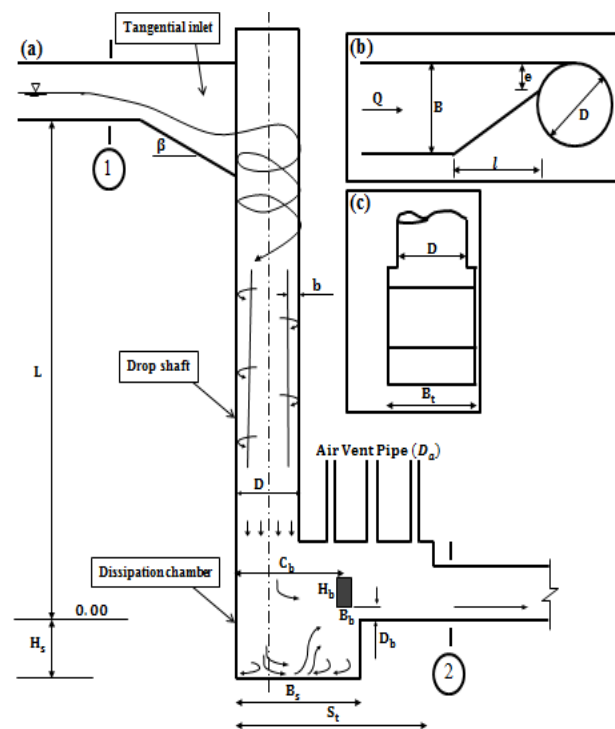


Fig. 1. Geometry of the vortex drop structure with details of tangential inlet and dissipation chamber

شکل ۱- هندسه سازه ریزشی گردابی با جزئیات ورودی مماسی و مستهلک‌کننده انرژی

سطحی و g شتاب ثقل است. دیگر متغیرها با توجه به شکل ۱ عبارت‌اند از: Q : دبی جریان، B : عرض کانال دسترسی، l : طول ورودی مماسی، e : عرض ورودی در محل اتصال به شفت قائم، β : زاویه شیب کف، L : ارتفاع کل ریزش، D : قطر شفت، f : ضریب اصطکاک، H_s : عمق چاهک پایه شفت ریزشی، S_t : طول مستهلک‌کننده انرژی، B_t : عرض مستهلک‌کننده انرژی، H_s : عمق چاهک، B_s : طول چاهک، H_b : ارتفاع بافل، B_b : عرض بافل، C_b : فاصله مرکز بافل تا محور شفت قائم و D_b : فاصله بین کف بافل و کف کانال خروجی است.

باید توجه داشت که عمق جریان دسترسی (h) و سرعت جریان دسترسی (V) متغیرهای وابسته بوده و می‌توان آنها را از متغیرهای معادله ۲ محاسبه کرد. با استفاده از آنالیز ابعادی، می‌توان نوشت

$$E_2/E_1 = \varphi(\beta, f, R_r, W, F_r, \frac{B}{D}, \frac{l}{D}, \frac{e}{D}, \frac{L}{D}, \frac{S_t}{D}, \frac{B_t}{D}, \frac{H_s}{D}, \frac{B_s}{D}, \frac{H_b}{D}, \frac{B_b}{D}, \frac{C_b}{D}, \frac{D_b}{D}) \quad (2)$$

که در آن

$W = V^2 h \rho / \sigma$ و $F_r = V / \sqrt{gh}$. $R_r = Q / \theta h$ رینولدز شعاعی، فرود و وبر جریان دسترسی هستند. تأثیر کشش سطحی و از این رو عدد وبر، بر جریان گردابی در مقایسه با تأثیرات ویسکوزیته و شتاب ثقل قابل صرف‌نظر کردن است (Daggett and Keulegan, 1974). همچنین برای جریان‌های گردابی با $W > 120$ و $R_r > 10^3$ تأثیرات کشش سطحی و ویسکوزیته قابل صرف‌نظر کردن هستند (Jain et al., 1978).

برای داده‌های این پژوهش $213 \times 10^3 < R_r < 360 \times 10^3$ و $10^3 < W < 4066$ است، بنابراین اثرات ویسکوزیته و کشش سطحی ناچیز بوده و R_r و W از پژوهش ۳ حذف شدند. همچنین در این پژوهش، $l/D = 2.18$ ، $B/D = 1.125$ ، $e/D = 0.25$ ، $f = 0.02$ ، $\beta = 29.7^\circ$ ، $S_t/D = 4.75$ ، $B_t/D = 1.25$ ، $H_s/D = 0.5$ ، $B_s/D = 2.19$ ، $H_b/D = 0.25$ ، $B_b/D = 1.44$ ، $C_b/D = 1.44$ و $D_b/D = 0.19$ است. مقدار یاد شده برای مدل بررسی شده، بر اساس مقدار بهینه‌ای که در پژوهش (Yu and Lee, 2009, Hager, 2010) به‌منظور کارکرد مناسب و کارایی بیشتر سازه ریزشی گردابی ارائه شده‌اند در نظر

عددی مقایسه کردند و نزدیکی قابل قبول نتایج را نشان دادند. همچنین معادله رگرسیون غیرخطی به منظور برآورد دبی نسبی هوا در سازه ارائه کردند (Yang et al., 2021).

علاوه بر پژوهش‌های یاد شده، به‌طور کلی پژوهشگران به‌منظور بررسی کارایی سازه ریزشی گردابی در اتلاف انرژی از پارامتر بازدهی اتلاف انرژی جریان استفاده می‌کنند (Mahmoudi-Rad and Khanjani, 2019, Zhao et al., 2006).

این در حالی است که می‌توان کارایی سازه‌های ریزشی در اتلاف انرژی جریان را با پارامتر دیگری تحت عنوان هد انرژی باقیمانده ارزیابی کرد (Granata et al., 2014). در مورد استفاده از پارامتر بازدهی اتلاف انرژی جریان، سازه‌های با بازدهی نزدیک به ۱۰۰ درصد بیشترین کارایی و در مورد استفاده از هد انرژی باقیمانده، مقدار حدی ۱ نشان‌دهنده کارایی بیشتر سازه در اتلاف انرژی است. پژوهش‌های انجام شده تاکنون نشان می‌دهد که استفاده از طراحی آزمایش‌ها و پارامتر هد انرژی باقیمانده در بررسی رفتار جریان در سازه‌های ریزشی گردابی در مراحل ابتدایی است. بنابراین در این پژوهش با محوریت هد انرژی باقیمانده، از طرح آزمایش فاکتوریل کامل به‌منظور بررسی تأثیر هم‌زمان عوامل، اثرات متقابل بین آنها (تأثیر متقابل دو عامل، به این معنی است که تأثیر یک عامل بر روی تغییرات پاسخ به سطح عامل دیگر وابسته است) و استخراج مدل رگرسیون برای تخمین هد باقیمانده انرژی در سازه ریزشی گردابی استفاده شد.

۲- آنالیز ابعادی

نسبت انرژی مخصوص در خروجی سازه (مقطع ۲ از شکل ۱) به انرژی مخصوص در ورودی آن (مقطع ۱ از شکل ۱) یا هد انرژی باقیمانده (E_2/E_1) را می‌توان به صورت تابعی از متغیرهای مستقل (معادله ۱) که در پژوهش‌های گذشته (Mahmoudi-Rad and Khanjani, 2019, Granata et al., 2014, Zhao et al., 2006) به آنها اشاره شده است بیان کرد

$$E_2/E_1 = \psi(Q, B, l, e, \beta, L, D, f, S_t, B_t, H_s, B_s, H_b, B_b, C_b, D_b, g, \rho, \mu, \sigma) \quad (1)$$

که در آن

ψ نماد تابع، ρ دانسیته سیال، μ ویسکوزیته دینامیکی، σ کشش

جدول ۱- محدوده پارامترهای بررسی شده

Table 1. Range of the studied parameters

Q/Q_{max}	F_r	L/D	H_s / D	Number of experiments
0.50	1.77	10, 13, 16	0, 1, 2	36
0.75	2.01	10, 13, 16	0, 1, 2	36
1.00	2.18	10, 13, 16	0, 1, 2	36
1.40	2.32	10, 13, 16	0, 1, 2	36

به منظور تغییر در سطوح هر یک از عوامل L/D و H_s/D ، با ساخت قطعات پیش ساخته و تمهیدات لازم بر روی اسکلت نگهدارنده سازه، امکان برقراری شرایط مختلف برای هندسه سازه فراهم شد. از این رو مانند شکل ۳، با اضافه و کم کردن قطعاتی از شفت قائم با $L/D=3$ سطوح عامل L/D بین ۱۰ تا ۱۶ تغییر می کنند. همچنین در شکل ۴، قطعات پیش ساخته ای که امکان تغییر در سطوح عامل H_s/D را بین صفر تا ۲ فراهم آورده اند نشان داده شده است. همچنین دبی جریان با استفاده از دبی سنج الکترومغناطیس (MFC300) با دقت $\pm 1\%$ درصد اندازه گیری و کنترل شد.

از طرح آزمایش ها، به منظور ارزیابی توانایی روش فاکتوریل کامل در پیدا کردن اثرات عوامل اصلی (F_r ، L/D و H_s/D) و



Fig. 3. Height change in vertical shaft
شکل ۳- تغییر ارتفاع در شفت قائم

گرفته شد. بنابراین تغییر هر کدام از پارامترها در محدوده بهینه موجب شناخت بهتر رفتار جریان در سازه می شود و عدم تغییر در این پارامترها به منزله عدم تأثیر آنها بر رفتار جریان نیست. از این رو در این پژوهش تلاش شد تا از میان پارامترهای هندسی موجود، دو پارامتر L/D و H_s/D که تأثیر بیشتری بر رفتار جریان در سازه ریزشی گردابی دارند، بررسی شوند. در نتیجه، معادله ۳ را می توان به صورت زیر بیان کرد

$$E_2 / E_1 = \varphi(F_r, \frac{L}{D}, \frac{H_s}{D}) \quad (3)$$

۳- توصیف مدل آزمایشگاهی

مدل فیزیکی سازه ریزشی گردابی شبکه فاضلاب شهری تهران از جنس پلکسی گلاس با مقیاس ۱:۱۰ در شکل ۲ نشان داده شده است. کانال دسترسی مستطیلی، ورودی مماسی، شفت ریزشی، مستهلک کننده انرژی (که در آن چاهک و سازه مانع یا بافل نیز تعبیه شده است) و تونل خروجی مستطیلی اجزاء مدل را تشکیل می دهند (شکل ۲). قطر شفت ریزشی از معادله $D = K(\frac{Q^2}{g})^{\frac{1}{5}}$ که در آن ضریب ایمنی و دبی ماکسیم طراحی است محاسبه می شود (Jain, 1984). برای ورودی مماسی، مقدار K در محدوده ۱ تا ۱/۲۵ است (Hager, 1990, Jain, 1984).

در این پژوهش با در نظر گرفتن $K = 1.22$ ، برای دبی ماکسیم طراحی $Q_{max} = 19.4$ l/s مقدار $D = 0.16$ m محاسبه شد. این مقدار در حین انجام آزمایش ها ثابت است. جدول ۱ محدوده پارامترهای بررسی شده را نشان می دهد.

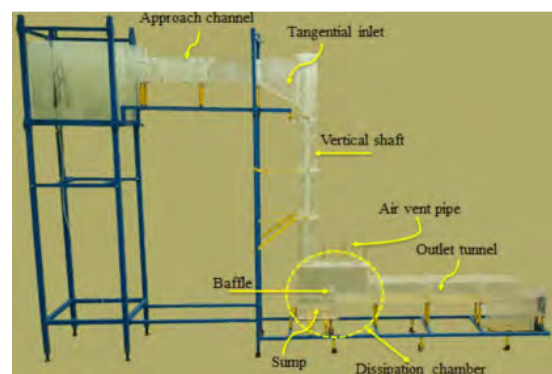


Fig. 2. Experimental model of vortex drop structure
شکل ۲- مدل آزمایشگاهی سازه ریزشی گردابی

اثرات متقابل بین آنها بر هد انرژی باقیمانده در سازه ریزشی گردابی، استفاده شد. در این روش، در هر تکرار کامل از انجام آزمایش‌ها، تمام ترکیب‌های ممکن بین سطوح عوامل بررسی می‌شوند. این روش سبب می‌شود تا تأثیر یک عامل در سطوح مختلف عوامل دیگر تخمین زده شود. بنابراین نتایج به دست آمده از آزمایش‌ها، در شرایط گسترده تری معتبر هستند. همچنین این روش در صورت وجود اثرات متقابل بین فاکتورها منجر به نتیجه‌گیری اشتباه نمی‌شود (Montgomery, 2017).

در این پژوهش که عامل F_r شامل ۴ سطح، عامل L/D شامل ۳ سطح و عامل H_s/D شامل ۳ سطح بود آنگاه هر تکرار کامل طرح فاکتوریل شامل $3 \times 3 \times 4 = 36$ آزمایش خواهد بود. با در نظر گرفتن ۴ تکرار برای تمام ترکیبات ممکن (که حداقل ۲ تکرار به منظور محاسبه مجموع مربعات خطا نیاز است و تکرارهای بیشتر به منظور افزایش دقت نتایج به کار می‌روند) طرح آزمایش روش فاکتوریل کامل با تعداد کل ۱۴۴ آزمایش برای مقدار واقعی عوامل به همراه مقدار اندازه‌گیری شده هد انرژی باقیمانده در جدول ۲ آمده است.

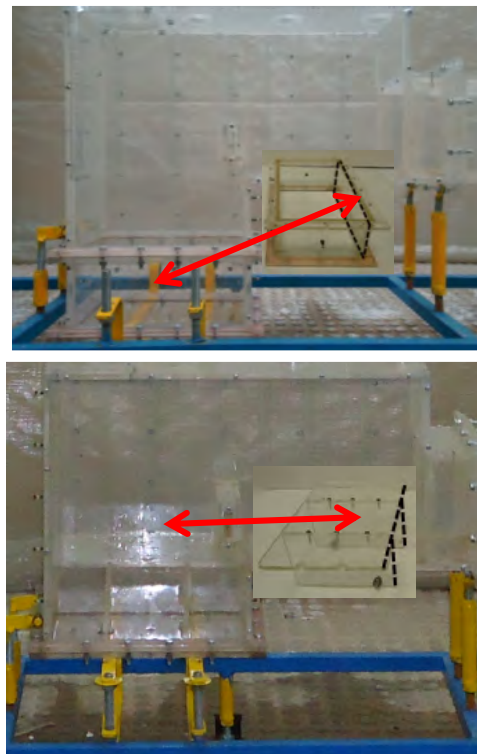


Fig. 4. Height change in the sump depth
 شکل ۴- تغییر ارتفاع در عمق چاهک

جدول ۲- طرح آزمایش روش فاکتوریل کامل برای مقدار واقعی عوامل به همراه مقدار اندازه‌گیری شده هد انرژی باقیمانده

Table 2. DoE of full-factorial method for actual values in addition to the measured values of the residual energy head

F_r	L/D								
	10			13			16		
	H_s/D			H_s/D			H_s/D		
	0	1	2	0	1	2	0	1	2
1.77	0.875	0.869	1.132	1.295	1.172	1.220	1.853	1.133	1.172
	0.869	0.869	1.122	1.356	1.201	1.209	1.868	1.138	1.229
	0.869	0.870	1.109	1.315	1.172	1.209	1.784	1.138	1.209
	0.877	0.877	1.123	1.344	1.160	1.209	1.784	1.133	1.154
2.01	1.341	1.155	1.181	1.068	1.208	1.079	1.446	1.094	1.144
	1.364	1.187	1.181	1.062	1.220	1.074	1.447	1.123	1.140
	1.399	1.155	1.186	1.051	1.175	1.076	1.408	1.136	1.140
	1.374	1.181	1.180	1.064	1.144	1.144	1.447	1.094	1.170
2.18	1.252	1.035	1.075	0.891	0.991	1.000	1.210	0.991	1.000
	1.221	1.035	1.055	0.883	1.000	1.000	1.277	0.962	1.000
	1.247	1.044	1.054	0.952	0.991	1.009	1.221	0.991	0.991
	1.231	1.045	1.066	0.926	1.000	1.073	1.237	0.982	0.982
2.32	0.982	0.860	0.883	0.802	0.866	0.879	1.087	0.871	0.876
	0.982	0.855	0.889	0.817	0.864	0.866	1.052	0.873	0.871
	0.974	0.853	0.914	0.805	0.884	0.832	1.079	0.887	0.869
	0.960	0.855	0.908	0.808	0.873	0.830	1.042	0.887	0.885

۴- نتایج و بحث

۴-۱- جریان پایدار در سازه

از آنجا که شکل‌گیری هسته هوای مناسب در ورودی شفت قائم از عوامل اصلی انتقال جریان گردابی پایدار در شفت قائم سازه است، بنابراین ابتدا در شکل ۵ جریان مشاهده شده در ورودی سازه نشان داده شده است.

همان طور که مشاهده می‌شود ورودی مماسی به‌خوبی نقش خود را در تبدیل جریان مستقیم از کانال دسترسی به جریان گردابی در شفت قائم ایفا کرده است. این تبدیل جریان همراه با تشکیل هسته هوای مناسب در ورودی شفت قائم است. سپس در شکل ۶ جریان مشاهده شده در کل سازه برای ترکیبی از حالات مختلف از هندسه سازه نشان داده شده است. جریان مشاهداتی در حالات مختلف بدون هیچ‌گونه اختلالی به کانال پایین دست منتقل شده است. از این رو کارایی مناسب ورودی مماسی در تولید جریان گردابی به وضوح قابل مشاهده است.



Fig. 5. The vortex flow observed at the beginning of the vertical shaft

شکل ۵- جریان گردابی مشاهده شده در ابتدای شفت قائم



Fig. 6. Flow observed in the structure for different combinations of geometry

شکل ۶- جریان مشاهده شده در سازه برای ترکیبات مختلف از هندسه

۴-۲- بررسی عوامل مؤثر بر هد انرژی باقیمانده

با توجه به نتایج حاصل از آنالیز ابعادی، در این قسمت به بررسی تأثیر هر یک از عوامل بدون بعد F_r ، L/D و H_s/D بر هد انرژی باقیمانده پرداخته شد. از این رو، در شکل ۷ تغییرات هد انرژی باقیمانده در مقابل عامل L/D برای حالات مختلف از عامل H_s/D نشان داده شده است.

همان گونه که مشاهده می‌شود مقدار هد انرژی باقیمانده به‌طور معمول در مجاورت خطی که مقدار هد انرژی باقیمانده ۱ هستند قرار گرفته‌اند. با این وجود در شکل ۷-a، با افزایش عامل L/D برای $H_s/D=0$ شاهد دور شدن از خط حدی ۱ هستیم. این روند متفاوت را می‌توان به عمق چاهک صفر ($H_s/D=0$) در پایین دست شفت قائم نسبت داد. در این حالت تشدید برخورد جریان ریزشی در مستهلک‌کننده انرژی سبب نوسان بیشتر در مولفه‌های جریان پایین دست و به تبع آن انرژی مخصوص در آن مقطع (E_2) می‌شود. در شکل ۷-b، بیشترین فاصله از خط حدی ۱ مربوط به سطوح بالا و پایین عامل L/D برای مقدار متناظر $H_s/D=0$ است. این روند در شکل ۷-c نیز برقرار است. در حالی که برای $F_r=2.32$ (شکل ۷-d) کمترین فاصله از خط حدی ۱ مربوط به سطوح بالا و پایین عامل L/D برای مقدار متناظر $H_s/D=0$ است.

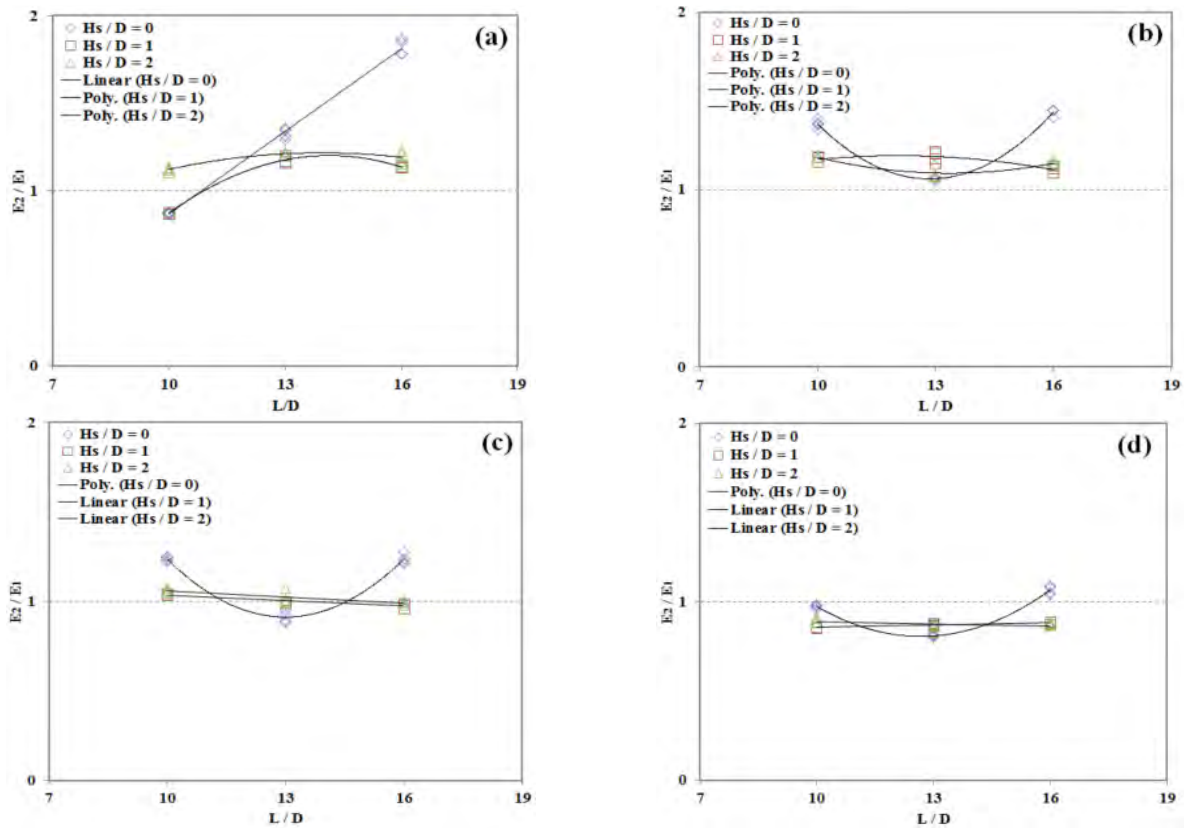


Fig. 7. Variations of E_2/E_1 versus L/D values for various F_r numbers: a) $F_r=1.77$; b) $F_r=2.01$; c) $F_r=2.18$ and d) $F_r=2.32$
 شکل ۷- تغییرات هد انرژی باقیمانده در مقابل L/D برای مقدار متفاوت از عامل F_r : a) $F_r=1.77$ (b) $F_r=2.01$ (c) $F_r=2.18$ و (d) $F_r=2.32$

با توجه به نتایج بخش قبل که نشان داد مدل پیشنهادی برای هد انرژی باقیمانده باید شامل ترم‌های درجه اول و درجه دوم عوامل باشد بنابراین مدل درجه دوم (مدل کلی اولیه) زیر پیشنهاد شد

$$E_2/E_1 = c_0 + c_1(F_r) + c_2(L/D) + c_3(H_s/D) + c_4(F_r)(L/D) + c_5(F_r)(H_s/D) + c_6(L/D)(H_s/D) + c_7(F_r)^2 + c_8(L/D)^2 + c_9(H_s/D)^2 \quad (4)$$

که در آن

c_0 تا c_9 ضرایب برآورد شده با استفاده از روش حداقل مربعات هستند. ارزیابی مدل برآورد شده با آنالیز واریانس انجام شد. مقدار ضرایب c_0 تا c_9 و نتایج آنالیز واریانس برای مدل فاکتوریل کامل در جدول ۳ ارائه شده است. شاخص p -value (که مرتبط با F -value است) اهمیت آماری مدل و ترم‌های آن را نشان می‌دهد. مقدار p -value کوچکتر F -value های بزرگتر

۳-۴- مدل پیشنهادی

به‌طور معمول، در آزمایش‌های طراحی شده از تحلیل واریانس^۱ در تجزیه و تحلیل داده‌های آزمایشگاهی و بیان ارتباط بین آنها استفاده می‌شود. با استفاده از این روش می‌توان علاوه بر شناسایی اثرات معنی‌دار بر مقدار پاسخ (پدیده بررسی شده)، با تولید رگرسیون داده‌ها به ارائه یک مدل خطی، درجه دو و درجه سه اقدام کرد. از مدل خطی ساده، زمانی که هیچ‌گونه انحنایی در پاسخ وجود نداشته باشد استفاده می‌شود. همچنین از مدل‌های شامل ترم‌های درجه دوم نیز به منظور ارزیابی انحنای، توصیف اثرات متقابل بین عوامل و تعیین یک نقطه بحرانی (نقطه ماکسیمم، مینیمم یا زینی) استفاده می‌شود. مدل‌های با درجه بالاتر تنها برای پیش‌بینی پدیده‌های پیچیده با دامنه پژوهشی گسترده استفاده می‌شود (Montgomery, 2017).

¹ Analysis of Variance (ANOVA)

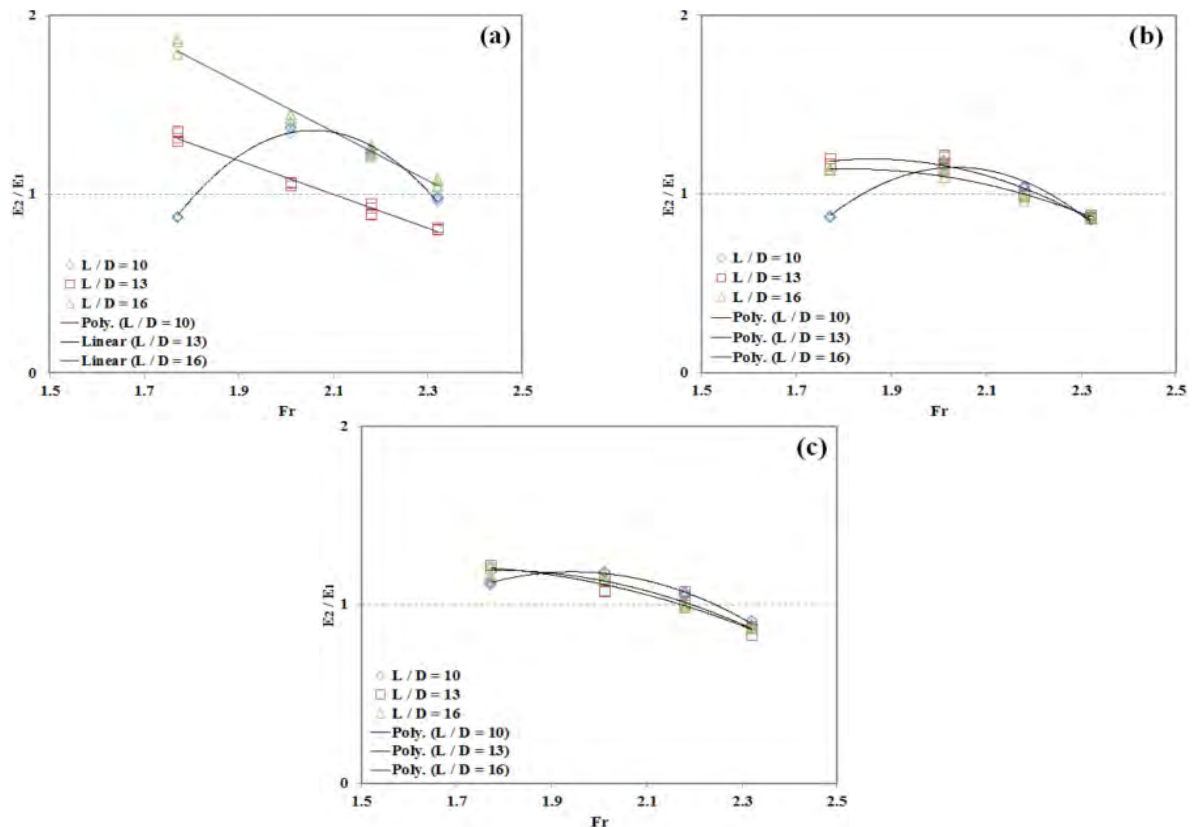


Fig. 8. Variations of E_2/E_1 versus Fr values for various H_s/D values:
 a) $H_s/D=0$; b) $H_s/D=1$; c) $H_s/D=2$

شکل ۸- تغییرات هد انرژی باقیمانده در مقابل Fr برای مقدار متفاوت از عامل H_s/D :
 (a) $H_s/D=0$ ، (b) $H_s/D=1$ و (c) $H_s/D=2$

$R^2=0.701$ نشان می‌دهد که تغییرات $1/70$ درصد پاسخ را می‌توان با مدل نهایی شرح داد، این بدان معنی است که مطابقت مناسبی میان مدل نهایی برآزش داده شده و داده‌های آزمایشگاهی وجود دارد. ضریب تعیین تعدیل شده (R^2_{Adj}) معمولاً برابر یا کوچکتر از R^2 است. همچنین مقدار زیاد ضریب تعیین پیش‌بینی (R^2_{Pred}) نشان‌دهنده آن است که مدل پیشنهادی قادر است به‌گونه‌ای مؤثر مجموعه‌ای از داده‌های جدید را پیش‌بینی کند (Sangsefidi et al., 2017).
 مقدار Adequate precision نسبت سیگنال به نویز را نشان می‌دهد. مقدار مطلوب این شاخص آماری ۴ یا بیشتر است. نسبت بزرگ تعیین شده نشان‌دهنده سیگنال‌های مناسب است. بنابراین مدل می‌تواند با حرکت در فضای تعریف شده، مقدار پاسخ را پیش‌بینی کند (Ahmadi et al., 2005). مدل نهایی (معادله ۱۰) بر اساس شاخص‌های آماری بیان شده

منجر به اهمیت آماری بیشتری می‌شوند (Sangsefidi et al., 2017). به‌طور معمول تنها ترم‌های با p-value کوچکتر از ۰/۰۵ در مدل باقی می‌مانند (Amiri et al., 2012).
 S و NS به ترتیب معنی‌دار و بدون معنی تعریف شدند، بنابراین، با توجه به جدول ۳، تأثیر متقابل عوامل H_s/D و Fr با p-value بزرگتر از ۰/۰۵ بر هد انرژی باقیمانده معنی‌دار نبوده و از مدل پیشنهادی حذف شد. در جدول ۴، مشخصات مدل نهایی پس از حذف اثر متقابل عوامل H_s/D و Fr ارائه شد. از آنجا که مقدار p-value برای مدل کوچکتر از ۰/۰۰۰۱ است، بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که مدل نهایی با سطح اطمینان بالا (۹۹/۹۹ درصد) از لحاظ آماری معنی‌دار است. همچنین در جدول ۵، شاخص‌های آماری از جمله R^2 ، R^2_{Adj} ، R^2_{Pred} و Adequate precision که به‌طور معمول به‌منظور اعتبارسنجی مدل از آنها استفاده می‌شود ارائه شدند. مقدار

جدول ۳- نتایج تحلیل واریانس مدل درجه دوم پیشنهادی برای هد انرژئی باقیمانده در سازه ریزشی گردابی (مدل کلی اولیه)

Table 3. Results of ANOVA for recommended 2nd order model (basic general model)

Source	Coefficient estimate (a_i)	Sum of squares	Degree of freedom	Mean square	F-value	p-value
Model	-	4.08	9	0.4531	35.00	<0.0001 ^S
Intercept	-7.13671	-	1	-	-	-
$X_1 : F_r$	7.78107	1.81	1	1.81	139.61	<0.0001
$X_2 : L/D$	0.11730	0.3429	1	0.3429	26.49	<0.0001
$X_3 : H_s/D$	-0.10937	0.3825	1	0.3825	29.54	<0.0001
X_1X_2	-0.12385	0.5573	1	0.5573	43.05	<0.0001
X_1X_3	0.08568	0.0296	1	0.0296	2.29	0.1327 ^{NS}
X_2X_3	-0.02423	0.3381	1	0.3381	26.12	<0.0001
X_1^2	-1.66363	0.4451	1	0.4451	34.38	<0.0001
X_2^2	0.00693	0.1246	1	0.1246	9.63	0.0023
X_3^2	0.09277	0.2754	1	0.2754	21.27	<0.0001
Residual	-	1.73	134	0.0129	-	-

جدول ۴- نتایج تحلیل واریانس مدل درجه دوم کاهش یافته (مدل نهایی)

Table 4. Results of ANOVA for reduced 2nd order model (final model)

Source	Coefficient estimate (a_i)	Sum of squares	Degree of freedom	Mean square	F-value	p-value
Model	-	4.05	8	0.5060	38.72	<0.0001 ^S
Intercept	-7.31406	-	1	-	-	-
$X_1 : F_r$	7.86674	1.81	1	1.81	138.29	<0.0001
$X_2 : L/D$	0.11730	0.3429	1	0.3429	26.24	<0.0001
$X_3 : H_s/D$	0.06798	0.3625	1	0.3625	27.73	<0.0001
X_1X_2	-0.12385	0.5573	1	0.5573	42.64	<0.0001
X_2X_3	-0.02423	0.3381	1	0.3381	25.87	<0.0001
X_1^2	-1.66363	0.4451	1	0.4451	34.05	<0.0001
X_2^2	0.00693	0.1246	1	0.1246	9.53	0.0024
X_3^2	0.09277	0.2754	1	0.2754	21.07	<0.0001
Residual	-	1.76	135	0.0131	-	-

(۵)

$$E_2 / E_1 = -7.31406 + 7.86674(F_r) + 0.1173(L/D) + 0.06798(H_s/D) - 0.12385(F_r)(L/D) - 0.02423(L/D)(H_s/D) - 1.66363(F_r)^2 + 0.00693(L/D)^2 + 0.09277(H_s/D)^2$$

به‌طور معمول برای ارزیابی فرضیات آنالیز واریانس از نمودارهای احتمال نرمال و باقیمانده‌ها (نمودارهای تشخیص خصوصیات آماری مدل) استفاده می‌شود. در شکل ۹-ا، نمودار احتمال نرمال باقیمانده‌ها برای مدل نهایی نشان داده شده است.

جدول ۵- شاخص‌های آماری مدل پیشنهادی

Table 5. Statistical indicators of the proposed model

Statistical indicator	Value
R^2	0.701
R^2_{Adj}	0.684
R^2_{Pred}	0.657
CV (%)	10.54
AP	27.074

تعیین و برای نشان دادن تغییرات هد انرژئی باقیمانده در سازه انتخاب شد

کرد. شکل ۱۰-ب، تغییرات هد انرژی باقیمانده در سازه ریزشی گردابی را در مقابل عامل L/D نشان می‌دهد. همان طور که مشاهده می‌شود به‌ازای تمام سطوح عامل L/D مقدار هد انرژی باقیمانده نزدیکی قابل ملاحظه‌ای به مقدار حدی ۱ دارند. بنابراین می‌توان گفت کارایی سازه در اتلاف انرژی جریان با تغییر در ارتفاع سازه دچار کمترین تغییرات است. در شکل ۱۰-ج تغییرات هد انرژی باقیمانده در مقابل عامل H_s/D نشان داده شده است. با توجه به این شکل می‌توان گفت برای مقدار H_s/D بین ۱ تا ۲ شاهد بیشترین نزدیکی به مقدار حدی ۱ هستیم، بنابراین محدوده به‌عنوان دامنه تأثیرگذاری عامل H_s/D معرفی می‌شود.

۴-۴-۲- نمودار تأثیر متقابل عوامل

با توجه به تأثیر معنی‌دار اثر متقابل L/D و F_r و همچنین L/D و H_s/D بر هد انرژی باقیمانده (جدول ۴)، در شکل ۱۱ نمودار مربوط به تأثیر متقابل این عوامل نشان داده شده است. شکل ۱۱-ا نشان می‌دهد که در سطح پایین عامل L/D ، تأثیر عامل F_r به‌گونه‌ای است که در سطوح پایین و بالای این عامل نزدیکی مقدار هد انرژی باقیمانده به مقدار حدی ۱ بیشتر است و برای سطوح میانی این عامل اندکی از مقدار حدی ۱ فاصله گرفته است. این در حالی

پراکنده شدن باقیمانده‌ها در امتداد خط قطری نشان‌دهنده توزیع نرمال آنها است. نمودار باقیمانده‌ها در مقابل مقدار پیش‌بینی شده برای مدل نهایی، در شکل ۹-ب نشان داده شده است. با قرار گرفتن نقاط در محدوده ثابتی از وسط نمودار، انطباق مناسب مدل بر داده‌های آزمایشگاهی نشان داده شده است. بنابراین، با توجه به شکل ۹ فرضیات آنالیز واریانس تأیید می‌شوند.

۴-۴-۳- نمودارهای تأثیر عوامل بر هد انرژی باقیمانده

۴-۴-۱- نمودار تأثیر عوامل اصلی

نمودار تأثیر هر یک از عوامل اصلی L/D ، F_r و H_s/D بر هد انرژی باقیمانده در سازه ریزشی گردابی در شکل ۱۰ ارائه شده است. با توجه به شکل ۱۰-ا، مشاهده می‌شود که برای جریان‌هایی با دبی بزرگتر از دبی طراحی (یا $F_r > 2.18$)، تشدید برخورد جریان ریزشی در مستهلک‌کننده انرژی باعث افزایش نوسانات در مولفه‌های جریان پایین‌دست و فاصله هر چه بیشتر مقدار هد انرژی باقیمانده از مقدار حدی ۱ می‌شود. همچنین نتایج نشان می‌دهد که هد انرژی باقیمانده برای دبی طراحی (و عدد فرود متناظر با آن $F_r=2.18$) بیشترین نزدیکی به مقدار حدی ۱ را دارد بنابراین می‌توان کارایی سازه در اتلاف انرژی جریان را مناسب ارزیابی

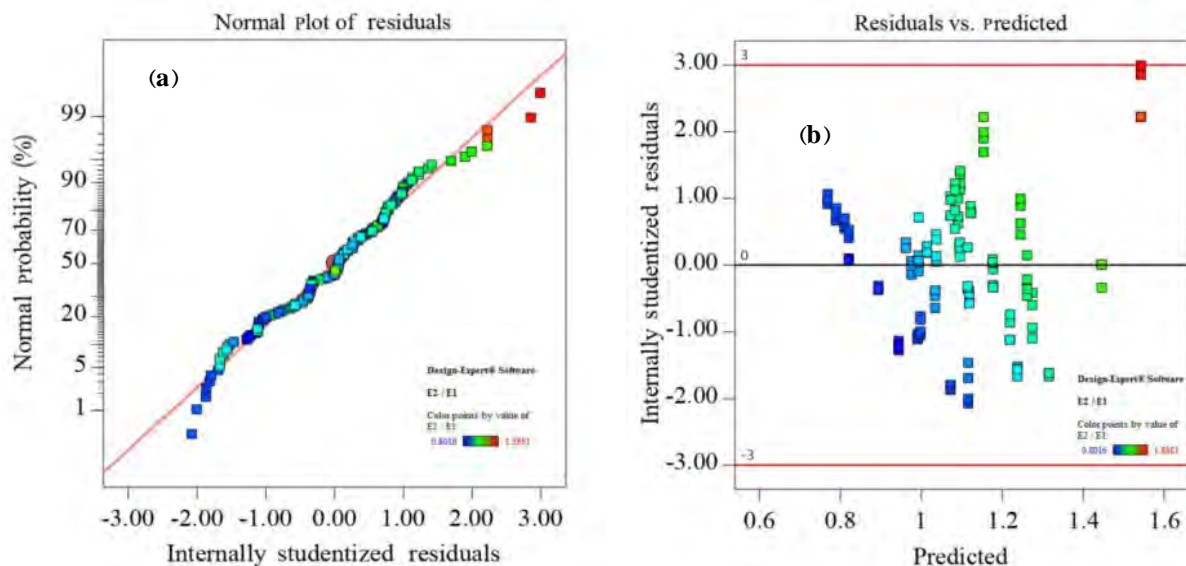


Fig. 9. Diagnostics plots of the model: a) normal probability plot, b) residuals plot
 شکل ۹- نمودارهای تشخیص خصوصیات آماری مدل: (a) نمودار احتمال نرمال و (b) نمودار باقیمانده

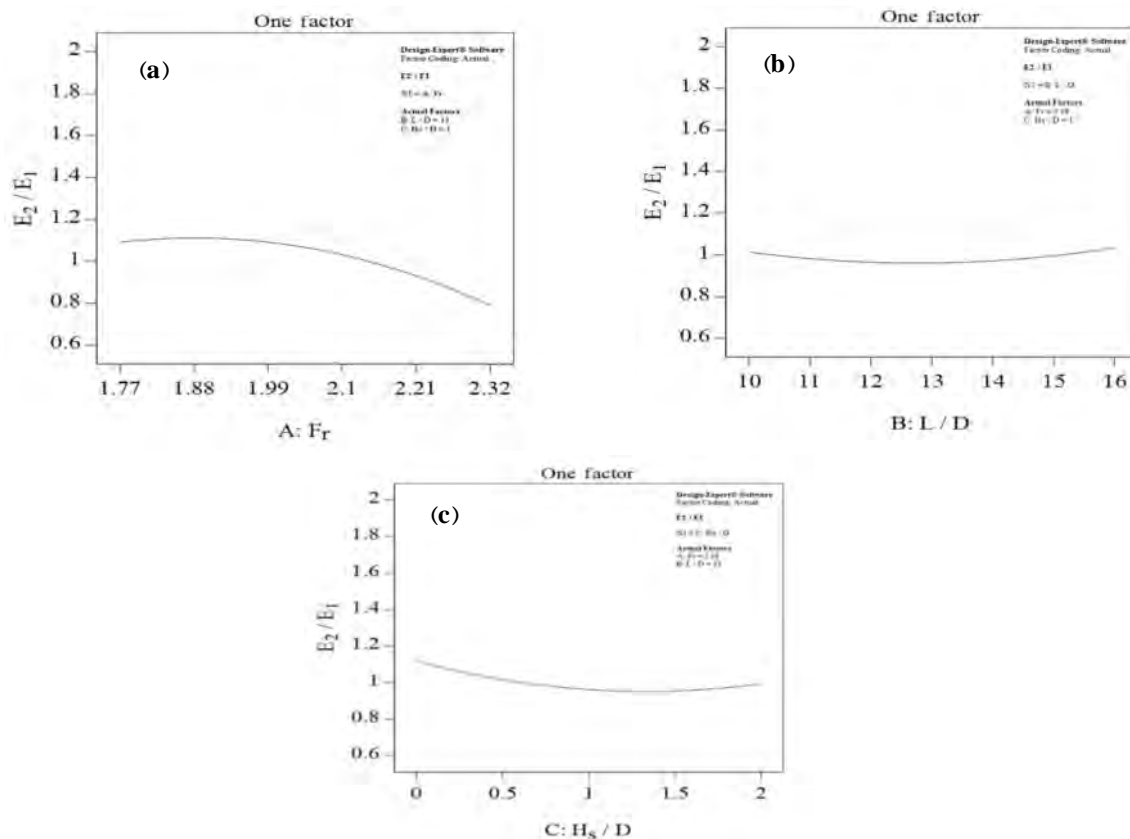


Fig. 10. Effects of main factors on the E_2/E_1 : a) influence of F_r , b) influence of L/D , c) influence of H_s/D

شکل ۱۰- تأثیر عوامل اصلی بر هد انرژی باقیمانده: (a) تأثیر F_r , (b) تأثیر L/D و (c) تأثیر H_s/D

۴-۳- نمودار سطح پاسخ

در شکل ۱۲ نمودار تغییرات هد انرژی باقیمانده در دامنه بررسی شده برای عوامل F_r و L/D و همچنین عوامل L/D و H_s/D که تأثیر متقابل دارند آمده است. در این نمودارها به وضوح روند تغییرات مقدار پاسخ در مقابل عوامل یاد شده نشان داده شده است. از این نمودارها می‌توان برای پیش‌بینی مقدار پاسخ در سطوح مختلف عوامل استفاده کرد. به‌طور مثال می‌توان در شناسایی نقاط بیشینه و کمینه پاسخ در دامنه بررسی شده استفاده کرد. همان‌گونه که در شکل ۱۲-a نشان داده شده است بیشترین مقدار هد انرژی باقیمانده در سطح پایین عامل F_r و سطح بالای عامل L/D و کمترین مقدار هد انرژی باقیمانده در سطوح بالای هر دو عامل شکل می‌گیرد. همچنین با توجه به شکل ۱۲-b ملاحظه می‌شود که مقدار هد انرژی باقیمانده متناظر با سطوح میانی عوامل L/D و H_s/D بیشترین نزدیکی را به مقدار حدی ۱ دارند. این سطوح

است که در سطح بالای عامل L/D ، روند تغییرات هد انرژی باقیمانده در مقابل عامل F_r کاهش یافته و با افزایش عامل F_r مقدار هد انرژی باقیمانده به مقدار ۱ نزدیکتر می‌شوند. علاوه بر این با توجه به شکل ۱۱-a می‌توان گفت که در محل برخورد تغییرات هد انرژی باقیمانده در مقابل عامل فرود $F_r=2.18$ تأثیر عامل L/D بر هد انرژی باقیمانده یکسان است. در شکل ۱۱-b تأثیر متقابل عوامل L/D و H_s/D بر هد انرژی باقیمانده نشان داده شده است. همان‌گونه که ملاحظه می‌شود با افزایش سطح عامل L/D برای سطح بالای عامل H_s/D شاهد نزدیکی هر چه بیشتر مقدار هد انرژی باقیمانده به مقدار حدی ۱ هستیم. در حالی که این روند برای سطح پایین عامل H_s/D برعکس است. همچنین با توجه به شکل ۱۱-b می‌توان گفت که در سطح پایین عامل L/D تأثیر عامل H_s/D بر هد انرژی باقیمانده یکسان است.

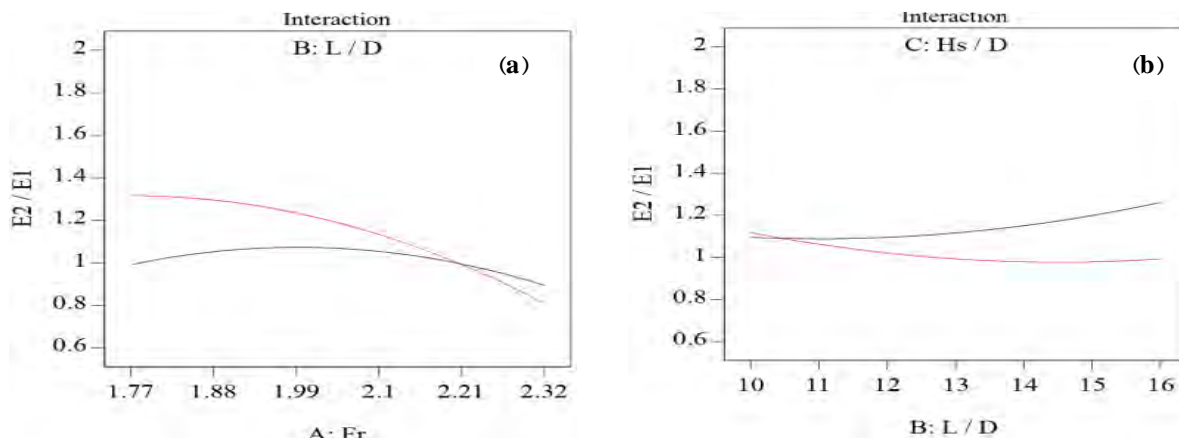


Fig. 11. Interaction effects of main factors on the E_2/E_1 : a) interaction effect of F_r and L/D , b) interaction effect of L/D and H_s/D

شکل ۱۱- تأثیر متقابل عوامل اصلی بر هد انرژی باقیمانده: (a) تأثیر متقابل F_r و L/D و (b) تأثیر متقابل H_s/D و L/D

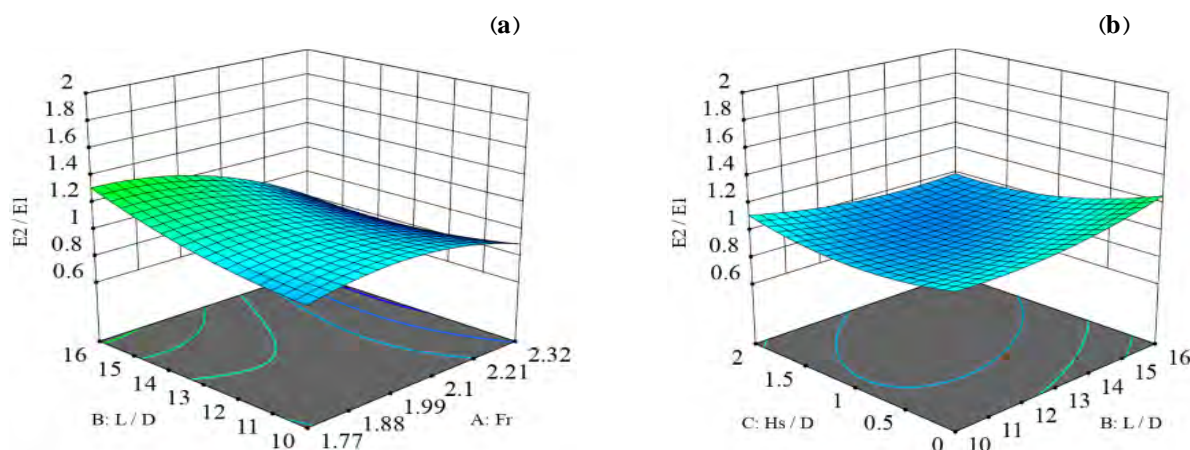


Fig. 12. Response surface plots: a) Effect of F_r and L/D on the E_2/E_1 ; b) Effect of L/D and H_s/D on the E_2/E_1

شکل ۱۲- نمودارهای سطح پاسخ: (a) تأثیر F_r و L/D بر هد انرژی باقیمانده و (b) تأثیر H_s/D و L/D بر هد انرژی باقیمانده

قطر شفت (L/D) و نسبت عمق چاهک به قطر شفت (H_s/D) بر هد انرژی باقیمانده در سازه تأثیرگذار هستند. در ادامه با استفاده از طرح آزمایش‌ها (روش فاکتوریل کامل، با ۱۴۴ آزمایش) و آنالیز رگرسیون به بررسی و آنالیز نتایج پرداخته شد. جمع‌بندی نتایج و پیشنهادات برای پژوهش‌های آینده را می‌توان در موارد زیر خلاصه کرد:

- جریان شکل گرفته در سازه برای ترکیب‌های متفاوت از شرایط هیدرولیکی و هندسی، بدون هیچ‌گونه اختلالی در تولید جریان گردابی و هسته هوای پایدار به پایین دست منتقل می‌شود.
- تغییرات هد انرژی باقیمانده در سطوح پایین عامل F_r اندک بوده

از عوامل در شکل ۱۲- b متناظر با نقطه مینیمم نمودار است و با فاصله گرفتن از این سطوح از عوامل مقدار هد انرژی باقیمانده نیز از مقدار حدی ۱ فاصله می‌گیرند.

۵- نتیجه‌گیری

در این پژوهش، با ساخت مدل آزمایشگاهی با مقیاس ۱:۱۰ از جنس پلکسی گلاس شفاف، علاوه بر مشاهده الگوی جریان، باقیمانده انرژی جریان در سازه نیز بررسی و ارزیابی شد. در این راستا، ابتدا با استفاده از آنالیز ابعادی نشان داده شد که عوامل بدون بعد عدد فرود جریان دسترسی (F_r)، نسبت ارتفاع کل ریزش به

- معادله‌ای غیرخطی به صورت تابعی از عوامل بدون بعد L/D , F_r و H_s/D برای تخمین هد انرژی باقیمانده در سازه ریزشی گردابی با $R^2 = 0.701$ ارائه شده است. معادله پیشنهادی در محدوده $L/D=10$, $F_r=1.77-2.32$ و $H_s/D=0-2$ قابل استفاده است.

- پیشنهاد می‌شود تا با تغییر در سایر پارامترهای موجود در معادله ۳، به بررسی رفتار جریان عبوری از سازه ریزشی گردابی پرداخته شود.

- به‌کارگیری انواع دیگر ورودی برای سازه ریزشی گردابی و بررسی کارایی هر کدام از آنها در انتقال مطمئن جریان به پایین دست نیز می‌تواند از دیگر پیشنهادات برای پژوهش‌های آینده باشد.

۶- قدردانی

از آقایان مهندس سیدرضا هاشمی نژاد و مهندس سجاد حیدری که در ساخت مدل آزمایشگاهی همکاری کردند، قدردانی می‌شود.

و در سطوح بالای این عامل روند نزولی دارد.

- با تغییر در سطوح عامل L/D ، مقدار هد انرژی باقیمانده در نزدیکی مقدار حدی ۱ باقی می‌ماند و شاهد کمترین فاصله از این مقدار حدی هستیم.

- از آنجا که با در نظر گرفتن مقدار عامل H_s/D بین ۱ تا ۲ شاهد بیشترین نزدیکی مقدار هد انرژی باقیمانده به مقدار حدی ۱ هستیم، بنابراین می‌توان محدوده مذکور را به عنوان دامنه تأثیرگذاری این عامل معرفی کرد.

- تأثیر متقابل عوامل L/D و F_r بر هد انرژی باقیمانده نشان داد که برای عامل F_r متناظر با دبی طراحی ($F_r=2.18$) تأثیر تغییرات عامل L/D بر مقدار پاسخ یکسان است.

- با توجه به تأثیر متقابل عوامل L/D و H_s/D بر هد انرژی باقیمانده نشان داده شد که در سطوح بالا و پایین عامل H_s/D به ترتیب با افزایش و کاهش سطح عامل L/D شاهد نزدیکی هر چه بیشتر مقدار پاسخ به مقدار حدی ۱ هستیم.

References

- Ahmadi, M., Vahabzadeh, F., Bonakdarpour, B., Mofarrah, E. & Mehranian, M. 2005. Application of the central composite design and response surface methodology to the advanced treatment of olive oil processing wastewater using Fenton's peroxidation. *Journal of Hazardous Materials*, 123, 187-195.
- Amiri, F., Mousavi, S., Yaghmaei, S. & Barati, M. 2012. Bioleaching kinetics of a spent refinery catalyst using *Aspergillus niger* at optimal conditions. *Biochemical Engineering Journal*, 67, 208-217.
- Crispino, G., Contestabile, P., Vicinanza, D. & Gissoni, C. 2021. Energy head dissipation and flow pressures in vortex drop shafts. *Water*, 13, 165.
- Daggett, L. & Keulegan, G. 1974. Similitude conditions in free-surface vortex formations (flow tests using cylindrical tanks with adjustable vanes). *Journal of the Hydraulics Division*, 100(11), Nov 1974.
- Granata, F., De Marinis, G. & Gargano, R. 2014. Flow-improving elements in circular drop manholes. *Journal of Hydraulic Research*, 52, 347-355.
- Granata, F., De Marinis, G., Gargano, R. & Hager, W. H. 2011. Hydraulics of circular drop manholes. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, 137, 102-111.
- Hager, W. H. 1990. Vortex drop inlet for supercritical approaching flow. *Journal of Hydraulic Engineering*, 116, 1048-1054.
- Hager, W. H. 2010. *Wastewater hydraulics: theory and practice*, Springer Heidelberg Dordrecht London New York.
- Hajiahmadi, A., Ghaeini-Hessaroeeyeh, M. & Khanjani, M. J. 2021. Experimental evaluation of vertical shaft efficiency in vortex flow energy dissipation. *International Journal of Civil Engineering*, 19, 1445-1455.
- Jain, A. K., Garde, R. J. & Ranga Raju, K. G. 1978. Vortex formation at vertical pipe intakes. *Journal of the Hydraulics Division*, 104, 1429-1445.
- Jain, S. C. 1984. Tangential vortex-inlet. *Journal of Hydraulic Engineering*, 110, 1693-1699.

- Liu, Z. P., Guo, X. L., Xia, Q. F., Fu, H., Wang, T. & Dong, X. L. 2018. Experimental and numerical investigation of flow in a newly developed vortex drop shaft spillway. *Journal of Hydraulic Engineering*, 144, 04018014.
- Ma, Y., Zhu, D. Z. & Rajaratnam, N. 2016. Air entrainment in a tall plunging flow dropshaft. *Journal of Hydraulic Engineering*, 142, 04016038.
- Mahmoudi-Rad, M. & Khanjani, M. J. 2019. Energy dissipation of flow in the vortex structure: experimental investigation. *Journal of Pipeline Systems Engineering and Practice*, 10, 04019027.
- Mahmoudi Rad, M. & Khanjani, M. J. 2020. Experimental study of air flow in a vortex structure using full factorial method. *Journal of Water and Wastewater*, 31(4), 57-70. (In Persian)
- Montgomery, D. C. 2017. *Design and analysis of experiments*, John Wiley & Sons. New York. USA.
- Pfister, M., Crispino, G., Fuchsmann, T., Ribi, J. M. & Gisonni, C. 2018. Multiple inflow branches at supercritical-type vortex drop shaft. *Journal of Hydraulic Engineering*, 144, 05018008.
- Sangsefidi, Y., Mehraein, M., Ghodsian, M. & Motalebizadeh, M. R. 2017. Evaluation and analysis of flow over arced weirs using traditional and response surface methodologies. *Journal of Hydraulic Engineering*, 143, 04017048.
- Yang, Z., Yin, J., Lu, Y., Liu, Z., Yang, H. & Xu, G. 2021. Three-dimensional flow of a vortex drop shaft spillway with an elliptical tangential inlet. *Water*, 13, 504.
- Yu, D. & Lee, J. H. 2009. Hydraulics of tangential vortex intake for urban drainage. *Journal of Hydraulic Engineering*, 135, 164-174.
- Zhao, C. H., Zhu, D. Z., Sun, S. K. & Liu, Z. P. 2006. Experimental study of flow in a vortex drop shaft. *Journal of Hydraulic Engineering*, 132, 61-68.



This work is licensed under a [Creative Commons Attribution 4.0 International License](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).