مجله علمی- پژوهشی مواد پرانرژی

سال پنجم- شماره ۲- شماره پیاپی ۱۰- پاییز و زمستان ۸۹

بررسی عددی و ارائه یک مدل ساختاری ترکیبی برای بتن تحت تاثیر بارگذاری با نرخ کرنش نسبتا بالا

غلامحسین لیاقت*[۱]، محمدتقی احمدی[۲]، پویا پیرعلی[۳]

تهران- دانشگاه تربیت مدرس

(تاریخ وصول: ۸۸/۱۲/٤ ، تاریخ پذیرش: ۸۹/٦/۳۱)

چکیده

بسیاری از سازه‌های بتنی ممکن است تحت بارگذاری‌های دینامیکی با نرخ کرنش بالا مانند ضربه، انفجار و ... قرار گیرند. بنابراین پیش بینی رفتار این سازه‌ها به منظور مقابله با حوادث احتمالی و کاهش خسارات وارده حائز اهمیت می‌باشد. شناخت پاسخ بتن تحت نرخ کرنش‌های بالا، یکی از فاکتورهای اساسی در طراحی سازه‌های محافظ و کاهش تخریب ساخت و سازها محسوب می‌شود. هنگامی که بتن تحت بارگذاری دینامیکی قرار می‌گیرد، رفتار آن وابسته به نرخ کرنش اعمالی است. بنابراین، نیاز به مدل مناسبی می‌باشد تا خصوصیات آنرا بدرستی توصیف نماید. هدف از این مقاله، ارائه یک روش برای پیش بینی مقاومت دینامیکی بتن و تخریب آن با استفاده از ترکیب مدل ویسکوپلاستیسیته و تئوری تخریب می‌باشد. مدل رفتاری پیشنهادی، به صورت یک زیربرنامه در نرم افزار آباکوس پیاده‌سازی شده و برای شبیه‌سازی رفتار نمونه بتنی در آزمایش میله هاپکینسون مورد استفاده قرار گرفته است. دستگاه میله هاپکینسون قادر است نرخ کرنش‌های مختلفی را بر یک نمونه استوانه‌ای وارد ساخته و نمودار تنش را بر حسب یک نرخ کرنش مشخص ترسیم نماید. در نهایت، نتایج حل عددی با نتایج تجربی مقایسه شده و همخوانی خوبی مشاهده شده است.

واژه‌های کلیدی: بتن، نرخ کرنش، تخریب، ویسکوپلاستیسیته، میله هاپکینسون.

۱- مقدمه

بسیاری از سازه‌های بتنی ممکن است تحت تاثیر بارگذاری‌های ناگهانی مانند ضربات ناشی از پرتابه‌های گوناگون، موج‌های تنشی در اثر انفجار و سایر منابع بارگذاری با نرخ کرنش بالا قرار گیرند. رفتار دینامیکی بتن با رفتار استاتیکی و شبه‌استاتیکی آن تفاوت دارد. بدلیل اینکه مقاومت دینامیکی بتن و سایر مواد شبیه به بتن به نرخ بارگذاری بستگی دارد، چگونگی اثر نرخ کرنش بر خصوصیات این مواد مانند مقاومت نهایی، مدول الاستیسیته و ... از پارامترهای مهم در بررسی و شناخت رفتار بتن بوده و بایستی در مدل‌های ساختاری مورد استفاده در شبیه‌سازی‌های دینامیکی مدنظر قرار گیرد. شکل‌های (۱) و (۲) اثرات نرخ کرنش‌های مختلف بر مقاومت فشاری و کششی بتن را نشان می‌دهد[۱].

شکل‌های (۱) و (۲) نشان می‌دهند مقاومت فشاری و کششی با افزایش نرخ کرنش، افزایش می‌یابند.

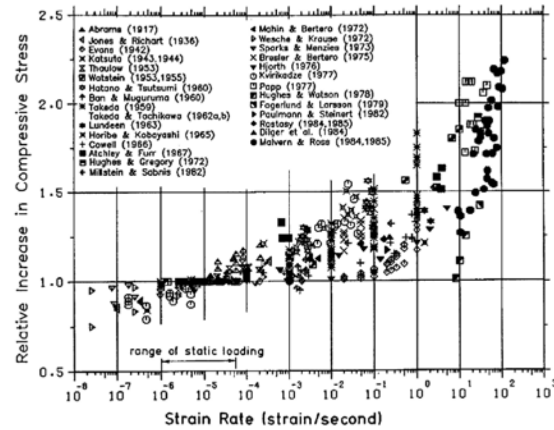
۱- استاد

۲- استاد

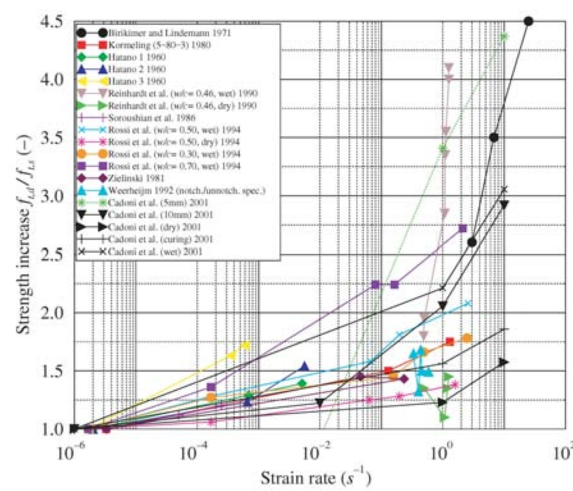
۳- دانشجوی دکتری

* E-mail: ghlia530@modares.ac.ir

1- Constitutive Model



شکل ۱- افزایش سطح تنش فشاری بر اساس افزایش نرخ کرنش [۱].



شکل ۲- افزایش نسبت مقاومت کششی دینامیکی به مقاومت کششی استاتیکی براساس افزایش نرخ کرنش [۱]

بسیاری از محققین تئوری پلاستیسیته را به تنهایی برای توصیف رفتار بتن بکار برده‌اند[۶-۲]. نتایج این بررسی‌ها نشان می‌دهد که تئوری پلاستیسیته به تنهایی قادر نیست از هم پاشیدگی[1] ماده در اثر ترک‌های بسیار ریز را توصیف نماید. همچنین این تئوری برای بررسی پاسخ موادی مانند بتن که رفتارشان بستگی به نرخ کرنش دارد، مناسب نمی‌باشد.

عده‌ای دیگر از محققین، تئوری تخریب را برای بررسی رفتار غیرخطی شامل ترک‌های بسیار ریز پیش‌رونده[2] و پدیده نرم‌شوندگی[3] بکار برده‌اند[۱۰-۷]. هیچیک از این دو تئوری به تنهایی قادر نیستند رفتار غیرخطی بتن را به طور کامل پیش‌بینی نمایند.

1- Degradation
2- Progressive micro- cracking
3- Softening

بعضی از محققین تئوری پلاستیسیته و تخریب را با هم ترکیب کرده [۱۶-۱۱] و برای پیش‌بینی رفتار بتن بکار برده‌اند. مروری از این مدل‌های ساختاری در مراجع [۲۳-۱۷] آورده شده است. لازم به ذکر است مدل‌های ارائه شده برای نرخ کرنش‌های پایین مناسب بوده و برای نرخ کرنش‌های بالا که بتن رفتاری متفاوت از خود نشان می‌دهد، قابل استفاده نمی‌باشند.

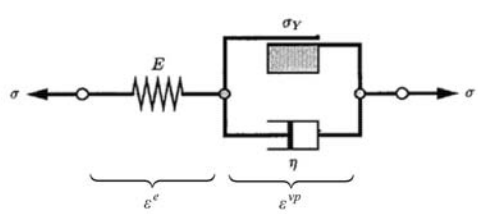
بنابراین، نیاز به مدلی می‌باشد که علاوه بر پیش‌بینی صحیح گسیختگی[4] مواد حساس به نرخ کرنش، قادر باشد رفتار غیرخطی بتن در اثر رشد و به هم پیوستن ترک‌ها و در نتیجه تخریب آن را به درستی پیش‌بینی نماید.

مدل ویسکوپلاستیسیته از مدل‌های مناسب برای بررسی مواد حساس به نرخ کرنش می‌باشد. این تئوری با استفاده از پارامتر ویسکوزیته، اثرات نرخ بارگذاری را در معادلات حاکم لحاظ می‌کند. در این مقاله، تئوری ویسکوپلاستیسیته با تئوری تخریب ترکیب شده و برای پیش‌بینی رفتار بتن تحت نرخ کرنش‌های بالا مورد استفاده قرار گرفته است.

۲- مدل ساختاری

۲-۱- رفتار ویسکوپلاستیک

برای اعمال پارامتر ویسکوزیته در معادلات حاکم از مدل ویسکوپلاستیک پرزینا[5] استفاده شده است[۲۴]. شکل (۳) ساختار ریاضی این مدل را نشان می‌دهد.



شکل ۳- ساختار ریاضی یک ماده ویسکوپلاستیک [۲۵].

مدل ریاضی یک ماده ویسکوپلاستیک شامل یک فنر با ثابت الاستیک E، یک میراگر با ثابت میرایی η و یک عضو اصطکاکی با ثابت σ_Y می‌باشد.

با فرض اینکه σ تنش اعمالی و ε کل کرنش باشد، نرخ کل کرنش را می‌توان به صورت زیر به دو جزء نرخ کرنش الاستیک و نرخ کرنش ویسکوپلاستیک تقسیم نمود:

$$\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}^{e} + \dot{\varepsilon}^{vp} \qquad (۱)$$

4- Failure
5- Perzyna

که $\dot{\varepsilon}^{e}$ کرنش الاستیک در فنر و $\dot{\varepsilon}^{vp}$ نرخ کرنش ویسکوپلاستیک می‌باشد. براساس مدل پرزینا[۲۴]، نرخ کرنش پلاستیک از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$\dot{\varepsilon}^{vp} = \dot{\lambda}^{vp} \frac{\partial g}{\partial \tilde{\sigma}} \qquad (۲)$$

در رابطه بالا، g پتانسیل پلاستیک، $\dot{\lambda}^{vp}$ ضریب ویسکوپلاستیک و $\tilde{\sigma}$ تنش موثر می‌باشد. در پلاستیسیته وابسته[1]، g و f یکسان می‌باشند (f تابع تسلیم است). یکسان بودن پتانسیل پلاستیک و تابع تسلیم به این معناست که راستای جزء کرنش پلاستیک بر سطح تسلیم عمود می‌باشد. ولیکن در موادی مانند بتن که موسوم به مواد دارای اصطکاک داخلی[2] هستند، g و f یکسان نبوده و به این حالت پلاستیسیته غیروابسته[3] اطلاق می‌گردد [۲۵]. تنش موثر $\tilde{\sigma}$، تنش در مقیاس میکرو بوده و با استفاده از پارامتر تخریب D به تنش در مقیاس ماکرو $\sigma = (1-D)\tilde{\sigma}$ مربوط می‌شود.

$\dot{\lambda}^{vp}$ به صورت زیر تعریف می‌شود[۲۶]:

$$\dot{\lambda}^{vp} = \frac{\langle f \rangle}{\eta} \qquad (۳)$$

در رابطه بالا، f تابع تسلیم می‌باشد. براکت $\langle\ \rangle$ به این معناست که $\langle f \rangle$ تنها زمانی دارای مقدار می‌باشد که $f>0$. زمانیکه $f<0$ ، $\langle f \rangle$ برابر صفر بوده و بیانگر این است که نقطه بارگذاری داخل سطح تسلیم بوده و هیچ کرنش ویسکوپلاستیکی وجود ندارد. ضریب ویسکوزیته η به صورت زیر تعریف می‌شود[۲۶]:

$$\eta = \frac{1}{2} l \sqrt{E\rho} \qquad (۴)$$

در رابطه بالا، l طول مشخصه ماده، E مدول الاستیسیته و ρ دانسیته ماده می‌باشد. طول مشخصه در بتن به صورت حداقل سه برابر اندازه بزرگترین دانه‌بندی انتخاب می‌گردد[۷].

رابطه زیر، تابع تسلیم دراکر- پراگر[4] را نشان می‌دهد که تابع تسلیم مناسبی برای موادی مانند بتن می‌باشد:

$$f(\tilde{\sigma}) = c_{\phi} I_1(\tilde{\sigma}) + \sqrt{J_2(\tilde{\sigma})} - Y_H$$
$$g(\tilde{\sigma}) = c_{\psi} I_1(\tilde{\sigma}) + \sqrt{J_2(\tilde{\sigma})} \qquad (۵)$$

در رابطه بالا، I_1 نامتغیر اول تانسور تنش، J_2 نامتغیر دوم تانسور تنش انحرافی، Y_H پیوستگی[5] ماده، c_{ϕ} ضریب اصطکاک و c_{ψ} ضریب اتساع[6] می‌باشد.

به منظور درنظر گرفتن پدیده نرم‌شوندگی که در اثر از دست رفتن پیوستگی ماده رخ می‌دهد، فرض شده است که پیوستگی ماده به طور خطی با کرنش پلاستیک انباشته به صورت رابطه زیر تغییر می‌کند[۲۶]:

$$Y_H = \langle Y_0 - \beta p \rangle \qquad (۶)$$

Y_0 پیوستگی اولیه (پیوستگی ماده در حالتی که دچار تخریب نشده است)، β ضریب ثابت، p کرنش پلاستیک انباشته[7] بوده و به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$p = \sqrt{\frac{2}{3} \varepsilon_{ij}^{p} \varepsilon_{ij}^{p}} \qquad (۷)$$

$\langle Y_0 - \beta p \rangle$ به این معناست که تنها مقادیر مثبت $Y_0 - \beta p$ قابل قبول است، تا اطمینان حاصل شود که مقاومت تسلیم با کاهش پیوستگی ماده، کاهش می‌یابد. بنابراین شکل جدید تابع تسلیم دراکر- پراگر عبارت است از:

$$f = c_{\phi} I_1(\tilde{\sigma}) + \sqrt{J_2(\tilde{\sigma})} - Y_H = c_{\phi} I_1(\tilde{\sigma}) + \sqrt{J_2(\tilde{\sigma})} - \left\langle Y_0 - \beta \sqrt{\frac{2}{3} \varepsilon_{ij}^{p} \varepsilon_{ij}^{p}} \right\rangle \qquad (۸)$$

۲-۲- مدل تخریب[۲۷]

نرخ پارامتر تخریب D، از مشتق گیری تابع پتانسیل تخریب F_D به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\dot{D}_{ij} = \dot{\lambda} \frac{\partial F_D}{\partial Y_{ij}} \quad \text{یا} \quad \dot{D} = \dot{\lambda} \frac{\partial F_D}{\partial Y} \qquad (۹)$$

1- Associative
2- Internal friction
3- Non-associative
4- Drucker- Prager
5- Cohesion
6- Dilatation coefficient
7- Accumulated plastic strain

Y نرخ کاهش انرژی[1] بوده که از متغیرهای وابسته[2] به متغیر تخریب می‌باشد. Y نیروی پیش‌برنده تخریب بوده و تغییرات آن، بیانگر چگونگی تغییر پارامتر تخریب D می‌باشد.

انتخاب‌های گوناگونی برای F_D وجود دارد که بستگی به نتایج تجربی و هدف استفاده از این تابع انتخاب می‌گردند. نتایج تجربی [۱۵] نشان می‌دهند که در حالت تخریب ایزوتروپیک، F_D تابعی غیرخطی از Y می‌باشد:

$$F_D = \frac{S}{(1+s)(1-D)}\left(\frac{Y}{S}\right)^{1+s} \tag{۱۰}$$

s و S پارامترهایی هستند که از برازش تابع تخریب بر نتایج بدست از آزمایش بدست می‌آیند[۲۷].

براساس جداول ارائه شده در مرجع[۲۷]، برای بتن با مقاومت فشاری $f_c = 50\,MPa$ ، $s = 2.82\times 10e-4$ و $S = 4.35\times 10e+3$ می باشد.

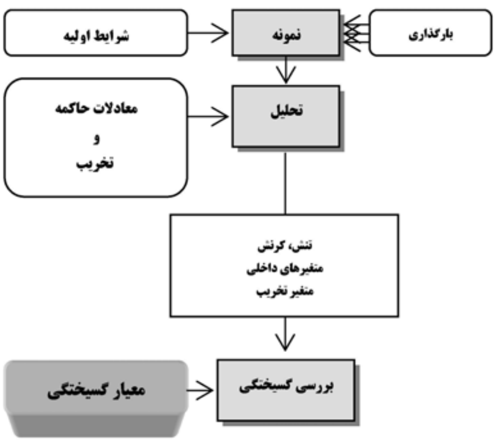
با جایگزینی رابطه ۱۰ در رابطه ۹، نرخ پارامتر تخریب به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\dot{D} = \dot{\lambda}\frac{\partial F_D}{\partial Y} = \dot{\lambda}\frac{\partial}{\partial Y}\left(\frac{S}{(1+s)(1-D)}\left(\frac{Y}{S}\right)^{s+1}\right) = \frac{\dot{\lambda}}{(1-D)}\left(\frac{Y}{S}\right)^{s} \tag{۱۱}$$

۲-۳- روش پیاده‌سازی روابط ساختاری

فرآیند تخریب یک پدیده غیرخطی بوده و هنگامی که با ویسکوپلاستیسیته که خود یک پدیده غیرخطی است، ترکیب می‌گردد یک مسئله غیرخطی پیچیده را تشکیل می‌دهند که یک حل بسته ساده[3] ندارد. شکل (۴) روش حل کاملاً ترکیبی[4] را نشان می‌دهد.

در حالت تحلیل غیرترکیبی، ابتدا یک تحلیل ساده از سازه تحت بارگذاری، توسط نرم‌افزارهای المان محدود صورت گرفته و پس از محاسبه میدان تنش، کرنش و متغیرهای داخلی، چگونگی و میزان فرآیند تخریب و همچنین پیش‌بینی گسیختگی ماده به صورت پسا فرآیند[5] مورد بررسی قرار می‌گیرد. بعبارت دیگر؛ میدان تنش، کرنش و متغیرهای داخلی، ورودی‌های بخش بررسی فرآیند تخریب در تحلیل غیرترکیبی می‌باشد. در تحلیل کاملا ترکیبی، برعکس روش غیرترکیبی، معادلات حاکم بر رفتار ماده با مدل تخریب ترکیب شده و بهمراه یکدیگر در تحلیل سازه مورد استفاده قرار می‌گیرند. سپس میدان تنش، کرنش و سایر متغیرهای داخلی بدست آمده و گسیختگی ماده بررسی می‌گردد(شکل (۴)).



شکل ۴- روش حل کاملاً ترکیبی.

تحلیل غیرترکیبی تنها برای حالت‌های بارگذاری ساده و بسیار محدود، قابل استفاده می‌باشد. علاوه بر این، بدلیل اینکه در تحلیل غیرترکیبی، مدل تخریب همراه با تحلیل سازه بکار نرفته و در پایان تحلیل مورد استفاده قرار می‌گیرد، میزان و چگونگی تخریب به درستی محاسبه نشده و تخمین پایین دستی برای آن بدست می‌آید. علت این امر، این است که در اثر فرآیند تخریب، میدان توزیع تنش تغییر کرده و عاملی تاثیرگذار در راستای شتاب گیری فرآیند گسیختگی ماده می‌باشد. بنابراین، هنگامی که تاثیر فرآیند تخریب و پیشرفت آن در توزیع تنش درنظر گرفته نمی‌شود (تحلیل غیر ترکیبی)، نمی‌توان قضاوت درستی در مورد زمان و نحوه گسیختگی سازه به دست آورد.

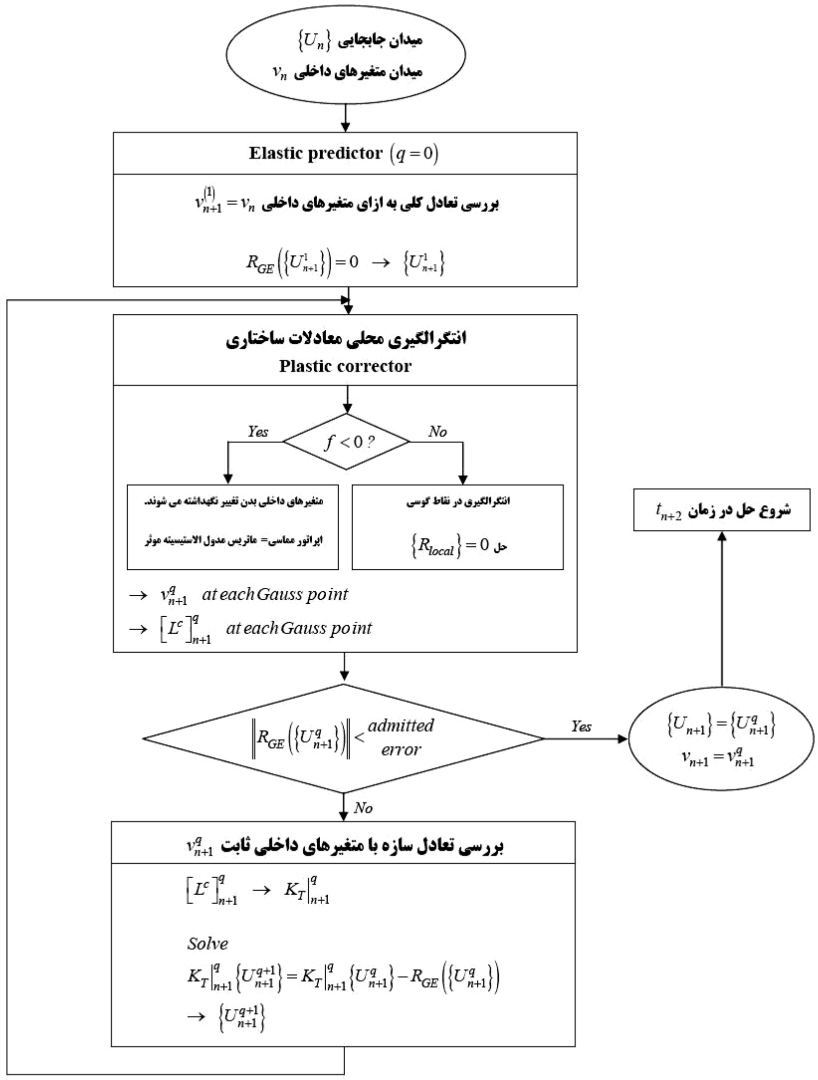
براساس توضیحات ارائه شده در راهنمای نرم‌افزار ABAQUS، جهت پیاده‌سازی روابط و معادلات رفتاری موادی که در بدنه نرم‌افزار به آنها اشاره نشده است، می‌توان با نوشتن زیربرنامه‌های مناسب، از مدل رفتاری پیاده‌سازی شده برای استفاده در تحلیل‌های المان محدود بهره گرفت.

مدل‌های تخریب مواد مختلف که معمولاً به صورت پیش‌فرض در نرم‌افزارهای المان محدود وجود ندارند، بایستی با اتخاذ روشی مناسب در نرم‌افزارهای مربوطه پیاده‌سازی و اعمال شوند. نرم‌افزار المان محدودی که در اینجا مورد استفاده قرار گرفته است، نرم‌افزار ABAQUS می‌باشد.

1- Energy release rate
2- Associated variable
3- Simple closed- form
4- Fully coupled
5- Post Processing

طبیعت رفتار غیرخطی موادی مانند بتن، بالاخص تحت نرخ کرنش بالا، تحلیل را از حالت خطی و استاتیک خارج ساخته و نیاز به تحلیل‌های دینامیکی غیرخطی می‌باشد. علت انتخاب نرم افزار ABAQUS، قدرت آن در تحلیل‌های غیرخطی است.

زیربرنامه‌ای که در نرم‌افزار ABAQUS برای پیاده‌سازی روابط تحلیلی حاکم بر رفتار مواد مورد استفاده قرار می‌گیرد، UMAT نام دارد. این زیربرنامه با زبان برنامه نویسی فرترن نوشته می‌شود و در طی تحلیل المان محدود، بعنوان مدل حاکم بر رفتار ماده فراخوانی و مورد استفاده قرار می‌گیرد. مهمترین بخش در پیاده‌سازی زیربرنامه UMAT، بدست آوردن ژاکوبین مجموعه معادلات حاکم بر رفتار ماده است. زیربرنامه UMAT از ماتریس ژاکوبین در روش تکرار نیوتن- رافسون استفاده می‌کند. قبل از محاسبه ژاکوبین، لازم است تا روابط غیرخطی بدست آمده خطی سازی شوند.



شکل ۵- الگوریتم روش المان محدود در حل معادلات ساختاری غیرخطی.

۲-۳-۱- ملاحظات المان محدود غیرخطی

براساس اصل کار مجازی، معادلات تعادل را می‌توان به صورت ماتریسی زیر نوشت:

$$\{R_{GE}\} \equiv \sum_{all\ elements} \int_{V_e} [B]^T \{\sigma\} dV - \{F\} = 0 \qquad (۱۲)$$

$\{F\}$بردار نیروی اعمال شده، $\{R_{GE}\}$ باقیمانده کلی و $[B]$ ماتریس تبدیل تغییر مکان به کرنش ($\{\varepsilon\}=[B]\{U^e\}$) می باشد. معادلات غیرخطی محلی

نیز بایستی خطی‌سازی شده و با استفاده از روش نیوتن- رافسون و یا سایر روش‌های تکراری حل گردند. عملگر مماسی پایدار[1] به صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$\left[L^c\right]=\frac{\partial\{\Delta\sigma\}}{\partial\{\Delta\varepsilon\}} \qquad (۱۳)$$

در رابطه بالا، $\{\Delta\sigma\}$ جزء تنش بدست آمده در ازای جزء کرنش $\{\Delta\varepsilon\}$ می‌باشد. $\left[L^c\right]$ برای ساختن ماتریس مماسی استفاده می‌گردد. هر مسئله مکانیک از یک معادله کلی برای کل سازه و دو معادله محلی تشکیل می‌شود:

- تعادل کلی: $\{R_{GE}\}=0$؛
- رابطه کرنش- تغییر مکان: $\{\varepsilon\}=[B]\{U^e\}$؛
- معادلات ساختاری در نقاط گوسی (نقاط انتگرال گیری).

البته به همراه روابط فوق بایستی شرایط اولیه و مرزی مسئله را نیز اعمال نمود. به علت غیرخطی بودن رفتار بتن و وابستگی اپراتور مماسی به بارگذاری، بسیار مشکل است که برقراری تعادل کلی و معادلات حاکم محلی را به طور همزمان تضمین کرد. بنابراین نیاز به یک فرآیند تکراری می‌باشد و در هر تکرار، تعادل کلی[2] و انتگرال‌گیری‌های محلی[3] طبق مراحل زیر و براساس الگوریتم نشان داده شده در شکل (۵) بررسی می‌گردند:

- مقدار اولیه $\left[L^c\right]$، ماتریس مدول الاستیسیته موثر $\left[\tilde{E}\right]$ می‌باشد. به پاسخی که به ازای این مقدار اولیه بدست می‌آید، پیش‌بینی‌کننده الاستیک[4] اطلاق می‌شود که یک تخمین اولیه $\{U_{n+1}^1\}$ برای بردار جابجایی‌های گره ای به ازای کرنش $\{\varepsilon_{n+1}^1\}$ و در زمان t_{n+1} می‌باشد.

- انتگرال‌گیری محلی معادلات رفتاری غیرخطی، که به آن تصحیح کننده پلاستیک[5] اطلاق شده و نقش آن، ارضاء نمودن قوانین تغییر و حالت می‌باشد. منظور از محلی، هر یک از نقاط گوسی است. این انتگرالگیری با استفاده از یک زیربرنامه انجام می‌گیرد:

- ورودی این زیربرنامه، تخمین اولیه کرنش $\{\varepsilon_{n+1}^1\}$ و مقادیر متغیرهای داخلی و حالت در زمان t_n می‌باشد.

- خروجی این زیربرنامه، تخمین‌های بروزرسانی شده متغیرهای داخلی و حالت در زمان t_{n+1}، مقدار بروزرسانی شده اپراتور مماسی پایدار و ... می‌باشد.

معیار همگرایی کلی[6] در پایان انتگرال‌گیری محلی معادلات ساختاری بررسی بررسی می‌شود. این معیار به دو صورت همگرایی مطلق $\|\{R_{GE}\}\| < admitted\ error$ و یا همگرایی نسبی $\|\{R_{GE}\}\|/\|\{F\}\| < admitted\ error$ قابل بررسی می‌باشد. اگر شرط همگرایی برقرار باشد، تخمین $\{U_{n+1}^q\}$ برای متغیرهای داخلی و حالت، به عنوان پاسخ در زمان t_{n+1} در نظر گرفته می‌شود. اگر شرط همگرایی برقرار نگردد، گام زمانی[7] کاهش یافته و کل فرآیند به ازای یک t_{n+1} کوچکتر، از ابتدا تکرار می‌گردد تا زمانیکه شرط همگرایی برقرار گردد. سپس همین فرآیند برای زمان t_{n+2} تکرار خواهد شد.

معادلات تعادل کلی در زمان t_{n+1} عبارتست از:

$$R_{Global\ equlibrium}\left(\{U_{n+1}\}\right)=0 \qquad (۱۴)$$

$\{U_{n+1}\}$ حل المان محدود مسئله در زمان t_{n+1} است.

اگر این معادله غیرخطی با استفاده از روش تکراری نیوتن حل شود، پاسخ‌های $\{U_{n+1}^{q+1}\}$ در هر تکرار عمومی qام، به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

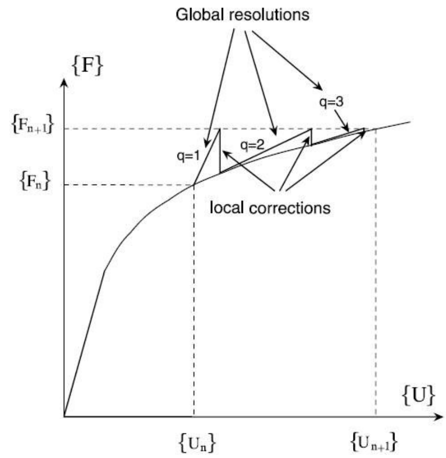
$$R_{GE}\left(\left\{U_{n+1}^{q}\right\}\right)+K_T\big|_{n+1}^{q}\cdot\left(\left\{U_{n+1}^{q+1}\right\}-\left\{U_{n+1}^{q}\right\}\right)=0 \qquad (۱۵)$$

K_T ماتریس سختی مماسی است که از ماتریس مماسی پایدار بدست می‌آید:

$$K_T\big|_{n+1}^{q}=\left[\frac{\partial R_{GE}}{\partial\{U\}}\right]_{n+1}^{q}=\sum_{all\ elements}\int_{V_e}[B]^T\left[L^c\right]_{n+1}^{q}[B]\,dV_e \qquad (۱۶)$$

شکل (۶)، مفهوم فرآیند تکرار در حل المان محدود غیرخطی را نشان می‌دهد:

1- Consistent Tangent Operator
2- Global equilibrium
3- Local integration
4- Elastic predictor
5- Plastic corrector
6- Global convergence criterion
7- Time Step (T.S.)



شکل ۶- فرآیند تکرار در حل المان محدود غیرخطی.

فرآیند حل با $\left[\tilde{E}\right]_{t=t_n}=\left[L^c\right]^1_{t=t_{n+1}}$ (پیش‌بینی‌کننده الاستیک)، آغاز می‌شود و $\left\{U^1_{n+1}\right\}$ بعنوان اولین تخمین بدست می‌آید. اولین تخمین برای کرنش در زمان t_{n+1} که برای انتگرال‌گیری محلی استفاده می‌شود، عبارتست از:

(۱۷)

$$\left\{\varepsilon^1_{n+1}\right\}=\left\{\varepsilon_n\right\}+\left\{\Delta\varepsilon\right\} \quad and \quad \left\{\Delta\varepsilon\right\}=\left[B\right]\left(\left\{U^1_{n+1}\right\}-\left\{U_n\right\}\right)$$

پس از هر حل عمومی qام، با استفاده از انتگرال‌گیری محلی qام (تصحیح کننده پلاستیک)، مقدار اپراتور مماسی $\left[L^c\right]^q_{n+1}$، به عنوان یک تخمین جدید برای ادامه حل در نظر گرفته می‌شود. سپس $\left\{U_{n+1}\right\}$ با $\left\{U^{q+1}_{n+1}\right\}$، و $\left\{\varepsilon_{n+1}\right\}$ با $\left\{\varepsilon^{q+1}_{n+1}\right\}$، جایگزین می شود:

(۱۸)

$$\left\{\varepsilon^{q+1}_{n+1}\right\}=\left\{\varepsilon_n\right\}+\left\{\Delta\varepsilon^q\right\} \quad and \quad \left\{\Delta\varepsilon^q\right\}=\left[B\right]\left(\left\{U^{q+1}_{n+1}\right\}-\left\{U_n\right\}\right)$$

پس از هر بار بررسی تعادل کلی، مقدار تنش $\{\sigma_{n+1}\}$، متغیرهای داخلی ترمودینامیکی، کرنش پلاستیک انباشته و مقدار $\left[L^c\right]$ بروزرسانی می‌شوند. این بروزرسانی با استفاده از انتگرال‌گیری محلی معادلات ساختاری رفتار ماده در نقاط گوسی که در آنها $f>0$ می‌باشد، انجام می‌گردد. $f<0$ بیانگر حالت الاستیک بوده و نیازی به تصحیح ندارد.

مقادیر ورودی برای زیربرنامه انتگرال‌گیری محلی، مقادیر زمان جاری t_{n+1} تانسور کرنش ε_{n+1}، متغیرهای ترمودینامیکی σ_n، ε_n، ε^e_n، ε^p_n و D_n در زمان t_n و کرنش پلاستیک انباشته p_n می‌باشد. مقادیر خروجی، همان مقادیر ورودی محاسبه شده در زمان t_{n+1} و اپراتور مماسی پایدار بروزرسانی شده می‌باشند.

۲-۳-۲- گسسته‌سازی روابط

اولین مرحله حل عددی، آماده‌سازی روابط از طریق گسسته‌سازی مجموعه معادلات غیرخطی در یک زمان میانی $t_{n+\theta}=t_n+\theta\Delta t$ می‌باشد. باقیمانده‌های محلی به صورت زیر می‌باشند:

$$\left\{R_{loc}\right\}=\left\{R_{\varepsilon^e} \quad R_r \quad R_D\right\}^T \qquad (۱۹)$$

در رابطه بالا، R_{ε^e} باقیمانده کرنش الاستیک، R_r باقیمانده تابع تسلیم و R_D باقیمانده تابع تخریب می‌باشد.

۲-۳-۲-۱- باقیمانده کرنش الاستیک

برای محاسبه باقیمانده کرنش الاستیک، کل کرنش بر اساس مدل ویسکوپلاستیک پرزینا (شکل (۳))، به دو بخش کرنش الاستیک و کرنش ویسکوپلاستیک تقسیم می‌گردد:

(۲۰)

$$\Delta\varepsilon=\Delta\varepsilon^e+\Delta\varepsilon^{vp}=\Delta\varepsilon^e+\Delta\lambda^{vp}_{n+1}\frac{\partial g}{\partial\tilde{\sigma}}\xlongequal{\frac{\partial g}{\partial\tilde{\sigma}}=q}\Delta\varepsilon^e+\Delta\lambda^{vp}_{n+1}q_{n+1}$$

براساس رابطه بالا، باقیمانده کرنش الاستیک عبارت است از:

$$R_{\varepsilon^e}=\Delta\varepsilon^e-\Delta\varepsilon+\Delta\lambda^{vp}_{n+1}\frac{\partial g}{\partial\tilde{\sigma}}=\Delta\varepsilon^e-\Delta\varepsilon+\Delta\lambda^{vp}_{n+1}q_{n+1} \qquad (۲۱)$$

۲-۳-۲-۲- باقیمانده تابع تسلیم

برخلاف تئوری پلاستیسیته که در آن تابع تسلیم همواره مقداری برابر و یا کوچکتر از صفر دارد، در تئوری ویسکوپلاستیسیته تابع تسلیم می‌تواند مقادیر بیش از صفر نیز داشته باشد که به آن تنش ویسکوپلاستیک اطلاق می‌شود. بنابراین، تابع تسلیم با درنظر گرفتن تئوری ویسکوپلاستیسیته و اثرات ویسکوزیته به صورت زیر تعمیم می‌یابد:

$$\dot{\varepsilon}_{vp}=\dot{\lambda}\frac{\partial g}{\partial\tilde{\sigma}}=\frac{\langle f\rangle}{\eta}\frac{\partial g}{\partial\tilde{\sigma}}\rightarrow\langle f\rangle=\eta\dot{\lambda}\rightarrow\langle f\rangle-\eta\dot{\lambda}=0 \qquad (۲۲)$$

براساس شرط کوهن- تاکر[1] $\dot{\lambda} \ge 0, f \le 0, \dot{\lambda} f = 0$ که شرایط بارگذاری و باربرداری را تامین می‌کند، $\dot{\lambda} \ge 0$ و در نتیجه براکت حذف می‌شود. تابع تسلیم تعمیم یافته عبارت است از:

$$f = C_{\phi} I_1^{n+1} + \sqrt{J_2^{n+1}} - Y_H^{n+1} = \sigma_{vp} \tag{۲۳}$$

و در نتیجه باقیمانده تابع تسلیم به صورت زیر می‌باشد:

(۲۴)

$$\begin{aligned} R_r &= C_{\phi} I_1^{n+1} + \sqrt{J_2^{n+1}} - \left\langle Y_0 - \beta \sqrt{\frac{2}{3} \varepsilon_{ij\,n+1}^{p} \varepsilon_{ij\,n+1}^{p}} \right\rangle - \sigma_{vp} \\ &= C_{\phi} I_1^{n+1} + \sqrt{J_2^{n+1}} - \left\langle Y_0 - \beta \sqrt{\frac{2}{3} \varepsilon_{ij\,n+1}^{p} \varepsilon_{ij\,n+1}^{p}} \right\rangle - \eta \dot{\lambda} \end{aligned}$$

$$with: \ \ \varepsilon_{ij}^{p} = \dot{\lambda}^{vp} \frac{\partial g}{\partial \tilde{\sigma}} = \dot{\lambda}^{vp} q_{ij} \ \ \rightarrow$$

$$R_r = C_{\phi} I_1^{n+1} + \sqrt{J_2^{n+1}} - \left\langle Y_0 - \beta \dot{\lambda}_{n+1}^{vp} \sqrt{\frac{2}{3} q_{ij}^{n+1} q_{ij}^{n+1}} \right\rangle - \eta \dot{\lambda}$$

براساس رابطه ۲۴، باقیمانده تابع تسلیم دارای ترم $\dot{\lambda}$ است که تغییرات ضریب λ نسبت به زمان می‌باشد. وجود این ترم باعث می‌شود پارامتر زمان نیز در مجموعه معادلات حاکم وارد شده و بر معادلات تاثیرگذار باشد.

۲-۳-۲-۳- باقیمانده تابع تخریب

براساس رابطه ۱۰، تغییرات تابع تخریب به صورت زیر است:

$$\dot{D} = \dot{\lambda} \frac{\partial F_D}{\partial Y} = \dot{\lambda} \frac{\partial}{\partial Y} \left(\frac{S}{(1+s)(1-D)} \left(\frac{Y}{S} \right)^{s+1} \right) = \frac{\dot{\lambda}}{(1-D)} \left(\frac{Y}{S} \right)^{s} \tag{۲۵}$$

در نتیجه، باقیمانده تابع تخریب به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$R_D = \Delta D - \frac{\Delta \lambda_{n+1}^{vp}}{(1 - D_{n+1})} \left(\frac{Y_{n+1}}{S} \right)^{s} \tag{۲۶}$$

1- Kuhn- Tucker

۲-۳-۳- محاسبه ماتریس ژاکوبین

پس از محاسبه روابط باقیمانده‌های محلی، برای تشکیل ماتریس ژاکوبین بایستی مشتق باقیمانده‌های محلی را نسبت به متغیرهای مورد نظر ($\left\{ \Delta\varepsilon^{e}, \Delta\lambda^{vp}, \Delta D \right\}$) به دست آورد.

۲-۳-۳-۱- مشتق باقیمانده کرنش الاستیک نسبت به جزء متغیرهای موردنظر

با توجه به رابطه ۲۱، مشتق باقیمانده کرنش الاستیک نسبت به متغیرهای انتخابی به صورت زیر محاسبه می‌شود:

(۲۷)

$$\begin{aligned} \frac{\partial R_{\varepsilon^{e}}}{\partial \Delta \varepsilon^{e}} &= I + \theta \Delta \lambda_{n+1}^{vp} \frac{\partial q_{n+1}}{\partial \varepsilon^{e}} = I + \theta \Delta \lambda_{n+1}^{vp} \frac{\partial q_{n+1}}{\partial \tilde{\sigma}} \frac{\partial \tilde{\sigma}}{\partial \varepsilon^{e}} \\ &= I + \theta \Delta \lambda_{n+1}^{vp} \frac{\partial q_{n+1}}{\partial \tilde{\sigma}} \tilde{E} \end{aligned}$$

به علت اینکه تنش به صورت تنش موثر ($\tilde{\sigma} = \sigma/(1-D)$) می‌باشد، به مدول الاستیسیته متناظر نیز مدول الاستیسیته موثر ($\tilde{E}$) اطلاق می‌گردد .

در رابطه بالا، δ_{ij} دلتای کرانیکر و $\tilde{S}_{ij}$ تنش انحرافی موثر می‌باشد.

$$\frac{\partial R_{\varepsilon^{e}}}{\partial \Delta \lambda} = q_{n+1} \tag{۲۸}$$

$$\frac{\partial R_{\varepsilon^{e}}}{\partial \Delta D} = \theta \Delta \lambda_{n+1}^{vp} \left. \frac{\partial q}{\partial D} \right|_{n+1} = 0 \tag{۲۹}$$

به علت اینکه، در رابطه $q = \frac{\partial g}{\partial \tilde{\sigma}}$ ، g در فضای تنش موثر می‌باشد، D و $1-D$ در آن مستتر بوده و مشتق q نسبت به پارامتر D صفر است.

۲-۳-۳-۲- مشتق باقیمانده تابع تسلیم نسبت به جزء متغیرهای موردنظر

براساس رابطه ۲۴، مشتق باقیمانده تابع تسلیم نسبت به متغیرهای انتخابی به صورت زیر محاسبه می‌شود:

(۳۰)

$$\frac{\partial R_r}{\partial \Delta\varepsilon^e}=\theta\frac{\partial R_r}{\partial \varepsilon^e}=\theta\frac{\partial R_r}{\partial \tilde{\sigma}}\frac{\partial \tilde{\sigma}}{\partial \varepsilon^e}=\theta\frac{\partial R_r}{\partial \tilde{\sigma}}\tilde{E}=\theta\left(C_\phi I+\frac{\frac{1}{2}\tilde{S}_{ij}}{\sqrt{J_2}}\right)\tilde{E}$$

(۳۱)

$$\frac{\partial R_r}{\partial \Delta\lambda}=-\left\langle -\beta\sqrt{\frac{2}{3}q_{ij}^{n+1}q_{ij}^{n+1}}\right\rangle-\frac{\eta}{\Delta t}\overset{\left\langle -\beta\sqrt{\frac{2}{3}q_{ij}^{n+1}q_{ij}^{n+1}}\right\rangle=0}{=\!=\!=}-\frac{\eta}{\Delta t}$$

$$\frac{\partial R_r}{\partial \Delta D}=0 \qquad (۳۲)$$

۲-۳-۳-۳- مشتق باقیمانده تابع تسلیم نسبت به جزء متغیرهای موردنظر

براساس رابطه ۲۶، مشتق باقیمانده تابع تخریب نسبت به متغیرهای انتخابی به صورت زیر محاسبه می‌شود:

(۳۳)

$$\frac{\partial R_D}{\partial \Delta\varepsilon^e}=-\frac{sY_{n+1}^{s-1}\theta\Delta\lambda_{n+1}^{vp}}{S^s\left(1-D_{n+1}\right)}\frac{\partial Y}{\partial \varepsilon^e}\overset{\frac{\partial Y}{\partial \varepsilon^e}=\frac{\partial Y}{\partial \tilde{\sigma}}\tilde{E}}{=\!=\!=}-\frac{sY_{n+1}^{s-1}\theta\Delta\lambda_{n+1}^{vp}}{S^s\left(1-D_{n+1}\right)}\frac{\partial Y}{\partial \tilde{\sigma}}\cdot\tilde{E}$$

$$\frac{\partial R_D}{\partial \Delta\lambda}=-\left(\frac{Y_{n+1}}{S}\right)^s\frac{1}{1-D_{n+1}} \qquad (۳۴)$$

$$\frac{\partial R_D}{\partial \Delta D}=I-\left(\frac{Y_{n+1}}{S}\right)^s\frac{\theta\Delta\lambda_{n+1}^{vp}}{\left(1-D_{n+1}\right)^2} \qquad (۳۵)$$

۲-۳-۴- اپراتور مماسی پایدار

با محاسبه درایه‌های ماتریس ژاکوبین، می‌توان ماتریس مماسی پایدار[1] را بدست آورد. یکی از مزایای انتگرال‌گیری ضمنی با روش نیوتن، محاسبه مستقیم $\left[L^c\right]$ می‌باشد. $\{R_{loc}\}$ را می‌توان به صورت زیر به دو بخش تقسیم کرد:

$$\{R_{loc}\}=\{R_i\}-\{R_e\}\quad and\quad \{R_e\}=\begin{bmatrix}\Delta\varepsilon\\0\\0\\0\end{bmatrix} \qquad (۳۶)$$

در رابطه فوق، $\{R_i\}$ سهم متغیرهای داخلی و $\{R_e\}$ سهم مربوط به بارگذاری اعمالی است.

1- Consistent tangent operator

هنگامی که همگرایی اتفاق می‌افتد: $\delta\{R_{loc}\}=\delta\{R_i\}-\delta\{R_e\}=0$. با استفاده از تعریف ماتریس ژاکوبین:

$$\delta\{R_i\}=\left[Jac\right]\delta\Delta W \qquad (۳۷)$$

خواهیم داشت:

(۳۸)

$$\begin{bmatrix}\delta\Delta\varepsilon^e\\ \delta\Delta\lambda\\ \delta\Delta D\end{bmatrix}=\left[Jac\right]^{-1}\begin{bmatrix}\delta\Delta\varepsilon\\0\\0\end{bmatrix}\rightarrow\begin{bmatrix}\left[Jac\right]^{-1}_{\varepsilon^e,\varepsilon^e}\\ \left[Jac\right]^{-1}_{\lambda,\varepsilon^e}\\ \left[Jac\right]^{-1}_{D,\varepsilon^e}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{\partial\Delta\varepsilon^e}{\partial\Delta\varepsilon}\\ \frac{\partial\Delta\lambda}{\partial\Delta\varepsilon}\\ \frac{\partial\Delta D}{\partial\Delta\varepsilon}\end{bmatrix}$$

براساس تعریف تنش موثر به صورت $\tilde{\sigma}=\frac{\sigma}{1-D}$:

(۳۹)

$$\sigma=\left(1-D\right)\tilde{\sigma}\;\rightarrow\;\Delta\sigma=\left(1-D\right):\Delta\tilde{\sigma}+\tilde{\sigma}:\Delta\left(1-D\right)$$
$$\rightarrow\;\delta\Delta\sigma=\left(1-D\right):\delta\Delta\tilde{\sigma}+\tilde{\sigma}:\frac{\partial\left(1-D\right)}{\partial D}:\delta\Delta D$$

همچنین براساس رابطه تنش موثر و رابطه ۳۸ داریم:

(۴۰)

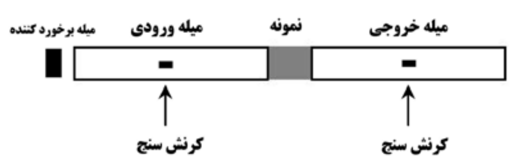
$$\tilde{\sigma}=\tilde{E}:\varepsilon^e\;\rightarrow\;\delta\Delta\tilde{\sigma}=\tilde{E}:\delta\Delta\varepsilon^e=\tilde{E}:\left[Jac\right]^{-1}_{\varepsilon^e,\varepsilon^e}:\delta\Delta\varepsilon$$

$$\delta\Delta D=\left[Jac\right]^{-1}_{D,\varepsilon^e}:\delta\Delta\varepsilon \qquad (۴۱)$$

$$\left[L^c\right]=\left(1-D\right):\tilde{E}:\left[Jac\right]^{-1}_{\varepsilon^e,\varepsilon^e}+\tilde{\sigma}:\frac{\partial\left(1-D\right)}{\partial D}:\left[Jac\right]^{-1}_{D,\varepsilon^e} \qquad (۴۲)$$

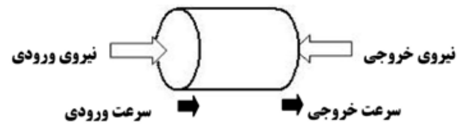
۲-۴- شبیه سازی آزمایش میله هاپکینسون

یکی از دستگاه‌های متعددی که برای بررسی رفتار دینامیکی مواد در بارگذاری با نرخ مختلف استفاده می‌شود دستگاه میله هاپکینسون[۳۳-۲۸] می باشد. شکل (۷) شماتیک دستگاه میله هاپکینسون را نشان می‌دهد.



شکل ۷- شماتیک دستگاه میله هاپکینسون

شرایط مرزی بر روی نمونه تحت آزمایش (نمونه شبیه‌سازی شده) به صورت شکل (۸) می‌باشد:



شکل ۸- شرایط مرزی نمونه تحت آزمایش.

هنگامی که میله برخوردکننده به میله ورودی برخورد می‌کند، یک موج تنشی فشاری در آن تولید شده و در سراسر میله پخش می‌گردد تا هنگامی که به مرز میله ورودی و نمونه تحت آزمایش می‌رسد. بخشی از موج تنشی ایجاد شده از مرز مشترک میله ورودی و نمونه تحت آزمایش عبور کرده و وارد نمونه می‌شود و بخشی دیگر به صورت کششی به میله ورودی بازتاب می‌کند. سپس بخش عبوری از نمونه گذشته و وارد میله خروجی می‌گردد. موج های تنشی توسط کرنش‌سنج‌هایی که بر روی میله ورودی و میله خروجی نصب شده‌اند، ثبت شده و سپس نیرو و سرعت با استفاده از روابط زیر به دست می‌آیند[۳۳]:

$$\begin{aligned} F_{input} &= AE(\varepsilon_i + \varepsilon_r) \\ F_{output} &= AE(\varepsilon_t) \\ V_{input} &= C(\varepsilon_i - \varepsilon_r) \\ V_{output} &= C(\varepsilon_t) \end{aligned} \qquad (۴۳)$$

در رابطه بالا، A سطح مقطع میله‌های ورودی و خروجی، E مدول الاستیسیته میله‌های ورودی و خروجی، $C=\sqrt{E/\rho}$ سرعت موج، ρ دانسیته، ε_i موج کرنش واردشونده به میله ورودی، ε_r موج کرنش بازتاب‌کننده به میله ورودی و ε_t موج کرنشی واردشونده به میله خروجی می‌باشد.

آزمایش میله هاپکینسون را به دو روش می‌توان شبیه‌سازی نمود:

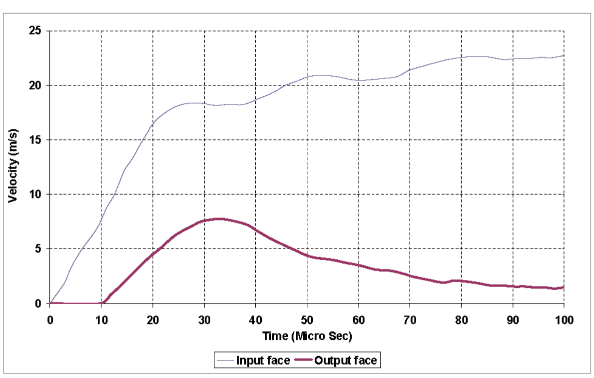
- شبیه‌سازی کامل: در این روش، میله‌های ورودی و خروجی بهمراه نمونه تحت آزمایش و میله ضربه‌زننده در محیط نرم‌افزار شبیه‌سازی شده و نتایج مورد نیاز استخراج می‌گردند.

- شبیه‌سازی نمونه تحت آزمایش: در این روش، نمونه تحت آزمایش به تنهایی در محیط نرم‌افزار شبیه‌سازی شده و شرایط مرزی که در شرایط واقعی (تست عملی) به دست می‌آید، برای نمونه درنظر گرفته می‌شود.

شرایط مرزی نمونه را می‌توان به صورت نیروها و یا سرعت‌ها در وجوه ورودی و خروجی درنظر گرفت. تغییرات سرعت در وجوه ورودی و خروجی نمونه با استفاده از تست عملی ثبت شده و برای شبیه‌سازی نمونه در محیط نرم‌افزار مورد استفاده قرار می‌گیرد.

هریک از روش‌های فوق، مزایای خود را دارا هستند. در شبیه‌سازی کامل؛ امکان تغییر ابعاد میله‌های ورودی و خروجی و همچنین سایر پارامترها مانند جنس میله‌های ورودی و خروجی، سرعت میله ضربه‌زننده، ابعاد نمونه و ... وجود دارد. در شبیه‌سازی نمونه تحت آزمایش؛ بدلیل اینکه بخشی از کل دستگاه میله هاپکینسون شبیه‌سازی می‌شود، حجم محاسبات پایین بوده و زمان حل کاهش می‌یابد.

یکی از روش‌های بررسی صحت مدل ارائه شده مقایسه نتایج بدست آمده از مدل پیشنهادی با نتایج تجربی موجود می‌باشد. بنابراین، براساس مرجع [۲۶]، پروفیل تغییرات سرعت در وجوه ورودی و خروجی بعنوان شرایط مرزی نمونه شبیه‌سازی شده در محیط نرم‌افزار درنظر گرفته شده و با درنظر گرفتن مدل ویسکوپلاستیک پیشنهادی بعنوان مدل رفتاری ماده، قابلیت مدل پیشنهادی در پیش‌بینی رفتار بتن تحت نرخ‌کرنش‌های نسبتاً بالا، مورد بررسی قرار گرفته است. شکل (۹) تغییرات سرعت در وجه‌های ورودی و خروجی نمونه استوانه‌ای بتنی با طول ۲۰ میلیمتر و قطر ۱۵ میلیمتر، را در اثر نرخ کرنش ۲۵۰ بر ثانیه [۲۶] نشان می‌دهد. پس از اعمال این شرایط مرزی، نمودار تنش- کرنش استخراج شده و جهت بررسی میزان توانایی مدل پیشنهادی، با نتایج تجربی موجود[۲۶] مقایسه شده است.



شکل ۹- تغییرات سرعت در وجه ورودی و خروجی[۲۶] نمونه بتنی در اثر نرخ کرنش ۲۵۰ بر ثانیه.

جدول (۱) مشخصات بتن را نشان می‌دهد.

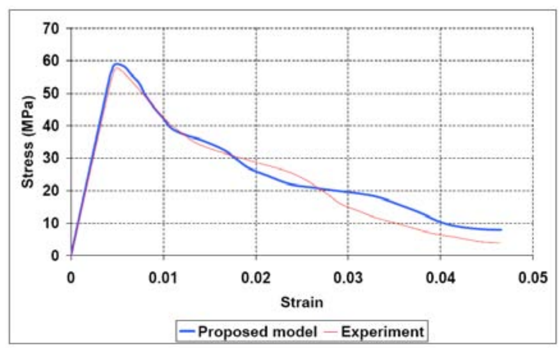
جدول ۱- مشخصات بتن.

مدول الاستیسیته	۲۳ گیگا پاسکال
مقاومت فشاری	۵۰ مگا پاسکال
پیوستگی اولیه (قبل از ایجاد تخریب)	۱۵ مگا پاسکال
ضریب پواسون	۰/۱۷
دانسیته	۲۳۰۰ کیلوگرم بر مترمکعب

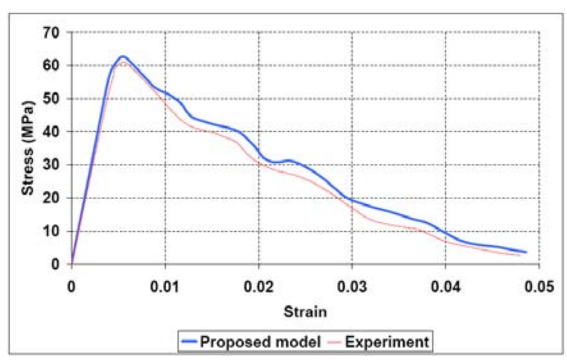
۳- نتایج

۳-۱- اثر نرخ کرنش

شکل‌های ۱۰ تا ۱۳، اثر نرخ بارگذاری را بر نمودار تنش- کرنش نشان می‌دهد. سه نرخ کرنش مختلف؛ ۲۵۰، ۳۵۰ و ۴۵۰ بر ثانیه، بر نمونه شبیه-سازی شده اعمال شده و نمودار تنش- کرنش در امتداد محور نمونه، برحسب هر یک از نرخ کرنش‌های اعمالی ترسیم شده است. همانطور که نتایج بدست آمده نشان می‌دهد، افزایش نرخ بارگذاری باعث افزایش سفتی[1] و افزایش سطح تنش فشاری ماده می گردد.

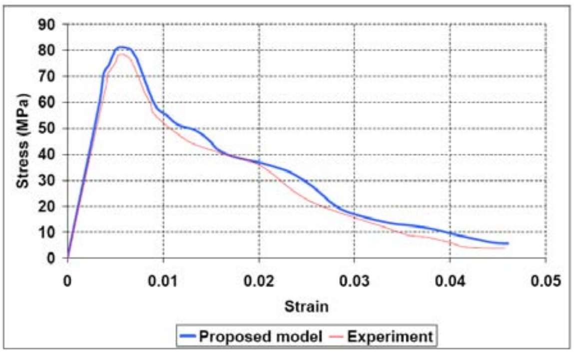


شکل ۱۰- نمودار تنش- کرنش در ازای نرخ کرنش ۲۵۰ بر ثانیه.

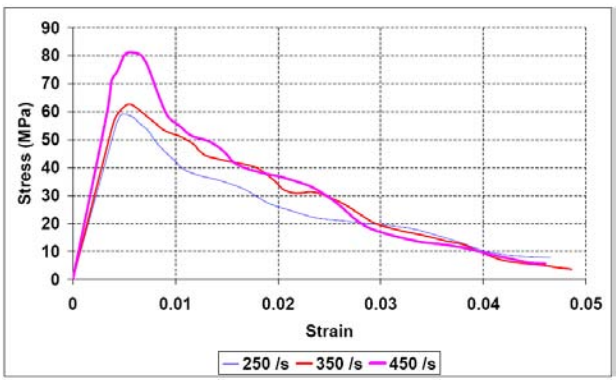


شکل۱۱- نمودار تنش- کرنش در ازای نرخ کرنش ۳۵۰ بر ثانیه.

1- Stiffness



شکل ۱۲- نمودار تنش- کرنش در ازای نرخ کرنش ۴۵۰ بر ثانیه.



شکل ۱۳- مقایسه نمودار تنش- کرنش در ازای نرخ کرنش های مختلف.

همان طور که شکل‌های ۱۰ تا ۱۳ نشان می‌دهد مدل پیشنهادی، رفتار نمونه بتنی را در مقایسه با نتایج تجربی، بخوبی پیش‌بینی می‌نماید.

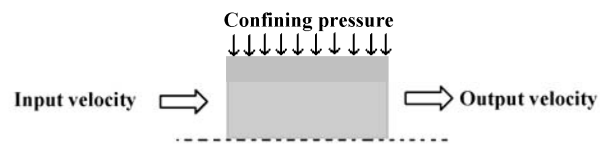
۳-۲- اثر فشار محصورکننده

علت درنظر گرفتن فشار محصورکننده[2]، بررسی توانایی مدل پیشنهادی و حساسیت آن نسبت به فشار محصورکننده می باشد. در شرایط واقعی، هر بخش از سازه، توسط مواد اطراف محصور شده و نمی‌تواند آزادانه تغییر شکل دهد. به عبارت دیگر، هر بخش از ماده تحت تاثیر یک فشار محصورکننده از مواد اطراف می‌باشد.

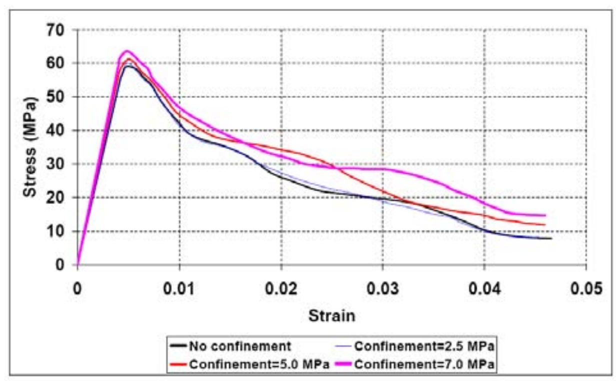
برای بررسی پاسخ مدل پیشنهادی در اثر فشار محصورکننده، براساس مرجع[۲۶]، حالت‌های بدون فشار محصورکننده و فشارهای محصورکننده ۲/۵، ۵/۰ و ۷/۰ مگاپاسکال بر دیواره استوانه‌ای نمونه شبیه‌سازی شده اعمال شده است. فشار محصورکننده را می‌توان به صورت یک فشار جانبی بر سطح استوانه‌ای نمونه شبیه‌سازی شده اعمال کرده (شکل (۱۴)) و تاثیر آن را بر

2- Confining Pressure

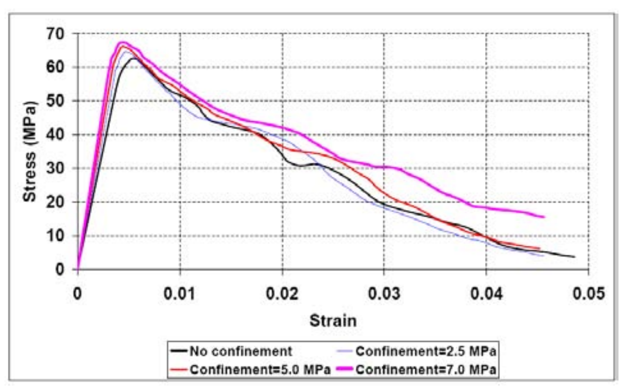
پاسخ نمونه بررسی نمود. نتایج اعمال اثر فشار محصورکننده در شکل‌های ۱۵ تا ۱۷ نشان داده شده است. بر اساس شکل‌های ۱۵ تا ۱۷، با اعمال فشار محصورکننده، مقاومت فشاری نمونه افزایش می‌یابد. علت افزایش سطح تنش فشاری نمونه، محدود شدن اتساع جانبی نمونه می‌باشد. علاوه بر این، افزایش هرچه بیشتر فشار محصورکننده، باعث می‌گردد منحنی‌های یکنواخت‌تری بدست آید. علت این امر، محصورشدگی بیشتر نمونه و کاهش اثرات اینرسی جانبی نمونه می‌باشد. بنابراین، مدل پیشنهادی قادر است افزایش سطح تنش فشاری ماده در اثر افزایش فشار محصورکننده را بدرستی توصیف نماید.



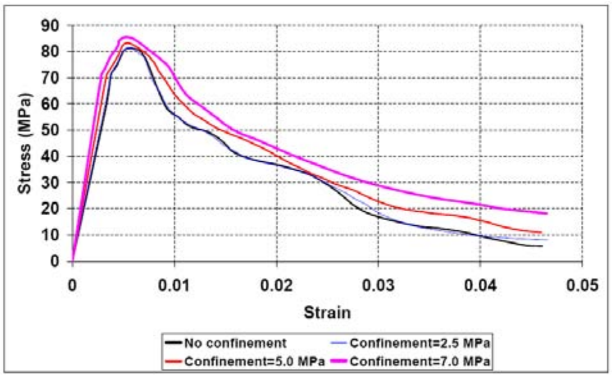
شکل ۱۴- شرایط مرزی بر روی نمونه شبیه‌سازی شده شامل سرعت و فشار محصورکننده.



شکل ۱۵- منحنی تنش- کرنش در ازای نرخ کرنش ۲۵۰ بر ثانیه و فشارهای محصورکننده مختلف.



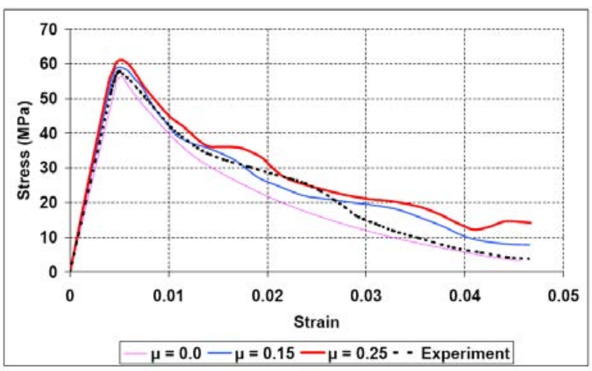
شکل ۱۶- منحنی تنش- کرنش در ازای نرخ کرنش ۳۵۰ بر ثانیه و فشارهای محصورکننده مختلف.



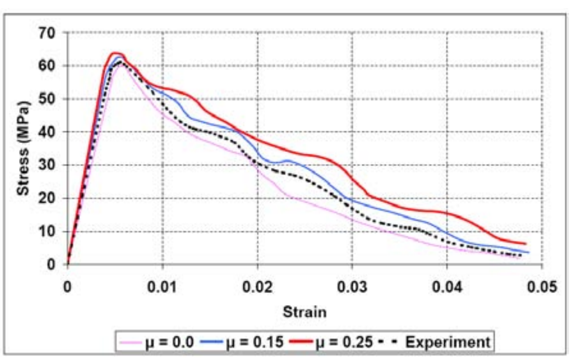
شکل ۱۷- منحنی تنش- کرنش در ازای نرخ کرنش ۴۵۰ بر ثانیه و فشارهای محصورکننده مختلف.

۳-۳- اثر ضریب اصطکاک بین نمونه و میله‌های ورودی و خروجی

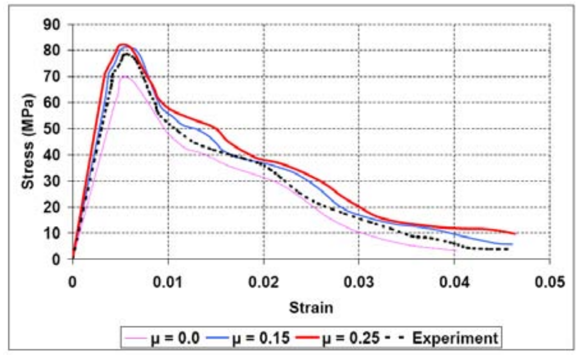
شکل‌های ۱۸ تا ۲۰ نمودار تنش- کرنش را در حالت‌های بدون ضریب اصطکاک و ضرایب اصطکاک ۰/۱۵ و ۰/۲۵ بین سطح جلویی و پشتی نمونه و میله‌های ورودی و خروجی را نشان می‌دهد.



شکل ۱۸- اثر ضریب اصطکاک بر نمودار تنش- کرنش در نرخ کرنش ۲۵۰ بر ثانیه.



شکل ۱۹- اثر ضریب اصطکاک بر نمودار تنش- کرنش در نرخ کرنش ۳۵۰ بر ثانیه.



شکل ۲۰- اثر ضریب اصطکاک بر نمودار تنش- کرنش در نرخ کرنش ۴۵۰ بر ثانیه.

همان گونه که از نمودارهای ارائه شده مشخص است با افزایش ضریب اصطکاک موجود بین سطوح جلویی و پشتی نمونه و میله‌های ورودی و خروجی، سطح تنش فشاری نمونه افزایش می‌یابد. علت این است که با افزایش ضریب اصطکاک بین سطوح جلویی و پشتی نمونه و میله‌های ورودی و خروجی، بخش بیشتری از نمونه در اثر اصطکاک، مابین میله‌های ورودی و خروجی محصور شده و تنش فشاری بیشتری برای نمونه بدست آید. همچنین، از مقایسه نمودارهای بدست آمده به ازای ضرایب اصطکاک مختلف با نتایج تجربی، مشخص است که هنگامی که ضریب اصطکاک بین سطوح جلویی و پشتی نمونه و میله‌های ورودی و خروجی صفر می‌باشد، نزدیکترین جواب به نتیجه تجربی بدست می‌آید. بنابراین روغنکاری مناسب وجه‌های جلویی و پشتی نمونه و میله‌های ورودی و خروجی، نقش مهمی در بدست آوردن نتایج تجربی قابل قبول دارد.

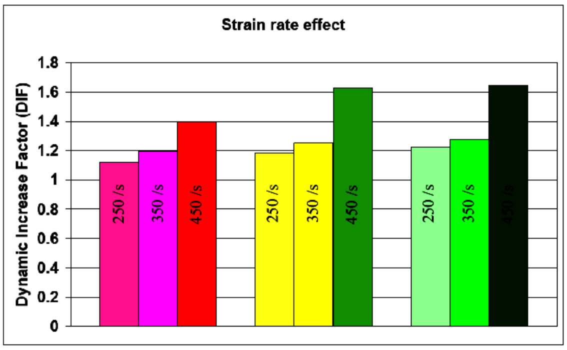
۳-۴- ضریب افزایش دینامیکی

یکی از پارامترهایی که نشان دهنده تفاوت رفتار مواد در نرخ کرنش های بالا و بارگذاری استاتیکی می‌باشد ضریب افزایش دینامیکی[1] است. ضریب افزایش دینامیکی بیانگر نسبت مقاومت فشاری دینامیکی به مقاومت فشاری نمونه بتنی در حالت استاتیکی می‌باشد. شکل (۲۱) اثر نرخ کرنش بر ضریب افزایش دینامیکی نمونه بتنی را نشان می‌دهد.

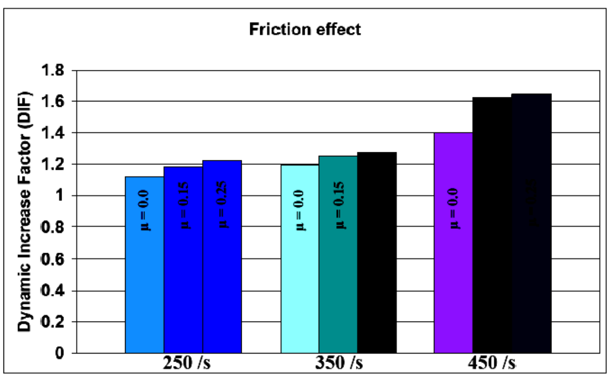
براساس شکل (۲۱)، در ازای هر یک از ضرایب اصطکاک در نظر گرفته شده بین وجه‌های جلویی و پشتی نمونه و میله‌های ورودی و خروجی، افزایش نرخ کرنش باعث افزایش ضریب افزایش دینامیکی نمونه می‌گردد. همانطور که نتایج بدست آمده نشان می‌دهد، این پدیده؛ افزایش ضریب افزایش دینامیکی در اثر افزایش نرخ کرنش، در ازای ضریب اصطکاک بالاتر، شدت بیشتری می‌یابد.

1- Dynamic Increase Factor (DIF)

شکل (۲۲) اثر ضریب اصطکاک بر ضریب افزایش دینامیکی نمونه بتنی را نشان می‌دهد. همانطور که این شکل نیز نشان می‌دهد، افزایش ضریب اصطکاک نیز باعث افزایش ضریب افزایش دینامیکی نمونه می‌گردد. این پدیده؛ اثر ضریب اصطکاک بر افزایش ضریب افزایش دینامیکی، در نرخ کرنش‌های بالاتر، شدت بیشتری دارد.



شکل ۲۱- اثر نرخ کرنش بر DIF.



شکل ۲۲- اثر ضریب اصطکاک بر DIF.

۴- نتیجه گیری

در این مقاله، یک مدل ساختاری ترکیبی جهت بررسی رفتار بتن تحت اثر نرخ کرنش‌های نسبتاً بالا، بر مبنای ترکیب تئوری‌های مکانیک تخریب و ویسکوپلاستیسیته ارائه گردید. علت استفاده از تئوری ویسکوپلاستیسیته، توانایی این تئوری در توصیف رفتار مواد حساس به نرخ کرنش مانند بتن می‌باشد. مکانیک تخریب نیز با ارائه مدل‌های تخریب و گسیختگی ماده، قابلیت شبیه‌سازی فرآیند تخریب در ماده را دارا می‌باشد. ترکیب توانایی مدل ویسکوپلاستیسیته و قابلیت مکانیک تخریب، این امکان را فراهم می‌سازد تا بتوان پاسخ ماده را بدرستی پیش‌بینی نمود. لازم بذکر است استفاده از هر یک از تئوری‌های ذکر شده به تنهایی، کافی نبوده و باعث

می‌گردد بخشی از فرآیند تغییرشکل و تخریب ماده نادیده گرفته شود. مدل پیشنهادی قادر است افزایش مقاومت بتن در اثر نرخ کرنش را با دقت خوبی توصیف نماید. همچنین، مدل پیشنهادی نسبت به فشارمحصورکننده نیز حساس بوده و اثر فشار محصورکننده بر افزایش سطح تنش فشاری نمونه را بدرستی پیش‌بینی می‌کند. نکته قابل توجه دیگر، سهم ضریب اصطکاک موجود ما بین سطوح جلویی و پشتی نمونه و میله‌های ورودی و خروجی، بر افزایش سطح تنش فشاری نمونه می‌باشد. با توجه به نمودارهای ارائه شده، نتایج بدست آمده از شبیه‌سازی عددی همخوانی خوبی با نتایج تجربی بدست آمده از آزمایش میله هاپکینسون دارد.

مراجع

[1]. Barpi, F. “Impact Behavior of Concrete: a Computational Approach.”; Eng. Frac. Mech. 2004, 71, 2197-2213.

[2]. Voyiadjis, G. Z.; Abu-Lebdeh, T. M., “Plasticity Model for Concrete Using the Bounding Surface Concept.”; Int. J. Plasticity 1994, 10, 1-21.

[3]. Karabinis, A. I.; Kiousis, P. D. “Effects of Confinement on Concrete Columns: A Plasticity Theory Approach.”; J. Struct. Eng. 1994, 120, 2747-2767.

[4]. Este, G.; Willam K. J. “A Fracture-Energy Based Constitutive Formulation for Inelastic Behavior of Plain Concrete.”; J. Eng. Mech. 1994, 120, 1983–2011.

[5]. Menetrey, P. H.; Willam, K. J. “Triaxial Failure Criterion for Concrete and its Generalization.”; Structural J. 1995, 92, 311-318.

[6]. Grassl, P.; Lundgren, K.; Gylltoft, K. “Concrete in Compression: A Plasticity Theory with a Novel Hardening Law.”; Int. J. Solid. Struct. 2002, 39, 5205-5223.

[7]. Mazars, J.; Pijaudier-Cabot, G. “Continuum Damage Theory-Application to Concrete.”; J. Eng. Mech. 1989, 115, 345-365.

[8]. Simo, J. C.; Ju, J. W. “Strain and Stress-Based Continuum Damage Model. Part I: Formulation.”; Int. J. Solid and Struct. 1987, 23, 821-840.

[9]. Simo, J. C.; Ju, J. W. “Strain- and Stress-Based Continuum Damage Models. Part II: Computational Aspects”; Int. J. Solid and Struct. 1987, 23, 841-869.

[10]. Lubarda, V. A.; Kracjinvovic, D.; Mastilovic, S. “Damage Model for bBrittle eElastic Solids with Unequal Tensile and Compressive Strength.”; Eng. Frac. Mech. 1994, 49, 681-697.

[11]. Luccioni, B.; Oller, S.; Danesi, R. “Coupled Plastic-Damaged Model.”; Comput. Meth. Appl. Mech. Eng. 1996, 129, 81-89.

[12]. Lee, J.; Fenves, G. L. “Plastic-Damage Model for Cyclic Loading of Concrete Structures.”; J. Eng. Mech. 1998, 124(8), 892-900.

[13]. Addessi, D.; Marfia, S.; Sacco, E. “A Plastic Nonlocal Damage Model.”; Comput. Meth. App. Mech. Eng. 2002, 191, 1291-1310.

[14]. Jefferson, A.D. “Craft—a Plastic-Damage-Contact Model for Concrete. I: Model Theory and Thermodynamic Considerations.”; Int. J. Solid and Struct. 2003, 40, 5973-5999.

[15]. Nguyen, G. D.; Houlsby, G. T. “A Thermodynamic Approach to Constitutive Modeling of Concrete.”; Proceedings of the 12th Conference, Association for Computational Mechanics in Engineering (ACME-U.K.), Cardiff, U.K., 2004.

[16]. Salari, M. R.; Saeb, S; Willam, K. J.; Patchet, S. J.; Carrasco, R. C. “A Coupled Elastoplastic Damage Model for Geomaterials.”; Comput. Meth. App. Mech. Eng. 2004, 193(27-29), 2625-2643.

[17]. Nguyen, G. D.; Houlsby, T. “A Coupled Damage–Plasticity Model for Concrete Based on Thermodynamic Principles: Part I: Model Formulation and Parameter Identification.”; Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech. 2008, 32, 353-389.

[18]. Nguyen, G. D.; Houlsby, T. “A Coupled Damage–Plasticity Model for Concrete based on Thermodynamic Principles: Part II: Non-Local Regularization and Numerical Implementation.”; Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech. 2008, 32, 391-413.

[19]. Cicekli, U.; Voyiadjis, G.; Abu Al-Rub, R. “A Plasticity and Anisotropic Damage Model for Plain Concrete”; Int. J. Plasticity 2007, 23, 1874-1900.

[20]. Voyiadjis, G. Z.; Taqieddin, Z. N.; Kattan, P. “Anisotropic Damage–Plasticity Model for Concrete.”; Int. J. Plasticity 2008, 24, 1946-1965.

[21]. Burlion, N.; Gatuingt, F.; Pijaudier-Cabot, G.; Daudeville, L. “Compaction and Tensile Damage in Concrete: Constitutive Modeling and Application to Dynamics”; Comput. Meth. Appl. Mech. Eng. 2000, 183, 291-308.

[22]. Gatuingt, F.; Pijaudier-Cabot, G. “Coupled Damage and Plasticity Modeling in Transient Dynamic Analysis of Concrete.”; Int. J. Num. Anal. Meth. Geomech. 2002, 26, 1-24.

[23]. Jason, L.; Huerta, A.; Pijaudier-Cabot, G.; Ghavamian, S. H. “An Elastic Plastic Damage Formulation for Concrete: Application to Elementary Tests and Comparison with an Isotropic Damage Model.”; Comput. Meth. Appl. Mech. Eng. 2006, 195, 7077-7092.

[24]. Perzyna, P. "The Constitutive Equations for Rate Sensitive Plastic Materials."; Quarterly App. Mech. 1963, 20(4), 312-332.

[25]. Simo, J. C.; Hughes, T. J. R., "Computational Inelasticity."; Springer, 1998.

[26]. Nard, H.; Bailly, P. "Dynamic Behavior of Concrete: The Structural Effects on Compressive Strength Increase."; Mech. Cohes-Frict. Mater. 2000, 5, 491-510.

[27]. Voyiadjis, G.; Kattan, P. "Damage Mechanics."; Taylor & Francis, 2005.

[28]. Gary, G.; Bailly, P. "Behavior of Quasi-Brittle Material at High Strain Rate"; Eur. J. Mech.: A/Solids 1998, 17(3), 403-420.

[29]. Beppu, M.; Miwa, K.; Itoh, M.; Katayama, M.; Ohno, T. "Damage Evaluation of Concrete Plates by High-Velocity Impact."; Int. J. Imp. Eng. 2008, 35, 1419-1426.

[30]. Grote, D.; Park, S.; Zhou, M. "Dynamic Behavior of Concrete at High Strain Rates and Pressures: I. Experimental Characterization."; Int. J. Imp. Eng. 2001, 25, 869-886.

[31]. Brara, A.; Camborde, F.; Klepaczko, J.; Mariotti, C. "Experimental and Numerical Study of Concrete at High Strain Rates in Tension."; Mech. Mat. 2001, 33, 33-45.

[32]. Ragueneau, F.; Gatuingt, F. "Inelastic Behavior Modeling of Concrete in Low and High Strain Rate Dynamics."; Comput. Struct. 2003, 81, 1287-1299.

[33]. Georgin, J.; Reynouard, J. "Modeling of Structures Subjected to Impact: Concrete Behavior Under High Strain Rate"; Cement. Conc. Comp. 2003, 25, 131-143.