

## محاسبه عمق نفوذ پرتابه ها در اهداف بتنی پوشش دار

خداداد واحدی<sup>۱</sup>، محمد لطیفی<sup>۲\*</sup>، حسین خدارحمی<sup>۳</sup>، فریدون خسروی<sup>۴</sup>

تهران - دانشگاه امام حسین (ع)

### چکیده

استفاده از خاک، به عنوان پوشش یک هدف بتنی، موجب کاهش آسیب پذیری آن سازه ی بتنی در مقابل نفوذ انواع پرتابه ها و بمب ها می شود. یکی از مسائلی که مهندسان نظامی و عمران در طراحی چنین سازه هایی با آن روبرو هستند، محاسبه و تخمین تاثیر ضخامت پوشش، در میزان نفوذ پرتابه در هدف بتنی پوشش دار می باشد. از این رو، در این مقاله، با استفاده از تئوری انبساط حفره ی کرووی و مدل های ارائه شده توسط "فورستال" برای نفوذ پرتابه در خاک و بتن، یک فرمول تحلیلی، به منظور محاسبه ی عمق نفوذ نهایی پرتابه، در هدف بتنی پوشش دار ارائه شده و در ادامه، با استفاده از نرم افزار المان محدود LS-DYNA، فرآیند نفوذ پرتابه، در هدف پوشش دار، شبیه سازی شده است که نتایج به دست آمده از شبیه سازی عددی، تطابق بسیار خوبی با فرمول تحلیلی ارائه شده را نشان می دهند.

واژه های کلیدی: نفوذ، پرتابه، خاک، بتن، شبیه سازی، انبساط حفره، مدل ساختاری، LS-DYNA

### ۱. مقدمه

آزمایش های تجربی می باشند، که این آزمایش ها، محدوده ی بسیار وسیعی از پرتابه ها با دماغه های اجابو، کرووی و تخت، همچنین سرعت های مختلف از ۲۰۰ تا ۱۰۰۰ متر بر ثانیه را شامل می شوند [۱]. در سال های اخیر، محققان لابراتوار سندیا<sup>۱</sup>، مطالعات متعددی را در مورد نفوذ پرتابه در اهدافی از جنس خاک و بتن انجام دادند تا اطلاعات تجربی مورد نیاز برای ارائه یک مدل نیمه تجربی را به دست آورند [۲]. با استفاده از نتایج تحقیقات انجام

علاقه ی مهندسان، برای به کارگیری پوشش هایی از جنس خاک و بتن برای محافظت از سازه ها، در مقابل برخورد پرتابه و همچنین ساختن پرتابه هایی که توانایی نفوذ در این پوشش های محافظ را داشته باشند، انگیزه ی محققان، برای انجام تحقیقات گسترده در مورد نفوذ پرتابه در این اهداف بوده است. بسیاری از کارهای انجام شده، از قرن ۱۸ تاکنون، متکی بر

۵- sandia national laboratories

\* E-mail: mh.latifi@gmail.com

۱- استادیار دانشگاه امام حسین (ع)

۲- دانشجوی کارشناسی ارشد

۳- استادیار دانشگاه امام حسین (ع)

۴- استادیار دانشگاه امام حسین (ع)

نرم افزار، توانایی مدل کردن اهداف چند لایه تشکیل شده از سنگ های سخت و نرم را دارا بود [۱۱].

با پیشرفت قابلیت های نرم افزاری و سخت افزاری، مدل سازی سه بعدی نفوذ پرتابه ها توسط کامپیوتر، امکان پذیر شد. از جمله نرم افزار های ارائه شده در این زمینه می توان به نرم افزار هایی مثل EVA-3D و AMPLL-3D اشاره کرد. در سال های اخیر با ارائه نرم افزار هایی مثل LS-DYNA و AUTODYN، ضمن افزایش قابلیت های نرم افزاری، دقت نتایج به دست آمده نیز به طور قابل ملاحظه ای افزایش یافته است و استفاده از این نرم افزارها به طور گسترده مورد توجه محققان قرار گرفته است. از جمله کارهای انجام شده، می توان به موارد زیر اشاره کرد.

"لیانگ تنگ" و همکارانش در سال ۲۰۰۴ مقاومت ساختارهای بتنی مسلح در برابر نفوذ پرتابه را بررسی کردند و برای این منظور، یک شبیه سازی عددی توسط هایدروکد DAYNA-2D انجام دادند [۱۲]. "هوانگ" و همکارانش در سال ۲۰۰۵ با کمک نرم افزار LS-DYNA، نفوذ کامل و عبور پرتابه از یک هدف بتن مسلح، شبیه سازی کردند و نتایج را با آزمایشات "هانچک" مقایسه کردند که نتایج قابل قبولی را نشان می دهند [۱۳]. "تم" در سال ۲۰۰۶ عمق نفوذ یک پرتابه با نوک اجابو در یک هدف بتنی را به کمک نرم افزار AUTODYN-2D بررسی کرد و برای این منظور، روش های مختلف اولیری، لاگرانژی و بدون مش را مورد استفاده قرار داد و سپس نتایج حاصل از هر کدام از این روش ها را با نتایج تجربی مقایسه کرد [۱۴].

با توجه به کاربردهای عملی سازه های بتنی مدفون در خاک و نیاز مهندسان برای تعیین عمق نفوذ پرتابه ها در این اهداف، در این مقاله با استفاده از روش های تحلیلی و عددی، عمق نفوذ نهایی پرتابه تعیین شده است. برای ارائه فرمول تحلیلی مورد نظر با استفاده از نتایج حاصل از تئوری انبساط حفره کروی در مورد نفوذ پرتابه در خاک [۶]، نیروی وارد شده بر نوک پرتابه تعیین شده است. سپس با استفاده از قانون دوم نیوتن و انتگرال گیری از روابط، مدت زمان عبور پرتابه از خاک و میزان سرعت پرتابه، هنگام عبور از پوشش خاک، محاسبه شده است. با در نظر گرفتن سرعت عبور پرتابه از خاک، به عنوان سرعت برخورد پرتابه با بتن و با استفاده از نتایج تحقیقات فورستال، در مورد نفوذ پرتابه در بتن، با ارائه ی یک فرمول تحلیلی جدید، عمق نفوذ نهایی پرتابه در بتن تعیین شده است. در ادامه نتایج عمق نفوذ به دست آمده از فرمول تحلیلی با نتایج حاصل از تحلیل عددی انجام شده با استفاده از نرم افزار LS-DYNA مقایسه شده است.

شده در لابراتوار سندیا<sup>۵</sup> و با هدف ارائه یک مدل نفوذ که بر پایه اصول فیزیکی استوار باشد، "فورستال" مدل هایی برای نفوذ پرتابه در سنگ های متخلخل<sup>۱</sup> [۳] و بتن مسلح [۴] ارائه کرد. در این مدل ها، "فورستال" از فرمول های انبساط حفره که قبلاً توسط "بی شاپ" و "هیل" [۵] ارائه شده بودند استفاده کرد.

با توجه به مطالعات تجربی انجام شده، محققان به این نتیجه رسیدند که مدل انبساط حفره کروی، نتایج بهتر و دقیق تری نسبت به مدل انبساط حفره ی استوانه ای ارائه می کند. از این رو بود که "فورستال" با کمک تئوری انبساط حفره کروی، نیروی وارد بر نوک پرتابه را تخمین زد و با کمک این نیرو، عمق نفوذ نهایی پرتابه را محاسبه کرد [۲].

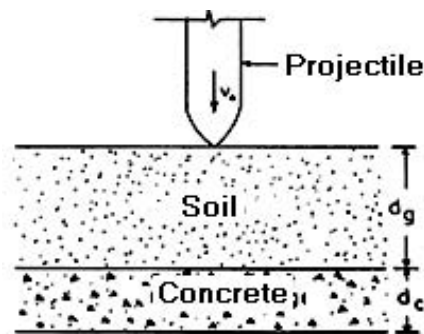
در سال ۱۹۹۲ "فورستال" و همکارانش مطالعه ای را به منظور پیش بینی عمق نفوذ پرتابه در خاک، با کمک تئوری انبساط حفره کروی انجام دادند. برای این منظور، با استفاده از یک پرتابه ی بزرگ که از یک تفنگ گازی، به خاک شلیک می شد، آزمایشاتی را انجام دادند و نتایج به دست آمده را با نتایج فرمول تحلیلی مقایسه کردند که نتایج تجربی و تحلیلی تطابق مطلوبی داشتند، اگر چه برای تعیین پارامترهای مورد نیاز مدل تحلیلی نیاز به انجام آزمایش های تنش سه محوره بر روی نمونه های به دست آمده از هدف می باشد [۶].

با توجه به نتایج آزمایش های نفوذ انجام شده و همچنین فرمول به دست آمده برای نفوذ پرتابه در خاک "فورستال" و همکارانش، فرمولی برای نفوذ پرتابه در بتن ارائه کردند که تنها به یک ثابت تجربی بدون بعد بستگی داشت [۷] و [۸] و بعداً نشان دادند که این ثابت تجربی هم، تنها به استحکام فشاری هدف وابسته است [۹].

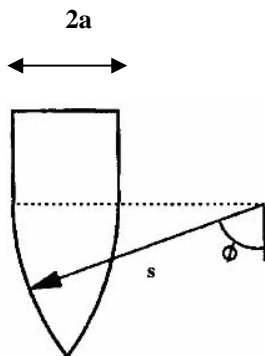
به موازات مطالعات تجربی و تحلیلی انجام شده در مورد نفوذ پرتابه در هدف و همزمان با پیشرفت و توسعه کامپیوترها و قابلیت های نرم افزاری، شبیه سازی پدیده نفوذ با کمک کدهای کامپیوتری مورد توجه دانشمندان و محققان قرار گرفته است. در سال ۱۹۸۹ "یونگ" و همکارانش با کمک روش عددی، به بررسی نفوذ پرتابه در خاک و سنگ پرداختند و با استفاده از تحقیقات انجام شده توسط "یونگ" و همکارانش، لابراتوار سندیا، یک کد کامپیوتری با عنوان SAMPLL را ارائه کرد. این کد کامپیوتری از یک مدل ساده تحلیلی برای تحلیل نفوذ پرتابه در خاک و سنگ استفاده می کرد [۱۰]. در اوایل دهه ۸۰ میلادی نرم افزار پنکو PENCO توسط ارتش آمریکا برای تعیین میزان نفوذ پرتابه در اهدافی از جنس سنگ و خاک ارائه شد. این

۱- Dry Porous rock

۲- Frew



شکل ۱- طرح شماتیک از نفوذ پرتابه در هدف بتنی پوشش دار



شکل ۲- پرتابه با دماغه اجایو

۱-۲- نفوذ پرتابه در پوششی از جنس خاک

در ابتدا، پرتابه ای با نوک اجایو را در نظر می گیریم که مطابق با شکل (۱) با سرعت اولیه  $V_0$  به صورت عمودی به یک هدف بتنی پوشش دار برخورد می کند. ویژگی نوک اجایو پرتابه به عنوان کالیبر نوک پرتابه به صورت زیر تعریف می شود:

$$\psi = \frac{s}{2a} \quad (1)$$

پارامترهای  $S$  و  $a$  در شکل (۲) معرفی شده اند که به ترتیب معرف شعاع نوک و شعاع پرتابه می باشند. برای تعیین تغییرات سرعت و جابجایی پرتابه در خاک، ابتدا باید نیروهای وارد بر نوک پرتابه تعیین شوند. برای این منظور، با استفاده از تئوری حفره کروی، تنش عمودی وارد بر نوک پرتابه تخمین زده می شود. همچنین تنش مماسی وارد بر نوک پرتابه، به صورت  $\sigma_t = \mu \sigma_n$  تعریف می شود. در این رابطه  $\sigma_t$ ،  $\sigma_n$  و  $\mu$  به ترتیب تنش مماسی، تنش نرمال و ضریب اصطکاک می باشند.

بر اساس تئوری حفره کروی هنگام نفوذ پرتابه در خاک، در ناحیه اطراف نوک پرتابه ناحیه پلاستیک تشکیل می شود. از این رو با توجه به مرجع [۴]، نیروی وارد بر نوک پرتابه ای با نوک اجایو به صورت زیر محاسبه می شود:

(۲)

$$F_z = 2\pi s^2 \int_{\theta_0}^{\pi/2} \left[ \sin \phi - \left( \frac{s-a}{s} \right) \right] (\cos \phi + \mu \sin \phi) \sigma_n(v_z, \phi) d\phi$$

$$\theta_0 = \sin^{-1} \left( \frac{s-a}{s} \right) \quad (3)$$

در روابط اخیر، مقدار تنش نرمال  $\sigma_n(V_z, \phi)$  که بر نوک پرتابه اعمال می شود، با استفاده از مرجع [۴] به صورت زیر تخمین زده می شود:

$$\sigma_n(v_z, \phi) = \tau_0 A + \rho_0 B (V_z \cos \phi)^2 \quad (4)$$

در رابطه (۴)، ضرایب  $A$  و  $B$  با استفاده از تئوری انبساط حفره کروی برای خاک و با در نظر گرفتن معیار "ترسکا" برای تخمین استحکام خاک ( $Y = \tau_0$ ) به صورت زیر محاسبه می شوند. لازم به ذکر است که نتایج آزمایش تنش سه محوری بر روی نمونه های خاک و بتن نشان می دهد، پس از اینکه فشار وارد شده به نمونه ها به یک حد مشخص می رسد، مقدار تنش برشی در نمونه ثابت می ماند، به طوری که افزایش فشار، تاثیری در مقدار تنش برشی ایجاد نمی کند. از این رو معیار "ترسکا" برای تخمین استحکام خاک مورد استفاده قرار می گیرد [۴].

$$\eta^* = 1 - \rho_0 / \rho^* \quad (5)$$

$$A = \frac{2}{3} \left\{ 1 - \ln \left[ \frac{(1 + \tau_0 / 2E)^3 - (1 - \eta^*)}{(1 + \tau_0 / 2E)^3} \right] \right\} \quad (6)$$

$$B = \frac{3}{2(1 - \eta^*)} + \frac{[(3\tau_0 / 2E) + \eta^* (1 - 3\tau_0 / 2E)^2]}{[(1 + \tau_0 / 2E)^3 - (1 - \eta^*)]^{2/3}} \quad (7)$$

$$- \frac{[(1 + \tau_0 / 2E)^3 - (1 - \eta^*)]^{1/3}}{2(1 + \tau_0 / 2E)^4} \left[ 1 + \frac{3(1 + \tau_0 / 2E)^3}{(1 - \eta^*)} \right]$$

در روابط (۵)، (۶) و (۷)،  $\rho_0$  چگالی اولیه،  $\rho^*$  چگالی نهایی و  $\eta^*$  کرنش حجمی نهایی،  $E$  مدول الاستیسیته خاک و  $\tau_0$  مقاومت برشی خاک می باشند. برای به دست آوردن پارامترهای ذکر شده، از آزمایش های استاندارد خاک به ویژه آزمایش تنش سه محوره استفاده می شود.

با استفاده از رابطه ی (۱۳) و با قرار دادن  $Z = d_g$  در آن، می توان نوشت:

$$\exp\left(\frac{\beta_s d_g}{m}\right) = \frac{\cos\left\{\tan^{-1}\left[\left(\frac{\beta_s}{x_s}\right)^{1/2} V_0\right] - \frac{(x_s \beta_0)^{1/2} t}{m}\right\}}{\cos\left\{\tan^{-1}\left[\left(\frac{\beta_s}{x_s}\right)^{1/2} V_0\right]\right\}} \quad (14)$$

برای ساده شدن رابطه ی (۱۴)، ثابت  $\lambda$  را می توان به صورت زیر تعریف نمود:

$$\lambda = \tan^{-1}\left[\left(\frac{\beta_s}{x_s}\right)^{1/2} V_0\right] \quad (15)$$

$$\exp\left(\frac{\beta_s d_g}{m}\right) \cos(\lambda) = \cos\left(\lambda - \frac{(\alpha_s \beta_s)^{1/2} t}{m}\right) \quad (16)$$

برای محاسبه ی مدت زمانی که پرتابه از پوشش عبور می کند رابطه ی (۱۶) به صورت زیر ساده می شود:

$$\cos^{-1}\left[\exp\left(\frac{\beta_s d_g}{m}\right) \cos(\lambda)\right] = \lambda - \frac{(\alpha_s \beta_s)^{1/2} t}{m} \quad (17)$$

$$t_g = \left[\lambda - \cos^{-1}\left[\exp\left(\frac{\beta_s d_g}{m}\right) \cos(\lambda)\right]\right] \frac{m}{(\alpha_s \beta_s)^{1/2}} \quad (18)$$

با قراردادن  $t_g$  در فرمول (۱۲)، سرعت پرتابه در هنگام ورود از خاک به بتن به صورت زیر محاسبه می شود:

$$V_s = \left(\frac{\alpha_s}{\beta_s}\right)^{1/2} \tan\left\{\cos^{-1}\left[\exp\left(\frac{\beta_s d_g}{m}\right) \cos(\lambda)\right]\right\} \quad (19)$$

با فرض  $V_s > 0$ ، پرتابه از پوشش خاک عبور می کند و در نتیجه سرعت به دست آمده از رابطه ی (۱۹) را می توان به عنوان سرعت اولیه پرتابه برای ورود به بتن در نظر گرفت.

## ۲-۲- عبور پرتابه از پوشش و نفوذ در بتن

با نفوذ پرتابه به بتن، نواحی حفره و تونل در داخل هدف ایجاد می شوند. طول ناحیه ی حفره تقریباً معادل ۴ برابر شعاع پرتابه می باشد [۹]. با استفاده

با جایگزینی رابطه (۴) در رابطه (۲) و انتگرال گیری، خواهیم داشت:

$$F_z = \alpha_s + \beta_s V_z^2 \quad (8)$$

(۹)

$$\alpha_s = \pi^2 \tau_0 A [1 + 4\mu\psi^2 \left(\frac{\pi}{2} - \theta_0\right) - \mu(2\psi - 1)(4\psi - 1)^{1/2}]$$

$$\beta_s = \pi^2 \rho_0 B \left[ \frac{(8\psi - 1)}{24\psi^2} + \mu\psi^2 \left(\frac{\pi}{2} - \theta_0\right) - \frac{\mu(2\psi - 1)(6\psi^2 - 4\psi - 1)(4\psi - 1)^{1/2}}{24\psi^2} \right] \quad (10)$$

در روابط فوق، مقدار  $\psi$  به وسیله رابطه (۱) محاسبه می شود. آزمایش های انجام گرفته شده توسط "فورستال" در مرجع [۶] نشان می دهد که در حین نفوذ پرتابه در خاک با رطوبتی نزدیک به ۲۰ در صد هیچ گونه فرسایشی در نوک پرتابه دیده نمی شود. از این رو در این مقاله علاوه بر صلب در نظر گرفتن پرتابه، همچنین از اصطکاک بین نوک پرتابه و هدف در حین نفوذ هم صرف نظر شده است و ( $\mu = 0$ ) فرض شده است. با استفاده از قانون دوم نیوتن و رابطه ی (۸) برای یک پرتابه با جرم  $m$  خواهیم داشت:

$$m \frac{dV_z}{dt} = -(\alpha_s + \beta_s V_z^2) \quad (11)$$

حال با انتگرال گیری از رابطه ی (۱۱) و با در نظر گرفتن شرط اولیه ی  $V_z(t=0) = V_0$ ، خواهیم داشت:

$$V_z = \left(\frac{\alpha_s}{\beta_s}\right)^{1/2} \tan\left\{\tan^{-1}\left[\left(\frac{\beta_s}{x_s}\right)^{1/2} V_0\right] - \frac{(x_s \beta_0)^{1/2} t}{m}\right\} \quad (12)$$

با انتگرال گیری از رابطه ی (۱۲)، رابطه عمق نفوذ برحسب زمان برای پرتابه به دست می آید:

$$Z = \frac{m}{\beta_s} \ln \left[ \frac{\cos\left\{\tan^{-1}\left[\left(\frac{\beta_s}{x_s}\right)^{1/2} V_0\right] - \frac{(x_s \beta_0)^{1/2} t}{m}\right\}}{\cos\left\{\tan^{-1}\left[\left(\frac{\beta_s}{x_s}\right)^{1/2} V_0\right]\right\}} \right] \quad (13)$$

$$p = \frac{m}{2\pi a^2 \rho N} \ln\left(1 + \frac{N\rho V_1^2}{Sf'_c}\right) + 4a \quad P > 4a \quad (24)$$

با جایگزینی مقدار  $V_1$  از رابطه ی (۲۲)، عمق نفوذ پرتابه در بتن و پس از عبور از خاک با ضخامت  $d_g$  به صورت زیر محاسبه می شود:

$$p = \frac{m}{2\pi a^2 \rho N} \ln\left\{1 + \frac{m\left(\frac{\alpha_s}{\beta_s}\right)^{1/2} \tan\left[\cos^{-1}\left[\exp\left(\frac{\beta_s d_g}{m}\right)\cos(A)\right]\right]^2 - 4\pi a^3 Sf'_c}{m + 4\pi a^3 N\rho_c} \right\} + 4a \quad (25)$$

### ۳. شبیه سازی نفوذ پرتابه در یک هدف بتنی پوشش دار

بسیاری از مسائل ضربه، امروزه به کمک کدهای انتشار موج تحلیل می شوند، که اغلب این کدها هایدروکد نامیده می شوند استفاده از هایدروکدها از سال ۱۹۵۸ میلادی آغاز شد و از آن زمان تاکنون به تدریج قابلیت و توانایی های نرم افزاری توسعه یافته است. در این مقاله، برای شبیه سازی نفوذ پرتابه در یک هدف پوشش دار از نرم افزار LS-DYNA استفاده شده است. LS-DYNA یک نرم افزار المان محدود، با قابلیت های دو بعدی و سه بعدی می باشد. این نرم افزار در حقیقت، حاصل توسعه نرم افزار DYN3D می باشد و روش حل مسائل در این نرم افزار بر پایه انتگرال زمانی صریح می باشد. در نرم افزار LS-DYNA نزدیک به ۱۹۰ مدل ماده و ۱۳ معادله حالت برای توصیف رفتار مواد مختلف ارائه شده است. همچنین در این نرم افزار، امکان استفاده از تکنیک فرسایش المان برای تحلیل مسائلی که شبکه مش بندی، دچار تغییر فرم های شدید می شود، وجود دارد. انتخاب صحیح مدل ماده و معادله حالت، همچنین اعمال صحیح شرایط فیزیکی مسئله، از قبیل شرایط مرزی و استفاده از سطوح تماس و المان های متناسب با نوع مسئله امکان انجام یک شبیه سازی صحیح، به کمک نرم افزار LS-DYNA را فراهم می کنند.

در شبیه سازی انجام شده، نفوذ پرتابه ای از جنس فولاد با نوک اجابو، جرم ۱/۶ کیلوگرم و  $\psi = 3$  در یک هدف بتنی که با لایه ای از خاک، پوشیده شده مدل شده است. مشخصات پرتابه و مش در نظر گرفته شده در شکل های (۳) و (۴) دیده می شوند. مشخصات

از مدل ارائه شده توسط "فورستال" عمق نفوذ نهایی پرتابه در بتن محاسبه می شود. تحقیقات فورستال نشان داد که در طول ناحیه ی حفره، شتاب پرتابه به صورت خطی تغییر می کند؛ از این رو نیروی محوری وارد بر نوک پرتابه در ناحیه ی حفره به صورت زیر تخمین زده می شود:

$$F = CZ \quad 0 < Z < 4a \quad (20)$$

در این رابطه  $Z$  جابجایی پرتابه و  $C$  به عنوان یک مقدار ثابت در نظر گرفته می شود. در ناحیه تونل، نیروی وارد بر نوک پرتابه با استفاده از تئوری انبساط حفره کروی به صورت زیر تخمین زده می شود:

$$F = \pi a^2 (Sf'_c + N\rho V^2) \quad Z > 4a \quad (21)$$

در رابطه (۲۱)،  $V$ ، سرعت پرتابه و پارامترهای  $\rho$  و  $f'_c$  به ترتیب معرف چگالی و استحکام فشاری هدف می باشند، پارامتر  $a$  معرف شعاع پرتابه، پارامتر  $N$  با کمک فرمول  $N = \frac{(8\psi - 1)}{24\psi^2}$  و پارامتر  $S$  با کمک فرمول  $S = 82.6(f'_c)^{-0.544}$  محاسبه می شوند. با استفاده از قانون دوم نیوتن و با توجه به قانون پیوستگی، مقادیر سرعت و جابجایی در ناحیه ی بین حفره و تونل، و سرعت ورود پرتابه از ناحیه حفره به تونل به صورت زیر محاسبه می شود:

$$V_1 = \sqrt{\frac{mv_s^2 - 4\pi a^3 Sf'_c}{m + 4\pi a^3 N\rho_c}} = \sqrt{\frac{m\left(\frac{\alpha_s}{\beta_s}\right)^{1/2} \tan\left[\cos^{-1}\left[\exp\left(\frac{\beta_s d_g}{m}\right)\cos(A)\right]\right]^2 - 4\pi a^3 Sf'_c}{m + 4\pi a^3 N\rho_c}} \quad (22)$$

با استفاده از رابطه ی (۲۱) و قانون دوم نیوتن، خواهیم داشت:

$$m \frac{d^2 Z}{dt^2} = mV \frac{dV}{dZ} = -\pi a^2 (Sf'_c + N\rho V^2) \quad 4a < Z < P \quad (23)$$

برای تعیین عمق نفوذ نهایی پرتابه در بتن، با انتگرال گیری از رابطه (۲۳) بازه  $V_1$  تا صفر و انتگرال گیری در بازه ی  $4a$  تا  $P$  رابطه زیر به دست می آید:

## ۳-۱- مدل هندسی

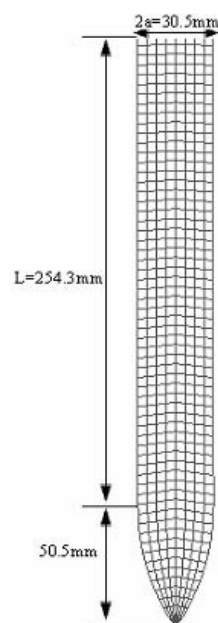
با توجه به متقارن بودن شکل پرتابه و هدف، به منظور کاهش حجم محاسبات، در این شبیه سازی از المان های پوسته با ویژگی تقارن محوری استفاده شده است. مش مورد استفاده در این تحلیل، از حداقل ۱۶۰۰۰ عدد المان در حالتی که ضخامت خاک ۰/۵ متر و حداکثر ۴۰۰۰۰ عدد المان در حالتی که ضخامت خاک ۲ متر می باشد، تشکیل شده است (شکل ۴).

شرایط مرزی در نظر گرفته شده با توجه به هندسه ی شکل و ماهیت مسئله، تعریف می شوند. در مسئله ی حاضر، گره های قرار گرفته در سطح خارجی هدف در تمام جهات مقید شده اند و گره های موجود بر روی محور تقارن، با توجه به شرایط تقارن محوری مقید شده اند.

شرایط اولیه در نظر گرفته شده در مسئله، با اعمال سرعت اولیه برای پرتابه، محقق می شود که در این شبیه سازی، سرعت های ۲۵۰، ۳۰۰، ۳۵۰ و ۴۰۰ متر بر ثانیه برای پرتابه، در نظر گرفته شده است.

یکی دیگر از نکات مهم در شبیه سازی، انتخاب و اعمال سطوح تماس و برخورد مناسب می باشد که در این شبیه سازی، از الگوریتم تماس سطح به سطح برای تعیین وضعیت تماس بین پرتابه و بتن، بین پرتابه و خاک و بین بتن و خاک، استفاده شده است.

کلی هدف مورد نظر، در جدول (۱) ارائه شده است. خصوصیات لایه ای از خاک با حداکثر ضخامت ۲ متر از اطلاعات موجود در مرجع [۶] در جدول (۱) ارائه شده است.



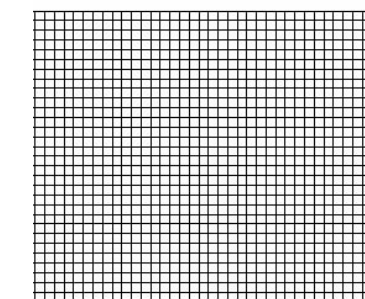
شکل ۳- پرتابه شبیه سازی شده در نرم افزار LS-DYNA

## ۳-۲- انتخاب مدل ماده

برای به دست آوردن نتایج مطلوب از شبیه سازی، انتخاب مدل ماده و دقت داده های ورودی به نرم افزار، برای تعریف خواص مواد از اهمیت ویژه ای برخوردار می باشند. مدل های ماده ی در نظر گرفته شده برای پرتابه، بتن و خاک به ترتیب جانسون- کوک ساده شده، جانسون- هولمکوئیست و ایزوتروپیک الاستیک- پلاستیک می باشند که به طور خلاصه به تشریح هر کدام از این مدل ها می پردازیم.

## ۳-۲-۱- مدل ایزوتروپیک الاستیک- پلاستیک

برای شبیه سازی خاک از این مدل استفاده شده است، هر چند که خاک در حالت کلی ماده ای ایزوتروپیک نیست اما در هنگام نفوذ پرتابه در خاک به علت فشار زیاد به وجود آمده در جلوی پرتابه، در اطراف پرتابه نواحی الاستیک و پلاستیک تشکیل می شود [۶]. درحقیقت فشار زیاد موجب فشردن شدن خاک می شود و در نتیجه، مدل کردن خاک با یک مدل الاستیک-



شکل ۴- مدل پرتابه و هدف در نرم افزار LS-DYNA

$$E_p = \frac{E_T E}{E - E_T} \quad (27)$$

در این رابطه،  $E_T$  مدول مماسی است که به صورت  $E_T = 0.1E$  تعریف می شود.

### ۳-۲-۲- مدل "جانسون- هولمکوئیست"

در این مقاله، برای شبیه سازی هدف بتنی از مدل ماده جانسون هولمکوئیست استفاده شده است. این مدل توسط هولمکوئیست جانسون و کوک در مرجع [۱۴] معرفی شده است. از این مدل برای شبیه سازی بتن در شرایطی که بتن تحت تاثیر کرنش های بزرگ، تغییرات کرنش شدید و فشارهای بالا قرار دارد استفاده می شود. در این مدل استحکام، معادل بتن به صورت تابعی از فشار، کرنش و آسیب تعریف می شود. همچنین فشار به صورت تابعی از کرنش حجمی تعریف می شود و شامل اثر تغییر فرم های دائمی می باشد. در این مدل، آسیب به صورت تابعی از کرنش پلاستیک حجمی، کرنش پلاستیک معادل و فشار تعریف می شود [۱۷].

پلاستیک معقول به نظر می رسد. لازم به ذکر است که در مرجع [۱۶] برای مدل کردن خاک تحت تاثیر ضربه ی ناشی از برخورد ماشین با گارد ریل هم از این مدل استفاده شده است.

در این مدل مقدار فشار وارد بر المان با انتگرال گیری از رابطه زیر در هر لحظه از زمان به دست می آید:

$$\dot{p} = k \dot{\epsilon}_{ij} \quad (26)$$

در این رابطه  $\dot{p}$  مشتق فشار نسبت به زمان،  $k$  مدول بالک و  $\dot{\epsilon}_{ij}$  نرخ کرنش حجمی تعریف می شود.

هنگامی که کرنش پلاستیک مؤثر، و یا فشار در المان به حد شکست برسد، در این هنگام، المان قابلیت خود را برای تحمل تنش، از دست می دهد و تنش برشی در المان صفر می شود و ماده همانند یک سیال عمل می کند. در این هنگام با توجه به معیار تعریف شده، المان حذف می شود. مقادیر تعریف شده برای پارامترهای مورد نیاز، در جدول (۲) ارائه شده اند. برای محاسبه مقدار مدول سختی پلاستیک خاک، از فرمول زیر استفاده شده است:

جدول ۱- خصوصیات خاک و بتن [۱۵]

E(MPa)	$\nu$	$\eta^*$	$\tau$ (MPa)	$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	مشخصات خاک
۱۲۰	۰/۳	۰/۱۷	۱۰	۱۸۶۰	
-	-	S	$f'_c$ (MPa)	$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	مشخصات بتن
-	-	۱۰/۵	۵۱	۲۳۰۰	

جدول ۲- پارامترهای مدل الاستیک پلاستیک [۱۵]

$\rho$ ( $\frac{kg}{m^3}$ )	G (MPa)	تنش تسلیم (MPa)	مدول سخت شونده گی پلاستیک	کرنش شکست پلاستیک
۱۸۶۰	۴۶/۱	۱۰	۱۶۰	۱

در رابطه ی فوق  $k_1, k_2$  و  $k_3$  مقادیری ثابت هستند و  $\mu$  بیانگر مقدار

کرنش حجمی می باشد که به صورت زیر تعریف شده است:

$$\bar{\mu} = \frac{\mu - \mu_{lock}}{1 + \mu_{lock}} \quad (32)$$

در رابطه ی فوق  $\mu_{lock}$  بیانگر کرنش حجمی پلاستیک می باشد.

مقادیر در نظر گرفته شده برای پارامتر های ذکر شده در مدل جانسون هولمکوئیست در جدول (۳) ارائه شده اند.

### ۳-۲-۳- مدل ساده شده جانسون- کوک<sup>۱</sup>

مدل ماده در نظر گرفته شده برای پرتابه مورد نظر مدل جانسون- کوک ساده می باشد. این مدل ماده، مشابه مدل جانسون- کوک می باشد با این تفاوت که در مدل ساده شده اثرات دما و آسیب در نظر گرفته نمی شوند. همین امر موجب می شود که از نظر حجم محاسبات، این مدل تقریباً ۵۰٪ در صد سریع تر از مدل جانسون- کوک باشد.

آزمایش های انجام شده توسط فورستال و همکارانش نشان داد که میزان فرسایش و کاهش جرم پرتابه در سرعت های ۴۰۰ تا ۸۰۰ متر بر ثانیه، کمتر از ۵ درصد از جرم کل پرتابه است [۷]. از این رو استفاده از مدل جانسون کوک ساده شده در شبیه سازی کاملاً موثر می باشد. لازم به ذکر است که این مدل ماده به خوبی برای المان های پوسته قابل استفاده می باشد.

جدول ۳- ضرائب در مدل ماده بتن برای شبیه سازی نفوذ [۱۵]

مقادیر	خصوصیات ماده	مقادیر	خصوصیات ماده
۲۳۰۰	$\rho(\text{kg/m}^3)$	۱	$D_2$
۱۳۵۶۷	G(MPa)	۰/۰۱	$EF_{min}$
۵۱	$f'_c(\text{MPa})$	۱۳/۶	$P_{crush}(\text{MPa})$
۰/۷۵	A	۰/۰۰۰۵۸	$\mu_{crush}$
۱/۶۵	B	۱۷/۴	$k_1(\text{GPa})$
۰/۷۶	N	۳۸/۸	$k_2(\text{GPa})$
۰/۰۰۷	C	۲۹/۸	$k_3(\text{GPa})$
۱۱/۷	$SF_{MAX}$	۱/۰۵	$P_{lock}(\text{MPa})$
۰/۰۳	$D_1$	۰/۱	$\mu_{lock}$

۱- Simplified Johnson-Cook

بر اساس این مدل، تنش معادل بی بعد شده در رابطه (۲۸) تعریف شده است:

$$\sigma^* = \frac{\sigma}{f'_c} \quad (28)$$

در عبارت فوق  $\sigma$  تنش معادل واقعی و  $f'_c$  استحکام فشاری شبه استاتیکی می باشد. با توجه به شکل (۵-الف) مقدار  $\sigma^*$  برای بتن به صورت زیر در نظر گرفته می شود:

(۲۹)

$$\sigma^* = [A(1-D) + BP^{*N}] [1 + C \ln \dot{\epsilon}^*]$$

در رابطه (۲۹)، پارامتر  $p^*$  معرف فشار بی بعد می باشد که به صورت  $p^* = p/f'_c$  تعریف می شود.  $\dot{\epsilon}^*$  نرخ کرنش بدون بعد است که به صورت  $\dot{\epsilon}^* = \dot{\epsilon}/\dot{\epsilon}_0$  تعریف می شود. در این رابطه،  $\dot{\epsilon}_0$  نرخ کرنش حقیقی و  $\dot{\epsilon}_0 = 1\text{s}^{-1}$  بیانگر نرخ کرنش واقعی مرجع (پایه) می باشد. متغیر  $D$  بیان گر پارامتر های آسیب است ( $0 \leq D \leq 1$ ).  $A$  مقاومت چسبندگی بی بعد شده،  $B$  ضریب سختی فشاری بی بعد شده،  $N$  سختی فشاری نمایی و  $C$  ضریب نرخ کرنش بتن می باشد.

آسیب در نظر گرفته شده برای المان ها، در مدل جانسون- هولمکوئیست مشابه مدل جانسون- کوک است با این تفاوت که در مدل جانسون- هولمکوئیست علاوه بر کرنش پلاستیک معادل، میزان کرنش پلاستیک حجمی نیز در محاسبه آسیب در نظر گرفته شده است (شکل (۵- ب)). از این رو رابطه ای به صورت:

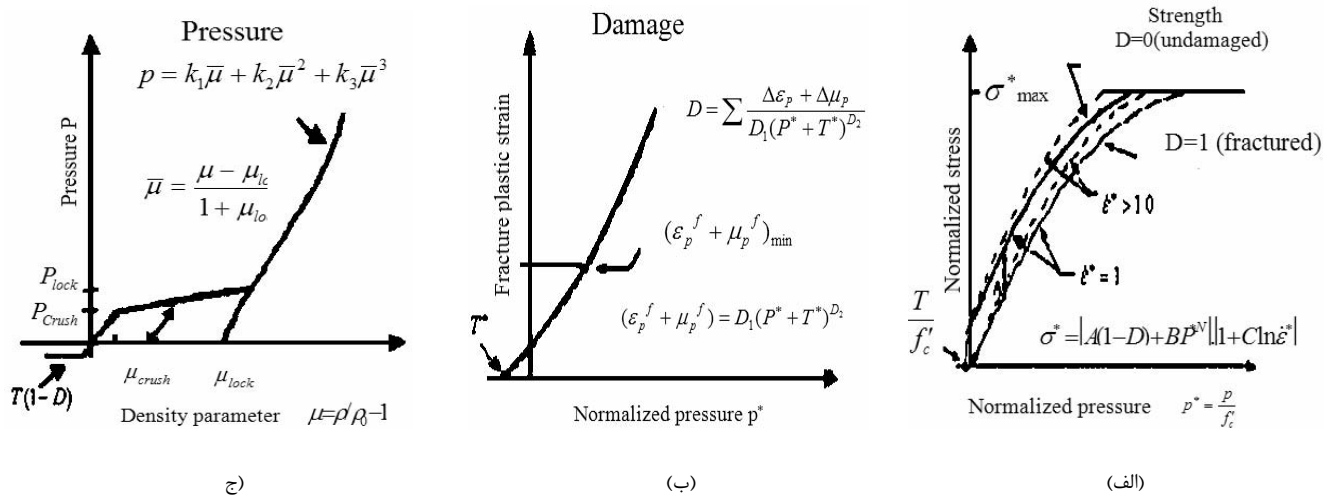
$$D = \sum \frac{\Delta \epsilon_p + \Delta \mu_p}{D_1(P^* + T^*)^{D_2}} \quad (30)$$

برای محاسبه آسیب وارد شده به المان ها پیشنهاد شده است. در رابطه فوق،  $\Delta \epsilon_p$  و  $\Delta \mu_p$  به ترتیب بیانگر افزایش کرنش پلاستیک معادل و افزایش کرنش حجمی پلاستیک می باشند و  $D_1$  و  $D_2$  ثابت های آسیب مربوط به ماده می باشند. همچنین  $T^*$  بیانگر تنش کششی ماکزیمم بی بعد شده است که به صورت  $T^* = T/f'_c$  تعریف می شود. در این رابطه،  $T$  معرف تنش کششی ماکزیمم می باشد.

رابطه ارائه شده برای محاسبه ی فشار در مدل جانسون- هولمکوئیست با فرض اینکه ماده کاملاً متراکم باشد با توجه به شکل (۵- ج) در رابطه (۳۱) ارائه شده است.

$$p = k_1 \bar{\mu} + k_2 \bar{\mu}^2 + k_3 \bar{\mu}^3 \quad (31)$$





شکل ۵- مدل ماده بتن (الف) مدل استحکام معادل (ب) مدل آسیب ج) رابطه فشار و کرنش حجمی [۱۵]

جدول ۴- خواص و ضرائب شبیه سازی پرتابه فولادی

C	B(MPa)	A(MPa)	$\nu$	E(GPa)	$\rho(\text{kg} / \text{m}^3)$	خصوصیات ماده
۰/۰۱۴	۵۰۹۵	۷۹۲/۲	۰/۳	۲۰۰	۷۸۴۰	مقادیر

شکل (۶) مقایسه ی نتایج شبیه سازی با نتایج تحلیلی برای خاک با ضخامت ۰/۵ متر را نشان می دهد. همان طور که مشاهده می شود تطابق بسیار خوبی بین نتایج تحلیلی و شبیه سازی عددی وجود دارد. مش بندی در نظر گرفته شده برای مدل سازی پرتابه و هدف در این مرحله از ۱۶۲۹۶ عدد المان تشکیل شده است. مدت زمان کل فرآیند تحلیل با استفاده از یک پردازنده Pentium IV، ۲۰ ساعت می باشد.

چنانچه در شکل دیده می شود، با افزایش سرعت برخورد پرتابه به هدف تفاوت بین نتایج تحلیلی و شبیه سازی افزایش می یابد. این موضوع می تواند به علت عدم دقت پارامترهای مورد استفاده در مدل تحلیلی در سرعت های بالا باشد. همچنین باید توجه داشت که در مدل تحلیلی، از تغییر فرم نوک پرتابه صرف نظر شده است که میزان این تغییر فرم در سرعت های بالا بیشتر است. با این وجود، حداکثر اختلاف نتایج تحلیلی نسبت به نتایج شبیه سازی در سرعت ۴۵۰ متر بر ثانیه ۱۸٪ می باشد.

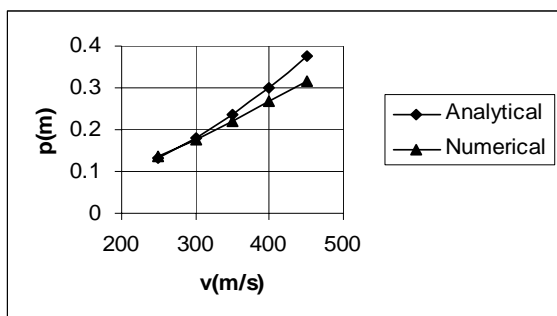
در این مدل رابطه ی ارائه شده برای تنش به فرم زیر می باشد:

$$\sigma_y = (A + B\bar{\epsilon}_p)(1 + C \ln \bar{\epsilon}^*) \quad (33)$$

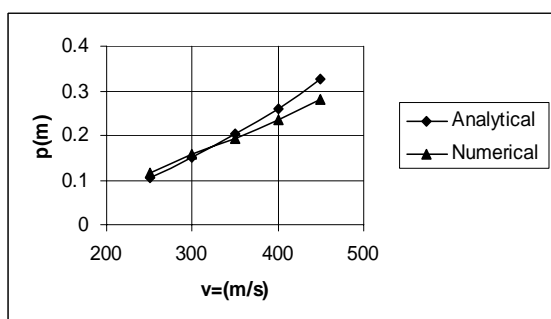
در این رابطه A، B و C ثابت های ماده هستند. نرخ کرنش پلاستیک مؤثر بی بعد شده است که به صورت  $\dot{\bar{\epsilon}}^* = \dot{\bar{\epsilon}}_p / \dot{\bar{\epsilon}}_0$  تعریف می شود. در این رابطه  $\dot{\bar{\epsilon}}_0 = 1\text{S}^{-1}$  در نظر گرفته می شود، مقادیر در نظر گرفته شده برای پارامترهای ذکر شده در مدل جانسون- کوک ساده شده در جدول (۴) ارائه شده اند.

#### ۴. نتایج و بحث

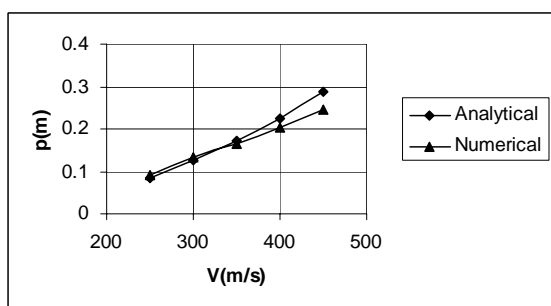
در شکل های (۶) تا (۹) و جداول (۵) تا (۸)، نتایج به دست آمده از شبیه سازی عددی و نتایج به دست آمده از فرمول تحلیلی برای محاسبه ی عمق نفوذ نهایی پرتابه در بتن در محدوده ی سرعت برخورد ۲۵۰ تا ۴۰۰ متر بر ثانیه در اهدافی با پوشش خاک از ۰/۵ تا ۲ متر ارائه شده است.



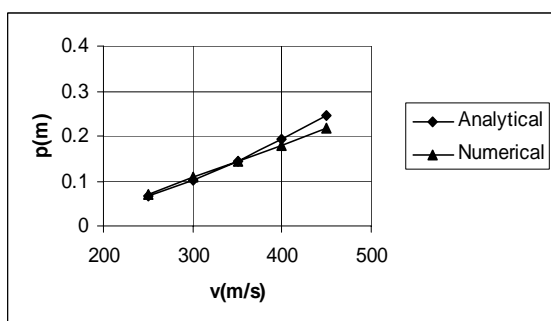
شکل ۶- مقایسه ی نتایج شبیه سازی با فرمول تحلیلی برای نفوذ پرتابه در بتن پوشیده شده با ۰/۵ متر خاک



شکل ۷- مقایسه ی نتایج شبیه سازی با فرمول تحلیلی برای نفوذ پرتابه در بتن پوشیده شده با ۱ متر خاک



شکل ۸- مقایسه ی نتایج شبیه سازی با فرمول تحلیلی برای نفوذ پرتابه در بتن پوشیده شده با ۱/۵ متر خاک



شکل ۹- مقایسه ی نتایج شبیه سازی با فرمول تحلیلی برای نفوذ پرتابه در بتن پوشیده شده با ۲ متر خاک

شکل (۷)، مقایسه ی نتایج شبیه سازی با نتایج تحلیلی را برای خاک با ضخامت ۱ متر را نشان می دهد. مش بندی در نظر گرفته شده برای مدل سازی پرتابه و هدف در این مرحله از ۲۴۰۰۰ عدد المان تشکیل شده است. مدت زمان کل فرآیند تحلیل، ۲۱ ساعت می باشد. چنانچه در شکل دیده می شود با افزایش ۰/۵ متری در ضخامت لایه خاک اختلاف نتایج تحلیلی نسبت به نتایج شبیه سازی در سرعت ۴۵۰ متر بر ثانیه به ۱۵٪ کاهش می یابد.

شکل (۸)، مقایسه ی نتایج شبیه سازی با نتایج تحلیلی را برای خاک با ضخامت ۱/۵ متر را نشان می دهد. مش بندی در نظر گرفته شده برای مدل سازی پرتابه و هدف در این مرحله از ۳۲۰۰۰ عدد المان تشکیل شده است. مدت زمان کل فرآیند تحلیل، ۲۳ ساعت می باشد. چنانچه در شکل دیده می شود اختلاف نتایج تحلیلی نسبت به نتایج شبیه سازی، در سرعت ۴۵۰ متر بر ثانیه به ۱۴٪ کاهش می یابد.

شکل (۹)، مقایسه ی نتایج شبیه سازی با نتایج تحلیلی را برای خاک با ضخامت ۲ متر را نشان می دهد. مش بندی در نظر گرفته شده برای مدل سازی پرتابه و هدف در این مرحله از ۴۰۰۰۰ عدد المان تشکیل شده است. مدت زمان کل فرآیند تحلیل، ۲۵ ساعت می باشد. چنانچه در شکل دیده می شود اختلاف نتایج تحلیلی نسبت به نتایج شبیه سازی، در سرعت ۴۵۰ متر بر ثانیه به ۱۲٪ کاهش می یابد.

بررسی دقیق نمودارها نشان می دهد که با افزایش ضخامت خاک از ۰/۵ متر به ۲ متر، تطابق بین نمودارهای تحلیلی و عددی بیشتر شده و اختلاف نتایج تحلیلی نسبت به شبیه سازی عددی کاهش می یابد که این پدیده می تواند با کاهش عمق نفوذ پرتابه در بتن و کاهش تغییر فرم نوک پرتابه مرتبط باشد. به عبارت دیگر، با افزایش ضخامت خاک سرعت عبور پرتابه از خاک کاهش می یابد و پرتابه مسافت کمتری را در بتن طی می کند. در نتیجه ی تغییر فرم نوک پرتابه که یکی از عوامل اختلاف بین نتایج تحلیلی و عددی می باشد کاهش می یابد.

بررسی نتایج به دست آمده نشان می دهد که در سرعت های برخورد بالاتر، تاثیر پوشش خاک در کاهش عمق نفوذ نهایی پرتابه در بتن، بیشتر است. به عنوان مثال، مقایسه ی نتایج ارائه شده در جداول ۵ و ۸ نشان می دهد که در سرعت برخورد ۲۵۰ متر بر ثانیه، افزایش ۱/۵ متری لایه خاک حداکثر موجب کاهش ۰/۰۶۵ متری در عمق نفوذ نهایی می شود، در حالی که در سرعت برخورد ۴۵۰ متر بر ثانیه افزایش ۱/۵ متری لایه خاک موجب کاهش ۰/۱۲ متری در عمق نفوذ نهایی پرتابه در بتن می شود.

**جدول ۵- عمق نفوذ پرتابه در بتن، محاسبه شده از شبیه سازی و فرمول تحلیلی**

برای هدف پوشش دار با ضخامت خاک ۰/۵ متر

تحلیلی	عددی	
	p(m)	V(m/s)
p(m)	p(m)	
۰/۱۳۰۳	۰/۱۳۸	۲۵۰
۰/۱۷۹۴	۰/۱۷۵۸	۳۰۰
۰/۲۳۶۶	۰/۲۲	۳۵۰
۰/۳۰۱۸	۰/۲۶۷	۴۰۰
۰/۳۷۴۵	۰/۳۱۸	۴۵۰

**جدول ۶- عمق نفوذ پرتابه در بتن، محاسبه شده از شبیه سازی و فرمول تحلیلی**

برای هدف پوشش دار با ضخامت خاک ۱ متر

تحلیلی	عددی	
	P(m)	V(m/s)
P(m)	P(m)	
۰/۱۰۶۶	۰/۱۱۶۲	۲۵۰
۰/۱۵۰۹	۰/۱۵۶۳	۳۰۰
۰/۲۰۲۵	۰/۱۹۲۶	۳۵۰
۰/۲۶۱۴	۰/۲۳۴۸	۴۰۰
۰/۳۲۷۳	۰/۲۸۱۱	۴۵۰

**جدول ۷- عمق نفوذ پرتابه در بتن، محاسبه شده از شبیه سازی و فرمول تحلیلی**

برای هدف پوشش دار با ضخامت خاک ۱/۵ متر

تحلیلی	عددی	
	P(m)	V(m/s)
P(m)	p(m)	
۰/۰۸۵۳	۰/۰۹۲۴	۲۵۰
۰/۱۲۵۱	۰/۱۳۲۴	۳۰۰
۰/۱۷۱۸	۰/۱۶۶۴	۳۵۰
۰/۲۲۵	۰/۲۰۴۵	۴۰۰
۰/۲۸۶۴	۰/۲۴۶۴	۴۵۰

**جدول ۸- عمق نفوذ پرتابه در بتن، محاسبه شده از شبیه سازی و فرمول تحلیلی**

برای هدف پوشش دار با ضخامت خاک ۲ متر

تحلیلی	عددی	
	P(m)	V(m/s)
P(m)	P(m)	
۰/۰۶۶۱	۰/۰۶۸۶	۲۵۰
۰/۱۰۲	۰/۱۰۸۵	۳۰۰
۰/۱۴۴	۰/۱۴۲۴	۳۵۰
۰/۱۹۲	۰/۱۷۷۶	۴۰۰
۰/۲۴۵۸	۰/۲۱۶	۴۵۰

در توجیه این مطلب، باید توجه داشت که با توجه به نتایج به دست آمده از تئوری انبساط حفره ی کروی، چنانچه در رابطه (۸) مشاهده می شود نیروی مقاوم وارد شده از خاک به نوک پرتابه، با توان دوم سرعت برخورد پرتابه با خاک متناسب است. از این رو با افزایش سرعت برخورد، نیروی مقاوم وارد شده از خاک به نوک پرتابه افزایش می یابد و نقش لایه خاک در کاهش عمق نفوذ بیشتر می شود.

**۵. نتیجه گیری**

مقایسه ی نتایج به دست آمده از شبیه سازی عددی و فرمول تحلیلی برای نفوذ پرتابه در اهداف پوشش دار، نشان گر وجود تطابق قابل قبول بین نتایج تحلیلی و شبیه سازی عددی می باشد. مطلب قابل توجه این است که میزان اختلاف بین نتایج به دست آمده از فرمول تحلیلی ارائه شده برای اهداف پوشش دار و شبیه سازی عددی با افزایش ضخامت خاک کاهش یافته است. به طوری که میزان این اختلاف برای هدف پوشش دار با ضخامت خاک ۰/۵ متر حداکثر ۱۸ درصد است. درحالی که برای هدف پوشش دار با ضخامت خاک ۲ متر حداکثر اختلاف نتایج تحلیلی و عددی ۱۲ درصد است. همچنین نتایج این تحقیق نشان می دهد با افزایش سرعت برخورد، تاثیر پوشش خاک در کاهش عمق نفوذ افزایش می یابد.

از فرمول تحلیلی ارائه شده برای نفوذ پرتابه در یک هدف بتنی پوشش دار می توان برای طراحی سازه های بتنی مدفون و یا طراحی پرتابه ها برای نابودی اهداف پوشش دار استفاده کرد. همچنین با کمک فرمول تحلیلی ارائه شده می توان میزان تاثیر پارامترهای مختلف در عمق نفوذ نهایی پرتابه در یک هدف پوشش دار را مورد بررسی قرار داد.

دقت نتایج به دست آمده از شبیه سازی، بیانگر توانایی نرم افزار LS-DYNA و مدل های ماده استفاده شده برای مدل کردن فرآیند نفوذ می باشد. نتایج این تحقیق، نشان می دهد که مدل جانسون- هولمکوئیست رفتار بتن تحت فشار زیاد و تغییر فرم های بزرگ را به خوبی مدل می کند. همچنین این مدل ماده از قابلیت فرسایش المان برخوردار می باشد که امکان استفاده از این مدل در شبیه سازی پدیده نفوذ را فراهم می نماید. در این مقاله برای شبیه سازی خاک از مدل ایزوتروپیک الاستیک پلاستیک استفاده شده است که با توجه به ماهیت مسئله نفوذ و به وجود آمدن نواحی الاستیک و پلاستیک در خاک استفاده از این مدل تقریب قابل قبولی از رفتار خاک را ارائه می کند.

- [1]. Bulson, P.S., "Explosive loading of engineering structures" Chapman&Hall, pp.141-168, (1992).
- [2]. Gomez, J.T., Shukla, A. "Multiple impact penetration of semi-infinite concrete", Int. J. Impact Engng, Vol.25, pp.965-979, (2001).
- [3]. Forrestal, M.J., "Penetration into dry porous rock", Solid Struct., Vol.22, pp.1485-1500, (1986).
- [4]. Luk, V.K., Forrestal, M.J., "Penetration into semi-infinite reinforced concrete targets with spherical and ogival nose projectiles", Int. J. Impact Engng, Vol.6, pp.291-301, (1987).
- [5]. Bishop, R.F., Hill, R. and Mott, N.F., "The theory of indentation and hardness tests", Proceeding of the Physical Society, Vol.57, pp.147-155, (1945).
- [6]. Forrestal, M.J., Luk, V.k., "Penetration into Soil Targets", Int.J.Impact Engng, Vol.12, pp.427-444, (1992).
- [7]. Forrestal, M.J. and Frew, D.J., Hanchak, S.J. and Brar, N.S., "Penetration of grout and concrete targets with ogive-nose steel projectiles", Int.J.Impact Engng, pp.465-476, (1995).
- [8]. D.J.Frew, S.J.Hanchak, M.L.Green, M.J.Forrestal, "Penetration of concrete target with ogive -nose steel rods", Int.J.Impact Engng, Vol.21, pp. 489-971, (1998).
- [9]. Forrestal, M.J., Altman, B.S., Cargile J.D.and Hanchak, S.J., "An empirical equation for penetration depth of ogive-nose projectiles into concrete targets", Int.J.Impact Engng, pp.395-405, (1993).
- [10]. Schoof, L.A., Maestas, F.A. and Young, C.W., "Numerical method to predict projectile penetration", Fourth International Symposium on Interaction of non Nuclear Munitions with Structures, Panama City Beach, Florida, May, pp.12, (1982).
- [11]. Creighton, D.C., "Non-normal Projectile Penetration in Soil and Rock", User's Guide for Computer Code PENCO2D, US Army Waterways Experimental Station Technical Report SL.82.7, Vicksburg, September, (1982).
- [12]. Liang Teng, Tso., An Chu, Yi., An Chang Shen, Fwu., "Penetration resistance of reinforced concrete containment structures", Annals of Nuclear Energy, Vol.32, pp.281-298, (2005).
- [13]. Huang, F., Wu, H., Jin, Q. and Zhang, Q.A., "Numerical simulation on the perforation of reinforced concrete targets", Int.J.Impact Engng, Vol.32, pp.173-187, (2005).
- [14]. Tham, C.Y., "Numerical and empirical approach in predicting of a concrete target by an ogive-nosed projectile", Int.J.Finite Element in Analysis and Design, Vol.42, pp.1258-1268, (2006).
- [15]. لطیفی، محمد؛ بررسی و تحلیل نفوذ پرتابه های صلب در یک هدف بتنی پوشش دار پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه امام حسین(ع)، (۱۳۸۶).
- [16]. Elisabeth, J., "Design of a Non Snagging Guardrail Post", Thesis for Degree of Master of Science, Worcester Polytechnic Institute, (2000).
- [17]. Holmquist, T.J., Johnson, G.R., Cook, W.H., "A computational constitutive model for concrete subjected to large strains, high strain rates and high pressure", The 14<sup>th</sup> International Symposium on Ballistics, Quebec, pp.591-661(1993).