

## شبیه‌سازی شبه یک‌بعدی جریان دوفازی موتور سوخت جامد

عصمت کلاته<sup>۱</sup>، محمدرضا حیدری<sup>۲</sup>، سید مهدی میرساجدی<sup>۳</sup>

۱- دانشگاه صنعتی مالک اشتر، مجتمع دانشگاهی هوافضا، مرکز آموزشی و تحقیقاتی فضایی

۲- دانشگاه آزاد اسلامی واحد گرمسار

۳- دانشگاه شهید بهشتی، دانشکده مهندسی انرژی و فناوری‌های نوین، گروه مهندسی هوافضا

(تاریخ وصول: ۸۹/۴/۱۵، تاریخ پذیرش: ۸۹/۱۰/۸)

### چکیده

در این تحقیق بالستیک داخلی موتور سوخت جامد درون سوز با احتساب جریان دوفازی، به روش عددی شبیه‌سازی شده است. میدان جریان شامل محفظه احتراق با گرین استوانه‌ای و نازل مخروطی همگرا-واگرا می‌باشد. معادلات حاکم بر فاز گاز و فاز ذرات، یعنی معادلات گذرا و شبه یک‌بعدی اویلر به روش عددی جیمسون حل گردیده است. این معادلات با استفاده از انتگرال‌گیری رانج-کوتای چهار مرحله‌ای، گسسته‌سازی زمانی شده و بردار شار کمیت‌های بقایی با روشی مبتنی بر اختلاف مرکزی به مقادیر نقاط حجم کنترل مرتبط شده است. در بخش نتایج تاثیرات سوزش فرسایشی، جنس سوخت، دوفازی شدن جریان و قطر ذرات جامد مورد بررسی قرار گرفته است. مقایسه نتایج بدست آمده از نرم‌افزار این تحقیق با سایر نتایج مراجع، نشان‌دهنده دقت روش و فرضیات بکار رفته می‌باشد. نتایج تحقیق نشان می‌دهد که سوزش فرسایشی موجب افزایش سریع فشار محفظه و افزایش نرخ سوزش در ابتدای کار موتور و لذا کاهش زمان کارکرد موتور می‌شود. همچنین در حالت دوفازی فشار محفظه و نرخ سوزش و در نتیجه زمان کارکرد موتور نسبت به حالت تک‌فازی کاهش می‌یابد. با افزایش قطر ذرات جامد در فاز ذرات نیز، سطح منحنی فشار پایین می‌آید و با تغییر جنس سوخت از کامپوزیت به دوپایه، ایمپالس کل و ایمپالس ویژه موتور کاهش می‌یابد.

**واژه‌های کلیدی:** موتور سوخت جامد، شبیه‌سازی یک‌بعدی، روش عددی جیمسون، بالستیک داخلی، جریان دوفازی، سوزش فرسایشی.

### ۱- مقدمه

کشور در زمینه شبیه‌سازی جریان و حل بالستیک داخلی موتور سوخت جامد صورت گرفته است که در اینجا به برخی از تحقیقات داخلی اشاره می‌شود. میرساجدی و کریمیان [۱] در سال ۱۳۷۷ شبیه‌سازی یک‌بعدی بالستیک داخلی موتور موشک سوخت جامد را برای یک موتور درون سوز از طریق حل عددی معادلات شبه یک بعدی اویلر به روش المان محدود بر مبنای حجم کنترل انجام دادند. آنها اثر سوزش فرسایشی را با کار گوتلیب و گریتریکس

تحلیل بالستیک داخلی، یکی از بخش‌های اصلی در فرآیند طراحی موتورهای موشکی سوخت جامد است. بالستیک داخلی به بررسی جریان درون موتور در طی زمان کارکرد آن می‌پردازد. پارامترهای مختلفی بر این شبیه‌سازی مؤثرند که از جمله آنها می‌توان به سوزش فرسایشی، جریان دوفازی و ناپایداری احتراق اشاره نمود. تاکنون تحقیقات زیادی در داخل و خارج از

\* E-mail: mrezaheidari@yahoo.com

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد هوافضا

۲- دانشیار

۳- استادیار

- فرآیند احتراق پیش‌رانه مدل‌سازی نمی‌شود.
- پدیده سوزش فرسایشی در نظر گرفته می‌شود.
- تاثیر فاز جامد جریان بر روی فاز گازی مدل‌سازی شده است.
- ذرات جامد به صورت کره‌های صلب در نظر گرفته شده و از اندرکنش بین ذرات جامد صرف‌نظر می‌شود.

میدان جریان شامل فضای داخلی محفظه احتراق و یک نازل همگرا-واگرا است و معادلات گذرا و شبه‌یک‌بعدی اویلر به عنوان معادلات حاکم بر آن در

نظر گرفته می‌شوند. فرم برداری این معادلات به صورت است [۱]:

$$\frac{\partial Q_g}{\partial t} + \frac{\partial F_g}{\partial x} = S_g \quad (1)$$

(۲)

$$Q_g = \begin{bmatrix} \rho A \\ \rho u A \\ \rho e A \end{bmatrix} \quad F_g = \begin{bmatrix} \rho u A \\ \rho u^2 A \\ \rho u A e + P u A \end{bmatrix} \quad S_g = \begin{bmatrix} S_m \\ S_u - A \frac{dP}{dx} \\ S_e \end{bmatrix}$$

در معادلات اخیر  $Q_g$  شامل متغیرهای جریان گذرا، بردار  $F_g$  شامل عبارات شار جریان و  $S_g$  شامل عبارات چشمه مربوط به تولید جرم، مومنتوم و انرژی است. همچنین معادله انرژی به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$e = \frac{p}{\rho(\gamma-1)} + \frac{1}{2}u^2 \quad (3)$$

در معادله فوق،  $e$  انرژی داخلی کل بر واحد جرم است. معادلات حاکم بر فاز ذرات جامد نیز به صورت زیر در نظر گرفته می‌شوند [۱]:

$$\frac{\partial Q_p}{\partial t} + \frac{\partial F_p}{\partial x} = S_p \quad (4)$$

(۵)

$$Q_p = \begin{bmatrix} \rho_p A \\ \rho_p u_p A \\ \rho_p e_p A \end{bmatrix} \quad F_p = \begin{bmatrix} \rho_p u_p A \\ \rho_p u_p^2 A \\ \rho_p u_p A e_p \end{bmatrix} \quad S_p = \begin{bmatrix} S_{mp} \\ S_{up} \\ S_{ep} \end{bmatrix}$$

همچنین معادله انرژی فاز ذرات جامد به صورت زیر است:

$$e_p = C_{particle} T_p + \frac{1}{2}u_p^2 \quad (6)$$

که در آن  $e_p$  انرژی داخلی کل بر واحد جرم و  $C_{particle}$  ظرفیت گرمایی ویژه ذرات جامد است.  $S_p$  نیز شامل عبارات چشمه برای فاز ذرات می‌باشد. وجود جملات چشمه به دو علت است: یکی سوختن سوخت که در نتیجه آن، جرم و انرژی وارد میدان می‌شود و دیگری دوفازی بودن جریان است که موجب انتقال حرارت و اندازه حرکت بین دوفاز می‌شود. عبارات چشمه برای فاز گاز عبارتند از [۲]:

[۲] در زمینه مطالعه عددی اثر شتاب طولی در بالستیک داخلی موتور راکت جامد، که بدون لحاظ سوزش فرسایشی بوده، مقایسه کرده‌اند. آملی و کریمیان [۳] در سال ۱۳۷۹ بالستیک داخلی موتور سوخت جامد درون‌سوز را با حل معادلات تقارن محوری اویلر بر روی شبکه بی‌سازمان متحرک شبه‌سازی کردند، که در آن معادلات حاکم با روش المان محدود بر مبنای حجم کنترل بر روی شبکه حل که شامل المان‌های مثلثی است گسسته می‌شوند. این گروه تحقیقاتی در همان سال [۴] بالستیک داخلی موتور سوخت جامد درون-بیرون‌سوز را با حل معادلات شبه یک بعدی و گذرای اویلر شبه‌سازی کردند که در آن از یک روش المان محدود بر مبنای حجم کنترل استفاده شده است.

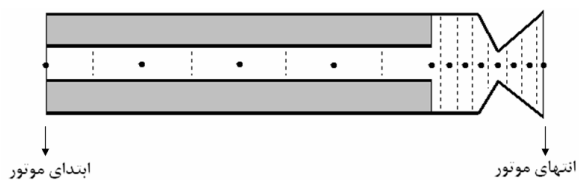
حاجی‌حسینی و مظاهری [۵] در سال ۱۳۷۹ شبه‌سازی صفر بعدی عقب‌نشینی سطح سوزش موتور سوخت جامد را مورد بررسی قرار دادند. در این تحقیق محفظه احتراق موتور سوخت جامد به عنوان یک حجم معیار فرض شده و معادله پیوستگی داخل آن حل می‌شود. ایشان نیز در همان سال [۶] شبه‌سازی یک بعدی بالستیک داخلی موتور سوخت جامد را مورد بررسی قرار دادند و از روش عددی جیمسون برای حل معادلات جریان تک‌فازی استفاده کردند. کریمی و اسماعیلی [۷] در سال ۱۳۷۹ تحقیقی در مورد شبه‌سازی بالستیک داخلی یک سیستم راه‌انداز سوخت جامد انجام دادند. مرادی و کریمی [۸] در سال ۱۳۸۵ شبه‌سازی صفر بعدی بالستیک داخلی برای گرین‌های سه بعدی را به انجام رساندند.

در این مقاله، یک موتور سوخت جامد با گرین استوانه‌ای درون‌سوز مورد بررسی قرار گرفته و جریان درون موتور به صورت شبه‌یک‌بعدی شبه‌سازی می‌شود. در جریان شبه‌یک‌بعدی تغییرات سطح جریان عبوری با اهمیت بوده و لحاظ می‌شود. این نوع جریان کامل‌تر از جریان صرفاً یک‌بعدی است. از دیگر اهداف این تحقیق، شبه‌سازی بالستیک داخلی بصورت ترکیب جریان دوفازی با استفاده از روش عددی جیمسون است.

## ۲- معادلات حاکم بر جریان

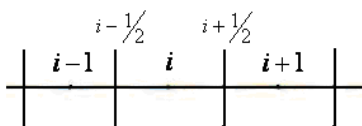
این تحقیق فرضیات زیر را برای شبه‌سازی جریان داخلی موتور سوخت جامد در نظر گرفته است.

- از اثرات اندازه حرکت زاویه‌ای و شعاعی در مقابل اندازه حرکت محوری صرف‌نظر گردیده است.
- از اثرات لزجت اندازه حرکت و نفوذ حرارتی صرف‌نظر شده است.



شکل ۱- شماتیک هندسه مونور و شبکه‌بندی میدان.

به منظور حل عددی معادلات حاکم بر جریان سیال، در ابتدا باید این معادلات به نحو مناسبی گسسته شوند تا بتوان حل عددی آنها را بر روی شبکه محاسباتی داخل میدان بدست آورد. این گسسته‌سازی باید هم در مکان (ترم مشتق مکانی) و هم در زمان (ترم مشتق زمانی) انجام پذیرد. به منظور گسسته‌سازی معادلات، حجم کنترل  $i$  را در شکل ۲ نظر بگیرید.

شکل ۲- حجم کنترل  $i$  با همسایه‌های  $i-1$  و  $i+1$ .

### الف- گسسته‌سازی مکانی

برای گسسته‌سازی مکانی معادلات اوپلر، سه روش کلی اختلاف محدود، المان محدود و حجم محدود وجود دارد. در هر یک از این سه روش، معادلات دیفرانسیل حاکم تبدیل به یک دستگاه معادلات جبری شده و با حل آن پاسخ نهایی جریان به دست می‌آید. همچنین مشتقات شارها را می‌توان با استفاده از روابط مرتبه اول، دوم و یا بالاتر تخمین زد که بر این اساس الگوریتم‌های مختلفی برای هر یک از روش‌های فوق ارائه شده است. در این تحقیق از روش حجم محدود استفاده می‌شود که یکی از مزایای آن، ارضاء شدن معادلات بقاء در هر حجم کنترل است. در روش حجم محدود اولین قدم برای گسسته‌سازی معادلات حاکم، انتگرال‌گیری از شکل بقای آن معادلات بر روی حجم کنترل است. بنابراین از فرم برداری معادلات بر روی حجم کنترل  $i$  به صورت زیر انتگرال گرفته می‌شود.

$$\int_{\partial V} \frac{\partial Q}{\partial t} dx + \int \frac{\partial F}{\partial x} dx = \int S dx \quad (12)$$

با توجه به ثابت بودن شکل حجم کنترل نسبت به زمان، می‌توان نوشت.

$$(\Delta x)_i \frac{dQ_i}{dt} + \left( F_{i+1/2} - F_{i-1/2} \right) = (\Delta x)_i S_i \quad (13)$$

$$S_g = \begin{bmatrix} \rho_s (1 - \alpha_p) (r_b A) \\ -u \left( \frac{\rho_p}{m_{particle}} D \right) \\ \rho_s (1 - \alpha_p) (r_b A) \left( C_p T_f + \frac{1}{2} v_w^2 \right) - \left( \frac{\rho_p}{m_{particle}} (u D + Q) \right) \end{bmatrix} \quad (7)$$

عبارات چشمه برای فاز ذرات به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود [۲]:

$$S_g = \begin{bmatrix} \alpha_p \rho_s (r_b A) \\ u \left( \frac{\rho_p}{m_{particle}} D \right) \\ \alpha_p \rho_s (r_b A) \left( C_p T_f + \frac{1}{2} v_w^2 \right) + \left( \frac{\rho_p}{m_{particle}} (u D + Q) \right) \end{bmatrix} \quad (8)$$

در این روابط  $\alpha_p$ ،  $m_{particle}$ ،  $\rho_s$ ،  $r_b$ ،  $A$ ،  $T_f$ ،  $v_w$  به ترتیب درصد جرمی فاز ذرات، جرم متوسط هر ذره، چگالی سوخت، نرخ سوزش، سطح مقطع عبوری جریان، دمای شعله و سرعت نفوذ گازها درون میدان می‌باشند.  $D$  نیروی پسا مابین فاز گاز و ذرات جامد است که به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$D = \frac{1}{8} \pi d_{particle}^2 \rho C_d (u - u_p) |u - u_p| \quad (9)$$

در رابطه اخیر  $d_{particle}$  قطر متوسط ذرات و  $C_d$  ضریب نیروی پسا می‌باشد که مقدار آن بر اساس روابط موجود در مرجع [۹] بدست آمده است.  $Q$  میزان انتقال حرارت میان فاز گاز و ذرات بوده و عبارت است از [۲]:

$$Q = \pi d_{particle} k Nu (T - T_p) \quad (10)$$

عدد ناسلت در رابطه اخیر، بر حسب عدد پرانتل و رینولدز به صورت زیر بیان می‌گردد:

$$Nu = 2 + 0.6 Pr^{1/2} Re_d^{1/3} \quad (11)$$

### ۳- روش حل عددی

اولین قدم در حل میدان، شبکه‌بندی آن است. شبکه‌بندی در نظر گرفته شده، در شکل ۱ نشان داده شده است. در این شبکه، ابتدا نقاط معرف درون میدان را مشخص نموده، سپس وسط هر دو نقطه به عنوان مرز حجم کنترل در نظر گرفته می‌شود.

$$v_i = \frac{|p_{i+1} - 2p_i + p_{i-1}|}{|p_{i+1}| + 2|p_i| + |p_{i-1}|} \quad (19)$$

$$\varepsilon_{i+\frac{1}{2}}^{(2)} = \kappa^{(2)} \max(v_{i+1}, v_i) \quad (20)$$

$$\varepsilon_{i+\frac{1}{2}}^{(4)} = \max\left(0, \left(\kappa^{(4)} - \varepsilon_{i+\frac{1}{2}}^{(2)}\right)\right) \quad (21)$$

مقادیر پیشنهادی برای  $\kappa^{(2)}$  و  $\kappa^{(4)}$  در مرجع [5] برابر  $\kappa^{(2)} = 1/4$  و  $\kappa^{(4)} = 1/256$  عنوان شده است؛ اما برای مسائل مختلف ممکن است مقادیر دیگری موردنیاز باشد که باید توسط کاربر به گونه‌ای تعیین شوند که نوسانات موجود در میدان حل را از بین ببرند.

### ب - گسسته‌سازی زمانی

برای انتگرال‌گیری معادلات در زمان، دو روش اصلی وجود دارد: روش‌های صریح و روش‌های ضمنی. در روش‌های صریح برای محاسبه شارها از اطلاعات جریان در گام زمانی قبل استفاده می‌شود، بنابراین حجم محاسبات در این روش‌ها کم بوده و به حافظه کامپیوتری کمتری نیاز است؛ اما این روش‌ها به دلیل استفاده از اطلاعات گام زمانی قبل دارای شرط پایداری بوده و لذا گام زمانی قابل استفاده بسیار کوچک می‌باشد. در روش‌های ضمنی برای محاسبه شارها از اطلاعات زمان جدید استفاده می‌شود و شرط پایداری و محدودیت گام زمانی ندارد و آنچه گام زمانی را تعیین می‌کند، محدودیت‌های فیزیکی و دقت مورد نیاز حل جریان غیردائم می‌باشد؛ اما در این روش‌ها به دلیل پدید آمدن یک دستگاه معادلات غیرخطی، حجم محاسبات بالا رفته و نیاز به حافظه کامپیوتری بیشتری می‌باشد.

از روش‌های صریح که کارایی مناسبی در جریان‌های دائم دارد، روش انتگرال‌گیری چندمرحله‌ای می‌باشد. این روش که شکل توسعه یافته‌ی الگوریتم رانج-کوتای چندمرحله‌ای می‌باشد، اولین بار توسط جیمسون [11] ارائه شد. در این تحقیق از الگوریتم چهار مرحله‌ای به صورت زیر استفاده شده است:

$$\begin{aligned} Q_i^{(0)} &= Q_i^{(n)} \\ Q_i^{(1)} &= Q_i^{(0)} - \alpha_1(\Delta t) \left[ \frac{1}{\Delta x_i} (R_i^{(0)} - D_i^{(0)}) - S_i^{(0)} \right] \\ Q_i^{(2)} &= Q_i^{(0)} - \alpha_2(\Delta t) \left[ \frac{1}{\Delta x_i} (R_i^{(1)} - D_i^{(0)}) - S_i^{(1)} \right] \\ Q_i^{(3)} &= Q_i^{(0)} - \alpha_3(\Delta t) \left[ \frac{1}{\Delta x_i} (R_i^{(2)} - D_i^{(0)}) - S_i^{(2)} \right] \\ Q_i^{(4)} &= Q_i^{(0)} - \alpha_4(\Delta t) \left[ \frac{1}{\Delta x_i} (R_i^{(3)} - D_i^{(0)}) - S_i^{(3)} \right] \\ Q_i^{(n+1)} &= Q_i^{(4)} \end{aligned} \quad (22)$$

در این رابطه، جمله اول نشان‌دهنده میزان تغییر خواص در داخل حجم کنترل نسبت به زمان بوده و جملات  $F_{i-\frac{1}{2}}^{(2)}$  و  $F_{i+\frac{1}{2}}^{(2)}$  به ترتیب شارهای خروجی و ورودی به حجم کنترل  $i$  و  $(\Delta x)_i$  طول حجم کنترل می‌باشد. برای محاسبه مقادیر شار عبوری، باید مقادیر متغیرهای جریان بر روی وجوه حجم کنترل موجود باشد. در این تحقیق، متغیرهای بقایی بر روی وجوه حجم کنترل به صورت زیر از میانگین متغیرهای بقایی نقاط کنترلی المان‌های مجاور تخمین زده می‌شوند.

$$F_{i+\frac{1}{2}} = \frac{F_i + F_{i+1}}{2} \quad (14)$$

بنابراین رابطه (13) را می‌توان بصورت زیر نوشت.

$$(\Delta x)_i \frac{dQ_i}{dt} + \frac{F_{i+1} - F_{i-1}}{2} = (\Delta x)_i S_i \quad (15)$$

اعمال این روش بر روی یک شبکه منظم، منجر به یک الگوریتم مرکزی با دقت مرتبه دوم می‌شود. در روش‌های مبتنی بر اختلاف مرکزی به دلیل عدم ارتباط بین نقاط زوج و فرد و نیز عدم وجود ترم‌های استهلاک ذاتی، اغتشاشات و نوسانات ایجاد شده در میدان، میرا نشده و باعث اختلال در همگرایی الگوریتم حل می‌شود. بعلاوه در مواردی که گرادپایان متغیرهای جریان بالا باشد، مثل هنگامی که شوک در میدان وجود دارد، حل واگرا خواهد شد. جهت از بین بردن این نوسانات ترم‌های استهلاک مصنوعی به معادلات اضافه می‌شود که این ترم‌ها معمولاً به صورت تابعی از متغیرهای بقایی در نظر گرفته می‌شوند [10]. با اضافه کردن این ترم به معادله (15)، این معادله به صورت زیر درمی‌آید [11].

$$(\Delta x)_i \frac{dQ_i}{dt} + \frac{F_{i+1} - F_{i-1}}{2} - D_i(Q) = (\Delta x)_i S_i \quad (16)$$

$$D_i(Q) = d_{i+\frac{1}{2}} - d_{i-\frac{1}{2}} \quad (17)$$

در این رابطه  $d_{i+\frac{1}{2}}$  و  $d_{i-\frac{1}{2}}$  به ترتیب مقدار ترم استهلاکی بر روی ضلع مشترک بین حجم کنترل  $i$  و همسایه‌های قبل و بعد از آن می‌باشد و به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$d_{i+\frac{1}{2}} = \frac{\Delta x_{i+\frac{1}{2}}}{\Delta t} \left\{ \varepsilon_{i+\frac{1}{2}}^{(2)} (Q_{i+1} - Q_i) - \varepsilon_{i+\frac{1}{2}}^{(4)} (Q_{i+2} - 3Q_{i+1} + 3Q_i - Q_{i-1}) \right\} \quad (18)$$

برای محاسبه  $\varepsilon_{i+\frac{1}{2}}^{(2)}$  و  $\varepsilon_{i+\frac{1}{2}}^{(4)}$  از روابط زیر استفاده می‌شود:

که در آن:

$$R_i = (F_{i+1} - F_{i-1}) / 2 ,$$

$$\alpha_1 = \frac{1}{4} , \alpha_2 = \frac{1}{3} , \alpha_3 = \frac{1}{2} , \alpha_4 = 1 .$$

همان طور که مشاهده می‌شود به منظور کاهش محاسبات و افزایش کارایی این الگوریتم، ترم‌های اتلاف مصنوعی تنها در مرحله اول محاسبه شده و در مراحل بعدی بدون تغییر باقی مانده است.

با توجه به اینکه روش حل فاز گاز به صورت صریح است، باید گام زمانی به-گونه‌ای انتخاب شود که پایداری روش حفظ شود. در اغلب روش‌های صریح، مقدار حداکثر عدد کورانت ( $CFL$ ) که محدودکننده گام زمانی است برابر یک می‌باشد، اما در روش انتگرال‌گیری رانج کوتای چهارمرحله‌ای برابر  $2\sqrt{2}$  است و به صورت زیر محاسبه می‌شود [۱۲]:

$$CFL = \frac{(u+a)\Delta t}{\Delta x} \leq 2\sqrt{2} \quad (23)$$

روش حل عددی به کار رفته در فاز ذرات، مشابه فاز گاز است، بنابراین در این بخش فقط به ارائه نتایج مربوط به فاز گاز اکتفا می‌شود.

برای جریان ورودی زیرصوت، مقدار فشار از طریق برون‌یابی از داخل میدان تعیین‌شده و سپس مقدار چگالی و سرعت به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\rho_1 = \rho_0 \left( \frac{P_1}{P_0} \right)^{1/\gamma} \quad (24)$$

$$a_1 = \left( \frac{\gamma P_1}{\rho_1} \right)^{1/2} \quad (25)$$

$$u_1 = \frac{2}{\gamma-1} (a_0 - a_1) \quad (26)$$

در جریان خروجی زیر صوت، مقدار فشار در مرز خروجی ثابت و برابر مقدار فشار محیط قرار داده شده و مقدار چگالی و سرعت به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\rho_{i\max} = \rho_{i\max-1} \left( \frac{P_{i\max}}{P_{i\max-1}} \right)^{1/\gamma} \quad (27)$$

$$u_{i\max} = u_{i\max-1} + \frac{2}{\gamma-1} (a_{i\max-1} - a_{i\max}) \quad (28)$$

در جریان خروجی بالای صوت، تمام اطلاعات از داخل میدان بدست می‌آید.

## ۵- نتایج

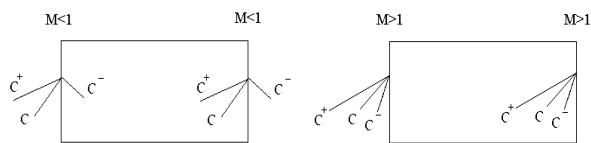
اکنون به بررسی نتایج خروجی از نرم‌افزار تدوین‌شده در این تحقیق و ارزیابی صحت نتایج برای مطالعه جریان داخل نازل و درون موتور پرداخته می‌شود. سپس باالستیک داخلی موتور برای حالت‌های با و بدون سوزش فرسایشی، جریان گازی تنها و جریان دوفازی، انواع سوخت و قطر ذرات تحلیل گردیده و نتایج مختلف ارائه می‌شود.

### ۵-۱- حل جریان داخل نازل

به منظور بررسی دقت و کارایی نرم‌افزار تدوین شده، در شکل‌های ۴ تا ۶ به حل جریان داخل نازل برای حالت‌های مختلف و مقایسه آن با حل دقیق [۱۳] پرداخته شده‌است. نسبت هم‌گرایی نازل (نسبت مساحت ورودی به مساحت گلوگاه) برابر ۳، نسبت واگرایی آن (نسبت مساحت خروجی به مساحت گلوگاه) نیز برابر ۳ و پروفیل آن مخروطی است. شرایط اولیه به صورت دمای ۳۰۰ درجه کلوین، فشار ۱ bar و سرعت صفر در نظر گرفته می‌شود. جریان در بخش هم‌گرایی نازل، زیرصوت است و در بخش واگرا، بسته به اختلاف فشار ورودی و خروجی نازل سه حالت ممکن است برای جریان رخ دهد که در ادامه، به آنها اشاره می‌شود. دمای ورودی نازل برابر ۳۵۰ درجه کلوین و در خروجی نازل فشار محیط برابر ۱ bar می‌باشد.

## ۴- تعیین شرایط مرزی

در این مساله، مطابق شکل ۳، دو نوع شرط مرزی وجود دارد. در ابتدای موتور شرط مرزی دیواره آدیاباتیک برقرار است، یعنی سرعت برابر صفر بوده و گرادین دما نیز صفر در نظر گرفته می‌شود. سایر پارامترهای مورد نیاز در ابتدای موتور از طریق برون‌یابی از داخل میدان بدست می‌آیند. در مرز خروجی نازل، از تئوری مشخصه‌ها استفاده می‌شود که برای جریان‌های ورودی و خروجی به صورت زیر است [۱۲]:



شکل ۳- خطوط مشخصه در جریان‌های خروجی و ورودی.

در جریان بالای صوت، اطلاعات از بالادست جریان به پایین دست آن منتقل می‌شود و تمام خطوط مشخصه در این جریان دارای شیب مثبت هستند. بنابراین مقدار خواص جریان در مرز ورودی، برابر مقدار آن پیش از ورود به نازل در نظر گرفته می‌شود و در مرز خروجی از طریق برون‌یابی از داخل میدان بدست می‌آیند.

پ- جریان بالای صوت: فشار در ورودی نازل 10 bar در نظر گرفته می‌شود. همانگونه که مشاهده می‌شود نتایج بدست‌آمده از این تحقیق در سه حالت اخیر با نتایج حل دقیق تطابق بسیار خوبی دارند.

### ۵-۲- جریان درون موتور

در این بخش تاثیر سوزش فرسایشی، نسبت سطح گذر جریان در گرین به سطح گلوگاه نازل، جنس سوخت، دوفازی بودن جریان و قطر ذرات در جریان دوفازی بر بالستیک داخلی مورد بررسی قرار می‌گیرد. شرایط اولیه موتور به صورت دمای 300 درجه کلوین، فشار 1 bar و سرعت جریان برابر صفر در نظر گرفته می‌شود.

### الف- تأثیر سوزش فرسایشی

افزایش سرعت جریان گاز بر روی سطح سوزش، باعث افزایش نرخ سوزش می‌شود که به آن سوزش فرسایشی می‌گویند. این پدیده در موتورهایی که دارای نسبت سطح گذر جریان در گرین به سطح گلوگاه نازل کمتر از 2/5 است بیشتر مشاهده می‌شود. البته این پدیده وابسته به نسبت کل سطح سوزش به سطح گلوگاه نیز می‌باشد. در این تحقیق از رابطه سوزش فرسایشی ارائه شده در مرجع [۲] استفاده می‌شود که به صورت زیر است:

$$r_b = r_o + r_e = ap^n + \frac{h(T_f - T_s)}{\rho_s [C_s(T_f - T_{st}) - \Delta H_s]} \quad (30)$$

در این رابطه، جمله اول سمت راست، نرخ سوزش عادی (وابسته به فشار) و جمله دوم، نرخ سوزش فرسایشی است. ضرایب  $a$  و  $n$  در نرخ سوزش عادی، ضرایب تجربی هستند. ضریب تجربی  $a$  توسط رابطه زیر، به دمای اولیه سوخت مرتبط می‌شود:

$$a = a_0 \exp[\sigma_p (T_i - T_{i0})] \quad (31)$$

طبق رابطه (30)، اگر ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی،  $h$ ، که مبنای تحلیل در مرجع [۲] است، صفر در نظر گرفته شود، اثر سوزش فرسایشی نیز از بین می‌رود. این پارامتر توسط رابطه زیر بیان می‌شود:

$$h = \frac{\rho_s r_b C_p}{\exp(\rho_s r_b C_p / h^*) - 1} \quad (32)$$

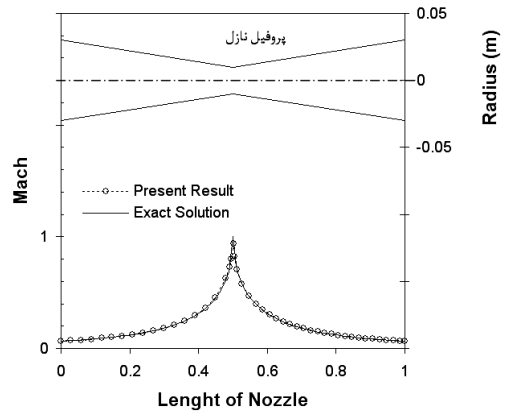
$$h^* = \frac{k}{d} \text{Re}_d \text{Pr}^{1/3} \frac{f}{8} \quad (33)$$

$$f = \frac{0.25}{\left[ \text{Log} \left( \frac{\varepsilon}{3.7d} + \frac{5.74}{\text{Re}_d^{0.9}} \right) \right]^2} \quad (34)$$

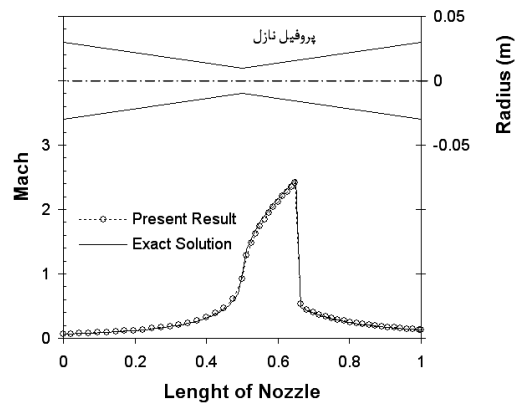
الف- جریان زیر صوت: فشار در ورودی نازل 1/01 bar در نظر گرفته می‌شود. اختلاف فشار ورودی و خروجی نازل به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\Delta P_{ub} = P_{up} - P_{back} = 0.01 \text{ bar} \quad (29)$$

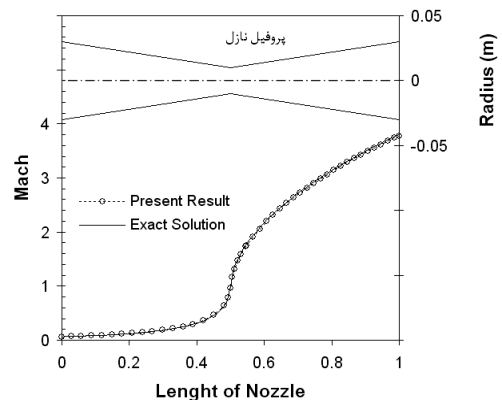
ب- جریان دارای شوک: فشار در ورودی نازل 2 bar در نظر گرفته می‌شود.



شکل ۴- مقایسه حل عددی و حل دقیق جریان زیر صوت ( $\Delta P_{ub} = 0.01 \text{ bar}$ )

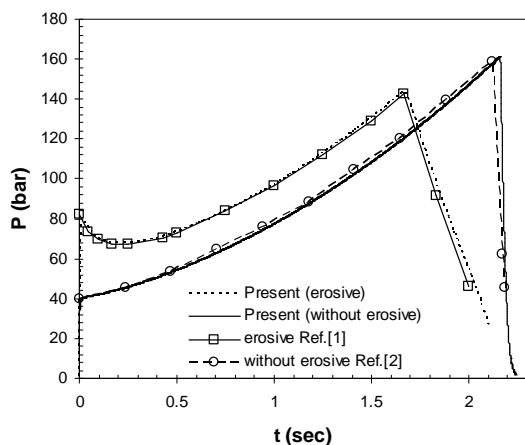


شکل ۵- مقایسه حل عددی و حل دقیق جریان دارای شوک ( $\Delta P_{ub} = 1 \text{ bar}$ )



شکل ۶- مقایسه حل عددی و حل دقیق جریان زیر صوت- بالای صوت ( $\Delta P_{ub} = 9 \text{ bar}$ )

سوخت ادامه دارد و پس از آن نیز تخلیه محفظه صورت می‌گیرد تا جایی که فشار محفظه برابر فشار محیط یعنی ۱ bar شود. نکته‌ای که باید به آن توجه کرد و در منحنی دیده می‌شود آن است که در اثر سوزش فرسایشی با توجه به اینکه نرخ سوزش سوخت جامد افزایش می‌یابد، زمان کار موتور کمتر می‌شود و همچنین مقدار فشار حداکثر محفظه کاهش می‌یابد. در شکل ۷ همچنین، منحنی فشار ابتدای موتور با نتایج موجود در مراجع [۱] و [۲]، که جریان درون موتور را به صورت عددی تحلیل کرده‌اند، مقایسه شده است. در بخش مقدمه به روش و نوع حل جریان در این مراجع اشاره گردید. همان‌گونه که مشاهده می‌شود نتایج بدست آمده در این تحقیق، مطابقت نسبتاً خوبی با نتایج عددی موجود در سایر مراجع دارد.



شکل ۷- منحنی فشار ابتدای موتور برای دو حالت سوزش عادی و سوزش فرسایشی در مقایسه با سایر مراجع.

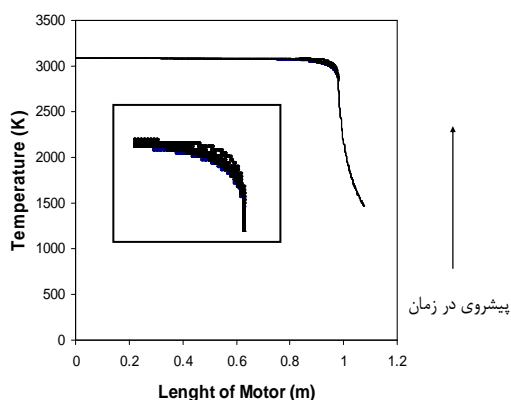
جهت بررسی اثر سوزش فرسایشی، در شکل ۷ مقایسه‌ای بین منحنی فشار ابتدای موتور برای دو حالت سوزش عادی و سوزش فرسایشی صورت گرفته است. مشخصات موتور تحت بررسی در جدول ۱ آورده شده است. براساس مطالعات انجام شده، گام زمانی اجرای برنامه برابر  $7 \times 10^{-7}$  ثانیه و تعداد نقاط بکار رفته در شبکه، ۲۴۰ نقطه در نظر گرفته می‌شود. در ابتدا مقایسه تاثیر سوزش عادی و سوزش فرسایشی انجام می‌شود. مشاهده می‌شود که در هر دو حالت، در ابتدای کار موتور فشار خیلی سریع بالا می‌رود که علت آن، انباشته شدن گازهای حاصل از احتراق در محفظه، پیش از راه افتادن جریان و خروج آن از نازل است. اما همان‌طور که در نمودار با سوزش فرسایشی دیده می‌شود، با اعمال سوزش فرسایشی، افزایش فشار در ابتدای کار موتور بیشتر از حالت سوزش عادی است و بعد از این افزایش سریع فشار در لحظات اولیه، کمی افت فشار وجود دارد که در اثر راه افتادن جریان درون محفظه و خروج آن از نازل است و پس از آن دوباره فشار افزایش می‌یابد. علت افزایش فشار در این ناحیه آن است که در موتور مورد بررسی، از گرین استوانه‌ای درون سوز استفاده شده و با پسروی سطح گرین، سطح سوزش بزرگتر می‌شود و در نتیجه با پیشروی در زمان، نرخ ورود گازهای احتراقی به میدان جریان افزایش می‌یابد که موجب افزایش فشار می‌شود. این افزایش فشار تا جایی ادامه می‌یابد که ضخامت سوخت در یکی از سلول‌ها در طول گرین صفر شود و پس از آن فشار محفظه کاهش می‌یابد. علت این کاهش فشار، کاهش مقدار گازهای احتراقی حاصل از کاهش سطح سوخت است که وارد میدان می‌شود. این کاهش فشار تا تمام شدن کامل

جدول ۱- مشخصات موتور سوخت جامد نمونه [۲].

مقدار	پارامتر	مقدار	ارامتر
294 K	دمای اولیه سوخت ( $T_i$ )	0.835 m	طول گرین
1130 K	دمای سطح سوخت ( $T_s$ )	0.045 m	قطر داخلی گرین
400 $\mu$ m	زبری سطح سوخت ( $\epsilon$ )	0.0635 m	قطر خارجی گرین
0.82	عدد پرناتل ( $Pr$ )	0.0203 m	قطر گلوگاه نازل
318 J/kg.K	ثابت گاز ( $R_g$ )	1740 kg/m <sup>3</sup>	چگالی سوخت ( $\rho_s$ )
1.21	نسبت گرمای ویژه گاز ( $\gamma_g$ )	1510 J/kg.K	گرمای ویژه سوخت ( $C_s$ )
$8.19 \times 10^{-5}$ kg/m.s	لزجت دینامیکی گاز ( $\mu_g$ )	0.0016 K-1	حساسیت‌دمایی نرخ سوزش ( $\sigma_p$ )
0.184 W/m.K	هدایت گرمایی گاز ( $k_g$ )	3060 K	دمای شعله ( $T_f$ )
$5 \times 10^{-4} [P(KPa)]^{0.33} m/s$		رابطه نرخ سوزش وابسته به فشار ( $T_0$ )	

ماخ افزایش و در جریان خروجی زیرصوت و در قسمت واگرای نازل، عدد ماخ کاهش می‌یابد. جریان داخل نازل جز در لحظات اولیه راه‌اندازی موتور و لحظات پایانی کار موتور، در حالت بالای صوت است. در لحظات اولیه راه‌اندازی موتور، سرعت درون محفظه با گذشت زمان زیاد می‌شود، اما بعد از پایدار شدن جریان، همانطور که از شکل قابل استنباط است، سرعت جریان درون محفظه با گذشت زمان کم شده و به سمت یک منحنی هم‌گرا می‌شود که این کاهش سرعت به علت افزایش حجم خالی محفظه است. این شکل، مقدار عدد ماخ در بازه وسیعی از کار موتور را نشان می‌دهد.

از دیگر پارامترهای جالب توجه، تغییرات دما درون موتور است. شکل ۱۰ تغییرات دما در طول موتور را برای زمان‌های مختلف بعد از پایدار شدن جریان درون محفظه و پیش از اتمام سوخت، با در نظر گرفتن سوزش فرسایشی نشان می‌دهد.

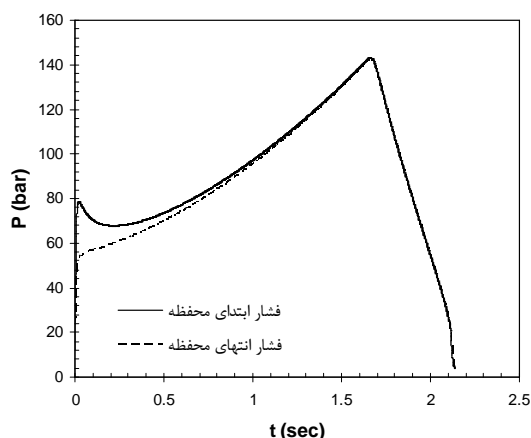


شکل ۱۰- منحنی تغییرات دما در طول موتور برای زمان‌های مختلف در محدوده کاری شبه پایدار موتور.

همان‌طور که در شکل دیده می‌شود، در بازه وسیعی از کار موتور، تغییر چندانی در منحنی دما رخ نمی‌دهد، لذا در تحلیل جریان درون موتور، معمولاً دمای محفظه ثابت فرض می‌شود. با شروع سوزش سوخت، دمای درون محفظه به سرعت بالا رفته و به بیشترین مقدار خود یعنی دمای شعله می‌رسد. دمای شعله از ابتدای موتور به سمت انتهای آن به دلیل افزایش سرعت جریان، مقدار کمی کاهش می‌یابد.

منحنی تغییرات فشار درون موتور، پارامتر قابل توجه دیگری است که در شکل ۱۱ دیده می‌شود. مقدار فشار از ابتدای محفظه به سمت انتهای آن به دلیل افزایش سرعت جریان، کاهش می‌یابد. این شکل نشانگر روند افزایش فشار در حین سوختن سوخت با در نظر گرفتن سوزش فرسایشی است. این

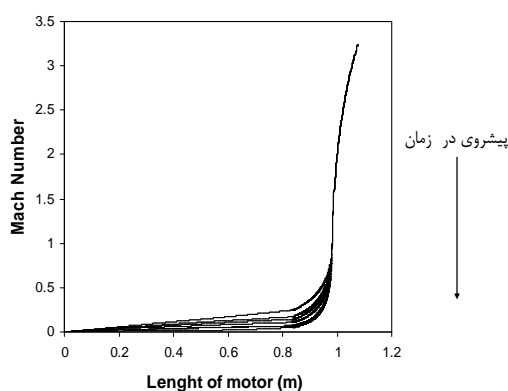
در شکل ۸ منحنی فشار-زمان برای ابتدا و انتهای موتور نشان داده شده است. در این مثال نسبت سطح حفره گرین به سطح گلوگاه کم می‌باشد. همان‌گونه که مشاهده می‌شود، در این حالت در شروع کار موتور اختلاف بین فشار ابتدا و انتهای موتور زیاد است و پدیده سوزش فرسایشی مشهودتر است.



شکل ۸- مقایسه منحنی فشار ابتدا و انتهای محفظه تحت اثر سوزش فرسایشی.

در ادامه به بررسی سایر پارامترهای مهم در بالستیک داخلی نظیر اثرات تغییر دما، عدد ماخ، فشار و نحوه پسروی سطح گرین در طی زمان کارکرد موتور پرداخته می‌شود.

در شکل ۹ منحنی عدد ماخ در طول موتور برای زمان‌های مختلف در محدوده شبه پایدار کارکرد موتور (یعنی غیر از حالت‌های گذرای اولیه و پایانی کارکرد موتور)، با در نظر گرفتن سوزش فرسایشی ترسیم شده است.



شکل ۹- منحنی تغییرات عدد ماخ در طول موتور برای زمان‌های مختلف در محدوده کاری شبه پایدار موتور.

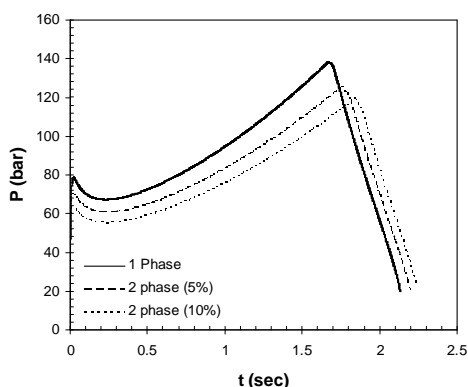
با توجه به هندسه و فیزیک جریان، عدد ماخ باید در طول محفظه احتراق افزایش یابد. درون نازل نیز هنگامی که خروجی آن بالای صوت است عدد



سوزش فرسایشی در نظر گرفته می‌شود، نرخ سوزش علاوه بر وابستگی به فشار محفظه، به سرعت جریان نیز بستگی دارد و در این حالت، مقدار نرخ سوزش در انتهای متصل به نازل بیشتر از ابتدای موتور می‌شود، بنابراین سوخت انتهای موتور سریع‌تر تمام می‌شود. دانستن این مطلب برای چگونگی عایق‌کاری دیواره موتور با اهمیت می‌باشد.

### ب- تأثیر دوفازی بودن جریان

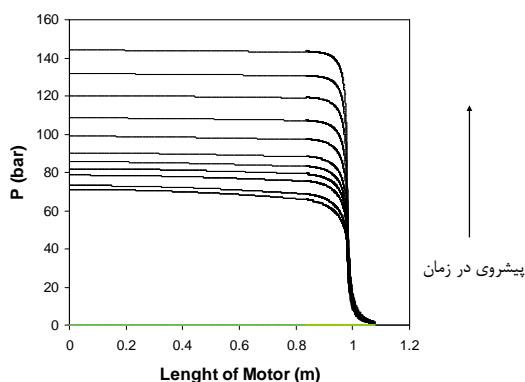
در شکل ۱۳ منحنی فشار ابتدای موتور برای حالت دوفازی ترسیم و با حالت یک فازی از مرجع [۱۴] مقایسه شده است. همان‌طور که در شکل دیده می‌شود، دوفازی بودن جریان درون موتور موجب کاهش فشار محفظه و افزایش زمان عملکرد موتور می‌شود که علت آن کاهش مقدار سوختی است که به صورت گازهای حاصل از احتراق وارد میدان می‌شود.



شکل ۱۳- منحنی فشار ابتدای موتور برای جریان یک فازی [۱۴] و دوفازی، با دو نوع درصد جرمی ذرات.

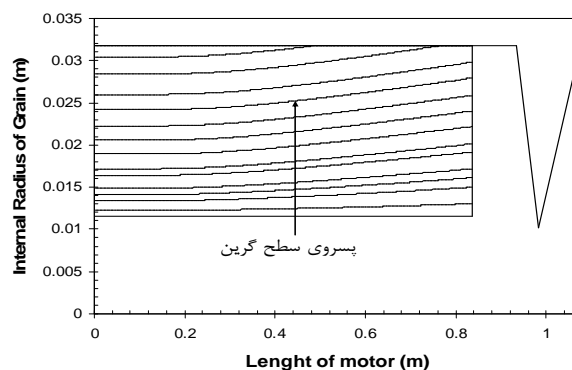
کاهش مقدار گازهای حاصل از احتراق که در هر لحظه وارد میدان جریان می‌شود، در مقایسه با حالت یک فازی موجب کاهش نرخ فشار و در نتیجه کاهش نرخ سوزش می‌شود؛ بنابراین با کاهش نرخ سوزش، سوخت دیرتر تمام شده و زمان عملکرد موتور افزایش می‌یابد. با افزایش درصد ذرات جامد، سطح منحنی فشار پایین‌تر آمده و زمان عملکرد موتور نیز افزایش می‌یابد. مشخصات ذرات جامد مورد استفاده که آلومینیومی هستند، در جدول ۲ مشاهده می‌شود.

افزایش فشار تا زمانی ادامه دارد که ضخامت گرین در هیچ سلولی به صفر نرسیده باشد و با تمام شدن سوخت در اولین سلول (که در حالت سوزش فرسایشی، این سلول در انتهای متصل به نازل محفظه قرار دارد)، فشار محفظه با گذشت زمان، کاهش می‌یابد.



شکل ۱۱- منحنی تغییرات فشار در طول موتور برای زمان‌های مختلف در محدوده کاری شبه پایدار موتور.

یکی از مسائل مهم در موتورهای سوخت جامد، نحوه پسروی سطح گرین است. در شکل ۱۲ چگونگی پسروی سطح گرین در طی زمان کارکرد موتور با احتساب سوزش فرسایشی نشان داده شده است.



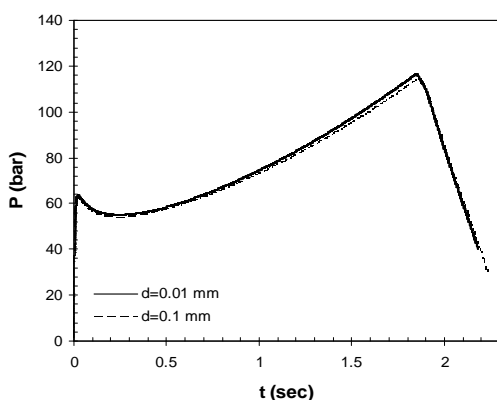
شکل ۱۲- پسروی سطح گرین با احتساب سوزش فرسایشی.

در حالت بدون احتساب سوزش فرسایشی، با توجه به اینکه نرخ سوزش وابسته به فشار است و فشار ابتدای موتور (به علت افزایش سرعت جریان از ابتدای موتور به سمت انتهای آن) بیشتر از انتهای آن است، نرخ سوزش نیز در ابتدای موتور بیشتر شده و در نتیجه پسروی سطح گرین در ابتدای موتور کمی سریع‌تر است و زودتر دیواره محفظه نمایان می‌شود. اما در حالتی که

جدول ۲- مشخصات ذرات آلومینیومی موجود در سوخت.

پارامتر	مقدار
قطر ذرات ( $d_{particle}$ )	10 $\mu\text{m}$
چگالی ذرات ( $\rho_{particle}$ )	2700 kg/m <sup>3</sup>
درصد جرمی ذرات ( $\alpha_p$ )	5 - 10 %
ظرفیت گرمایی ویژه ذرات (C)	900 J/kg.K

می‌شود که با افزایش قطر ذرات، نیروی پسا افزایش می‌یابد و در نتیجه کاهش سرعت و فشار محفظه رخ می‌دهد.



شکل ۱۴- تأثیر قطر ذرات جامد بر منحنی فشار ابتدای موتور در جریان دوفازی.

### پ- تأثیر نوع جنس سوخت در جریان دوفازی

در این قسمت، تأثیر جنس سوخت یعنی دوپایه یا کامپوزیت بودن آن، در حالت دوفازی مورد بررسی قرار می‌گیرد. مشخصات سوخت کامپوزیت در جدول ۱ و مشخصات سوخت دوپایه در جدول ۳ آورده شده است. در شکل ۱۵، منحنی تراست-زمان موتور برای دو نوع سوخت دوپایه و کامپوزیت ترسیم شده است. مشاهده می‌شود که استفاده از سوخت‌های دوپایه موجب کاهش تراست و ایمپالس ویژه موتور (سطح زیر منحنی) می‌شود، بنابراین کارایی سوخت‌های کامپوزیت بیشتر از دوپایه است.

دوفازی بودن جریان، با کاهش سطح زیر منحنی فشار-زمان، موجب کاهش ایمپالس کل و ایمپالس ویژه و در نتیجه کاهش کارایی موتور می‌شود. کارایی موتور در حالت دوفازی پایین می‌آید، اما وجود ذرات جامد موجب کاهش اثرات ناپایداری‌های احتمالی می‌شود، زیرا وجود ذرات جامد درون موتور باعث می‌شود تا جرم سیال درون موتور افزایش یافته و در برابر تحریکات وارده، از خود مقاومت بیشتری نشان می‌دهد و نوسانات مزاحم را مستهلک نماید [۱].

در شکل ۱۴ منحنی فشار-زمان در قسمت ابتدای موتور برای دو قطر متفاوت ذرات در حالت دوفازی با  $\alpha_p = 10\%$  ترسیم شده است. همان‌طور که در شکل دیده می‌شود، تغییر در اندازه ذرات، تأثیر چندانی بر فشار محفظه ندارد و موجب پایین آمدن سطح منحنی فشار می‌شود. این تغییر به این علت است که با وجود تغییر اندازه قطر ذرات، جرم کل ذرات وارد شده به میدان جریان، تغییر نمی‌کند و تغییر قطر ذرات سبب کاهش انرژی جریان و بالطبع افت فشار در فاز گازی می‌گردد. اما کاهش فشار در اثر بزرگ شدن قطر ذرات، می‌تواند بدین علت باشد که با افزایش قطر ذرات، میزان سرعت ذرات در اثر تبادل اندازه حرکت بین دو فاز کمتر شده و مقدار سرعت فاز گاز را نیز کاهش می‌دهد. همچنین در رابطه نیروی پسا بین دو فاز مشاهده

جدول ۳- مشخصات سوخت دوپایه [۴].

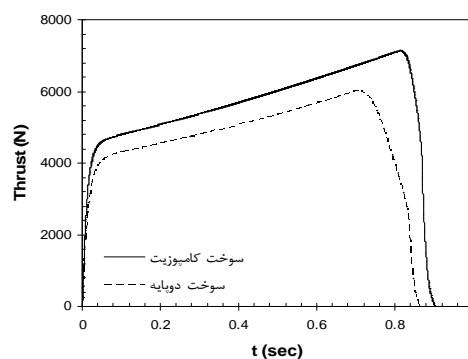
پارامتر	مقدار	پارامتر	مقدار
زبری سطح سوخت ( $\epsilon$ )	400 $\mu\text{m}$	دمای اولیه سوخت ( $T_i$ )	300 K
عدد پرناتل (Pr)	0.82	دمای سطح سوخت ( $T_s$ )	550 K
چگالی سوخت ( $\rho_s$ )	1610 kg/m <sup>3</sup>	ثابت گاز ( $R_g$ )	360 J/kg.K
گرمای ویژه سوخت ( $C_s$ )	1510 J/kg.K	نسبت گرمای ویژه گاز ( $\gamma_g$ )	1.253
دمای شعله ( $T_f$ )	2260 K	لزجت دینامیکی گاز ( $\mu_g$ )	$8.519 \times 10^{-5}$ kg/m.s
هدایت گرمایی گاز ( $k_g$ )	0.184 W/m.K	رابطه نرخ سوزش وابسته به فشار ( $r_0$ ) $r_0 = 2.08 \times 10^{-3} [P(\text{bar})]^{0.37}$ m/s	

- سوزش فرسایشی در ابتدای کار موتور، موجب افزایش سریع فشار محفظه و در نتیجه افزایش نرخ سوزش می‌شود. همچنین، با اعمال سوزش فرسایشی در مقایسه با حالت بدون سوزش فرسایشی زمان کارکرد موتور و حداکثر فشار محفظه کاهش می‌یابند. لازم به یادآوری است که این وضعیت برای یک گرین استوانه‌ای درونسوز اتفاق افتاده است.

- مقایسه بین حالت یک فازی و دوفازی نشان می‌دهد که در حالت دوفازی کاهش فشار محفظه و کاهش نرخ سوزش و در نتیجه کاهش زمان کارکرد موتور رخ می‌دهد که بیانگر کارایی پایین‌تر حالت دوفازی نسبت به یک فازی از نظر فشار و ایمپالس ویژه است.

- تغییر قطر ذرات جامد در فاز ذرات، سطح منحنی فشار را به پایین می‌آورد. - با تغییر جنس سوخت از کامپوزیت به دوپایه، کاهش فشار قابل ملاحظه‌ای در محفظه رخ می‌دهد

همچنین مقدار ایمپالس کل و ایمپالس ویژه موتور کاهش می‌یابد که بیانگر کارایی کمتر سوخت‌های دوپایه نسبت به سوخت‌های کامپوزیت می‌باشد.



شکل ۱۵- تأثیر نوع جنس سوخت بر منحنی تراست موتور در جریان دوفازی.

## ۶- نتیجه‌گیری

نتایج حاصل از شبیه‌سازی عددی صورت گرفته در این تحقیق تطابق مناسبی با سایر مراجع دارد و بیانگر صحت و دقت روش حل عددی به کار رفته در این تحقیق در حل بالستیک داخلی موتور سوخت جامد است. نتایج بدست آمده از تحلیل بالستیک داخلی در این تحقیق عبارتند از:

## فهرست علائم:

$A$ : سطح مقطع عبوری گاز	$T$ : دمای فاز گاز	$a$ : ضریب فشار در رابطه نرخ سوزش
$C_d$ : ضریب نیروی پسا	$T_f$ : دمای شعله	$C_{particle}$ : ظرفیت گرمایی ویژه ذرات جامد
$CFL$ : عدد کورانت	$T_s$ : دمای سطح سوخت	$C_p$ : ظرفیت گرمایی ویژه گاز در فشار ثابت
$D$ : نیروی پسا بین دو فاز	$T_{si}$ : دمای اولیه سوخت	$e$ : انرژی کل بر واحد جرم گاز
$d_{particle}$ : قطر متوسط ذرات	$T_p$ : دمای فاز ذرات	$e_p$ : انرژی کل بر واحد جرم ذرات
$f$ : ضریب اصطکاک	$u$ : سرعت فاز گاز	$h$ : ضریب انتقال حرارت جابجایی
$m_{particle}$ : جرم ذرات جامد	$u_p$ : سرعت فاز ذرات	$n$ : توان فشار در رابطه نرخ سوزش
$Nu$ : عدد ناسلت	$\alpha_p$ : درصد جرمی ذرات	$Q$ : انتقال حرارت میان فاز گاز و فاز ذرات
$P$ : فشار فاز گاز	$\epsilon$ : زبری سطح سوزش	$\Delta H_s$ : گرمای سطحی واکنش
$Pr$ : عدد پرانتل	$\gamma$ : نسبت گرمای ویژه	$\rho_p$ : چگالی ذرات بر واحد حجم
$Rr$ : عدد رینولدز	$\rho$ : چگالی گاز	$\rho_{particle}$ : چگالی متوسط ذرات جامد
$T_b$ : نرخ سوزش	$\rho_s$ : چگالی سوخت	$\sigma_p$ : حساسیت دمایی نرخ سوزش وابسته فشار

## مراجع

- [۱]. علی آملی، و سید محمد حسین کریمیان، شبیه‌سازی عددی بالستیک داخلی موتور سوخت جامد بر روی شبکه بی‌سازمان متحرک، اولین کنفرانس علمی و کاربردی سازمان هوافضا، تهران، ایران ۱۰-۷ شهریور ۱۳۷۹.
- [۲]. علی آملی، سیدمحمدحسین کریمیان، شبیه‌سازی یک بعدی بالستیک داخلی موتور سوخت جامد درون- بیرون سوز، اولین کنفرانس علمی و کاربردی سازمان هوافضا، تهران، ایران ۱۰-۷ شهریور ۱۳۷۹.

- [1]. Seyed Mehdi Mirsajadi, and Seyed Mohammad Hossein Karimian, "Numerical Study of the Effect of Longitudinal Acceleration of Solid Rocket Motor Internal Ballistics"; Journal of Fluid Engineering 1992, 114, 404-410.

- [2]. Gottlieb, J. J.; Greatrix, D. R. "Numerical Study of the Effect of Longitudinal Acceleration of Solid Rocket Motor Internal Ballistics."; Journal of Fluid Engineering 1992, 114, 404-410.

[۱۰]. مصطفی هادی دولایی، و علیرضا جهانگیریان، "شبه‌سازی جریان غیردائم تراکم‌پذیر حول اجسام متحرک سه بعدی با استفاده از شبکه بی‌سازمان"، پایان‌نامه دکتری، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، ۱۳۸۳.

[11]. Jameson, A.; Schmidt, W.; Trukel, E. "Numerical Simulation of the Euler Equations by Finite Volume Methods Using Runge-kutta Time Stepping Schemes."; Computational Fluid Dynamics Conference, AIAA Paper 81-1259, AIAA 5th.

[۱۲]. ک. هافمن، مترجم: احمدرضا عظیمیان، "دینامیک سیالات محاسباتی برای مهندسان"، جلد ۱ و ۲، انتشارات دانشگاه صنعتی اصفهان، ۱۳۸۳.

[13]. Anderson, J. D., "Modern Compressible Flow with Historical Perspective."; McGraw-Hill Book Company, 1982.

[۱۴]. سید مهدی میرساجدی، محمدرضا حیدری، عصمت کلانه، شبه‌سازی یک‌بعدی بالستیک داخلی موتور سوخت جامد، هشتمین کنفرانس سالانه (بین المللی) انجمن هوافضای ایران IAS2009، اصفهان، شاهین شهر، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، اسفند ۱۳۸۷.

[۵]. حمیدرضا حاجی حسینی، و کریم مظاهری، "شبه‌سازی صفربعدی بالستیک داخلی موتور سوخت جامد"، اولین کنفرانس علمی و کاربردی سازمان هوافضا، تهران، ایران ۱۰-۷ شهریور ۱۳۷۹.

[۶]. حمیدرضا حاجی حسینی، کریم مظاهری، "شبه‌سازی یک بعدی بالستیک داخلی موتور سوخت جامد"، اولین کنفرانس علمی و کاربردی سازمان صنایع هوافضا، تهران، ایران ۱۰-۷ شهریور ۱۳۷۹.

[۷]. حسن کریمی، و اسماعیل اسماعیلی طاهری، "شبه‌سازی بالستیک داخلی یک سیستم راه-انداز سوخت جامد"، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران، ایران ۱۳۷۹.

[۸]. مهدی مرادی، و حسن کریمی، "مدل‌سازی و شبه‌سازی ریاضی بالستیک داخلی یک موتور موشک سوخت جامد خاص"، پایان‌نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، مرداد ۱۳۸۵.

[9]. Clift, R.; Grace, J. R.; Weber, M. E. "Bubbles and Particles."; Academic Press, New York, 1987.