

تحلیل گرین‌های عمومی و شبیه‌سازی سریع بالستیک داخلی موتور سوخت جامد

محمد رضا حیدری^۱، امیرحسین آدمی^۲

۱- دانشگاه آزاد اسلامی واحد گرمسار

۲- تهران- دانشگاه صنعتی امیرکبیر

(تاریخ وصول: ۸۹/۶/۴ ، تاریخ پذیرش: ۸۹/۱۰/۳۰)

چکیده

در این تحقیق به طریقی جدید، طراحی نرم افزار تحلیل گرین‌های عمومی موتور سوخت جامد، مانند گرین‌های استوانه‌ای، گرین چندضلعی، گرین ستاره محدب و گرین ستاره مقعر، انجام پذیرفته است، این روش در مقایسه با روش‌های موجود که بر اساس تقسیم‌بندی هندسی و تشخیص شروط مرزی عمل می‌نمایند، سریعتر می‌باشد. در این روش با معرفی نقاط تعريف هندسه و تشکیل گرین، با استفاده از حل تحلیلی، به محاسبه سطح سوزش و عقب‌نشینی هندسی سطح پرداخته شده است. برتری این روش، تشخیص تداخل سطوح و نقاط برخورد بدون نیاز به تشخیص تاحیه‌بندی و یا نوع گرین و نیز استخراج مستقیم عقب‌نشینی سطح با استفاده از حل معادلات دکارتی می‌باشد. این تکنیک عمومی امکان مدل‌سازی انواع گرین را فراهم می‌سازد. با استفاده از این روش می‌توان به ترکیبات جدید هندسی دست یافت که در قالب هیچ یک از مدل‌های هندسی قرار نمی‌گیرند، لذا در مقایسه با نرم‌افزارهای موجود حجم برنامه کاهش یافته و سرعت پردازش و تحلیل، بالا رفته است. نرم‌افزار نوشته شده به زبان ویژوال فرتون، علاوه بر امکان تعیین نحوه عقب‌نشینی سطح نسبت به جان سوخته شده، حل صفر بعدی بالستیک داخلی موتور سوخت جامد با انواع گرین را نیز می‌سازد. در این مدل، سرعت سوزش فرسایشی و تغییرات دما، مدل شده است. نحوه تغییر سطح سوزش نسبت به زمان، تغییرات تراست موتور در حالت استاندارد، تغییرات دما و تغییرات فشار محفظه احتراق موتور در طول مدت سوزش نمونه‌ای از خروجی این نرم‌افزار است. مقایسه‌ی نتایج بدست آمده از نرم‌افزار با سایر نتایج مهندسی و تجربی، مطابقت خوبی را نشان می‌دهد.

واژه‌های کلیدی: تحلیل گرین، بالستیک داخلی، موتور سوخت جامد، گرین‌های عمومی سوخت.

۱- مقدمه

سوخت جامد تعیین تراست و مدت زمان عملکرد موتور در حالت پایدار است.

هر دوی این موارد به شدت به نحوه تغییرات سطح سوزش نسبت به زمان وابسته هستند. از طرف دیگر برای حل بالستیک داخلی موتور، سطح سوزش و سطح عبوری(حجم داخلی گرین) در هر لحظه به عنوان ورودی باید معلوم

کاربرد وسیع موتورهای سوخت جامد در صنایع هوافضا با گرایش‌های نظامی و غیرنظامی باعث گردیده تا طراحی بهینه موتورهای سوخت جامد ذهن طراحان را درگیر نماید. از جمله موارد بسیار تاثیر گذار در طراحی موتورهای

* E-mail: mrezaheidari@yahoo.com

۱- دانشیار

۲- دانشجوی دکتری

متغیر فشار جهت جریان تراکم پذیر و پیاده نمودن روش، بر روی یک کد محاسباتی بوده و چندان به تحلیل جریان در محفظه احتراق پرداخته نشده است. از دیگر کارهای صورت گرفته، حل جریان تراکم پذیر و دوفازی است که توسط فتحعلی [۱۲] در سال ۱۳۷۶ انجام شده است. وی با ارائه یک روش عددی برای مطالعه جریان‌های غیرلزج، دائمی و دوفازی، در حالت جریان خارجی میدان جریان حول ایرفویل و در حالت جریان داخلی، میدان جریان درون نازل را مورد بررسی قرار داده است. در تحقیق صورت گرفته توسط ابراهیمی [۱۳] در همان سال به بررسی مسائلی از قبیل طراحی بهینه بالستیک داخلی موتورهای سوخت جامد، ارائه نگرشی نو به پسروی سطح سوخت جامد و شبیه‌سازی جریان یک بعدی گذرا در داخل موتور سوخت جامد، پرداخته شده است. میرساجدی و کریمیان [۱۴و۱۵] در سال ۱۳۷۷ بالستیک تحقیقات وسیعی انجام دادند. آملی و کریمیان [۱۶] در سال ۱۳۷۹ بالستیک داخلی موتور سوخت جامد درون‌سوز را با حل معادلات تقارن‌محوری اوپلر بر روی یک شبکه بی‌سازمان متحرک شبیه‌سازی کردند، که در آن معادلات حاکم با روش المان محدود بر مبنای حجم کنترل بر روی شبکه حل، شامل المان‌های مثلثی گستته گشته و برای مدل‌سازی شارکمیت‌های بقایی از روش "بالادست رو" استفاده گردیده است. ایشان در همان سال [۱۷] بالستیک داخلی موتور سوخت جامد درون-بیرون‌سوز را با حل معادلات شبیه یک بعدی و گذرا اولیر شبیه‌سازی کردند که در آن از یک روش المان محدود بر مبنای حجم کنترل استفاده شده است. حاجی‌حسینی و مظاہری سوخت جامد را مورد بررسی قرار دادند؛ در این تحقیق محفظه احتراق موتور سوخت جامد به عنوان یک حجم معیار فرض شده و معادله پیوستگی داخل آن حل می‌شود. ایشان در همان سال [۱۹] شبیه‌سازی یک بعدی بالستیک داخلی موتور سوخت جامد را مورد بررسی قرار دادند و از روش عددی جیمسون برای حل معادلات استفاده کردند.

با توجه به پیشینه یادشده، مشخص است که حل بالستیک داخلی موتور و مدل‌سازی نحوه عقب‌نشینی سطح مکمل یکدیگرند و بدون دیگری تخمین پارامترهای موتور ممکن نیست. نکته دیگر تمرکز صورت پذیرفته بر تحلیل بالستیک داخلی و ارتقاء آن است در صورتیکه این موضوع برای مدل‌سازی عقب‌نشینی سطح کمتر به چشم می‌خورد. هر تحلیل بالستیک داخلی (صرف بعدی، یک بعدی و ...) نیازمند یک مدل‌سازی مناسب از عقب‌نشینی هندسی

باشد. تلاش‌های زیادی برای شبیه‌سازی و تحلیل بالستیک داخلی موتور صورت گرفته است. در اینجا بخشی از فعالیت‌های صورت گرفته معرفی می‌شود.

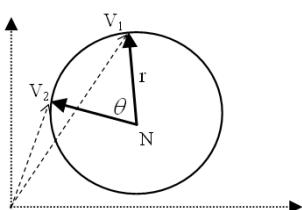
گاتلیب و کانستانتینو [۱] در سال ۱۹۸۷ یک تحلیل شبه‌پایدار در زمینه بالستیک داخلی موتورهای سوخت جامد انجام دادند و اثرات شتاب چرخشی موشک را بر بالستیک داخلی موتورهای با گرین استوانه‌ای بررسی کردند. هیستر و لاندسبوم [۲] در سال ۱۹۹۱ اثر فرآیندهای نامتعارف و غیرمعمول بالستیکی مانند ترکها و پارگی‌ها را بر عملکرد موتورهای سوخت جامد مورد بررسی قرار دادند. در سال ۱۹۹۲ لوکا و همکارانش در کتاب خود [۳]، مهمترین تحقیقات تئوری و تجربی انجام شده در زمینه پایداری و ناپایداری سوزش پیشرانه‌های جامد و ناپایداری احتراق در موتورهای سوخت جامد را ارائه کردند. گاتلیب و گریتیریکس [۴]، در همان سال در یک مطالعه عددی اثر شتاب طولی روی بالستیک داخلی موتور سوخت جامد را بررسی کردند. گریتیریکس [۵] در سال ۱۹۹۸، ارتعاشات سازه‌ای و ناپایداری احتراق در موتورهای سوخت جامد با گرین استوانه‌ای را مورد بررسی قرار داد. در سال ۲۰۰۱، ساقن [۶] در کتاب خود مباحث کاملی در مورد موتورهای سوخت جامد و طراحی اجزاء آن، و همچنین فرآیندهای صورت گرفته در موتور ارائه کرد. در همان سال، در تحقیق انجام شده توسط کای [۷] شبیه‌سازی عددی جریان دوفازی درون موتورهای سوخت جامد و تاثیر ذرات آلومینیوم بر میرا کردن ناپایداری‌های احتراق بررسی شده است. لنکاریک [۸] در سال ۲۰۰۲، معادلات دینامیک سازه و بالستیک داخلی را برای یک موتور موشک جامد با استفاده از روش‌های عددی حل کرده است. وی برای حل پاسخ سازه‌ای از یک روش المان محدود و برای حل جریان بالستیک داخلی از یک روش حجم محدود استفاده کرده و ناپایداری احتراق در موتورهای سوخت جامد با گرین استوانه‌ای و ستاره‌ای را بررسی کرده است. مک دونالد [۹] در سال ۲۰۰۴، یک مدل برای سوزش فرسایشی ارائه کرده و بالستیک داخلی موتور سوخت جامد را با استفاده از روش‌های عددی در حالت یک بعدی شبیه‌سازی کرده است.

از جمله فعالیت‌های صورت گرفته در داخل کشور نیز می‌توان به این موارد اشاره کرد. میریان [۱۰] در سال ۱۳۷۳ چگونگی سوزش سوخت و پیشروی جبهه شعله را برای موشک‌های جامد‌سوز، شبیه‌سازی نموده و فشار درون محفظه و نیروی رانش را در طی زمان بدست آورده است. بخش اعظم کار انجام شده توسط امین‌زاده [۱۱] در سال ۱۳۷۵ نیز توسعه روش استفاده از

توجه به تقارن محوری بخش‌های گرین‌ها، معمولاً تحلیل کوچکترین سطح تکرارشونده کافی است. از طرفی با دقت در نحوه تعامل این خطوط در می‌یابیم که بر نقاط اتصال شرایط خاصی حاکم است. لذا می‌توان با معرفی پارامترهای مورد نیاز تشکیل خطوط و منحنی‌های دایروی، هندسه را تعریف کرد.

به عنوان مثال برای گرین ستاره مقعر، تعیین سه مبدأ دایره و سه شعاع متناظر هریک از آنها و شبی خطوط متصل کننده کافی می‌باشد. البته دایره محاطی که در اصل پوسته داخلی موتور است معلوم فرض شده است. لذا با مشخص شدن این ۱۰ مجھول، هندسه به سادگی قابل رسم است. این روش نه تنها پارامترهای مخصوص تعریف هندسه گرین را کاهش نداده است، بلکه در مواردی افزایش هم می‌دهد. جای سوال است که چرا با استفاده از این روش سرعت تحلیل افزایش می‌یابد. پاسخ، به نحوه عقب‌نشینی سطح مرتبط می‌گردد. اگرچه تعداد متغیرهای تعریف هندسه افزایش می‌یابد اما اولاً هندسه‌های بسیاری قابل تعریف خواهند بود و نیاز به دانش تخصصی برای هر نوع نمی‌باشد و ثانیاً محاسبه نحوه عقب‌نشینی سطح بسیار ساده و سریع می‌گردد.

همچنین برای یک المان دایروی باید مرکز شعاع دایره و همچنین مقدار زاویه کمان آن را محاسبه نمود. برای این منظور به مختصات سه نقطه نیازمندیم. ۱- مختصات مرکز دایره (N) ۲- مختصات شروع کمان (V_1) و ۳- مختصات انتهای کمان (V_2). پارامترها در شکل (۱) معرفی گردیده‌اند.



شکل ۱- معرفی پارامترهای مورد نیاز تحلیل المان دایروی.

با استفاده از مختصات این سه نقطه، می‌توان بردارهای متناظر را با استفاده از رابطه (۱) تشکیل داد.

$$\begin{aligned} \vec{N} &= (x_0, y_0) \\ \vec{R}_1 &= (x_1, y_1) \rightarrow \vec{V}_1 = \vec{R}_1 - \vec{N} \\ \vec{R}_2 &= (x_2, y_2) \rightarrow \vec{V}_2 = \vec{R}_2 - \vec{N} \end{aligned} \quad (1)$$

سطح است. در این مقاله مدل‌سازی نحوه عقب‌نشینی سطح سوزش عمومی‌ترین و پرکاربردترین گرین‌های مورد استفاده در موتورهای سوخت جامد، مورد بررسی قرار گرفته و در هر مورد تغییرات سطح سوزش و سطح عبوری جریان نسبت به جان سوخته شده به دست می‌آید. نرم‌افزار این تحقیق بر اساس تغییر نقاط معرف هندسه، مدت زمان لازم برای محاسبات را کاهش داده و برای انواع گرین‌های متقارن توسعه یافته است، لذا شبیه‌سازی صفر بعدی بالستیک داخلی موتور با انواع گرین بدون نیاز به تعیین نوع گرین قابل دست‌یابی است.

برخی گرین‌های متقارن مورد استفاده در موتورهای سوخت جامد عبارتند از [۲۰۲۱]:

(۱) گرین‌های استوانه‌ای (درون‌سوز- برون‌سوز)

(۲) گرین‌های چند ضلعی

(۳) گرین‌های ستاره‌ای (ستاره محدب- ستاره مقعر)

(۴) گرین‌های چرخ واگن

به دلیل آنکه در عقب‌نشینی سطح بصورت هندسی، زمان تاثیرگذار نیست، بنابراین معمولاً در بیشتر موارد، عقب‌نشینی سطح نسبت به جان سوخته شده محاسبه می‌گردد. سپس، در برنامه‌های شبیه‌ساز جریان، به سادگی با استفاده از نرخ سوزش، جان سوخته شده به زمان وابسته می‌گردد. در این تحقیق به تحلیل گرین‌های استوانه‌ای (درون‌سوز- برون‌سوز- ترکیبی)، گرین‌های چند ضلعی (و لوزی)، گرین‌های ستاره محدب و گرین‌های ستاره مقعر پرداخته می‌شود این الگوریتم یه سادگی برای تحلیل دیگر گرین‌ها قابل توسعه است.

۲- الگوریتم تحلیل هندسی گرین

هر هندسه از انواع گرین، با پارامترهای هندسی خاصی تعریف می‌شود. این پارامترها، از نظر کارایی و تعداد برای هر هندسه متفاوتند. از این رو برای تحلیل نحوه عقب‌نشینی سطح سوزش و همچنین سطح مقطع عبوری جریان، معلوم بودن نوع هندسه الزامی است. اما در این نرم افزار از یک ایده جدید برای تحلیل گرین استفاده شده است که وابستگی به نوع هندسه را تا حد زیادی کاهش می‌دهد [۲۲].

همان‌طور که در برخی شکل‌های (۱) تا (۱۰) دیده می‌شود، تمامی مقاطع گرین‌های مورد بررسی، از خطوط و منحنی‌های دایروی تشکیل شده‌اند. لذا، برای رسم هر نوع گرین کافی است که این دو دسته خطوط تعریف شوند. با

$$\Delta S_{port} = \frac{r}{2}(2\Delta r.\theta + r.\Delta\theta)$$

شعاع کمان، θ زاویه کمان، Δr تغییرات شعاع، $\Delta\theta$ تغییرات زاویه کمان، Δk تغییرات طول کمان و ΔS_{port} تغییرات سطح عبوری جریان نسبت به حالت اولیه است. تغییرات زاویه ($\Delta\theta$) ناشی از تغییرات شعاعی و نقاط برخورد است و به صورت عمومی به صورت زیر محاسبه می‌گردد.

$$\begin{aligned} R_i^n &= (x_i^n, y_i^n) \\ R_i^{n+1} &= (x_i^{n+1}, y_i^{n+1}) \end{aligned} \quad (6)$$

بالا نویس مربوط به حالت جدید و قدیم می‌باشد و زیر نویس مربوط به هر نقطه تقاطع است. با استفاده از روابط برداری، تغییر زاویه المان نسبت به حالت قبل به صورت رابطه (۷) محاسبه می‌شود.

$$\begin{aligned} \vec{N} &= (x_n, y_n) \\ \vec{V}_i^n &= \vec{R}_i^n - \vec{N} \\ \vec{V}_i^{n+1} &= \vec{R}_i^{n+1} - \vec{N} \\ \Delta\theta &= \cos^{-1}\left(\frac{\vec{V}_i^n \cdot \vec{V}_i^{n+1}}{|\vec{V}_i^n| \cdot |\vec{V}_i^{n+1}|}\right) \end{aligned} \quad (7)$$

\vec{N} مختصات مرکز دوایر و \vec{V}_i بردار شعاعی تغییر یافته است. واضح است که برای یک المان دایروی دو بار این محاسبات لازم است زیرا دو نقطه تداخل وجود دارد.

تغییرات شعاع (Δr) برابر با تغییرات جان سوخته شده می‌باشد، بنابراین می‌توان سطح عبوری و سطح سوزش را به فرم دیفرانسیلی نیز ارایه نمود، اگرچه در این مقاله مستقیماً مقدار سطح عبوری و سطح سوزش متناسب با جان سوخته شده محاسبه می‌گردد. شبیه خطوط در حین عقبنشینی ثابت باقی می‌ماند و طول خطوط نیز اگر با دیگر کمان‌ها و پاره خط می‌باشند که به ثابت خواهد ماند. نقاط برخورد محدود‌کننده طول پاره خط می‌باشند که به حداقل مقدار سطح سوزش ($S_{bum} = 0$) یا حداقل سطح مقطع عبوری جریان محاسبه نمود. به عنوان مثال برای محاسبه تغییرات کمان \hat{k} و سطح منطبق (۸) استفاده شده است.

برای محاسبات سطوح باید اندازه شعاع و مقدار زاویه بین نقاط شروع و پایان کمان مشخص باشد. لذا از روابط (۲) می‌توان استفاده نمود.

$$\begin{aligned} |\vec{V}_1| &= |\vec{V}_2| = r \\ \vec{V}_1 \cdot \vec{V}_2 &= (x_1 x_2 + y_1 y_2) \\ \theta &= \cos^{-1}\left(\frac{\vec{V}_1 \cdot \vec{V}_2}{r^2}\right) \end{aligned} \quad (2)$$

با مشخص شدن اندازه شعاع (r) و زاویه کمان (θ)، سطح عبوری جریان و سطح سوزش برای این المان دایروی محدودشده به صورت روابط (۳) محاسبه می‌گردد.

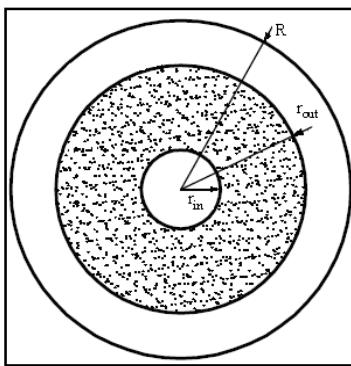
$$\begin{aligned} S_{bum} &= \hat{k} L_G = r \theta L_G \\ S_{port} &= \frac{\theta}{2} r^2 \end{aligned} \quad (3)$$

L_G ، طول گرین؛ S_{bum} ، سطح سوزش و S_{port} ، سطح عبوری جریان می‌باشد. برای یک پاره خط نیز به روش مشابه می‌توان عمل نمود. اگر A و B دو نقطه محدود‌کننده پاره خط باشند، طول پاره خط با استفاده از رابطه (۴) به سادگی قابل محاسبه است.

$$|\vec{AB}| = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2} \quad (4)$$

در این وضعیت سطح سوزش متناسب با طول پاره خط می‌باشد و سطح عبوری متناسب با دیگر نقاط محدود‌کننده، سطح یک چند ضلعی است. بنابراین در این الگوریتم با استفاده از روابط برداری می‌توان نقاط برخورد، سطح عبوری و سطح سوزش را به صورت عمومی مدل نمود. برای محاسبه تغییرات سطح سوزش و سطح عبوری کافی است که در روابط نقاط برخورد تجدید گردد. واضح است که نقاط تعريف هندسه بغير از اندازه شعاع، در طول سوزش ثابت می‌مانند. بنابراین با استفاده از روش تغییرات دیفرانسیل می‌توان تغییرات سطح سوزش و سطح عبوری در هر مقدار تغییرات شعاع را محاسبه نمود. به عنوان مثال برای محاسبه تغییرات کمان \hat{k} و سطح منطبق بر این قطاع طبق رابطه (۵) خواهیم داشت:

$$\Delta \hat{k} = \Delta r \cdot \theta + r \cdot \Delta \theta \quad (5)$$



شکل ۲- معرفی پارامترهای تشکیل گرین استوانه‌ای.

که r_{in} با سوزش افزایش و r_{out} با سوزش کاهش می‌یابد. سطح عبوری جریان با در نظر گرفتن این نکته که دارای ارتباطی با هم نیستند به دو ناحیه داخلی و خارجی تقسیم می‌شود.

$$A_{Pin} = \pi r_{in}^2 \quad (9)$$

$$A_{Pout} = \pi R^2 - \pi r_{out}^2 = \pi(R^2 - r_{out}^2)$$

اگر همواره $R = r_{out}$ باشد، آنگاه گرین استوانه‌ای تنها درون‌سوز است. شکل (۳) نتایج حاصل از تحلیل عقب نشینی سطح دو نمونه گرین استوانه‌ای با مشخصات هندسی ارایه شده در جدول ۱ را نمایش می‌دهد.

جدول ۱- پارامترهای تعریف گرین استوانه‌ای.

R(cm)	$r_{out}(\text{cm})$	$r_{in}(\text{cm})$	نمونه
۱۰۰	۹۰	۶۰	اول
۱۰۰	۱۰۰	۵۰	دوم

۳- تعریف گرین با استفاده از نقاط هندسی و ارایه نتایج مربوطه

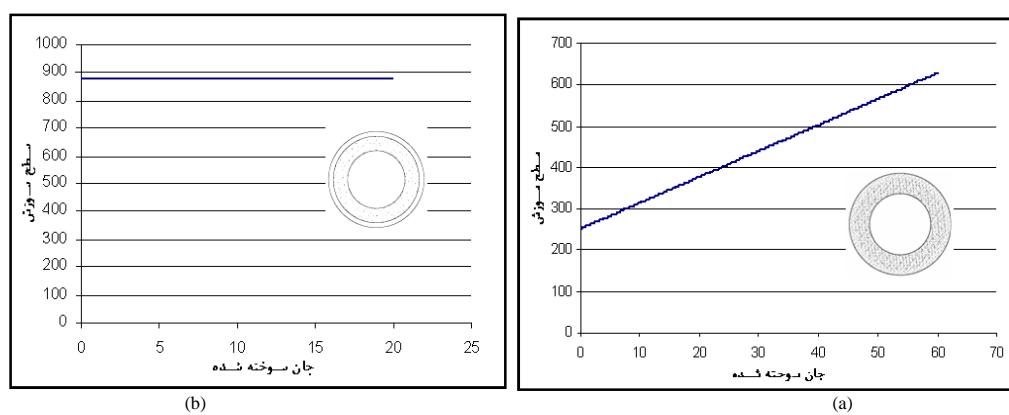
در این قسمت به تعریف هندسی گرین‌های استوانه‌ای، چند ضلعی و ستاره‌ای با استفاده از اجزاء هندسی تشکیل دهنده آنها پرداخته می‌شود. در ادامه نحوه عقب نشینی سطح برای هر گرین محاسبه شده و روابط مربوطه معرفی می‌گردد. این دسته‌بندی تنها برای مقایسه بهتر نتایج با دیگر نرم‌افزارها ارایه می‌گردد و همانطور که پیشتر اشاره شد نیازی به تعیین مدل هندسه نیست.

۳-۱- گرین‌های استوانه‌ای (درون‌سوز-برون‌سوز-ترکیبی)

ساده‌ترین گرین مورد استفاده در موتورهای سوخت جامد گرین استوانه‌ای می‌باشد. این گرین با توجه به ابعاد خود سطح سوزش زیادی را نمی‌تواند تامین کند و اغلب در موتورهای کوچک تحقیقاتی مورد استفاده قرار می‌گیرد. مهمترین مشخصه این نوع گرین تامین سطح سوزش ثابت در طول سوزش است (اگر گرین به صورت ترکیبی درون‌سوز-برون‌سوز مورد استفاده قرار گیرد). هر گرین استوانه‌ای مطابق شکل (۲) با سه پارامتر طراحی معرفی می‌گردد.

r_{in} ، شاعع داخلی گرین؛ r_{out} ، شاعع خارجی گرین و R ، شاعع پوسته موتور می‌باشد. سطح سوزش در هر لحظه از رابطه زیر به دست می‌آید.

$$S = 2\pi r_{in} + 2\pi r_{out} = 2\pi(r_{in} + r_{out}) \quad (8)$$



شکل ۳- a: سطح سوزش گرین استوانه‌ای درون‌سوز، b: سطح سوزش گرین استوانه‌ای درون‌سوز-برون‌سوز.

$$S_1 = L + 2(\gamma)W_C \quad (10)$$

$$A_{P_1} = \frac{L^2}{4\cos(\frac{\pi}{N})} + (LW_C) + W_C^2(\gamma)$$

در نهایت با توجه به تقارن شکل، مقادیر فوق N برابر می‌گردند. شکل (۵) نتایج حاصل از عقب‌نشینی سطح را برای یک نمونه گرین چندضلعی با مشخصات هندسی معروفی شده در جدول ۲ نمایش می‌دهد.

جدول ۲- پارامترهای تعریف گرین چندضلعی.

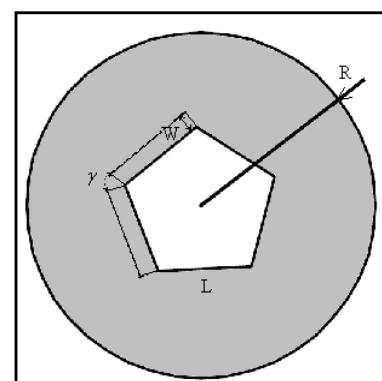
R : شعاع خارجی گرین	L : طول هر ضلع	N : تعداد اضلاع	نمونه
۱۰۰	۳۰	۶	اول

۲-۳- گرین‌های چندضلعی

گرین ستاره‌ای در دسته گرین‌های استوانه‌ای چسبیده به بدنه قرار می‌گیرد. سطح مقطع مرکزی این گرین به شکل ستاره n پره است که در طول موتور معمولاً ثابت می‌باشد. سوخت‌های ستاره‌ای به دو دسته ستاره محدب و ستاره مکعب تقسیم‌بندی می‌شوند.

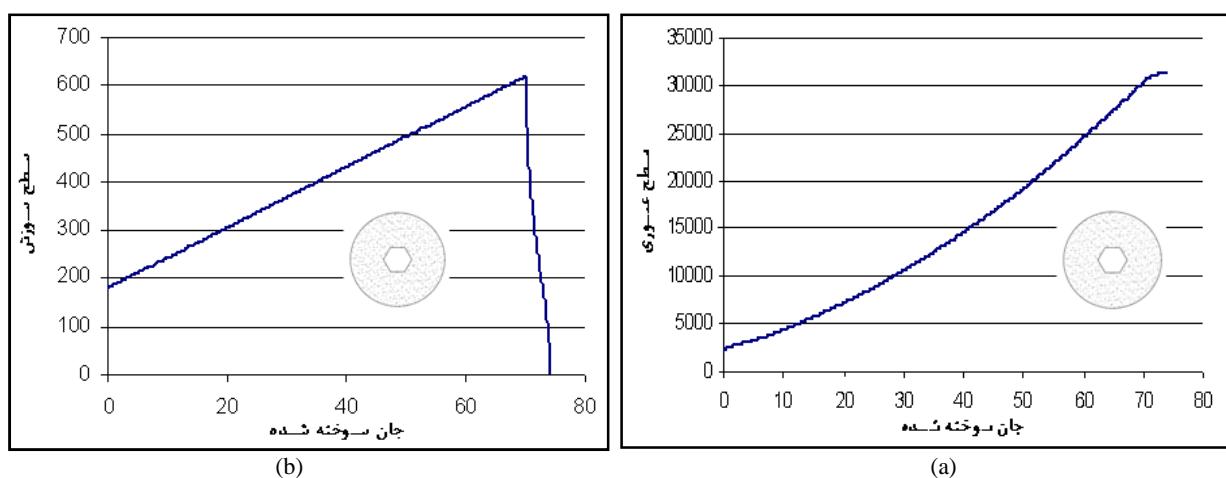
۲-۴- گرین‌های چندضلعی

گرین‌های لوزوی و مربعی از این خانواده گرین هستند. برای تحلیل فرض می‌کنیم که این چندضلعی‌ها، مطابق شکل (۴)، منظم و با اضلاع برابر بوده و مرکز سطح آن بر روی مرکز دایره خارجی گرین قرار دارد. با توجه به تقارن موجود در این نوع گرین تحلیل $\frac{1}{N}$ قسمت از یک گرین N وجهی کافی است. این ناحیه به صورت یک مثلث خواهد بود. خود این مثلث متساوی الساقین هم از دو طرف به صورت متقاضن عقب‌نشینی خواهد کرد. این گرین با سه پارامتر طراحی معرفی شده در شکل (۴) تعریف می‌شود.

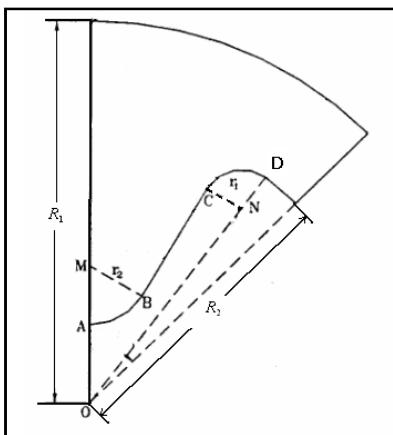


شکل ۴- معرفی پارامترهای گرین چندضلعی.

N ، تعداد وجه چندضلعی؛ L ، طول اضلاع و R ، شعاع خارجی گرین می‌باشد. همچنین، نحوه عقب‌نشینی سطح در حالت کلی به صورت رابطه (۱۰) ارایه می‌گردد.



شکل ۵- a: سطح عبوری شش ضلعی منتظم، b: سطح سوزش شش ضلعی منتظم.



شکل ۷- تعریف هندسه با استفاده از روش تشکیل المان‌های هندسی.

برای تعیین مختصات نقاط تقاطع، روابط هندسی زیر مورد استفاده قرار می‌گیرد.

$$\begin{cases} (x - x_M)^2 + (y - y_M)^2 = r_2^2 \\ y'(x) = m_1 \end{cases} \Rightarrow (x_B, y_B)$$

$$\begin{cases} (x - x_N)^2 + (y - y_N)^2 = r_1^2 \\ y'(x) = m_1 \end{cases} \Rightarrow (x_C, y_C) \quad (12)$$

$$\begin{cases} (x - x_O)^2 + (y - y_O)^2 = R_2^2 \\ (x - x_N)^2 + (y - y_N)^2 = r_1^2 \end{cases} \Rightarrow (x_D, y_D)$$

با استفاده از معادله (۲) زوایای مورد نیاز محاسبه می‌گردد. به عنوان مثال

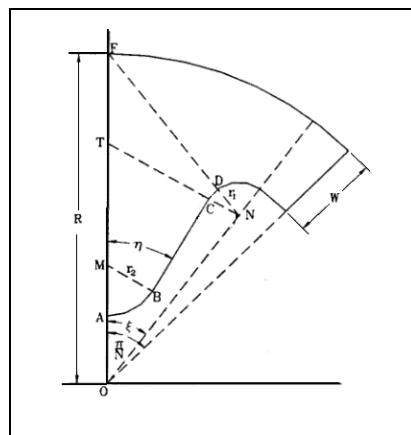
زوایه CND به این صورت محاسبه می‌شود:

(۱۳)

$$\begin{cases} (x_D, y_D) \\ (x_N, y_N) \end{cases} \Rightarrow \bar{R}_{ND} \quad \begin{cases} (x_C, y_C) \\ (x_N, y_N) \end{cases} \Rightarrow \bar{R}_{NC} \Rightarrow \theta_{CND} = \cos^{-1}\left(\frac{\bar{R}_{ND} \cdot \bar{R}_{NC}}{\|\bar{R}_{ND}\| \|\bar{R}_{NC}\|}\right)$$

۳-۱-۳- گربن ستاره محدب

هفت پارامتر مستقل، یک ساخت ستاره محدب را مشخص می‌کنند. این پارامترها که تشکیل دهنده هندسه گربن هستند، در شکل (۶) معرفی شده‌اند.



شکل ۶- نمایش پارامترهای تشکیل گربن ستاره محدب، مطابق مرجع [۲۰].

شعاع خارجی ساخت (R)، تعداد پره‌های ستاره ساخت (N)، ضخامت ساخت (W)، شاع فیلت ساخت (r_1), شاع نوع ستاره (r_2), زاویه ستاره (γ) و نیم‌زاویه نوک ستاره (η) می‌باشد. بعضی اوقات به جای γ از پارامتر بدون بعد استفاده می‌شود. با توجه به شکل (۶) مشخص است که می‌توان هندسه را با سه دایره و یک پاره خط تشکیل داد. بنابراین پارامترهای تشکیل هندسه عبارتند از سه مختصات مرکز دایره و شاع مریبوط به هریک و یک شب برای پاره خط. واضح است که طول پاره خط با توجه رفتار دایره‌های نزدیک مرکز محدود و یکتا می‌گردد.

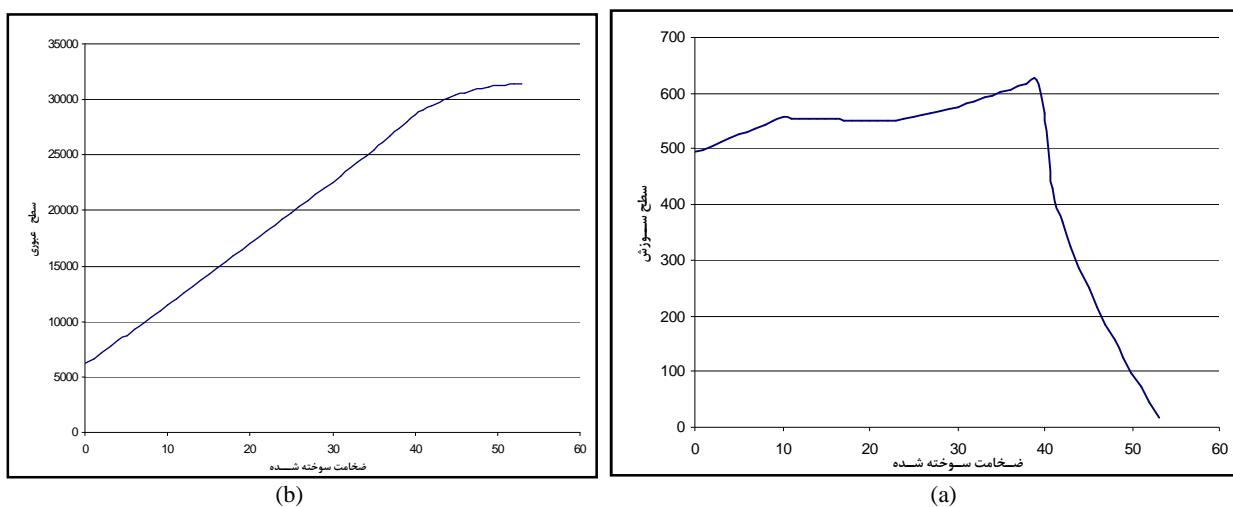
$(M, r_2), (N, r_1), (O, R_1), (O, R_2), m_1 \quad (11)$

تغییرات سطح سوزش و سطح عبوری جریان، برای دو نمونه گربن ستاره محدب با پارامترهای معرفی شده در جدول ۳، در شکل‌های (۸) و (۹) نمایش داده شده است.

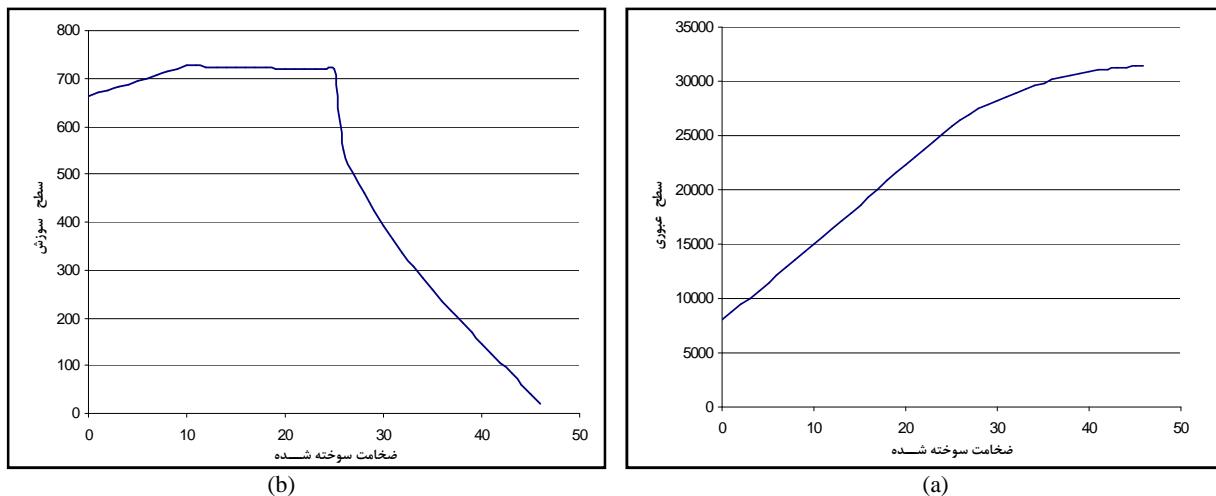
m_1 شبیه پاره خط BC و دیگر مقادیر در شکل (۷) معرفی گردیده‌اند.

جدول ۳- پارامترهای تعریف کننده گربن ستاره محدب.

N	R	W	r ₁	r ₂	η	ϵ	نمونه
۵	۱۰۰	۴۰	۱۰	۱۰	۳۰	۰/۹	اول
۵	۱۰۰	۲۵	۱۰	۱۰	۳۰	۰/۹	دوم



شکل ۸- a: تغییرات سطح عبوری، b: تغییرات سطح سوزش (نمونه اول).



شکل ۹- a: تغییرات سطح عبوری، b: تغییرات سطح سوزش (نمونه دوم).

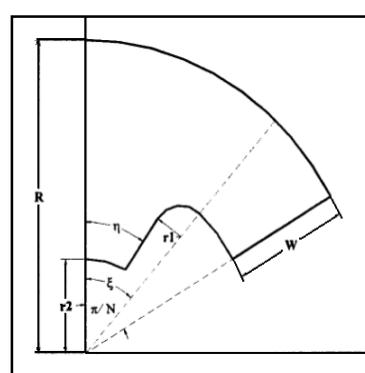
R، شاع خارجی گرین، N تعداد پره‌های ستاره، W ، ضخامت سوخت؛ η شاع فیلت؛ Γ_2 ، شاع نوک ستاره؛ Γ_1 ، زاویه ستاره و π/N ، نیم‌زاویه نوک ستاره می‌باشد. مشابه با گرین ستاره محدب، این گرین نیز با سه دایره و یک پاره‌خط قابل تشکیل است. تغییرات سطح سوزش و سطح عبوری جریان برای دو نمونه گرین ستاره مقعر با پارامترهای معرفی شده در جدول ۴، در شکل‌های (۱۱) و (۱۲) نمایش داده شده است.

جدول ۴- پارامترهای تعریف کننده گرین ستاره مقعر.

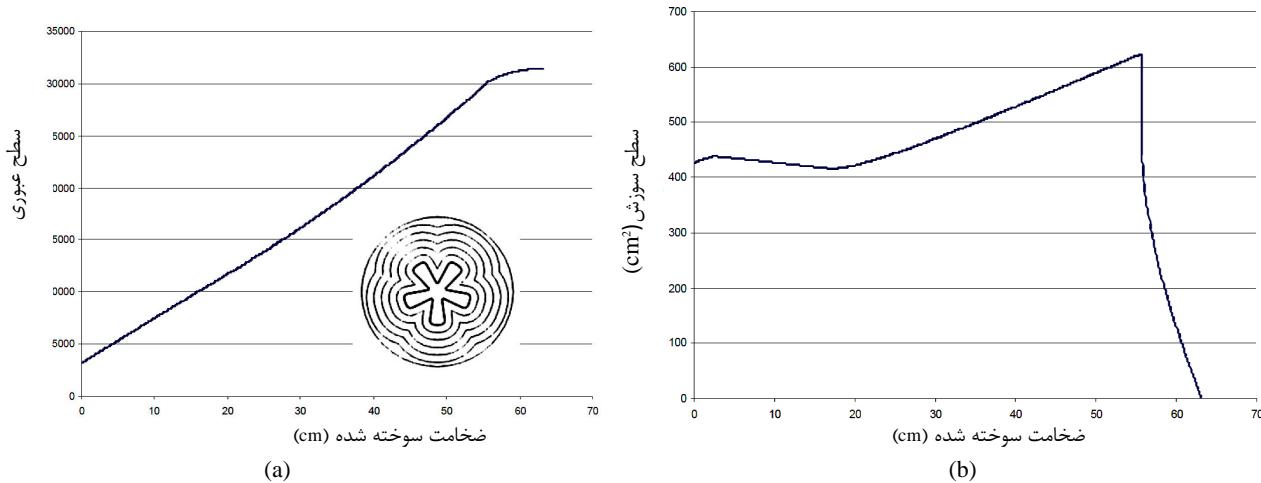
\mathcal{E}	η	Γ_2	Γ_1	W	R	N	نمونه
۰/۸	۲۸/۳	۱۲/۵	۵	۵۵/۶	۱۰۰	۵	اول
۰/۹	۵۵	۲۲/۸	۵	۴۶/۷	۱۰۰	۴	دوم

۲-۳-۳- گرین ستاره مقعر

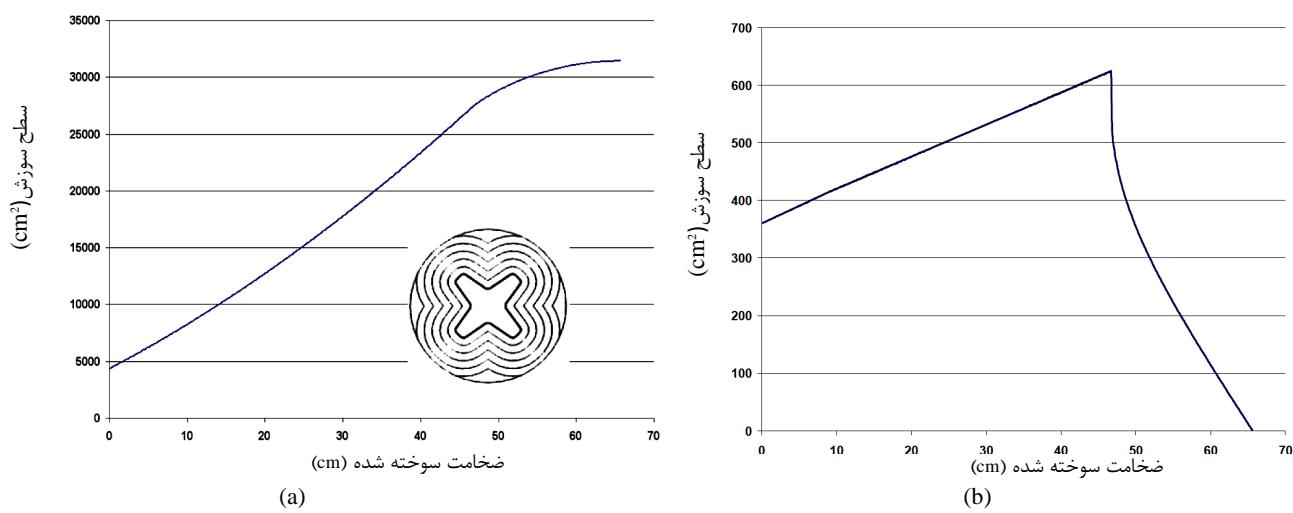
گرین ستاره مقعر دارای هفت پارامتر مستقل است. این پارامترها در شکل (۱۰) نشان داده شده است.



شکل ۱۰- نمایش پارامترهای تشکیل گرین ستاره مقعر، مطابق با مرجع [۲۰].



شکل ۱۱ - a: تغییرات سطح عبوری، b: تغییرات سطح سورش (نمونه اول).



شکل ۱۲ - a: تغییرات سطح عبوری، b: تغییرات سطح سورش (نمونه دوم).

۱-۴- تحلیل فیزیکی

در تحلیل فیزیکی سوختن یک گرین سوت جامد و خروج گازها از شیپوره، چهار مرحله جداگانه ایجاد می‌شود که این چهار مرحله به شرح زیر می‌باشند.

مرحله اول: هنگامی که سوت روشن می‌شود به خاطر پایین بودن فشار، عمل سوت خوب انجام نمی‌گیرد. لذا سعی می‌شود فشار داخل محفظه احتراق بالا برده شود. این کار توسط گذاشتن دریوشی در انتهای نازل انجام می‌پذیرد. در نتیجه مرحله اول از زمان روشن شدن آتشزنه تا هنگام جداشدن این دریوش به طول می‌انجامد. مدت زمان این مرحله بسیار کوتاه است. در این زمان دبی خروجی از محفظه صفر است.

مرحله دوم: این مرحله از زمان جداشدن در پوش شروع و تا تمام شدن سوت ادامه می‌یابد. هنگامی که دریوش نازل جدا می‌شود، گازهای

۴- شبیه‌سازی بالستیک داخلی موتور سوت جامد

مدل‌سازی بالستیک داخلی موتور متأثر از عوامل مختلفی می‌باشد. در طراحی اولیه موتور، اغلب از یک مدل‌سازی عددی سریع استفاده می‌کنند. لذا جهت ساده‌سازی، فرضیات زیر در نظر گرفته شده است [۲۶ و ۲۷]:

- سوت در هنگام سوت، شکل هندسی اولیه خود را از دست نمی‌دهد؛
- انتقال حرارت، داخل سوت وجود ندارد؛
- دمای محفظه احتراق ثابت می‌باشد؛
- از فعل و افعال شیمیایی در گازها صرف‌نظر می‌شود؛
- جریان داخل موتور به صورت یکنواخت فرض می‌شود؛
- نازل تغییر شکل نمی‌دهد؛
- از دوران و شتاب موشک صرف‌نظر می‌شود؛
- محصولات احتراق به صورت گاز کامل فرض می‌شوند.

صفر و یک که وجود یا عدم وجود سرعت فرسایشی را مشخص می‌نماید. به غیر از متغیرهای اصلی، دیگر پارامترهای تجربی به نوع سوخت و محصولات احتراق واپس‌هاند. از قانون بقاء جرم می‌دانیم که دی جرمی محصولات احتراق در محفظه احتراق باید با دی جرمی خروجی از موتور برابر باشد. این موضوع در انتخاب نازل و سطح مقطع گلوگاه مهم می‌باشد. دی جرمی تولد شده در محفظه احتراق با رابطه (۱۵) مشخص می‌گردد.

$$\dot{m} = \rho_{pp} A_{bum} u(P_c, T_c, v) \quad (15)$$

نکته پایانی، دمای شعله آدیابتیک است که در اکثر مقالات و مراجع با دمای محفظه احتراق یکسان و در مدت کارکرد موتور ثابت فرض می‌شود[۲۳]. ولی در این شبیه‌سازی دمای محفظه احتراق تنها در شروع سوزش پایدار با دمای شعله برابر است و چنانچه فشار محفظه احتراق افزایش باید، با توجه به روابط گاز کامل (معادلات-۱۶)، دمای محفظه احتراق نیز تغییر خواهد کرد. البته چنانچه فشار از فشار محاسبه دمای شعله کاوش یافت، دمای شعله ثابت فرض می‌شود.

$$\begin{aligned} \frac{\rho_t}{\rho} &= \left[1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right]^{\frac{1}{\gamma-1}} \\ \frac{a_t}{a} &= \left[1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right]^{0.5} \\ \frac{P_t}{P} &= \left[1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \\ \frac{T_t}{T} &= \left[1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right] \end{aligned} \quad (16)$$

اگر رابطه گاز کامل و حریان آیزنتروبیک را بازنویسی می‌کنیم خواهیم داشت.

$$\begin{cases} P = \rho R T \\ P = \rho^\gamma \end{cases} \quad (17)$$

با حذف ρ داریم.

$$T = \frac{P}{\rho R} = \frac{P}{P^{\frac{1}{\gamma}} R} = \frac{P^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}{R} \quad (18)$$

در نهایت رابطه فشار کل و دمای کل در محفظه احتراق به صورت زیر بدست می‌آید.

$$T_c = \frac{P_c^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}{R} \quad (19)$$

تولیدشده بالاصله با سرعت بالایی از نازل خارج می‌شوند. در این مرحله نازل خفه می‌باشد و عدد ماخ جریان در گلوگاه برابر یک است. این مرحله طولانی‌ترین مرحله تحلیل می‌باشد. با طراحی مناسب نازل می‌توان دی جرمی را برابر دی خروجی جریان قرار داد. در غیر اینصورت در صورتیکه بی ورودی بیشتر باشد فشار محفظه احتراق تا رسیدن به فشار تعادل افزایش می‌یابد.

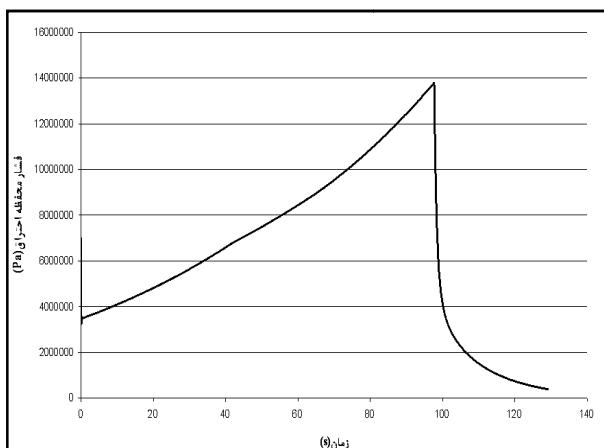
مرحله سوم: هنگامی که سوخت تمام می‌شود، در همان لحظه نازل هنوز در حالت خفه است، اما چون سوختی جهت سوختن وجود ندارد، فقط گازهای داخل محفظه تخلیه می‌گردند. لذا فشار داخل موتور افت می‌کند و در یک فشار مشخص نازل ناخفه می‌شود. مرحله سوم از زمان تمام شدن سوخت تا ناخفه شدن نازل ادامه می‌یابد.

مرحله چهارم: هنگامی که نازل ناخفه شود، در گلوگاه عدد ماخ کوچکتر از یک می‌شود، اما هنوز فشار داخل محفظه احتراق از فشار محیط بیشتر است، لذا تخلیه گاز ادامه می‌یابد. این تخلیه تا زمانی پیش می‌رود که فشار داخل موتور به فشار محیط برسد. با این توضیحات مرحله چهارم از زمان ناخفه شدن نازل مادون صوت شروع و تا رسیدن فشار محفظه به فشار محیط ادامه می‌یابد که زمان بسیار کوتاهی دارد.

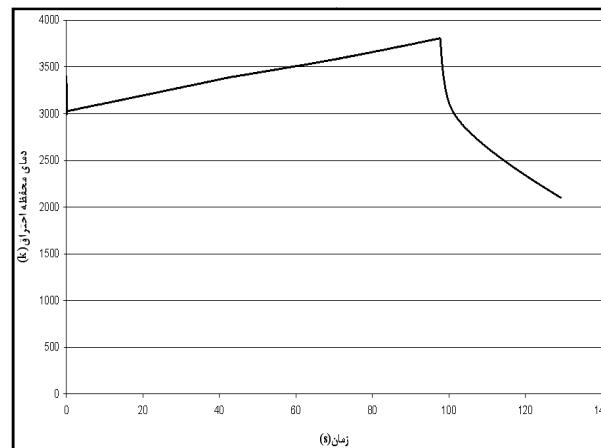
در پی تغییرات فشار داخل محفظه احتراق در مدت زمان کارکرد که بین فشار محیط و فشار حداقل متغیر است سه بازه متفاوت صوت، صوتی، و زیرصوت را می‌توان برای ماخ خروجی معین نمود. همچنین، دما، فشار و سوزش فرسایشی بهوسیله رابطه (۱۴) به نزد سوزش مربوط می‌گردد.

$$\begin{aligned} u &= f_1(P_{com}) f_2(T_{com}) f_3(v) \\ f_1(P_{com}) &= a + b(P_0 / (0.98 \times 10^5))^\nu \\ f_2(T_{com}) &= 1 + k_T (T_0 - T_{nom}) \\ f_3(v) &= 1 + K_\kappa (\kappa - \kappa_{thr}) \delta \\ \begin{cases} \kappa = S_{pon} / S_{bum} \\ \delta = \begin{cases} 0 & \kappa < \kappa_{thr} \\ 1 & \kappa > \kappa_{thr} \end{cases} \end{cases} \end{aligned} \quad (14)$$

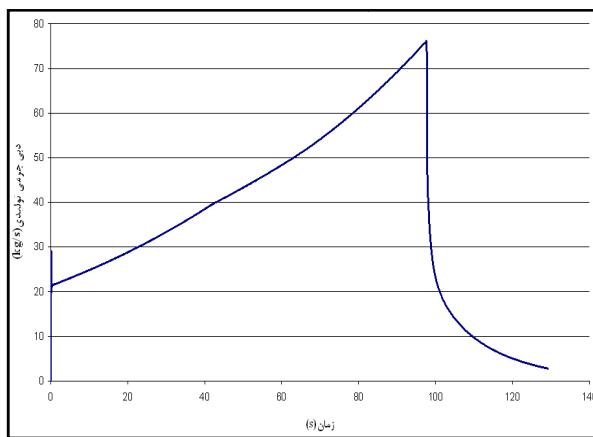
دمای نامی گرین؛ T_{nom} ، دمای سکون محفظه احتراق؛ P_0 ، فشار سکون محفظه احتراق؛ a و b ، پارامترهای فشاری مربوط به سوخت؛ k_T ، پارامتر دمایی مربوط به سوخت؛ K ، ضریب سوزش فرسایشی محفظه؛ κ_{thr} ، آستانه سوزش فرسایشی؛ K_κ ، ضریب مربوط به سوخت و δ ، تابعی



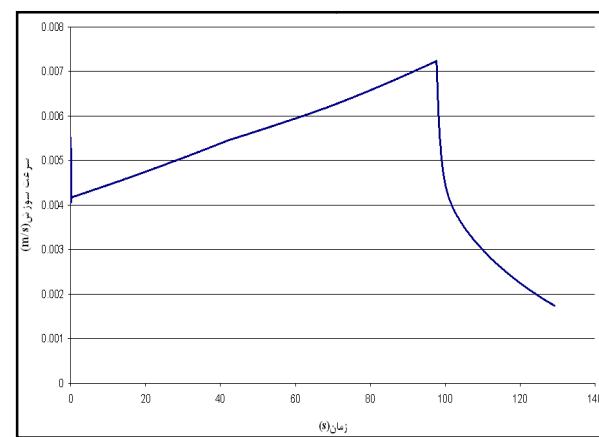
شکل ۱۴- نمودار تغییرات فشار محفظه احتراق گرین ستاره مقعر.



شکل ۱۳- نمودار تغییرات دمای محفظه احتراق گرین ستاره مقعر.



شکل ۱۶- نمودار تغییرات دبی جرمی تولید شده در محفظه احتراق.



شکل ۱۵- نمودار تغییرات سرعت سوزش سوخت نسبت به زمان.

گرفته می‌شود. گرین ستاره مقعر منتخب دارای پارامترهای ورودی، مطابق با جدول ۶ است. برای انجام شبیه‌سازی باید هندسه نازل کاملاً مشخص باشد. پارامترهای مربوط به نازل انتخابی به صورت جدول ۷ در نظر گرفته شده است.

جدول ۶- پارامترهای طراحی گرین ستاره مقعر.

ε	η	W	r_2	r_1	R	N	مثال
.۹/۰	۴۵	۵۵	۲۰	۵	۱۰۰	۳	مثال اول

جدول ۷- اطلاعات مربوط به نازل انتخابی برای گرین.

(atm)	فشار مقطع خروجی نازل (m ²)	سطح مقطع (m ²)	سطح مقطع گلوگاه (m ²)
.۴/۰		.۰۰۲	.۰۰۹

نتایج حاصل از شبیه‌سازی سوزش این گرین ستاره مقعر، در شکل‌های (۱۳) الی (۱۶) نمایش داده شده است.

این توابیر باعث گردید تا نتایج شبیه‌سازی از دقت بالایی برخوردار شوند.

۴- نمونه‌ای از شبیه‌سازی بالستیک داخلی

برای نمایش اطلاعات از یک پیش‌ران با مشخصات معرفی شده در جدول ۵ استفاده شده است. این پیش‌ران در بوسترها شاتل فضایی مورد استفاده قرار می‌گیرد.

جدول ۵- ورودی ثابت اطلاعات مربوط به پیش‌ران.

γ	R	حداقل دمای محفظه (K)	حداقل فشار محفظه (atm)	چگالی (kg/m ³)
.۱/۴	۱/۲	۳۰۰	۳۴۰۰	۷۰

فشار در صفحه خروجی نازل بستگی به کاربرد آن در طبقات موشك دارد. عموماً برای طبقات اول که در لایه‌های غلیظ اتمسفر حرکت می‌کنند، این فشار برابر 0.4 atm و برای طبقات بالاتر فشار برابر با 0.1 atm است.

جدول ۹- مدت زمان اجرای برنامه

نوع نرم‌افزار	مدت زمان اجرا (ثانیه)
[۲۰] مرجع	۴۰
نرم‌افزار حاضر	۲۸

مطابق با نمودارها، در لحظات اولیه فشار و دما افزایش می‌یابند و سپس حالت تعادل برقرار می‌گردد. تغییرات فشار، دبی تولیدی نازل و سرعت سوزش رفتار مشابه نشان می‌دهند که با توجه به فرضیات صورت گرفته طبیعی است.

۴-۴- اعتبارسنجی نرم‌افزار شبیه‌سازی بالستیک

متأسفانه هیچگونه نتایج تجربی حاصل از تست موتور سوخت جامد با گرین ستاره‌ای، که مشخصات کامل فیزیکی و هندسی را ارائه کرده باشد بدست نیامد. بدین جهت از یک نمونه نتایج تست تجربی موتور با گرین استوانه‌ای درون‌سوز، برای صحه‌گذاری شبیه‌سازی بالستیک داخلی ترموفلز این تحقیق، استفاده گردید. این تست در یکی از معترض‌ترین مراکز تحقیقاتی سازمان صنایع هوافضا انجام گرفته است. نتایج در شکل (۱۸) نمایش داده شده و نشان می‌دهد که علیرغم فرضیات و برخی ساده‌سازی‌ها، روش این تحقیق و شبیه‌سازی انجام شده از دقت بسیار مطلوبی در مقایسه با نتیجه حاصل از تست تجربی برخوردار است.

نوسانات اولیه فشار در نتایج نرم‌افزار تولید شده به دلیل خروج جرم از نازل است که از ابتداء ممکن فرض شده است. لذا حدود یک چهارم ثانیه زمان صرف می‌شود تا تغییرات فشار حالت پایدار به خود بگیرد.

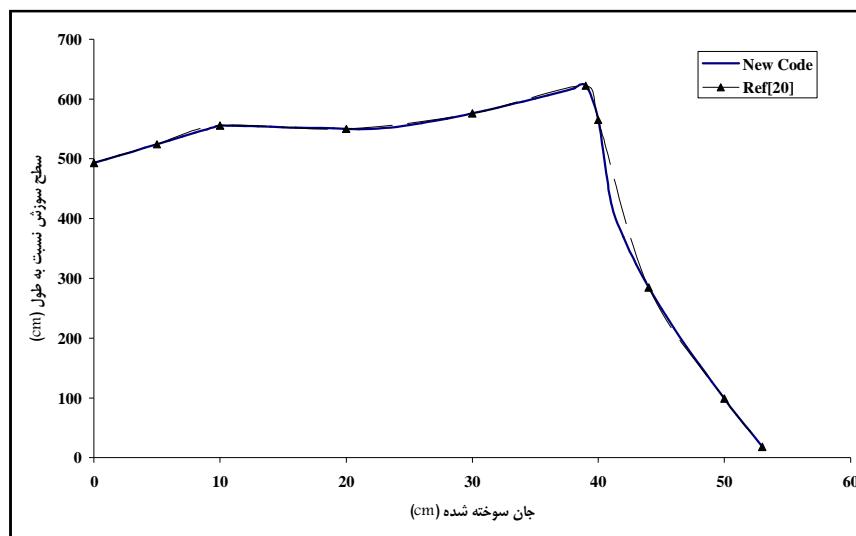
۴-۳- اعتبارسنجی نرم‌افزار تحلیل انواع گرین

برای صحه‌گذاری نرم‌افزار و مقایسه نتایج، از مرجع [۲۰] استفاده شده است. این مرجع کد خود را با استفاده از نرم افزار آتوکد قبل از صحه‌گذاری کرده است. شکل (۱۷) یک نمونه از نتایج محاسبات نرم‌افزار حاضر را با نتیجه تحلیل یک گرین ستاره محدب با ورودی مشخص شده در جدول ۸ از مرجع فوق مقایسه و مطابقت نموده است.

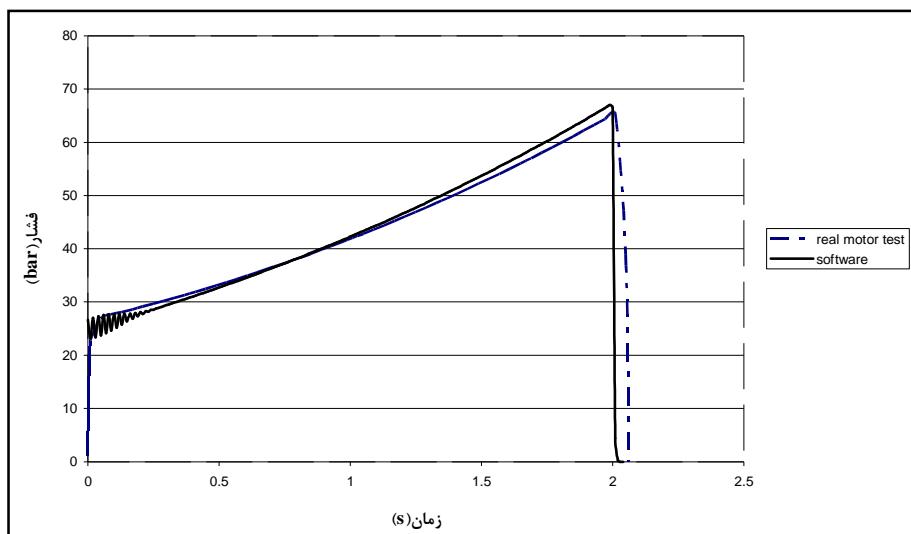
جدول ۸- پارامترهای مربوط به گرین ستاره محدب.

N	R	W	r ₁	r ₂	η	ε
۵	۱۰۰	۴۰	۱۰	۱۰	۳۰	۰/۹

واضح است به دلیل استفاده از منطق ریاضی در تحلیل هر دو کد، خطای تنها به محاسبات کامپیوتر وابسته است. برای مقایسه سرعت محاسبات، به ناچار بخشی از برنامه نرم‌افزار مرجع [۲۰] نیز بازنویسی گردید. سرعت ورود اطلاعات و مدت زمان انجام محاسبات در این مورد به صورت جدول ۹ استخراج گردیده است.



شکل ۱۷- تغییرات سطح سوزش نسبت به جان سوخته شده.



شکل ۱۸- مقایسه نتیجه توزیع فشار نرم‌افزار و تست تجربی موتور برای یک گرین استوانه‌ای.

- [2]. Heister, S. D.; Landsbum, E. M. "Analysis of Ballistic Anomalies in Solid Rocket Motors."; Journal of Jet Propulsion 1991, 7(6), 887-893.
- [3]. Luca, L. D.; Price, E. W.; Summerfield, M. "Nonsteady Burning and Combustion Stability of Solid Propellants", American Institute of Astronautics and Aeronautics, New York, 1992.
- [4]. Gottlieb, J. J.; Greatrix, D. R. "Numerical Study of the Effect of Longitudinal Acceleration of Solid Rocket Motor Internal Ballistics."; Journal of Fluid Engineering 1992, 114, 404-410.
- [5]. Greatrix, D. R. "Structural Vibration and Solid Rocket Combustion Instability."; Canadian Aeronautics and Space Journal 1998, 44(1), 9-24.
- [6]. Sutton, G. P. "Rocket Propulsion Element."; John Wiley & Sons Publications, 7th Edition, 2001.
- [7]. Cai, W. "Two-Phase Flow Interaction and Combustion of AP/HTPB Composite Propellant in Rocket Motors with Acoustic Oscillations."; A Thesis in Mechanical Engineering Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements for the Degree of Doctor of Philosophy, The Pennsylvania State University, 2001.
- [8]. Loncaric, S. "Structural Vibrations and Internal Ballistics of a Star-Grain Solid Rocket Motor."; A Thesis Presented to Ryerson University in Partial Fulfillment of the Degree of Master of Applied Science in the Program of Mechanical Engineering, Toronto, Ontario, Canada, 2002.
- [9]. McDonald, B. A. "The Development of an Erosive Burning Model for Solid Rocket Motors Using Direct Numerical Simulation."; A Thesis Presented to The Academic Faculty In Partial Fulfillment of

۵- جمع بندی و نتیجه‌گیری

در این مقاله با استفاده از رویکردی جدید، نحوه عقب نشینی سطح سوزش نسبت به جان سوخته شده محاسبه و برای گرین‌های استوانه‌ای، چند ضلعی و ستاره‌ای استخراج گردید. همچنین، الگوریتم تحلیل نحوه عقب نشینی سطح، با استفاده از محاسبه آهنگ تغییرات معروفی گردید. با توجه به الگوریتم انتخابی برای گرین‌های مورد بررسی، می‌توان نتایج حاصل از این تحقیق را به صورت زیر معرفی کرد.

۱- استقلال تحلیل نحوه عقب نشینی سطح سوزش و سطح عبوری جریان از نوع هندسه.

۲- امکان توسعه و طراحی گرین بهینه، به صورت مستقیم و بدون نیاز به نرم‌افزار تحلیل.

۳- امکان توسعه نرم افزار برای گرین‌های سه‌بعدی و نامتقارن. نکته پایانی، شبیه‌سازی صفر بعدی بالستیک داخلی موتور است که نحوه تغییرات سطح سوزش و سطح عبوری جریان را، به صورت ورودی دریافت می‌نماید. این عمل باعث می‌شود که شبیه‌سازی برای هر نوع گرین امکان‌پذیر گردد، حتی گرین‌هایی که هنوز در نرم‌افزارهای تحلیل گرین مدنظر قرار نگرفته‌اند.

مراجع

- [1]. Gottlieb, J. J.; Constantinu, T. "Quasi-Steady Analysis of the Internal Ballistics of Solid-Propellant Rocket Motors." ; Canadian Aeronautics and Space Journal 1987, 33(2), 63-70.

- [۱۶]. آملی، علی و کریمیان، سیدمحمدحسین، "شبیه‌سازی یک بعدی بالستیک داخلی موتور سوخت جامد درون- بیرون سوز"، اولین کنفرانس علمی و کاربردی سازمان صنایع هواپیما، تهران، ایران، ۱۰-۷ شهریور ۱۳۷۹.
- [۱۷]. حاجی‌حسینی، حمیدرضا و مظاہری، کریم، "شبیه‌سازی صفر بعدی بالستیک داخلی موتور سوخت جامد"، اولین کنفرانس علمی و کاربردی سازمان صنایع هواپیما، تهران، ایران، ۱۰-۷ شهریور ۱۳۷۹.
- [۱۸]. حاجی‌حسینی، حمیدرضا و مظاہری، کریم، "شبیه‌سازی یک بعدی بالستیک داخلی موتور سوخت جامد"، اولین کنفرانس علمی و کاربردی سازمان صنایع هواپیما، تهران، ایران، ۱۰-۷ شهریور ۱۳۷۹.
- [۱۹]. حیدری، محمدرضا و آدمی، امیرحسین، "تحلیل هندسی گرین‌های موتور سوخت جامد"، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، مرکز آموزشی تحقیقاتی فضایی، ۱۳۸۶.
- [۲۰]. حمیدرضا حاجی‌حسینی، "تحلیل هندسی انواع گرین"، سازمان صنایع هواپیما، پژوهشکده شهید یزدانی، مرکز تحقیقات فناوری پیشرانش، ۱۳۸۴.
- [۲۱]. حیدری، محمدرضا و آدمی، امیرحسین، "تحلیل گرین و شبیه‌سازی سریع بالستیک داخلی موتور سوخت جامد، هشتمین کنفرانس بین‌المللی هواپیما، ایران، اصفهان، ۱۳۸۷.
- [۲۲]. حیدری، محمدرضا و آدمی، امیرحسین، "شبیه‌سازی بالستیک داخلی موتور سوخت جامد برای انواع گرین‌ها"، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، مرکز آموزشی تحقیقاتی فضایی، ۱۳۸۶.

the Requirements for the Degree of Doctor of Philosophy in the School of Aerospace Engineering Georgia Institute of Technology, 2004.

- [۱۰]. میریان، رامین، "طراحی گرین و آنالیز جریان ناپایدار یک بعدی در موتور موشک‌های جامدسوز"، پایان‌نامه کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف، ۱۳۷۳.
- [۱۱]. شایسته امین‌زاده، سید ابوالقاسم، "تحلیل جریان در محفظه احتراق موشک سوخت جامد"، پایان‌نامه کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف، ۱۳۷۵.
- [۱۲]. فتحعلی، مانی، "حل جریان تراکم پذیر و دوفازی"، پایان‌نامه کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف، ۱۳۷۶.
- [۱۳]. ابراهیمی، امیر، "طراحی بالستیک داخلی و شبیه‌سازی عملکرد موتورهای سوخت جامد موشک"، پایان‌نامه کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف، ۱۳۷۶.
- [۱۴]. میرساجدی، سیدمهدي و کریمیان، سیدمحمدحسین، "شبیه‌سازی عددی بالستیک داخلی موتور سوخت جامد"، ششمین کنفرانس داخلی و سومین کنفرانس بین‌المللی انجمن مهندسان مکانیک ایران، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران؛ ۱۳-۱۵ اردیبهشت ۱۳۷۷.
- [۱۵]. آملی، علی و کریمیان، سیدمحمدحسین، "شبیه‌سازی عددی بالستیک داخلی موتور سوخت جامد بر روی شبکه بی‌سازمان متحرک"، اولین کنفرانس علمی و کاربردی سازمان صنایع هواپیما، تهران، ایران، ۱۰-۷ شهریور ۱۳۷۹.