

شبیه‌سازی تراک در مواد شدیدالانفجار با استفاده از مدل WK

سبحان امامی کوپائی^۱، کیومرث مظاهری^{۲*}، حسین سوری^۳

۱، ۲ و ۳- دانشگاه تربیت مدرس - دانشکده فنی و مهندسی - آزمایشگاه دینامیک گازها

(تاریخ وصول: ۸۷/۸/۲۶، تاریخ پذیرش: ۸۸/۴/۲۷)

چکیده

در تحقیق حاضر انتشار موج تراک در مواد شدیدالانفجار ایده‌آل و غیرایده‌آل مورد بررسی و مقایسه قرار گرفته است. برای این منظور یک کد کامپیوتری تهیه شده است که از مدل ارائه شده توسط وود و کرک‌وود (مدل WK)، که برای تراک خوداتکا با انحنای کم جبهه جواب‌های مناسبی به دست می‌دهد، استفاده می‌کند. با استفاده از این مدل، می‌توان رابطه‌ی بین سرعت انتشار تراک و شعاع انحنای تراک خمیده را که در عمل مشاهده می‌شود با دقت نسبتاً خوبی به دست آورد. در این تحقیق به ضعف تئوری چاپمن - ژوگت (CJ) در پیش‌بینی سرعت انتشار تراک در مواد منفجره‌ی غیرایده‌آل اشاره و با به‌کارگیری تئوری WK این ضعف تا حدودی بر طرف شده است. مقایسه‌ی نتایج به دست آمده از این مدل با نتایج تجربی، نشان از دقت نسبتاً خوب این مدل در شبیه‌سازی انتشار تراک در مواد منفجره‌ی غیرایده‌آل مخصوصاً در انحنای کم دارد. مطالعه حاضر نشان می‌دهد که دقت معادلات حالت و نرخ سوزش به‌کار گرفته شده، نحوه‌ی کالیبره کردن آنها و همچنین نزدیکی قوانین مخلوط انتخابی به فیزیک مساله مورد مطالعه نیز در دقت نتایج تاثیر گذار می‌باشد.

واژه‌های کلیدی: مواد شدیدالانفجار، تراک غیرایده‌آل، مدل‌سازی تراک، تراک خمیده، مدل WK، تئوری CJ، قانون مخلوط.

۱- مقدمه

(۵۵۰۰K-۲۰۰۰) می‌باشد. مواد شدیدالانفجار دارای ویژگی‌های منحصر به فردی می‌باشند. برای مثال ماده منفجره ۹۵۰۲-PBX دارای سرعت تراکی در حدود 8000 m/s (سه برابر سرعت صوت در همین ماده) چگالی انرژی آزاد شده بسیار زیاد (در حدود 5 MJ/Kg) و چگالی اولیه‌ای در حدود 2000 Kg/m^3 می‌باشد.

مواد شدیدالانفجار، موادی هستند که در اثر انتشار موج احتراقی تراک^۴ و به دنبال آن، آغاز واکنش شیمیایی در آنها، یک انبساط ناگهانی (انفجار) را تجربه می‌کنند. این انبساط معمولاً به‌همراه سرعت بسیار زیاد آزادسازی انرژی، تغییرات بسیار زیاد فشار (چند صد هزار اتمسفر) و افزایش دما

* E-mail: kiumars@modares.ac.ir

4- Detonation

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی هوافضا

۲- دانشیار مهندس مکانیک

۳- دانشجوی دکتری مهندسی مکانیک

D_{CJ} و انتهای ناحیه‌ی واکنش نیز نقطه‌ی CJ می‌باشد، همچنان محدودیت‌های ذکر شده در مدل‌سازی مواد شدیدالانفجار غیرایده‌آل را با خود به همراه دارد [۱].

دو نکته حائز اهمیت که از نتایج آزمون‌های تجربی بر روی مواد شدیدالانفجار غیرایده‌آل به دست آمده است عبارتند از:

۱- اگرچه موج تراک منتشر شده در مواد منفجره‌ی غیرایده‌آل پس از مدتی به سرعتی پایا می‌رسد، اما این سرعت، تابعی از قطر خرج (قطر ستون ماده منفجره) می‌باشد. این وابستگی به نحوی است که با کاهش قطر خرج، سرعت انتشار نیز کاهش می‌یابد. این کاهش سرعت به علت افت فشار در مجاورت سطوح جانبی ماده منفجره می‌باشد. کاهش سرعت تا رسیدن به قطر بحرانی (قطر زوال^۵) ادامه می‌یابد و در این قطر است که انتشار تراک پایا دیگر امکان پذیر نخواهد بود. در این قطر، کاهش فشار در اثر انبساط جانبی بزرگتر از تولید فشار حاصل از واکنش‌های شیمیایی می‌باشد [۲].

۲- در مواد غیرایده‌آل- همان‌طور که در شکل ۱-الف مشاهده می‌شود، جبهه‌ی موج ضربه‌ای به‌طور مشهودی خمیده می‌باشد. بنابراین جریان در پشت موج ضربه‌ای، واگرا بوده و واکنش هیچگاه در فاصله‌ی بین جبهه‌ی موج ضربه‌ای و مکان صوتی^۶ تکمیل نمی‌شود. انبساط عرضی حاصل از جریان واگرا در این مواد، یک کاهش فشار اضافی را به دنبال خواهد داشت [۳]. با توجه به این‌که در مدل‌های ذکر شده‌ی اولیه هیچ یک از نکات فوق مورد توجه قرار نگرفته است، به مدل‌های کامل‌تری برای شبه‌سازی انتشار تراک در مواد غیرایده‌آل نیاز می‌باشد.

در سال ۱۹۵۴، وود^۷ و کرکوود^۴ مدلی را ارائه دادند که در آن پارامترهای جریان به شعاع انحنای جبهه‌ی تراک بر روی محور استوانه، R_c (شکل ۱-ب) ربط داده می‌شود. در این تئوری، که به تئوری WK معروف است، علاوه بر در نظر گرفتن کاهش فشار حاصل از انبساط عرضی، مکان صوتی نیز دیگر در انتهای ناحیه‌ی واکنش فرض نمی‌شود. معادلات حاکم در این مدل، همان معادلات اولر واکنشی پایا دو بعدی می‌باشند که برای تعداد دلخواه واکنش شیمیایی در راستای محور استوانه، ساده شده‌اند. معادلات WK توسط ارپن‌بک^۸ و همکاران به‌طور گسترده‌ای مورد بررسی و مطالعه قرار گرفتند. آنها دریافتند که سرعت تراک به رابطه‌ی بین سینتیک شیمیایی و انبساط شعاعی وابسته است.

ترکیب این سه کمیت منجر به نرخ تولید انرژی بسیار زیادی می‌شود. این انرژی تولیدی بسیار زیاد، باعث علاقه‌مندی روز افزون صنایع مختلف اعم از نظامی و غیر نظامی، به استفاده از این گونه مواد شده است. اگرچه از چگالی انرژی بسیار زیاد مواد شدیدالانفجار می‌توان به عنوان یک ویژگی ممتاز یاد کرد، اما اگر آزادسازی انرژی این گونه مواد، تحت مدیریت صحیح رخ ندهد خسارت‌های جبران ناپذیری را به همراه می‌آورد. از این رو است که پیش‌بینی دقیق سرعت انتشار تراک و مقدار انرژی تولیدی حاصل از انفجار، به یک نیاز اساسی در این زمینه تبدیل شده است. این نیاز در مورد مواد منفجره‌ی غیرایده‌آل^۱ که از لحاظ ساختاری ناهمگن و نسبت به آغازش‌های غیرمترقبه غیرحساس می‌باشند، به علت کاربرد وسیع در صنایع گوناگون، به مراتب بیشتر احساس می‌شود. این نیاز در گذشته‌های نه چندان دور با استفاده از مدل ساده چپمن - ژوگت (Jouguet (۱۹۰۶) Chapman (۱۸۹۹) بر طرف می‌شده است [۱]. در این مدل (مدل CJ) موج تراک موجی کاملاً تخت می‌باشد که با سرعت ثابت D_{CJ} منتشر می‌شود. واکنش در پشت جبهه‌ی تراک به صورت آبی یعنی با نرخ واکنش بی‌نهایت روی می‌دهد، بنابراین از ضخامت ناحیه واکنش صرف نظر می‌شود. تئوری CJ یک تئوری تعادلی بوده و سینتیک در آن نقشی ایفا نمی‌کند. این تئوری اگر چه سرعت انتشار و فشار نقطه‌ی CJ را برای مواد منفجره‌ی ایده‌آل با دقت قابل قبولی محاسبه می‌کند، اما برای مواد منفجره‌ی غیرایده‌آل (مواد منفجره‌ی مدرن)، که دارای ناحیه‌ی واکنشی در حدود چند میلیمتر می‌باشند، از دقت قابل قبولی برخوردار نمی‌باشد. نرخ واکنش این مواد در مقایسه با مقیاس زمانی هیدرودینامیک بسیار کندتر بوده و رسیدن به نقطه تعادل ترموشیمیایی در آنها بسیار دیر اتفاق می‌افتد [۱]. برای رسیدن به فهم قابل قبول از تراک در مواد غیرایده‌آل باید اندرکنش سینتیک شیمیایی با موج تراک را نیز در نظر گرفت. از این‌رو در اوایل دهه‌ی ۱۹۴۰، زلدوویچ^۲ (۱۹۴۰)، فون نیومن^۳ (۱۹۴۲) و دورینگ^۴ (۱۹۴۳) به‌طور مستقل تئوری‌ای را ارائه دادند که بعدها به نام تئوری ZND مشهور شد. در این تئوری، که همچنان یک تئوری پایا یک بعدی می‌باشد، تراک از یک موج ضربه‌ای تخت به همراه یک ناحیه‌ی واکنش با ضخامت محدود تشکیل شده است. در تئوری ZND معادلات اولر واکنشی یک بعدی پایا حل شده و متغیرهای جریان در ناحیه‌ی واکنش به دست می‌آیند. اگرچه تئوری ZND خواص جریان در طول ناحیه‌ی واکنش را نیز محاسبه می‌کند، اما به علت آنکه سرعت انتشار تراک در این تئوری برابر

5- Failure Diameter

۶- مکان هندسی نقاطی در پائین دست جریان که سرعت ذره در آنجا نسبت به جبهه‌ی موج ضربه‌ای، برابر سرعت صوت محلی می‌باشد.

7- Wood

8- Kirkwood

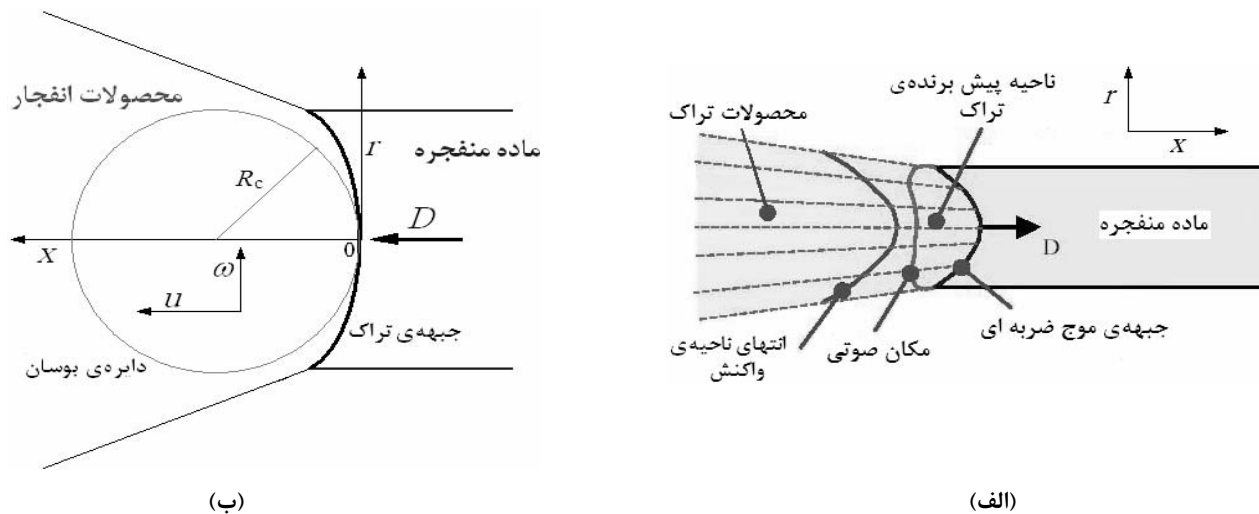
9- Erpenbeck

1- Non-Ideal Explosives

2- Zeldovich

3- von Neumann

4- Doering



شکل ۱- (الف) طرح‌واره‌ای از انتشار موج تراک در ماده منفجره (دستگاه مختصات متصل به آزمایشگاه)، مفاهیمی نظیر جبهه‌ی خمیده، مکان صوتی، انتهای ناحیه واکنش و انبساط عرضی در این شکل به‌خوبی مشاهده می‌شوند؛ (ب) دستگاه مختصات متصل به جبهه‌ی پیش‌تاز، برای تراک دو بعدی.

ضربه‌ای تراک، DSD^6 [۹] و ناحیه‌ی پیش‌برنده تراک، DDZ^3 [۳] قرار گرفته است. بدزیل و استیوارت^۸ برای اولین بار عبارت "دینامیک موج ضربه‌ای تراک" را برای توصیف تراک شبه پایا با انحنای کم جبهه و رشد آهسته زمانی به کار بردند. معادلات مدل DSD مرتبه اول (D-K) نیز همان معادلات اولر شبه یک بعدی پایا بوده و در راستای محوری با معادلات WK یکسان می‌باشند [۹].

در مقاله حاضر معادلات حاکم در تئوری WK برای یافتن سرعت انتشار تراک پایای خوداتکا به‌صورت عددی حل شده و به دنبال آن توزیع خواص جریان در طول ناحیه واکنش صوتی^۹ (فاصله مابین جبهه موج ضربه‌ای و مکان صوتی) به‌دست آمده است. همچنین با استفاده از مدل WK وابستگی سرعت انتشار تراک به شعاع انحنای برای چند ماده منفجره مورد مطالعه قرار گرفته و از این طریق به ارزیابی تئوری CJ در شبیه‌سازی مواد منفجره‌ی ایده‌آل و غیرایده‌آل نیز پرداخته شده است. بررسی تاثیر مدل‌های سوزش، معادلات حالت و قوانین مخلوط انتخابی بر نتایج حاصل از تئوری WK نیز یکی دیگر از اهداف این تحقیق می‌باشد.

در محدوده‌ای که انبساط شعاعی وجود ندارد، نتایج مدل ZND به‌دست می‌آید، اما هنگامی که انبساط شعاعی در نظر گرفته شود، سرعت تراک با مقدار پیش‌بینی شده توسط تئوری CJ متفاوت خواهد بود. در شرایطی که انبساط شعاعی قوی باشد موج تراک از بین می‌رود، یعنی هیچ سرعتی معادلات حالت پایا را ارضاء نمی‌کند. قدم بعدی در توسعه‌ی مدل‌های تراک پایای دو بعدی توسط بدزیل^۱ [۶] برداشته شد. او اولین بار، ستون ماده منفجره را به روش پراشیدگی^۲ مورد تحلیل قرار داد و سرعت محوری تراک را بر حسب شعاع خرج، خواص ماده‌ی منفجره و خواص ماده‌ی در برگیرنده^۳ ماده منفجره به‌دست آورد. وی همچنین معادلات WK را برای جریان‌های خارج از محور نیز توسعه داد [۷]. چان^۴ [۸] نیز، با انتگرال‌گیری از معادلات بقا بر حسب مساحت لوله‌ی^۵ جریان محوری، معادلات WK را توسعه داد. در این مدل، از یک تابع انبساط خطی برای افزایش مساحت لوله‌ی جریان استفاده شده است. این تابع بر حسب انحنای جبهه‌ی تراک بیان شده و با استفاده از یک رابطه تجربی به قطر خرج ربط داده می‌شود. در دو دهه‌ی اخیر نیز تئوری WK مبنای تئوری‌های پیشرفته‌تری نظیر دینامیک موج

6- Detonation Shock Dynamics
7- Detonation Driving Zone
8- Stewart
9- Sonic Reaction Zone Width

1- Bdzil
2- Perturbation Method
3- Confinement Material
4- Chan
5- Tube Area

۲- معادلات حاکم در تئوری WK

برای حل کامل میدان جریان در تئوری حاضر، با توجه به مدل انبساط شعاعی در نظر گرفته شده، مجهول‌های u , ρ_e , ρ_p , φ_e , φ_p , e_e , e_p , λ , \mathfrak{R} و D وجود دارند. زیر نویس‌های e و p به ترتیب نشانگر ماده‌ی منفجره و محصولات انفجار می‌باشند. برای محاسبه‌ی این متغیرها، معادلات فوق به همراه معادله حالت مواد منفجره (فاز جامد) $e_e(\rho_e, p_e)$ معادله حالت محصولات تراک (فاز گاز) $e_p(\rho_p, p_p)$ و معادلات مربوط به نرخ سوزش $\mathfrak{R} = d\lambda/dt = \mathfrak{R}(p, \lambda, \dots)$ حل می‌شوند. همچنین به روابطی برای تعیین چگونگی ارتباط، بین خواص محصولات و خواص ماده‌ی منفجره در یک سلول محاسباتی مخلوط نیاز می‌باشد. به این روابط قوانین مخلوط^۴ گفته می‌شود.

در عمل، یک رابطه‌ی یک به یک مابین شعاع انحنای جبهه‌ی تراک و سرعت انتشار تراک پایای خوداتکا برقرار می‌باشد. یعنی به ازای هر R_c تنها یک D وجود دارد. از این رو به این گونه مسائل، مسائل مقدار ویژه^۵ [۱۱] و به این گونه تراک‌ها، تراک مقدار ویژه^۶ نیز گفته می‌شود. این ارتباط یک به یک، در معادلات اولر واکنشی لحاظ نشده است. بنابراین برای بستن معادلات مورد نظر به یک شرط اضافی نیاز می‌باشد. برای این که بتوان از نقطه نظر ریاضی مسأله‌ی مقدار ویژه حاضر را حل کرد، معادلات حاکم به شکل زیر نوشته می‌شوند:

$$u_x = \psi / \eta \quad (۱-۲)$$

$$\rho_x = -(\rho/u)(u_x + 2\omega_r) \quad (۲-۲)$$

$$p_x = -\rho u u_x \quad (۳-۲)$$

$$\lambda_x = \mathfrak{R}/u \quad (۴-۲)$$

معادله (۱-۲) معادله اصلی^۷ نام داشته که از ترکیب معادلات بقای انرژی، مومنوم و جرم حاصل می‌شود. سایر معادلات فوق به ترتیب معادله بقای جرم، مومنوم و گونه‌ها می‌باشند. در معادله (۱-۲)، η پارامتر صوتی^۸ و ψ پارامتر تولید فشار^۹ هستند که به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\eta = 1 - u^2/c^2 \quad (۳)$$

$$\psi = \sigma \mathfrak{R} - 2\omega_r \quad (۴)$$

در تئوری WK با استفاده از معادلات اولر واکنشی و سینتیک شیمیایی به تحلیل انتشار تراک کروی پایا در راستای محور یک خرج استوانه‌ای پرداخته می‌شود. در این تئوری، انبساط شعاعی به صورت یک جمله منبع در سمت راست معادله یک بعدی پیوستگی ظاهر می‌شود. معادلات حاکم برای جریان کمی واگرایی^۱ واکنشی پایای متقارن در مختصات استوانه‌ای و در طول محور استوانه، در دستگاه مختصات متصل به موج ضربه‌ای پیشتاز (شکل ۱-ب)، به صورت زیر نوشته می‌شوند [۱۰]:

$$u\rho_x + \rho u_x = -2\rho\omega_r \quad (۱-۱)$$

$$\rho u u_x + p_x = 0 \quad (۲-۱)$$

$$e_x + p v_x = 0 \quad (۳-۱)$$

$$\lambda_x = \frac{\mathfrak{R}}{u} \quad (۴-۱)$$

معادلات فوق به ترتیب بیانگر معادله بقای جرم، بقای مومنوم در جهت x (در راستای محوری)، بقای انرژی و بقای گونه‌ها می‌باشند. u نشانگر سرعت محوری، ω سرعت شعاعی، p فشار، ρ چگالی، v حجم مخصوص و e انرژی داخلی مخصوص ذره می‌باشند. λ درجه واکنش^۲ یا متغیر پیشرفت واکنش^۳، بیانگر کسر جرمی محصولات انفجار بوده و با پیشرفت واکنش در طول ناحیه‌ی واکنش از صفر تا یک تغییر می‌کند. نرخ واکنش شیمیایی نیز با علامت \mathfrak{R} نمایش داده شده است. زیرنویس‌ها نشان دهنده‌ی مشتقات پاره‌ای هستند، در نتیجه ω مشتق سرعت شعاعی نسبت به مختصه شعاعی و بیانگر نرخ انبساط شعاعی جریان می‌باشد. در این تئوری نرخ انبساط شعاعی با یک مدل ساده بیان می‌شود تا دستگاه معادلات دیفرانسیل پاره‌ای (PDE) فوق به یک دستگاه معادلات دیفرانسیل معمولی (ODE) تبدیل شود. نرخ انبساط شعاعی مورد استفاده با توجه به مدل پیشنهادی وود و کرک‌وود از رابطه $(D-$ $\omega(x)=u(x))/R_c$ به دست می‌آید. R_c شعاع انحنای جبهه‌ی تراک در خط مرکزی جریان و D سرعت انتشار تراک می‌باشند. با دقت نسبتاً خوبی می‌توان ω_r را در طول ناحیه‌ی واکنش ثابت فرض کرده و مقدار آن را برابر $\omega_r(0)=(D-u(0))/R_c$ در نظر گرفت [۱۰]. دقت این تقریب‌ها در ادامه‌ی بحث، مورد ارزیابی قرار می‌گیرند.

4- Mixture rules
5- Eigenvalue Problems
6- Eigenvalue Detonation
7- Master Equation
8- Sonic Parameter
9- Pressure Production Parameter

1- Slightly Divergent Flow
2- Degree of Reaction
3- Reaction Progressive Variable

به این شرط، شرط CJ تعمیم یافته^۳ اطلاق می‌شود. نقطه‌ای که در آن پارامترهای صوتی و تولید فشار با هم صفر می‌شوند، شرط مرزی انتهایی مساله می‌باشد. این شرط نقش مشابهی مانند شرط CJ (در مدل CJ یا مدل ZND) ایفا می‌کند، یعنی باعث بسته شدن معادلات مورد نیاز می‌شود. در حل دیگر معادلات WK، هرگز صفر نمی‌شود. این حل، به تراک بیش‌رانده^۴ مربوط می‌شود. در این حل فشار، از نقطه‌ای که $\psi < 0$ می‌شود (در تراک بیش‌رانده η در طول ناحیه‌ی واکنش همیشه بزرگتر از صفر می‌باشد)، با افزایش فاصله زیاد می‌شود. این موضوع با مراجعه به معادلات (۲) به وضوح مشاهده می‌شود. افزایش فشار رخ داده در ناحیه‌ی واکنش همانند وجود یک پیستون متحرک در پشت تراک عمل کرده و باعث تقویت بیشتر جبهه‌ی تراک و افزایش سرعت انتشار می‌شود. اگر $\eta = 0$ و $\psi \neq 0$ باشد، مخرج کسر در معادله (۱-۲) صفر شده و به اصطلاح معادلات نامحدود می‌شوند. در این صورت انتشار تراک پایا با سرعت D مورد نظر، امکان‌پذیر نخواهد بود. در حل‌های ذکر شده تنها در حل‌های صوتی، $D = D^*$ است که با افزایش x به سمت بی‌نهایت، فشار به سمت صفر میل می‌کند.

۳-۲- تعیین حل - تراک خوداتکا

همان‌طور که قبلاً نیز اشاره شد، برای یک شعاع انحنای خاص، معمولاً فقط یک سرعت تراک ($D = D^*$) را می‌توان یافت که معادلات (۷) را ارضا کند. به‌دست آوردن این سرعت از لحاظ عددی بسیار پیچیده بوده و مستلزم صرف زمان زیادی می‌باشد. همچنین باید توجه داشت که معادلات WK برای $D < D^*$ تکین می‌شوند. برای غلبه بر این مشکلات، به‌جای ارضای معادلات (۷) کمینه کردن تابع Y (رابطه (۸)) پیشنهاد می‌شود [۱۱]:

$$Y(D) = \eta(\lambda, D)^2 + t^2 \psi(\lambda, D)^2 \quad 0 < \lambda < \lambda_{\max} \quad (8)$$

در رابطه ۸، t بیانگر زمان بوده که از رابطه $dx = u dt$ محاسبه می‌شود [۱]. هنگامی که $Y = 0$ شود، معادلات (۷) ارضا شده‌اند. با ضرب کردن t در ψ ، علاوه بر بدون بعد شدن تابع Y ، دوجمله‌ی تشکیل دهنده این تابع نیز هم‌رتبه می‌شوند. مقدار λ_{\max} در حالت کلی برابر یک در نظر گرفته می‌شود، اما اگر در هنگام محاسبات به یک حل تکین^۵ برخورد شود، (جائیکه $\eta(\lambda, D) = 0$ ولی $\psi(\lambda, D) \neq 0$ باشد) λ_{\max} برابر درجه واکنش مربوطه در لحظه‌ی تکین شدن معادلات قرار داده می‌شود. برای یافتن کمینه‌ی تابع

در این روابط، c سرعت صوت محلی و σ ضریب بدون بعد حرارتی (ترمیسیتی^۱) می‌باشند که از روابط زیر به‌دست می‌آیند:

$$c^2 = v^2 (p + e_v) / e_p \quad (5)$$

$$\sigma = (\partial p / \partial \lambda)_{e,v} / \rho c^2 = - (e_\lambda / e_p) / \rho c^2 \quad (6)$$

در طول میدان حل هنگامی که $\eta > 0$ باشد، جریان نسبت به جبهه‌ی موج ضربه‌ای مادون صوت بوده و ارتباط با جبهه‌ی تراک امکان‌پذیر است. اما هنگامی که $\eta < 0$ باشد، جریان نسبت به جبهه‌ی موج ضربه‌ای مافوق صوت بوده و ارتباط با جبهه‌ی تراک امکان‌پذیر نخواهد بود. بنابراین انرژی آزاد شده در این ناحیه تأثیری بر جبهه‌ی تراک نداشته و برای به‌دست آوردن رابطه‌ی بین سرعت انتشار و شعاع انحنای تراک به حل آن نمی‌باشد. هنگامی که $\psi > 0$ باشد، فشار تولیدی حاصل از واکنش‌های شیمیایی (جمله اول سمت راست در رابطه (۴)) نسبت به کاهش فشار در حین انبساط شعاعی (جمله دوم سمت راست در رابطه (۴)) بیشتر خواهد بود. اما هنگامی که $\psi < 0$ باشد، یک کاهش فشار در اثر واکنش‌های کاهش دهنده‌ی فشار و یا در اثر انبساط شعاعی به وجود می‌آید [۱۱]. جمله‌ی $\sigma \lambda$ در رابطه (۴) تغییرات فشار در اثر انجام واکنش را نشان می‌دهد. علامت این جمله به علامت ضریب بدون بعد حرارتی σ ، و نرخ واکنش λ وابسته می‌باشد [۱۰].

۳- حل معادلات WK

۳-۱- شرط مرزی انتهایی

با توجه به مقدار سرعت انتشار تراک، معادلات WK دارای سه حل متفاوت می‌باشند. در مکان صوتی، یعنی جایی که $u = c$ است، پارامتر صوتی، η برابر صفر خواهد بود. با توجه به معادله (۱-۲)، دیده می‌شود که برای جلوگیری از تکین شدن معادلات در مکان صوتی، پارامتر ψ نیز باید در این نقطه برابر صفر باشد. بنابراین برای انتشار تراک پایا با شعاع انحنای خاص، سرعت مورد قبول $D = D^*$ سرعتی است که با استفاده از آن معادلات غیرخطی (۷) (حل‌های صوتی^۲)، به‌طور هم‌زمان برابر صفر شوند. این حل، اولین دسته از حل‌های ممکن می‌باشد.

$$\psi(\lambda, D) = \eta(\lambda, D) = 0 \quad (7)$$

3- Extended CJ Condition
4- Overdriven Detonation
5- Singular

1- Thermicity Coefficient
2- Sonic Solutions

$Y(D) < 10^{-8}$ است، ادامه می‌یابد. با توجه به مطالب فوق، ساختار کلی الگوریتم به کار رفته در کار حاضر به صورت زیر است:

۱- انتخاب یک حدس اولیه مناسب برای سرعت انتشار تراک^۴ برای یک شعاع انحنای مورد نظر؛

۲- به دست آوردن متغیرهای حالت اولیه نظیر سرعت ذره، حجم مخصوص، فشار و انرژی مخصوص داخلی با استفاده از روابط رانکین هوگونیوت؛

۳- حل دستگاه معادلات (۲) با استفاده از روش رانگ-کوتای تطبیق پذیر مرتبه ۵، و برایش کش^۵ و کرپ^۶ و به دست آوردن متغیرهای جریان؛

۴- محاسبه مقدار خطا (تابع $Y(D)$)، با صفر شدن یکی از پارامترهای η و یا ψ و استفاده از یک الگوریتم کمینه یاب برای تصحیح حدس اولیه D ؛

۵- تکرار مراحل ۲ تا ۴ برای رسیدن به کمینه مقدار خطا (تابع $Y(D)$)؛

۴- معادله حالت مخلوط و محاسبه مشتقات پاره‌ای

مواد منفجره و محصولات انفجار توسط دو معادله حالت مجزای $e_e(v_e, p_e)$ و $e_p(v_p, p_p)$ توصیف می‌شوند. با توجه به اینکه در ناحیه‌ی واکنش، مخلوطی از مواد اولیه و محصولات به طور هم زمان حضور دارند. انرژی داخلی و حجم مخصوص این مخلوط از قوانین مخلوط زیر به دست می‌آیند:

(۹)

$$e(v, p, \lambda) = (1 - \lambda)e_e(v_e, p_e, \lambda) + \lambda e_p(v_p, p_p, \lambda) \quad (9)$$

$$v = (1 - \lambda)v_e + \lambda v_p \quad (10)$$

با استفاده از قانون مشتقات زنجیره‌ای، مشتقات انرژی به صورت زیر نوشته می‌شوند. در این روابط از فرض تعادل مکانیکی یا به عبارت بهتر تعادل فشاری یعنی $p = p_e = p_p$ ، که یکی از قوانین مخلوط متداول در حوزه‌ی مواد شدیدالانفجار می‌باشد، استفاده شده است.

$$\frac{\partial e}{\partial v} = (1 - \lambda) \frac{\partial e_e}{\partial v_e} \frac{\partial v_e}{\partial v} + \lambda \frac{\partial e_p}{\partial v_p} \frac{\partial v_p}{\partial v} \quad (11)$$

$$\frac{\partial e}{\partial p} = (1 - \lambda) \left(\frac{\partial e_e}{\partial v_e} \frac{\partial v_e}{\partial p} + \frac{\partial e_e}{\partial p} \right) + \lambda \left(\frac{\partial e_p}{\partial v_p} \frac{\partial v_p}{\partial p} + \frac{\partial e_p}{\partial p} \right) \quad (12)$$

$Y(D)$ که بسیار نزدیک به صفر باشد به یک کمینه یاب نیاز می‌باشد. این کمینه به انتشار تراک خوداتکا با سرعت‌های D^* اختصاص دارد. در بعضی موارد هیچ کمینه‌ای وجود ندارد، این امر نشان می‌دهد که موج تراک از بین رفته است [۱۱].

۳-۳- الگوریتم پیشنهادی برای حل میدان واکنشی تراک با استفاده از تئوری WK

برای به دست آوردن خواص جریان در پشت جبهه‌ی موج تراک، از معادلات WK در ناحیه بین جبهه‌ی موج (شرط مرزی ابتدائی) و مکان صوتی (شرط مرزی انتهائی) انتگرال‌گیری می‌شود. از این رو مساله‌ی حاضر جزء مسائل مقدار مرزی دو نقطه‌ای^۱ قرار می‌گیرد. برای به دست آوردن رابطه‌ی D با R_c ، در ابتدا یک R_c معلوم در نظر گرفته می‌شود. به علت آنکه سرعت تراک در قدم اول معلوم نیست، از الگوریتم مبتنی بر تکرار شو‌تینگ استفاده می‌شود. برای این کار در ابتدا حدس اولیه‌ای برای D در نظر گرفته شده، سپس متغیرهای حالت اولیه (شرط مرزی ابتدائی) برای معادلات WK با استفاده از روابط رانکین هوگونیوت^۲ به دست می‌آیند. در قدم بعد، با انتگرال‌گیری از قوانین بقا، که به کمک معادلات حالت، قوانین مخلوط، نرخ واکنش و نرخ انبساط شعاعی صورت می‌گیرد، متغیرهای جریان در طول ناحیه‌ی حل به دست می‌آیند. با صفر شدن یکی از پارامترهای η و یا ψ ، انتگرال‌گیری خاتمه یافته و تابع $Y(D)$ محاسبه می‌شود. سپس با استفاده از یک کمینه یاب معیاری برای اصلاح حدس اولیه در تکرارهای بعدی به دست می‌آید. در نهایت D به دست آمده سرعت انتشار مربوط به شعاع انحنای معلوم می‌باشد. این کار برای شعاع‌های انحنای مختلف تکرار شده و رابطه‌ی بین سرعت انتشار و شعاع انحنای به دست می‌آید.

در کار حاضر، از الگوریتم کمینه‌یابی برنت^۳ که یک میان‌یابی سهموی می‌باشد استفاده شده است. در این الگوریتم در ابتدا سه حدس اولیه برای D در نظر گرفته شده و Y ‌های مربوطه محاسبه می‌شوند. سپس از این سه نقطه (D, Y) یک سهمی عبور داده شده و نقطه‌ی کمینه‌ی سهمی به دست می‌آید. حال سهمی دیگری از این نقطه و دو نقطه مناسب از سه نقطه اول عبور داده می‌شود. این روند تا رسیدن به نقطه کمینه مطلوب که معمولاً معیار آن

۴- این مقدار می‌تواند با توجه به مقدار سرعت CJ انتخاب شود.

5- Cash

6- Karp

1- Two Points Boundary Value Problems

2- Rankine-Hugoniot

3- Berent

خواهند بود. البته با این تفاوت که معادلات WK تنها به امتداد محوری ستون ماده منفجره اختصاص دارند. محاسبات تئوری WK با استفاده از دو مدل نرخ انبساط شعاعی متغیر، $\omega_t(x)$ و ثابت، $\omega_t(0)$ انجام شده است. نتایج به دست آمده از شبیه‌سازی تراک پایا در ماده منفجره (TATB/kel-F/۹۵/۵) -۹۵۰۲ PBX در شکل‌های ۲-الف تا ۲-د) با نتایج مرجع [۱۳] مقایسه شده‌اند. در این شکل‌ها رابطه‌ی انحنای جبهه‌ی تراک κ ، و شعاع انحنای جبهه در راستای محوری به صورت $R_c=2/\kappa$ می‌باشد. معادله حالت مورد استفاده، معادله حالت پلی‌تروپیک می‌باشد. در این معادله که به شکل زیر است، q گرمای حاصل از انفجار می‌باشد.

$$e = \frac{pv}{\gamma-1} - \lambda q \quad (۱۷)$$

نرخ سوزش نیز با استفاده از رابطه‌ی ساده زیر محاسبه می‌شود:

$$\dot{R} = k(1-\lambda)^{0.5} \quad (۱۸)$$

ضرایب مورد استفاده در معادله حالت و نرخ سوزش -۹۵۰۲ PBX و همچنین شرایط بالادست جریان در جدول ۱ آورده شده‌اند. در این جدول ρ_0 چگالی اولیه ماده منفجره، D_{cj} سرعت تراک CJ، u_0 سرعت و P_0 فشار در بالادست جریان می‌باشند.

همان‌طور که در شکل ۲-الف مشاهده می‌شود دقت کار حاضر در شبیه‌سازی نمودار $D-\kappa$ (داده‌های لوزی شکل) با استفاده از نرخ انبساط شعاعی متغیر کاملاً مناسب بوده و نمودار به دست آمده بر نمودار مرجع ۱۳ انطباق کامل دارد. این دقت در محاسبه‌ی فشار، چگالی و سرعت ذره (نسبت به دستگاه مختصات متصل به آزمایشگاه) در مکان صوتی که به ترتیب در شکل‌های ۲-ب، ۲-ج و ۲-د آورده شده‌اند، نیز مشاهده می‌شود. با توجه به شکل ۲-الف مشاهده می‌شود که، نمودار $D-\kappa$ به دست آمده از روش WK با نرخ انبساط ثابت (مثلث‌های توپر)، رفتاری شبیه به رفتار نمودار حاصل از روش DSD از خود نشان می‌دهد. اما سرعت حاصل از این مدل کمتر از مدل DSD می‌باشد. این رفتار برای نمودار فشار در مکان صوتی نیز وجود دارد.

جدول ۱- ضرایب مورد استفاده در شبیه‌سازی ماده منفجره -۹۵۰۲ PBX [۱۳].

q (KJ/gr)	γ	K (μs^{-1})	P_0 (GPa)	ρ_0 (gr/cm^3)	u_0 (mm/ μs)	D_{cj} (mm/ μs)
۴	۳	۲,۵۱۴۷	۰	۲	۰	۸

$$\frac{\partial e}{\partial \lambda} = (1-\lambda) \left(\frac{\partial e_e}{\partial v_e} \frac{\partial v_e}{\partial \lambda} \right) + \lambda \left(\frac{\partial e_p}{\partial v_p} \frac{\partial v_p}{\partial \lambda} \right) - (e_e - e_p) \quad (۱۳)$$

همان‌طور که مشاهده می‌شود مشتقات بالا به دو کمیت v_e و v_p وابسته می‌باشند. برای کاهش این وابستگی، به یک حجم مخصوص و در نهایت کاهش تعداد مجهولات مساله، کمیت Φ به صورت زیر تعریف می‌شود [۱۲]:

$$\Phi = \frac{v_e}{v_p} \quad (۱۴)$$

کمیت Φ تنها تابعی از v و λ فرض می‌شود. با ترکیب معادلات (۱۰) و (۱۴) روابط زیر برای کمیت‌های v_e و v_p به دست می‌آید:

$$v_e = \frac{v\Phi}{\lambda + (1-\lambda)\Phi} \quad (۱۵)$$

$$v_p = \frac{v}{\lambda + (1-\lambda)\Phi} \quad (۱۶)$$

با توجه به فشار بسیار زیاد مخلوط واکنشی در طول ناحیه‌ی واکنش (که حتی در انتهای ناحیه نیز به چند ده گیگا پاسکال می‌رسد)، می‌توان با دقت قابل قبولی مقدار Φ را برابر $\Phi=1$ فرض کرد [۱۲]. در این صورت قانون مخلوط مورد استفاده برای محاسبه‌ی حجم مخصوص مخلوط (رابطه (۱۰)) به صورت $v = v_e = v_p$ ساده می‌شود. معادله حالت مورد استفاده با قوانین مخلوط حاضر به شکل $e(p,v)$ می‌باشد. به هنگام استفاده از نرخ سوزش وابسته به دما، استفاده از معادله حالت به شکل $e(p,v,T)$ به همراه فرض تعادل دمایی $T = T_e(v_e, p) = T_p(v_p, p)$ به جای فرض $\Phi=1$ ، مناسب‌تر می‌باشد [۱۲].

۵- نتایج

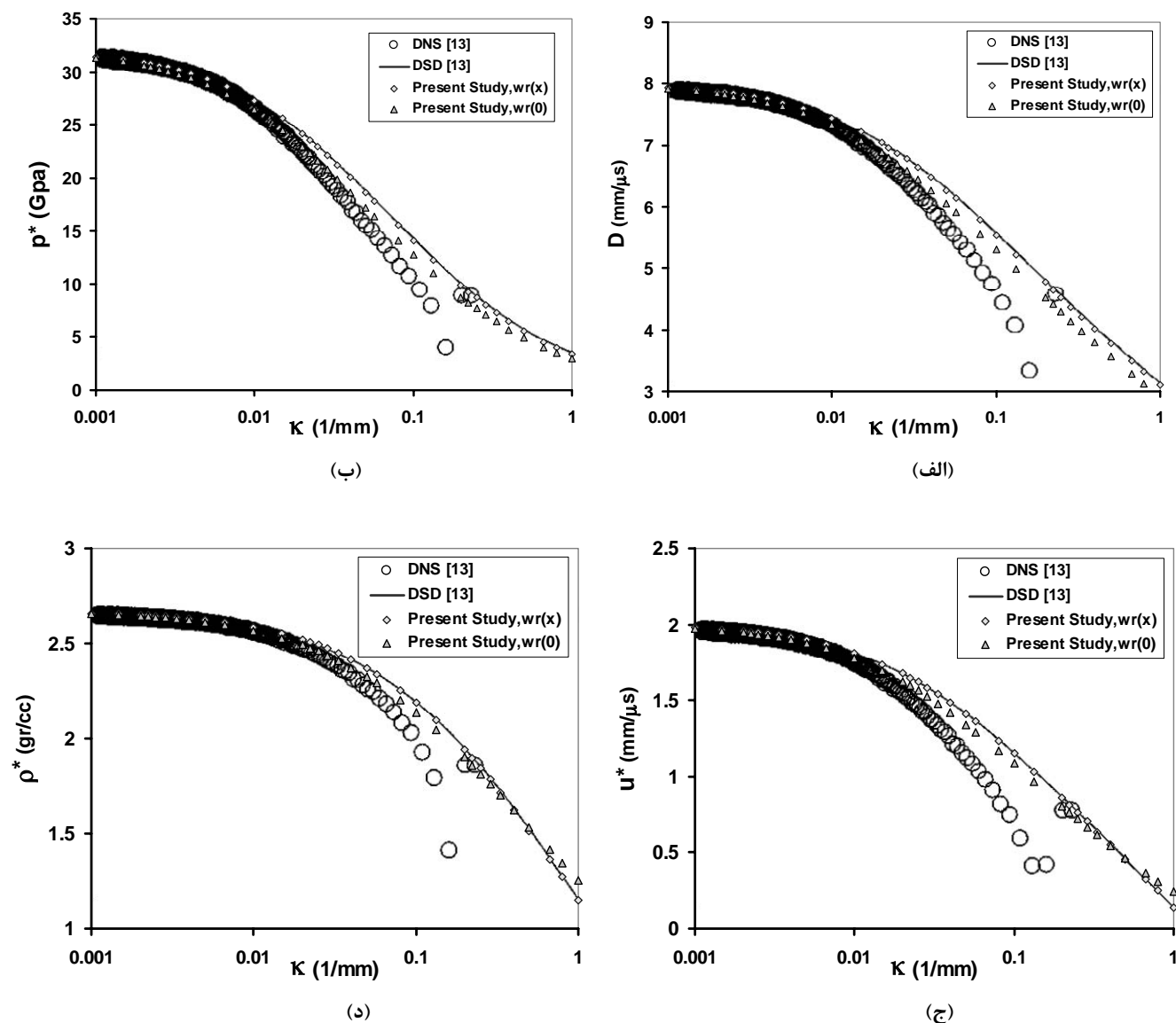
۵-۱- ارزیابی تئوری WK

در این قسمت، نتایج حاصل از تئوری WK، با نتایج حاصل از تئوری‌های DSD (مرتبه اول) و تئوری شبه یک بعدی شارپ^۱ مقایسه شده است. معادلات حاکم در مدل DSD مرتبه اول ($D-\kappa$) شباهت زیادی با معادلات WK دارند. به طوری که اگر از تقریب نرخ انبساط شعاعی متغیر $\omega_t(x)$ در مدل WK استفاده شود، معادلات حاصل همانند معادلات تئوری DSD

1- Sharpe

آن سرعت انتشار تراک کمتر می‌شود. هر دو روش در مقادیر کم انحنای جبهه‌ی تراک (که جزء فرضیات مدل WK است) از دقت نسبتاً خوبی، در مقایسه با حل عددی مستقیم، برخوردار می‌باشند، اما با افزایش انحنای (کاهش شعاع انحنای) این نتایج از حل عددی مستقیم کاملاً متمایز می‌شوند. این تمایز در نتایج مدل DSD (زودتر در شعاع انحنای بزرگتر) رخ می‌دهد.

بمقدار $\omega_t(x)$ ، به‌علت اینکه مقدار $u(x)$ در طول ناحیه واکنش از $u(0)$ بیشتر است، کمتر از $\omega_t(0)$ می‌باشد. بنابراین کاهش فشار حاصل از جریان واگرا در حالت دوم (به‌هنگام استفاده از $\omega_t(0)$) بیشتر خواهد بود. این موضوع باعث می‌شود که در این حالت پارامتر تولید فشار (رابطه (۴)) زودتر (در λ کوچکتری) صفر شود. در نتیجه طول ناحیه واکنش و همچنین انرژی آزاد شده از واکنش تا مکان صوتی (انرژی تأثیر گذار بر جبهه‌ی تراک) و به‌دنبال



شکل ۲- (الف) نمودار سرعت انتشار تراک D ، برحسب انحنای جبهه‌ی تراک، κ ؛ (ب) نمودار فشار در مکان صوتی p^* برحسب κ ؛ (ج) نمودار چگالی در مکان صوتی ρ^* برحسب κ و (د) نمودار سرعت ذره نسبت به آزمایشگاه در مکان صوتی u^* برحسب κ ، برای ماده منفجره PBX-۹۵۰۲ با فرض معادله حالت پلی‌تروپیک و نرخ سوزش ساده (۱۸).

ثوابت γ_0 ، γ_1 و γ_2 ثوابت تجربی بوده و از برآزش بر داده‌های آزمایشگاهی به دست می‌آیند. ضرایب مورد استفاده برای محاسبه γ و همچنین نرخ سوزش برای این مسئله در جدول ۲ آمده است. نمودار سرعت تراک بر حسب شعاع انحنا و نمودار تغییرات فشار بر حسب فاصله از جبهه‌ی موج ضربه‌ای، x در طول ناحیه واکنش (فاصله مابین جبهه‌ی موج ضربه‌ای تا مکان صوتی) به ترتیب در شکل‌های ۳-الف) و ۳-ب) مشاهده می‌شوند. در شکل ۳-الف) داده‌های مثلثی و لوزی شکل مربوط به نتایج کد حاضر با فرض انبساط شعاعی متغیر $(\omega(x))$ و ثابت $(\omega(0))$ می‌باشند. همچنین دایره‌های توخالی و خط پر از شبیه‌سازی عددی و حل شبه یک بعدی مرجع ۱۴ آورده شده‌اند.

در قدم بعدی مدل WK با تئوری شبه یک بعدی شارپ و همکاران [۱۴]، که برای شبیه‌سازی انتشار تراک در مواد منفجره‌ی غیرایده‌آل، ارائه شده است مقایسه می‌شود. در این مدل از نرخ انبساط شعاعی متفاوتی استفاده شده است. ماده منفجره تحت مطالعه ANFO^۱ می‌باشد که مرجع [۱۴] با استفاده از معادله حالت شبه پلی‌تروپیک و نرخ سوزش وابسته به فشار (۱۹) به مطالعه آن پرداخته است.

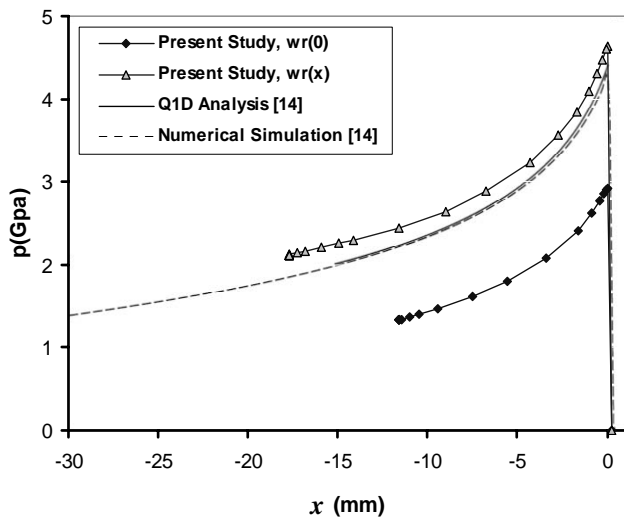
$$\mathcal{R} = G \left(\frac{P}{P_{ref}} \right)^n (1 - \lambda)^m \quad (19)$$

در معادله حالت شبه پلی‌تروپیک γ تابعی چند جمله‌ای از نسبت چگالی به چگالی اولیه، به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

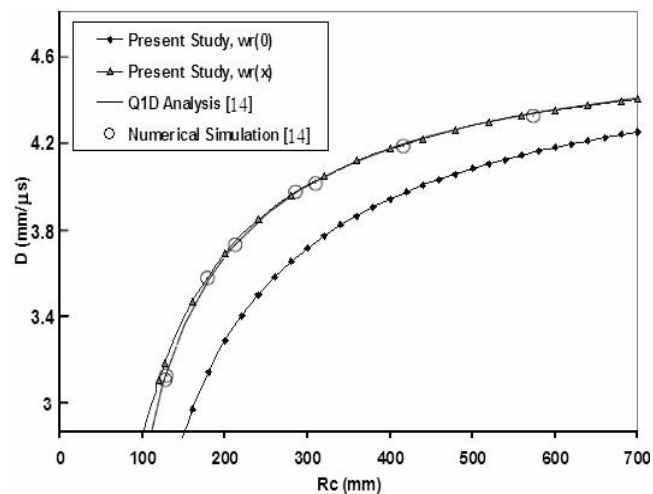
$$\gamma = \gamma_0 + \gamma_1 \frac{\rho}{\rho_0} + \gamma_2 \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^2 \quad (20)$$

جدول ۲- ضرایب مورد استفاده در شبیه‌سازی ماده منفجره ANFO [۱۴].

γ_0	γ_1	γ_2	P_{ref} (GPa)	G (μ s)	n	m	q (KJ/gr)	ρ_0 (gr/cc)	D_{cj} (mm/ μ s)
۱٫۳۳۳۳	۰٫۳۶۲۶۴	۰٫۰۷۶۲۸۸	۱	۰٫۰۳۵۷	۱٫۵	۱	۳٫۸۲۲	۰٫۸	۴٫۷۹۷



(ب)



(الف)

شکل ۳- الف) منحنی تغییرات سرعت تراک بر حسب شعاع انحنا، داده‌های مثلثی و لوزی شکل مربوط به نتایج کد حاضر با فرض انبساط شعاعی متغیر $(\omega(x))$ و ثابت $(\omega(0))$ می‌باشند. همچنین دایره‌های توخالی و خط پر، از شبیه‌سازی عددی و حل شبه یک بعدی مرجع ۱۴ آورده شده‌اند؛ ب) توزیع فشار بر حسب مسافت در طول ناحیه واکنش، نتایج موجود برای حل‌های شبه یک بعدی شارپ و WK در شعاع انحنا 127.3 mm و تا مکان صوتی و برای حل عددی در ستون ماده منفجره با قطر 100 mm و تا انتهای ناحیه واکنش رسم شده‌اند.

1- Ammonium Nitrate-Fuel Oil (AN /fuel oil /94/6)

نتیجه گرفت که اگر از تئوری CJ برای پیش‌بینی سرعت تراک در این شعاع انحنای استفاده شود، خطای محاسباتی‌ای در حدود ۳۰ درصد ایجاد می‌شود. البته همان‌طور که قبلاً نیز اشاره شد سرعت انتشار تراک در مواد منفجره‌ی غیرایده‌آل وابستگی زیادی به شعاع انحنای (با قطر خرج اولیه) دارد و مطالب فوق نیز موید همین مساله می‌باشند.

۵-۲- مقایسه تئوری‌های WK و CJ در پیش‌بینی انتشار تراک در مواد منفجره‌ی ایده‌آل

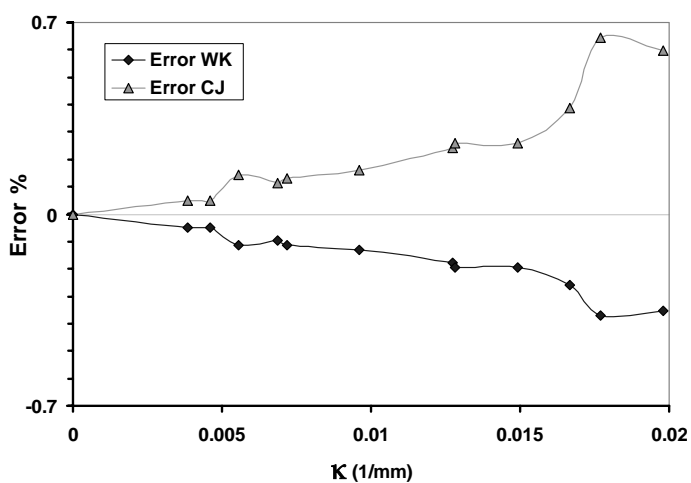
برای این مطالعه، ماده منفجره نیترومتان که یک ماده منفجره‌ی همگن و ایده‌آل می‌باشد انتخاب شده است. برای این ماده $q=4,657$ KJ/gr، $\gamma=2,355$ و $\rho_0=1,13$ gr/cc می‌باشند. برای شبیه‌سازی حاضر از معادله حالت پلی‌تروپیک و نرخ سوزش ساده وابسته به فشار به شکل زیر استفاده شده است:

$$\mathfrak{R} = G(1-\lambda)p^2 \quad (21)$$

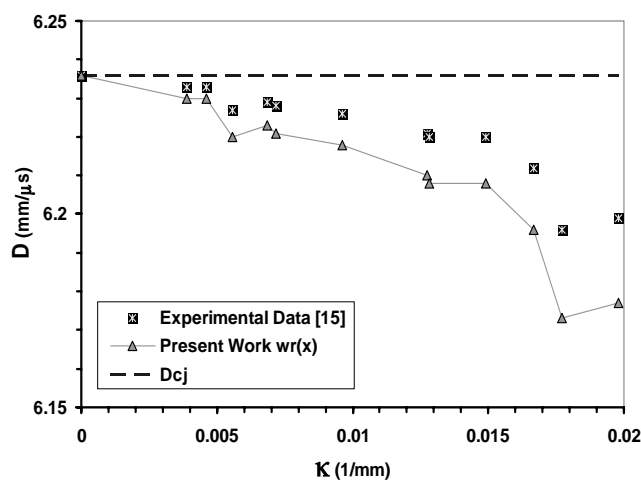
استفاده از این نرخ سوزش برای شبیه‌سازی انتشار تراک پایا در مواد منفجره‌ی ایده‌آل و غیرایده‌آل بسیاری با موفقیت همراه بوده و هم‌اکنون در کد چیتا (CHEETAH) از آن استفاده می‌شود [۱]. برای افزایش دقت این نرخ سوزش وابسته به فشار در مرجع ۱۵ مقدار G کالیبره شده مربوطه در هر شعاع انحنای نیز ارائه شده است. در شکل ۴-الف نتایج به‌دست آمده از مدل WK برای نیترومتان با نتایج تجربی مرجع ۱۵ مقایسه شده‌اند. در شکل ۴-ب نیز درصد خطای سرعت‌های تئوری WK و تئوری CJ نسبت به سرعت‌های تجربی مشاهده می‌شوند.

همان‌طور که مشاهده می‌شود نتایج کد حاضر با ω متغیر برای R_c های بزرگتر از ۲۰۰ mm کاملاً بر حل شبه یک بعدی مرجع ۱۴ مطابق می‌باشد. اما با کاهش شعاع انحنای این دو حل از هم مجزا می‌شوند به‌طوری که سرعت تراک پیش‌بینی شده توسط مدل WK بیشتر از مقدار حل شبه یک بعدی شارپ می‌شود. این تفاوت در توزیع فشار در ناحیه واکنش نیز (شکل ۳-ب) مشاهده می‌شود. به طوری که فشار حاصل از مدل WK در شعاع انحنای ۱۲۷,۳ mm بیشتر از حل مذکور می‌باشد. تفاوت موجود در نتایج این دو مدل را باید در فرضیات صورت گرفته برای ساده سازی معادلات اولر واکنشی و همچنین نرخ انبساط شعاعی متفاوت جستجو کرد. در شکل ۳-ب نتایج کد حاضر برای ω ثابت نیز رسم شده است. همان‌طور که انتظار می‌رفت باز هم سرعت پیش‌بینی شده توسط این مدل کمتر از مدل ω متغیر می‌باشد. با بررسی هر سه شکل موجود مشاهده می‌شود که جواب‌های مدل ω ثابت برای مساله حاضر از دقت نسبتاً کمی برخوردار می‌باشند.

در شکل ۳-ب، توزیع فشار برای حل‌های شبه یک بعدی شارپ WK در شعاع انحنای ۱۲۷,۳ mm و تا مکان صوتی و برای حل عددی در ستون ماده منفجره با قطر ۱۰۰ mm (شعاع انحنای در این قطر همان ۱۲۷,۳ mm می‌باشد) و تا انتهای ناحیه واکنش رسم شده است. با مراجعه به شکل‌های مربوطه در دو مساله اخیر مشاهده می‌شود که در شعاع‌های انحنای کم سرعت انتشار تراک بسیار از پیش‌بینی تئوری CJ کمتر بوده و در شعاع‌هایی به نصف سرعت CJ و حتی کمتر از آن نیز می‌رسد. برای نمونه در شعاع انحنای ۲۰۰ mm سرعت انتشار تراک برابر $3,69$ mm/ μ s به‌دست آمده است. با توجه به اینکه سرعت تراک CJ برابر $4,797$ mm/ μ s می‌باشد، می‌توان



(ب)



(الف)

شکل ۴- الف) نمودار سرعت تراک، برحسب انحنای جبهه‌ی تراک برای ماده منفجره نیترومتان؛ ب) نمودار درصد انحراف از داده‌های تجربی برای دو تئوری WK و CJ. نتایج فوق با فرض معادله حالت پلی‌تروپیک و نرخ سوزش وابسته به فشار (۲۱) به‌دست آمده‌اند.

قطر زوال می‌باشد. داده‌های موجود برای TNT مایع و X-0219 که هر دو از مواد منفجره‌ی همگن می‌باشند، وابستگی کمی را مابین dia_{cr}/dia و dia/R_c نشان می‌دهند. اما این وابستگی برای ماده منفجره Comp B که یکی از مواد منفجره‌ی ناهمگن است، بسیار زیاد می‌باشد. معادله (۲۲) رابطه‌ای است که از برازش بر روی داده‌های تجربی شکل ۵-الف) برای ماده منفجره Comp B به‌دست آمده است [۸]:

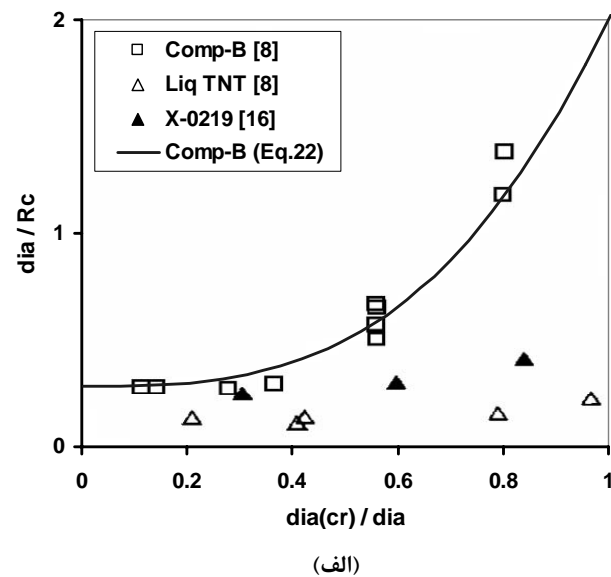
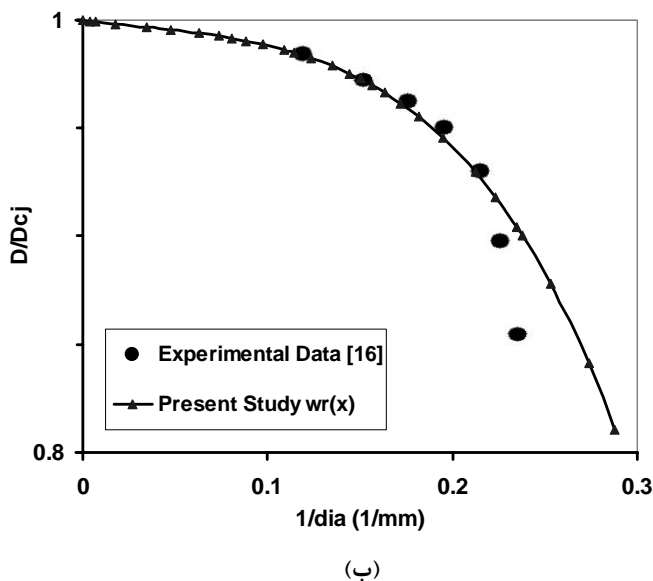
$$\frac{dia}{R_c} = \frac{1 + 6(dia_{cr}/dia)^3}{3.5} \quad (22)$$

این رابطه با در نظر گرفتن $dia_{cr} = 4.28 \text{ mm}$ در شکل ۵-الف) ترسیم شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود این رابطه درجه سه از دقت بسیار خوبی برخوردار می‌باشد. حال با استفاده از معادله حالت پلی‌تروپیک و نرخ سوزش ساده وابسته به فشار و معادله (۲۲) رابطه بین D و dia با استفاده از تئوری WK به‌دست آمده و با نتایج تجربی مرجع ۱۶ مقایسه می‌شود. این نتایج در شکل ۵-ب) آورده شده‌اند. در این شکل برای مقایسه سرعت به‌دست آمده با سرعت CJ، سرعت تراک با D_{CJ} بی‌بعد شده است. برای ماده منفجره Comp B چگالی اولیه، $\rho_0 = 1.7 \text{ gr/cc}$ ، گرمای حاصل از انفجار $q = 3.86 \text{ KJ/gr}$ ، ضریب ثابت نرخ واکنش $G = 0.32 \text{ } \mu\text{s}^{-1}\text{GPa}^{-2}$ ، $D_{CJ} = 6.236 \text{ mm}/\mu\text{s}$ و $\gamma = 3$ می‌باشند [۸].

لازم به تذکر است که تئوری CJ برای تمام شعاع‌های انحنا، تنها مقدار ثابت $D_{CJ} = 6.236 \text{ mm}/\mu\text{s}$ را پیشنهاد می‌دهد. از این‌رو در شکل ۴-الف) این مقدار با یک خط چین مشخص شده است. با بررسی درصد خطاهای موجود برای دو تئوری فوق ملاحظه می‌شود که اگر چه تئوری WK از دقت نسبتاً بیشتری برخوردار است اما تئوری CJ نیز از دقت مهندسی بسیار بالایی بهره می‌برد. بیشترین خطای حاصل از به‌کارگیری تئوری CJ تنها ۰.۶۴۶ درصد می‌باشد. در حالی که این مقدار برای تئوری WK برابر ۰.۳۷۱- درصد است. این موضوع نشان می‌دهد که تئوری CJ از دقت قابل قبولی در شبیه‌سازی انتشار تراک پایا در مواد منفجره‌ی ایده‌آل برخوردار می‌باشد.

۵-۳- پیش بینی رابطه‌ی بین سرعت انتشار تراک با قطر ستون ماده منفجره

اگرچه با حل معادلات WK می‌توان رابطه بین سرعت انتشار تراک و شعاع انحنا جبهه‌ی پیش‌تاز را به‌دست آورد، اما این معادلات رابطه‌ای بین سرعت انتشار و قطر ستون ماده منفجره به‌دست نمی‌دهند. برای این کار می‌توان با مراجعه به نتایج آزمون‌های تجربی رابطه‌ای بین شعاع انحنا و قطر ستون ماده منفجره برقرار کرد. در شکل ۵-الف) این داده‌های تجربی برای سه ماده منفجره (TATB/Kel- ۹۰/۱۰)، TNT، Comp B (RDX/TNT/ ۶۰/۴۰) و X-0219/F قطر بحرانی یا



شکل ۵- الف) رابطه‌ی بین شعاع انحنا جبهه‌ی تراک و قطر خرج برای Comp B، X-0219 و TNT مایع؛ ب) مقایسه منحنی سرعت- قطر به‌دست آمده از تئوری WK با نتایج تجربی برای Comp B، نتایج فوق با فرض معادله حالت پلی‌تروپیک و نرخ سوزش وابسته به فشار (۲۱) به‌دست آمده‌اند.

در این رابطه $G_1, G_2, a, b, c, d, e, g, \alpha, \gamma$ و z کمیت‌های ثابت می‌باشند. کمیت a یک تراکم بحرانی می‌باشد که برای جلوگیری از آغازش تا قبل از ایجاد درجه معینی از تراکم (با یک فشار ورودی مشخص)، به کار می‌رود. نرخ آغازش زمانی که λ از کمیت λ_{igmax} بیشتر شود برابر صفر قرار داده می‌شود. اولین نرخ رشد (رشد آهسته) نیز زمانی که λ از کمیت λ_{G1max} بیشتر شود برابر صفر قرار داده می‌شود. دومین نرخ رشد (رشد سریع) هم تا زمانی که λ کمتر از λ_{G2min} است برابر صفر فرض می‌شود. این مقادیر به صورت تجربی به دست می‌آیند. اگر نرخ سوزش آغازش و رشد برای شبه‌سازی انتشار موج تراک استفاده شود، جمله‌های فوق به صورت زیر تعبیر می‌شوند. جمله اول بیانگر آغازش در ماده منفجره در اثر تراکم حاصل از عبور موج ضربه‌ای پیش‌تاز و تشکیل نقاط داغ به هنگام انقباض حفره‌ها می‌باشد. کسر ماده منفجره‌ی واکنش داده تقریباً برابر حجم اولیه‌ی حفره‌های موجود می‌باشد. جمله دوم، تشکیل سریع محصولات گازی اصلی واکنش (H_2O, N_2, CO_2 ، CO و غیره) و متعاقب آن، انبساط و به تعادل رسیدن آنها را مدل می‌کند. جمله سوم نیز تشکیل ذرات کربن جامد به شکل الماس، گرافیت و یا کربن بی‌شکل را توصیف می‌نماید.

ارائه دهندگان این مدل ترکیبی به منظور دست‌یابی به نتایج بهتر، استفاده از معادله حالت JWL برای ماده منفجره و محصولات گازی انفجار را پیشنهاد کرده‌اند. در این مدل فرض می‌شود که ماده منفجره و محصولات انفجار در تعادل فشاری و دمایی بوده و انرژی داخلی مخصوص و حجم مخصوص مخلوط به ترتیب، از قوانین مخلوط (۹) و (۱۰) به دست می‌آیند. پس از حل معادلات و به دست آوردن فشار و حجم مخصوص کل، با استفاده از معادله حالت وابسته به دما به شکل $p = p(\rho, T)$ و انتخاب یک الگوریتم تکرار می‌توان حجم مخصوص واکنشگرها و محصولات و همچنین دما را در هر گام به دست آورد. معادله حالت JWL^۵ نیز که یکی از پرکاربردترین نوع معادلات حالت برای محصولات انفجار محسوب می‌شود به صورت زیر بیان می‌شود [۱۹]. در این معادله حالت پارامترهای A, B, R_1, R_2 و ω مقادیر ثابت تجربی می‌باشند.

(۲۵)

$$e = A \left[\frac{v_0}{R_1} - \frac{v}{\omega} \right] \exp \left(-R_1 \frac{v}{v_0} \right) + B \left[\frac{v_0}{R_2} - \frac{v}{\omega} \right] \exp \left(-R_2 \frac{v}{v_0} \right) + p \frac{v}{\omega}$$

5- Jones, Wilkins, Lee

همان‌طور که مشاهده می‌شود نتایج به دست آمده از تئوری WK تا قطر خرج $4/6 \text{ mm}$ ($1/\text{dia} = 0.217 \text{ mm}$) هم‌خوانی خوبی با نتایج تجربی دارند. اما با عبور از این مرز، دقت نتایج به دست آمده رفته رفته کاهش می‌یابد. این موضوع می‌تواند بر اثر به کارگیری معادله حالت و نرخ سوزش ساده بیان شده و انتخاب ضریب نرخ واکنش ثابت برای هر شعاع انحنای افتاده باشد. در شعاع انحنای $2/1 \text{ mm}$ (آخرین نقطه از داده‌های تجربی) درصد خطا برای تئوری CJ برابر ۱۷ درصد و برای تئوری WK برابر ۵/۸ درصد می‌باشد. این مقادیر نشان می‌دهند که اگرچه تئوری WK به مراتب دقیق‌تر از تئوری CJ می‌باشد، اما این تئوری نیز در انحناهای زیاد از دقت قابل قبولی برخوردار نمی‌باشد. طول ناحیه‌ی واکنش به دست آمده از کد حاضر، که همان مقدار پارامتر x در مکان صوتی می‌باشد، در قطرهای بسیار بزرگ (تراک منتشر شده با سرعت CJ) برابر 0.109 mm می‌باشد. این مقدار در مقایسه با نتایج تجربی که در حدود $0.13 \text{ mm} - 0.1 \text{ mm}$ گزارش شده‌اند [۸]، مقدار قابل قبولی می‌باشد.

۴-۵- بررسی تاثیر مدل‌های ترکیبی انتخابی بر دقت نتایج

مدل WK

یک مدل ترکیبی^۱ از سه قسمت: معادله حالت واکنشگرها، معادله حالت محصولات و نرخ واکنش تشکیل شده است. برای بررسی تاثیر مدل‌های ترکیبی بر دقت نتایج حاصله در ادامه کار دو مدل ترکیبی مختلف مورد بررسی قرار گرفته‌اند. در ابتدا به معرفی مدل ترکیبی پیشنهادی توسط لی^۲ و تارور^۳ [۱۷] که در سال ۱۹۸۰ ارائه و بعدها توسط تارور و همکاران [۱۸] تکمیل شد پرداخته شده است. در این مدل از نرخ سوزش (واکنش) آغازش و رشد^۴ استفاده شده است. این نرخ سوزش به ترتیب از سه جمله آغازش، رشد آهسته و رشد سریع، به صورت زیر، تشکیل شده است:

(۲۳)

$$\frac{\partial \lambda}{\partial t} = I(1-\lambda)^b \left(\frac{\rho}{\rho_0} - 1 - a \right)^x + \frac{G_1(1-\lambda)^f \lambda^d p^y}{0(\lambda) \lambda_{ig \max}} + \frac{G_2(1-\lambda)^e \lambda^g p^z}{\lambda_{G2 \min}(\lambda)}$$

1- Constitutive Models

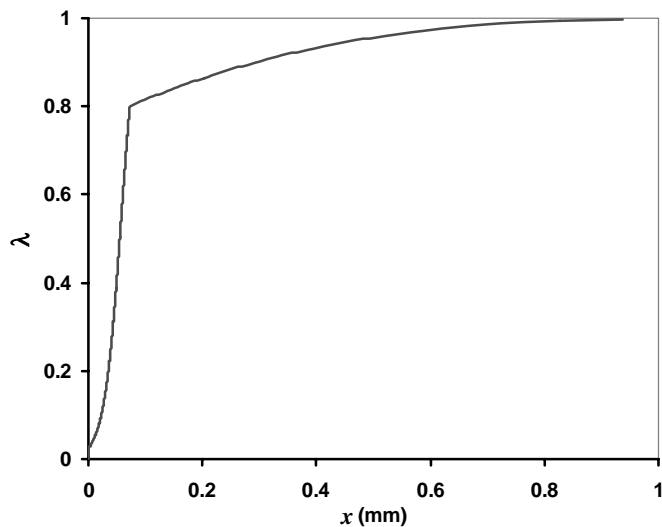
2- Lee

3- Tarver

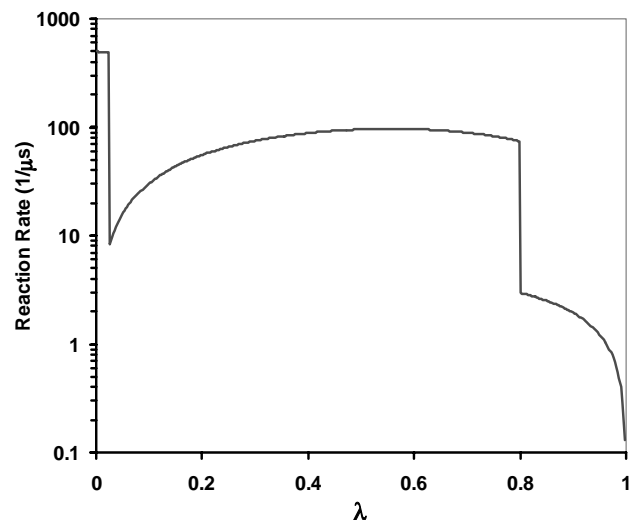
4- Ignition and Growth

چسبیده با پلاستیک^۱ بوده و از ۹۵٪ ذرات ماده منفجره TATB به همراه ۵٪ چسب پلیمری KeI-FA۰۰ تشکیل و تا نزدیکی بیشینه چگالی ممکن فشرده شده است. این ماده منفجره به طور قابل توجهی به آغازش‌های تصادفی غیرحساس بوده و از این رو موضوع تحقیقات بسیاری قرار گرفته است. در شکل‌های ۷-الف) و ۷-ب) نتایج مطالعات حاضر در کنار نتایج تجربی ترسیم شده‌اند. نتایج شکل ۷-الف) با استفاده از مدل ترکیبی دوم برای PBX-۹۵۰۲ با $\rho_0 = 1,895 \text{ gr/cc}$ و $q = 3,783 \text{ KJ/gr}$ و $D_{C1} = 7,78 \text{ mm}/\mu\text{s}$ به دست آمده است. بازم برای افزایش دقت نرخ سوزش وابسته به فشار در هر شعاع انحنای G کالیبره شده مربوطه استفاده شده است. این مقادیر در جدول ۳ آورده شده‌اند.

در شکل‌های ۶-الف) و ۶-ب) رفتار نرخ سوزش آغازش و رشد و متغیر پیشرفت واکنش در طول ناحیه واکنش برای تراک تخت، که با سرعت D_{C1} در ماده منفجره PBX-۹۵۰۲ منتشر می‌شود، رسم شده است. در این شکل‌ها از ثوابت تجربی موجود در جدول‌های ۴ و ۵ استفاده شده است. برای بررسی تاثیر مدل‌های ترکیبی بر نتایج مدل WK به شبیه‌سازی تراک در ماده منفجره‌ی غیرهمگن PBX-۹۵۰۲ با دمای اولیه 24°C پرداخته شده است. این شبیه‌سازی‌ها یک بار با استفاده از مدل ترکیبی لی و تارور (مدل ترکیبی آغازش و رشد) و یک بار با استفاده از مدل ترکیبی تشکیل شده از معادله حالت پلی‌تروپیک و نرخ سوزش ساده وابسته به فشار (مدل ترکیبی دوم) صورت گرفته است. ماده منفجره PBX-۹۵۰۲ از انواع مواد منفجره‌ی



(ب)



(الف)

شکل ۶- الف) نرخ سوزش بر حسب متغیر پیشرفت واکنش در مدل آغازش و رشد و (ب) توزیع متغیر پیشرفت واکنش در طول ناحیه واکنش در مدل آغازش و رشد برای انتشار تراک تخت (تراکی که انحنای آن صفر است) در ماده منفجره PBX-۹۵۰۲.

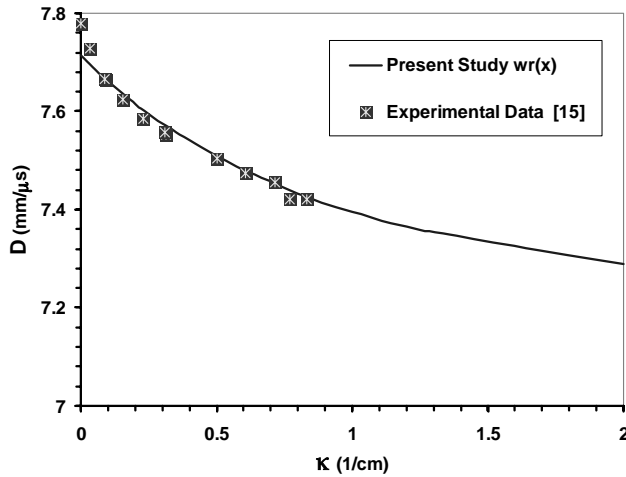
جدول ۳- ضرایب مورد استفاده در نرخ سوزش وابسته به فشار برای ماده منفجره PBX-۹۵۰۲ با دمای اولیه 24°C [۱۵].

R_c (mm)	۶۳۷	۲۲۵	۲۲۱	۱۲۸	۸۷	۶۵	۶۴	۴۰	۳۳	۲۸	۲۴
G ($\mu\text{s}^{-1}\text{GPa}^{-2}$)	۰,۰۰۸	۰,۰۱۰	۰,۰۱۰	۰,۰۱۳	۰,۰۱۵	۰,۰۱۷	۰,۰۱۷	۰,۰۲۲	۰,۰۲۵	۰,۰۳	۰,۰۳

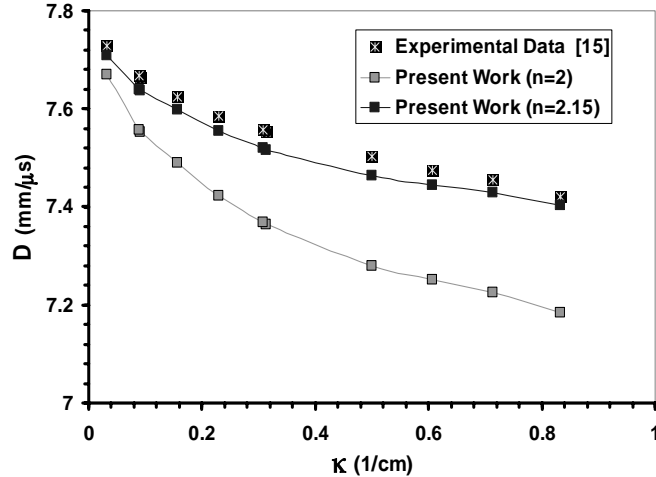
1- Plastic Bonded Explosive (PBX)

کردن ضرایب ثابت آن می‌توان دقت نتایج به‌دست آورده را بهبود داد. نمودار D-k حاصل از مدل WK (با نرخ انبساط متغیر) به کمک مدل ترکیبی آغازش و رشد، به همراه داده‌های تجربی موجود در مرجع ۱۵ در شکل ۷-ب) رسم شده‌اند. ضرایب تجربی مورد استفاده در نرخ سوزش آغازش و رشد و معادله حالت JWL در جداول ۴ و ۵ آورده شده‌اند. همان‌طور که مشاهده می‌شود نمودار مدل WK از انطباق نسبتاً خوبی بر داده‌های تجربی برخوردار می‌باشد.

در این مطالعه علاوه بر بررسی دقت مدل WK به بررسی توان فشار در نرخ سوزش وابسته به فشار نیز پرداخته شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود برای ماده منفجره تحت مطالعه با افزایش توان فشار n، از ۲ تا ۲٫۱۵ نتایج حاصل به‌نتایج تجربی نزدیک‌تر می‌شوند. به‌طوری که در شعاع انحنای ۱۲۸mm درصد خطا از ۱٫۷۵ به ۰٫۳۵ کاهش می‌یابد. مطالب فوق نشان می‌دهد که نرخ سوزش مورد استفاده در مدل WK تاثیر به‌سزایی بر دقت این تئوری داشته و با انتخاب نرخ سوزش دقیق‌تر و کالیبره



(ب)



(الف)

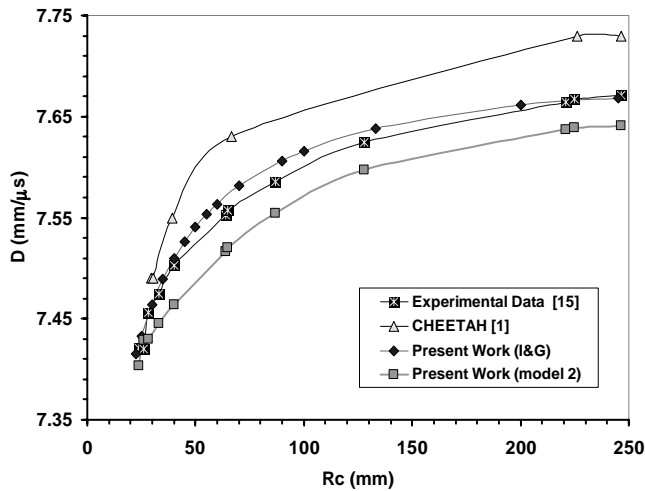
شکل ۷- الف) نمودار D-k برای ماده منفجره PBX-۹۵۰۲ با دمای اولیه ۲۴°C به‌کمک مدل ترکیبی دوم و ب) به‌کمک مدل ترکیبی آغازش و رشد.

جدول ۴- ضرایب نرخ سوزش آغازش و رشد برای ماده منفجره PBX-۹۵۰۲ [۲۱].

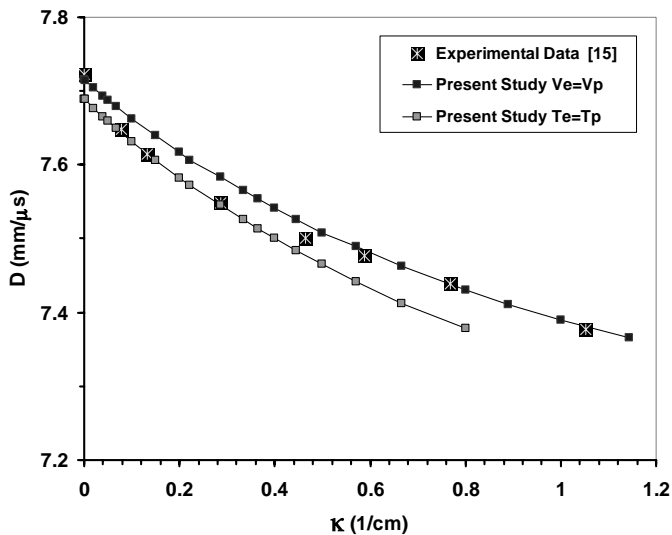
ضرایب نرخ آغازش									
$I (\mu s^{-1})$	a	b	x	λ_{igmax}					
$4.0 \cdot E+6$	۰٫۲۱۴	۰٫۶۶۷	۷٫۰	۰٫۰۲۵					
ضرایب نرخ رشد اول و دوم									
$G_1 (GPa^{-2} \mu s^{-1})$	c	d	y	λ_{G1max}	$G_2 (GPa^{-1} \mu s^{-1})$	e	g	z	λ_{G2min}
$1100.0 \cdot E-4$	۰٫۶۶۷	۱٫۰	۲٫۰	۰٫۸	$3.0 \cdot E-2$	۰٫۶۶۷	۰٫۶۶۷	۱٫۰	۰٫۸

جدول ۵- ضرایب معادله حالت JWL برای ماده منفجره PBX-۹۵۰۲ [۲۱].

ضرایب JWL ماده منفجره						
(gr/cc) ρ_0	A (GPa)	B (GPa)	R_1	R_2	ω	C_v (GPa/K)
۱٫۸۹۵	۶۳۲۰٫۷	-۶٫۰۲۰۶	۱۱٫۳	۱٫۱۳	۰٫۸۹۳۸	$2.487 \cdot E-3$
ضرایب JWL محصولات انفجار						
(GPa) E_0	A (GPa)	B (GPa)	R_1	R_2	ω	C_v (GPa/K)
۷٫۱۵۸	۱۳۶۱٫۷۷	۷۱٫۹۹	۶٫۲	۲٫۲	۰٫۵	$1.0 \cdot E-3$



شکل ۸- نمودار D-Rc برای ماده منفجره PBX-9502 با دمای اولیه 24°C، مقایسه نتایج حاضر با نتایج کد چیتا.



شکل ۹- نمودار D-K برای ماده منفجره PBX-9502 با دمای اولیه 75°C به کمک مدل ترکیبی آغاز و رشد، و قوانین مخلوط متفاوت.

۶- جمع بندی و نتیجه گیری

نتایج به دست آمده از تحقیق حاضر با نتایج تجربی موجود برای ماده منفجره نیترومتان که یک ماده منفجره ایده آل و همگن می باشد مقایسه شد. بررسی این نتایج نشان داد که تئوری CJ از دقت مناسبی برای محاسبه سرعت انتشار تراک در مواد ایده آل برخوردار بوده و برای این گونه مواد می توان با اطمینان از آن استفاده کرد. این مقایسه برای مواد غیرایده آل نیز صورت پذیرفت، نتایج بررسی ها نشان داد که برای این گونه مواد استفاده از

برای جمع بندی نتایج به دست آمده برای PBX-9502 با دمای اولیه 24°C، نمودارهای حاصل از مدل ترکیبی آغاز و رشد (I&G) و مدل ترکیبی دوم با توان نرخ سوزش 2/15، به همراه نتایج حاصل از کد چیتا و نتایج تجربی موجود، در شکل ۸ گردآوری شده اند. این شکل نشان می دهد که انتخاب مدل ترکیبی آغاز و رشد در کار حاضر باعث دستیابی به نتایج دقیق تری شده است. همچنین با توجه به این شکل مشاهده می شود که نتایج به دست آمده در تحقیق حاضر از دقت بیشتری نسبت به نتایج کد چیتا برخوردار می باشند. کد چیتا نیز از مدل WK استفاده می کند. مدل ترکیبی مورد استفاده در کد چیتا از معادله حالت مرناقان^۱ برای مواد جامد، معادله حالت BKW^۲ برای محصولات انفجار و نرخ سوزش وابسته به فشار (۲۱) تشکیل شده است [۱]. ثوابت تجربی مورد نیاز برای این مدل ترکیبی از بانک داده های تجربی BKWC2، که تنها برای مواد منفجره ایده آل کالیبره شده، به دست آمده اند. بنابراین می توان دقت کمتر نتایج این کد را به انتخاب این دسته داده ها مرتبط دانست. البته باید توجه داشت که در کد چیتا از نرخ انبساط شعاعی ثابت استفاده شده است که این موضوع نیز بر دقت نتایج حاصله تاثیر گذار می باشد.

۵-۵- بررسی تاثیر قوانین مخلوط بر دقت نتایج مدل WK

برای بررسی تاثیر قوانین مخلوط در مطالعات حاضر به شبیه سازی تراک در ماده منفجره PBX-9502 با دمای اولیه 75°C پرداخته شده است. این شبیه سازی یک بار با استفاده از فرض تعادل فشاری و دمائی و بار دیگر با فرض تعادل فشاری و فرض $v = v_e = v_p$ صورت گرفته است. نتایج به دست آمده به همراه نتایج تجربی موجود در شکل ۹ رسم شده اند. مقادیر ثابت مورد استفاده را می توان در جداول ۴ و ۵ مشاهده کرد. البته با این تفاوت که برای PBX-9502 با دمای اولیه 75°C مقادیر $B=4/8162$ GPa، $E_0=6/9$ GPa و $G_1=1500$ GPa²μs⁻¹ در نظر گرفته می شود [۲۱]. همان طور که در شکل ۹ مشاهده می شود، اگرچه هیچ کدام از نمودارهای به دست آمده تطابق کاملی با نتایج تجربی ندارند، اما به صورت دو منحنی حدی که نتایج تجربی را در بر گرفته اند عمل می نمایند. این شکل، تاثیرگذاری قوانین مخلوط بر نتایج حاصل از مدل WK را به خوبی نشان می دهد. به نظر می رسد که برای مساله حاضر استفاده از فرض تعادل دمائی در K های کوچکتر و فرض $v = v_e = v_p$ در K های بزرگتر مناسب تر می باشد.

1- Murnaghan

2- Becker, Kistiakowsky, Wilson

- [6]. Bdzil, J.B., "Perturbation methods applied to problems in detonation physics", Proceedings of the 6th International Symposium on Detonation, Coronado, California, August 24-27, 1976, pp. 352-370.
- [7]. Bdzil, J.B., "Steady-state two-dimensional detonation", J. Fluid Mech., 1981, Vol. 108, pp. 195-226.
- [8]. Chan, S.K., "A theory to predict the velocity-diameter relation of explosives", Proceedings of the 7th International Symposium on Detonation, Annapolis, Maryland, 16-19 June, 1981, pp. 589-601.
- [9]. Bdzil, J.B., Stewart, D.S., "Modeling two-dimensional detonations with detonation shock dynamics" The Physics of Fluids, 1989, Vol. 1(7), pp.1261-1267.
- [10]. Fickett, W., Davis, W.C., "Detonation: Theory and Experiment", Dover Publications: New York, INC., 2000.
- [11]. Fried, L.E., Howard, W.M., Souers, P.C., Haselman, L., "Adding kinetics and hydrodynamics to the CHEETAH thermochemical code", Lawrence Livermore National Laboratory, Livermore, CA 94550, January 15, 1997.
- [12]. Stewart, D.S., Yoo, S., Davis, W.C., "Equation of state for modeling the detonation reaction zone", Proceedings of the 12th International Detonation Symposium, San Diego, California, 11-16 August, 2002, pp. 624-634.
- [13]. Bdzil, J.B., Stewart, D.S., Jackson T.L., "Program burn algorithms based on detonation shock dynamics: discrete approximations of detonation flows with discontinuous front models", Journal of Computational Physics, 2001, Vol. 174, pp. 870-902.
- [14]. Sharpe, G.J., Braithwaite, M. "Steady non-ideal detonations in cylindrical sticks of explosives", Journal of Engineering Mathematics, 2005, Vol. 53, pp. 39-58; Braithwaite, M., Cunningham, C.V.B. and Sharpe, G.J., "Modeling and Numerical Steady non-ideal detonations in cylindrical sticks of explosives", Proceedings of the 13th International Detonation Symposium, Norfolk, Virginia, 23-28 July, 2006, pp. 90-96.
- [15]. Souers, P.C., "A library of prompt detonation reaction zone data", Lawrence Livermore National Laboratory Report, UCRL-ID-130055, Rev. 1, June, 1998.
- [16]. Campbell, A.W., Engelke, R., "The diameter effect in high density heterogeneous explosives", Proceedings of the Sixth International Detonation Symposium, Coronado, California, August 24-27, 1976, pp. 642-652.
- [17]. Lee, E.L., Tarver, C.M., "Phenomenological model of shock initiation in heterogeneous explosives", Physics of Fluids, 1980, vol. 23, no. 12, pp. 2362-2372.

تئوری CJ می‌تواند منجر به خطای قابل ملاحظه‌ای شود. برای غلبه بر این مشکل در کار حاضر از تئوری WK استفاده شد. برای بررسی دقت تئوری WK نمودارهای سرعت انتشار تراک برحسب شعاع انحنای جبهه (یا انحنای جبهه) رسم شد. این نمودارها بر دقت خوب مدل WK در انحنای کم دلالت دارند. همچنین مقایسه نتایج به‌دست آمده، از دقت بیشتر مدل نرخ انبساط شعاعی متغیر $\omega_t(x)$ نسبت به نرخ انبساط شعاعی ثابت $\omega_t(0)$ حکایت می‌کند. استفاده از مدل ترکیبی آغازش و رشد، باعث بهبود در جواب‌های به‌دست آمده شد. اما باید توجه داشت که استفاده از معادله حالت JWL و نرخ سوزش آغازش و رشد به‌علت تعداد زیاد ضرایب تجربی آنها و همچنین پیچیده‌تر بودن محاسبه مشتقات تحلیلی، از پیچیدگی بیشتری برخوردار است. کالیبراسیون دقیق ضرایب تجربی مورد استفاده در معادله حالت و نرخ سوزش نیز از دیگر عوامل موثر در بهبود نتایج به‌دست آمده از مدل WK می‌باشند. به عنوان مثال، در کار حاضر تاثیر توان جمله فشار در نرخ سوزش وابسته به فشار مورد بررسی قرار گرفت و نشان داده شد که می‌توان با دقت در انتخاب آن به نتایج بسیار بهتری دست یافت. در انتها نیز با بررسی قوانین مخلوط مورد استفاده مشاهده شد که برای نیل به نتایج بهتر استفاده از این روابط باید با حساسیت بیشتری همراه باشد.

۷. مراجع

- [1]. Howard, W.M., Fried, L.E., Souers, P.C., Haselman, L., "Kinetic modeling of non-Ideal explosives with CHEETAH", Proceedings of the 11th International Detonation Symposium, Snowmass, Colorado, 30 August-4 September, 1998, pp. 998-1006.
- [2]. Cooper, P.W., "Explosives engineering," WILEY-VCH Publishers Inc.: New York, 1996; pp. 278-287.
- [3]. Esen, S., "A non-Ideal detonation model for evaluating the performance of explosives in rock blasting", Rock Mech. Rock Engng., 2006.
- [4]. Wood, W.W., Kirkwood, J.G., "Diameter effect in condensed explosives. The relation between velocity and radius of curvature of the detonation wave", J. Chem. Phys., 1954, Vol. 22, pp. 1920-1924.
- [5]. Erpenbeck, J.J., "Steady quasi-one-dimensional detonations in idealized systems," The Physics of Fluids, 1969, Vol. 12, pp. 967-982.

- [18]. Tarver, C.M., Hallquist, J.O. and Erickson, L.M., "Modeling short-pulse duration shock initiation of solid explosives", The 8th Symposium (International) on Detonation, Albuquerque, New Mexico, 15-19 July, 1985, pp. 951-960.
- [19]. Souers, P.C., Wu, B., Haselman, L.C., "Detonation equation of state at LLNL, 1995", Lawrence Livermore National Laboratory, February 1996.
- [20]. Bdzil, J.B., Short, M., Sharpe, G.J., Aslam, T.D., Quirk, J.J., "Higher-order DSD for detonation propagation: DSD for detonation driven by multi-step chemistry models with disparate rates", Proceedings of the 13th International Detonation Symposium, Norfolk, Virginia, 23-28 July, 2006, pp. 726-736.
- [21]. Tarver, C. M., McGuire, E. M., "Reactive flow modeling of the interaction of TATB detonation waves with inert materials", Proceedings of the 12th International Detonation Symposium, San Diego, California, 11-16 August, 2002, pp. 641-650.