

# بررسی تئوری، عددی و تجربی ناپایداری و پارگی در دیسک دایره‌ای بدون شیار و شیاردار تحت فشار

حسین لطفی<sup>1</sup>، حسین خدارحمی<sup>2\*</sup>، خداداد واحدی<sup>3</sup>

تهران - دانشگاه امام حسین (ع)

(تاریخ وصول: 89/12/17، تاریخ پذیرش: 90/4/12)

## چکیده

دیافراگم‌های پاره‌شونده به عنوان شیر سریع‌العمل، در پرتابگرهای گازی برای مطالعه مسائل برخورد و نفوذ و در تونل شوک برای مطالعه اثرات موج انفجار و شوک بطور گسترده‌ای استفاده می‌شود. در این مقاله به منظور طراحی دیافراگم آلومینیومی در پرتابگر گازی موجود، ابتدا تئوری حاکم بر ناپایداری در دیافراگم‌های بدون شیار و شیاردار بررسی شده و فرآیند تغییر فرم و پارگی دیافراگم به کمک نرم افزار LS-DYNA شبیه‌سازی شده است. همچنین با ساخت دیافراگم‌های بدون شیار و شیاردار با عمق 1/0 میلی‌متر و سامانه‌ای برای آزمایش و انجام تست‌های تجربی، فشار پارگی برای دیافراگم‌ها اندازه‌گیری شده است. نتایج بدست آمده نشان می‌دهد، روابط تئوری ناپایداری برای دیافراگم بدون شیار، فشار پارگی کمتری را در مقایسه با مقادیر تجربی و عددی ارائه می‌دهد. همچنین در این مقاله به کمک نتایج تجربی بدست آمده، روابطی تحلیلی-تجربی برای تخمین فشار پارگی دیافراگم‌های بدون شیار و شیاردار ارائه شده است. مقایسه نتایج عددی بدست آمده از شبیه‌سازی و نتایج تجربی تطابق خیلی خوبی را نشان می‌دهد.

واژه‌های کلیدی: پرتابگر گازی، تونل شوک، دیافراگم شیاردار، دیسک پاره شونده، فشار پارگی، ناپایداری.

## ۱- مقدمه

دیسک‌ها شامل دو نوع شیاردار و بدون شیار هستند و نوع بدون شیار معمولاً در کاربردهایی که فشار به فضای آزاد تخلیه می‌شود، مورد استفاده قرار می‌گیرد (شکل ۱). مزیت نوع شیاردار نسبت به بدون شیار در مشخص بودن مسیر پارگی و عدم جدایی تکه‌های دیسک در هنگام پارگی می‌باشد [۱]. این موضوع در پرتابگرهای گازی اهمیت زیادی دارد، چرا که تکه‌های دیافراگم می‌تواند سبب آسیب در لوله پرتابگر شود.

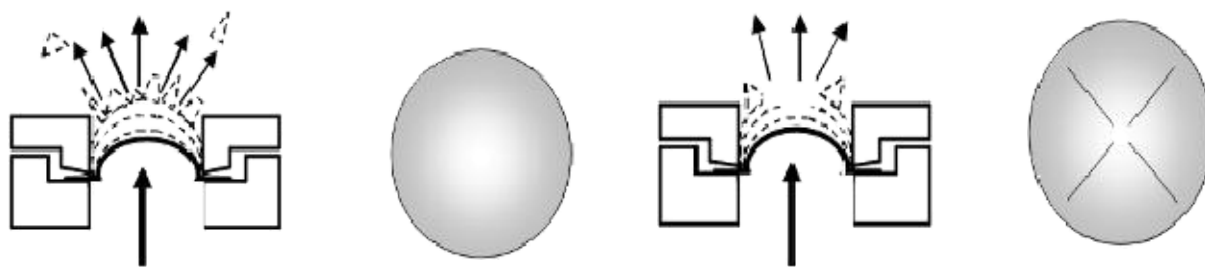
دیسک‌ها یا دیافراگم‌های پاره شونده در صنایع مختلف، کاربردهای گوناگونی دارند و متناسب با این کاربردها در اشکال زیادی به بازار عرضه می‌شوند. از جمله این کاربردها می‌توان به کاربرد در صنایع شیمیایی، پتروشیمی، نفت، گاز، مواد غذایی و وسایل حمل و نقل دارای مخزن اشاره نمود. شیرهای اطمینان در مخازن فشار و شیرهای سریع‌العمل در پرتابگرهای گازی و تونل شوک نیز از مهم‌ترین کاربردهای این دیسک‌ها می‌باشند. در حالت کلی این

\* E-mail: Hossein\_khodarahmi@yahoo.com

۱- دانشجوی کارشناس ارشد مهندسی مکانیک

۲- دانشیار گروه مکانیک

۳- دانشیار گروه مکانیک



شکل ۱ - نمایی از دیسک پاره شوند شیاردار (سمت راست) و بدون شیار (سمت چپ).

پرداختند. طبق تئوری نمودی کرنش در نقطه فوقانی پوسته (قطب) افزایش می‌یابد تا زمانی که فشار به مقدار ماکزیمم خود یعنی فشار ناپایداری برسد و سپس کاهش می‌یابد، در حالیکه تئوری کرنش کل نتایج کاملی را در این راستا ارائه نمی‌دهد [۴]. در سال ۱۹۸۱ و ۱۹۸۴ ایلاهی، پارمار و ملور<sup>۷</sup> به بررسی برآمدگی هیدرواستاتیک (بالجینگ) یک دیافراگم آلومینیومی و برنجی نرم پرداختند که در آن از روابط موجود در تئوری ناپایداری برای دیافراگم بدون شیار بهره برده شده است [۵ و ۶]. آن‌ها همچنین یک روش عددی برای حل روابط حاکم بر تغییر شکل پلاستیک دیافراگم فلزی مدور ارائه نمودند و در نهایت نتایج حاصل از حل عددی را با نتایج تجربی مقایسه کردند.

همچنین مورتی<sup>۸</sup> در زمینه تحلیل عددی دیافراگم‌های بدون شیار، به کمک نرم افزار ANSYS مطالعاتی انجام داده است [۷]. در سال ۲۰۰۶، ترچاکواس<sup>۹</sup>، کاسیاناسکاس<sup>۱۰</sup> و سیمکوسوس<sup>۱۱</sup> با استفاده از نرم افزار ANSYS رفتار دیافراگم مسی مورد استفاده در تونل شوک را، قبل و بعد از پارگی دیافراگم، مطالعه کردند [۸]. در سال ۲۰۰۸، جاویدراد و رحمتی به بررسی عددی و تجربی پارگی دیافراگم بدون شیار مورد استفاده در کپسول اطفاء حریق موتور جت با استفاده از نرم افزار LS-DYNA پرداختند [۹].

هدف از این مقاله مطالعه ناپایداری و پارگی دیافراگم و رسیدن به رابطه‌ای برای تخمین فشار پارگی دیافراگم‌های بدون شیار و شیاردار از روابط تحلیلی و با استفاده از نتایج تست‌های تجربی و شبیه‌سازی عددی جهت کاربرد در پرتابگر گازی می‌باشد. برای این منظور از سامانه تست دیافراگم در پرتابگر

این دیافراگم‌ها بوسیله یک نگهدارنده بین دو محفظه فشار قوی و فشار ضعیف قرار گرفته و زمانی که فشار پشت دیسک به حد پارگی برسد، با پاره شدن دیسک، مسیر جریان پر فشار به داخل محفظه کم فشار باز می‌شود. این جریان پر فشار بسته به نوع کاربرد می‌تواند استفاده‌های گوناگونی داشته باشد. به عنوان نمونه در پرتابگرهای گازی از دیافراگم‌های پاره شونده به عنوان شیر سریع العمل<sup>۱</sup> استفاده می‌شود و با پاره شدن دیافراگم، فشار پشت پرتابه قرار گرفته و پرتابه در مسیر لوله پرتاب سرعت می‌گیرد. دیافراگم‌های پاره شونده در تجهیزات نیروگاهی و موارد مشابه آن به عنوان شیر ایمنی<sup>۲</sup> استفاده می‌شود و هنگامی که فشار مخزن از حد مجاز فراتر می‌رود، با پاره شدن دیافراگم و تخلیه فشار، ایمنی سیستم تأمین می‌گردد.

در زمینه تحلیل تئوری، تجربی و عددی ناپایداری و پارگی این دیافراگم‌ها مطالب کمی منتشر شده است و با وجود دانسته‌ها و کارهای قبلی که در زمینه دیافراگم‌های پاره شونده صورت گرفته، اما هنوز فرآیند واقعی پارگی دیافراگم به طور کامل شناخته نشده است. هیل<sup>۳</sup> در سال ۱۹۵۰ در زمینه شرایط ناپایداری دیافراگم‌ها تئوری‌ای را ارائه کرده است [۲]. هندرسون<sup>۴</sup> در سال ۱۹۶۷ در زمینه تحلیل تئوری و تجربی ناپایداری این دیافراگم‌ها با ارائه یک گزارش فنی به استخراج روابط حاکم بر پارگی دیافراگم‌ها پرداخته است [۳]. در این گزارش با استفاده از نتایج تعداد زیادی تست پارگی، نمودارهایی برای محاسبه فشار پارگی در یک نوع دیافراگم فولادی خاص استخراج گردیده است. وانگ<sup>۵</sup> و شمایی<sup>۶</sup> در سال ۱۹۶۸ به بررسی ناپایداری دیافراگم فلزی بر اساس دو تئوری نمودی و تئوری کرنش کل در پلاستیسیته

7- M. F. Ilahi and A. Parmar and P. B. Mellor

8- D. V. R. Murty

9- Tretjakovas

10- Kacianauskas

11- Simkevicius

1- Fast Valve

2- Safety Valve

3- R. Hill

4- Henderson

5- N. M. Wang

6- M. R. Shammamy

$\sigma_1$  تنش محیطی و  $\sigma_2$  تنش نصف‌النهاری، تنش‌های غشایی پوسته در قطب و ضخامت جاری ورق می‌باشد. تنش عمودی ( $\sigma_3$ ) ناچیز است. این موضوع نشان می‌دهد که تنش در دو محور به دلیل تقارن در همه جا یکسانند. لذا با ناچیز در نظر گرفتن تنش شعاعی ( $\sigma_3 = 0$ )، تنش معادل غشایی خواهد شد:

$$\bar{\sigma} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2} = \sigma_1 = \sigma_2 \quad (2)$$

بنابراین دیده می‌شود که تنش معادل را می‌توان برابر مقدار تنش  $\sigma_1$  یا  $\sigma_2$  در نظر گرفت. به همین طریق برای کرنش معادل طبق قانون جریان لوی - میزز می‌توان نوشت [۱۰]:

$$d\varepsilon_1^p = d\varepsilon_2^p, \quad d\varepsilon_3^p = -2d\varepsilon_1^p \quad (3)$$

این نتیجه به آسانی از شرایط حجم ثابت ( $d\varepsilon_{kk}^p = 0$ ) حاصل می‌شود. با جایگذاری روابط بالا در رابطه نمو کرنش پلاستیک معادل بدست می‌آید:

$$d\bar{\varepsilon}^p = \sqrt{\frac{2}{3} [(d\varepsilon_1^p)^2 + (d\varepsilon_2^p)^2 + (d\varepsilon_3^p)^2]} = d\varepsilon_3^p \quad (4)$$

در وضعیت ناپایداری  $dP = 0$  است و لذا با دیفرانسیل گرفتن از طرفین رابطه (۱) می‌توان نوشت:

$$\frac{d\sigma_1}{\sigma_1} = \frac{d\rho}{\rho} - \frac{dt}{t} \quad (5)$$

با تعریف کرنش ضخامتی (شعاعی) به صورت زیر:

$$\varepsilon_3 = Ln \frac{t_0}{t} \Rightarrow d\varepsilon_3 = -\frac{dt}{t} \quad (6)$$

از روابط (۵) و (۶) بدست می‌آید:

$$\frac{d\sigma_1}{\sigma_1} = \frac{d\rho}{\rho} + d\varepsilon_3 \quad (7)$$

که  $\varepsilon_3$  کرنش ضخامتی (شعاعی) و کمیتی مثبت و  $t_0$  ضخامت اولیه ورق می‌باشد. با تقسیم طرفین رابطه (۷) بر  $d\varepsilon_3$  می‌توان نوشت:

$$\frac{1}{\sigma_1} \frac{d\sigma_1}{d\varepsilon_3} = 1 + \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{d\varepsilon_3} \quad (8)$$

از شکل (۲) یک رابطه ساده هندسی برای پرمادگی کروی بدست می‌آید:

$$\rho = \frac{(a^2 + h^2)}{2h} \quad \text{or} \quad h(2\rho - h) = a^2 \quad (9)$$

که در این رابطه  $h$  ارتفاع قطب و  $a$  شعاع دیسک است. با فرض اینکه ذرات نزدیک قطب بر روی پوسته، مسیری در قطر پروفیل آنی گنبد را تعریف می‌کنند، می‌توان نوشت [۱۱]:

$$d\varepsilon_\theta = \frac{dh}{\rho} \quad (10)$$

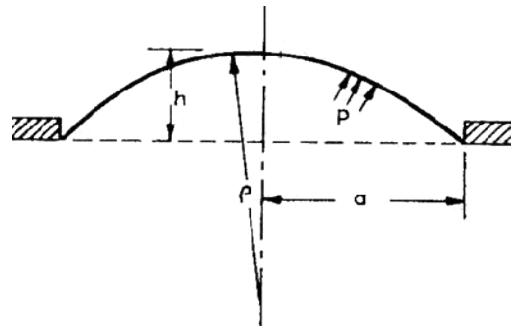
با استفاده از رابطه (۹) و (۱۰) و انتگرال‌گیری بدست می‌آید:

گازی که قابلیت تخمین فشار پارگی دیافراگم را تا مقدار ۳۰۰ بار دارد، استفاده شده است. دیافراگم‌های مورد استفاده در این تست‌ها از جنس آلومینیوم با ضخامت کلی ۲ میلی‌متر بوده و نمونه‌های شیاردار دارای دو شیار عمود برهم به عمق ۱ میلی‌متر در یک سمت آن می‌باشد.

به منظور استخراج رابطه‌ای برای تخمین فشار پارگی، جهت شناخت تئوری‌های حاکم بر مسئله، ابتدا روابط تحلیلی برای حالت ناپایداری پلاستیک دیافراگم بدون شیار و شیاردار بررسی شده و سپس با انجام شبیه‌سازی عددی و تست‌های تجربی، فشار پارگی دیافراگم‌ها مورد مطالعه قرار گرفته است. و با استفاده از نتایج بدست آمده، روابطی تئوری - تجربی برای تخمین فشار پارگی دیافراگم شیاردار و بدون شیار ارائه شده است.

## ۲- تحلیل ناپایداری دیسک دایروی بدون شیار تحت فشار

در این تحلیل فرض شده که دیافراگم پس از اعمال فشار، شبیه یک پوسته کروی با ضخامت کم عمل می‌کند. اگر یک ورق فلزی دایره‌ای شکل در سرتاسر محیط آن گیردار شود و از یک طرف تحت فشار سیال قرار گیرد، شکل آن تغییر می‌کند و بجز در نواحی نزدیک لبه گیردار تقریباً کروی می‌شود (شکل ۲).



شکل ۲ - هندسه دیافراگم.

از نتایج آزمایش‌های تجربی مشخص شده است که به دنبال ایجاد یک فشار حداکثر، ناپایداری در ناحیه قطب همراه با کاهش فشار رخ می‌دهد. رابطه بین فشار با تنش، ضخامت و انحنای پوسته به صورت زیر می‌باشد:

$$P = \frac{2\sigma_1 t}{\rho} \quad (1)$$

لذا در نهایت، در وضعیت ناپایداری، فشار حداکثر برابر با  $P_{\max} = \frac{2\sigma_1 t}{\rho}$  خواهد شد.

### ۳- تحلیل پارگی دیسک دایروی شیاردار تحت فشار

در این بخش روابط مربوط به تخمین فشار پارگی دیافراگم شیاردار ارائه می‌گردد. در این حالت فشار پارگی نسبت به حالت بدون شیار کاهش چشمگیری خواهد داشت و مقدار آن به عمق شیار وابسته است. در دیافراگم شیاردار تحت فشار مطابق شکل ۳، تنش کششی  $S$  روی جداره دیافراگم از رابطه زیر بدست می‌آید [۳]:

$$S = \frac{F}{A} = \frac{\frac{1}{2} P_r r_1 \Delta \ell}{\frac{t}{m}} = \frac{P_r r_1}{2t/m} \quad (18)$$

که در آن  $t$  ضخامت اولیه و  $m$  ضریبی است که لاغرشدگی و یا به عبارت بهتر کاهش ضخامت در اثر تغییر شکل نسبی مواد را اصلاح می‌کند.

یک نیروی کششی مساوی روی بخش شیاردار دیافراگم اعمال می‌شود، لذا تنش روی دیواره این بخش،  $S_g$  نسبت به تنش روی بخش بدون شیار،  $S$ ، با سطح مقطع عرضی آن‌ها نسبت عکس دارد؛ یعنی:

$$\frac{S_g}{S} = \frac{A}{A_g} = \frac{\frac{t}{m} \Delta \ell}{\frac{t_g}{m_g} \Delta \ell} = \frac{t/m}{t_g/m_g} \quad (19)$$

که در آن  $t_g$  ضخامت اولیه شیار و  $m_g$  ضریب لاغری برای شیار است. نسبت تنش‌های حقیقی ( $S$ ) و نامی ( $S'$ ) با مساحت‌های آن‌ها نسبت عکس دارد؛ یعنی:

$$\frac{S}{S'} = \frac{A_0}{A} \quad (20)$$

$$\varepsilon_3 = 2\varepsilon_1 = 2Ln \left( 1 + \frac{h^2}{a^2} \right) \quad (11)$$

از معادلات (۸) تا (۱۱) می‌توان نوشت:

$$\frac{1}{\sigma_1} \frac{d\sigma_1}{d\varepsilon_3} = \frac{3}{2} - \frac{\rho}{2h} \quad (12)$$

و از بسط چندجمله‌ای  $\varepsilon_3$ ، خواهد شد:

$$\frac{1}{\sigma_1} \frac{d\sigma_1}{d\varepsilon_3} \approx \frac{11}{8} - \frac{1}{2\varepsilon_3} \quad (13)$$

با توجه به روابط تجربی موجود، منحنی تنش - کرنش را می‌توان بر رابطه‌ای به شکل زیر منطبق نمود:

$$\bar{\sigma} = A(B + \bar{\varepsilon})^n \quad (14)$$

که در آن  $\bar{\sigma}$  و  $\bar{\varepsilon}$  تنش و کرنش معادل و پارامترهای  $A$ ،  $B$  و  $n$  ثابت‌های تجربی هستند. از روابط اخیر، کرنش ضخامتی در قطب در فشار حداکثر به وسیله معادله درجه دوم زیر بدست می‌آید [۱۱]:

$$11\varepsilon_3^2 + \varepsilon_3(11B - 8n - 4) - 4B = 0 \quad (15)$$

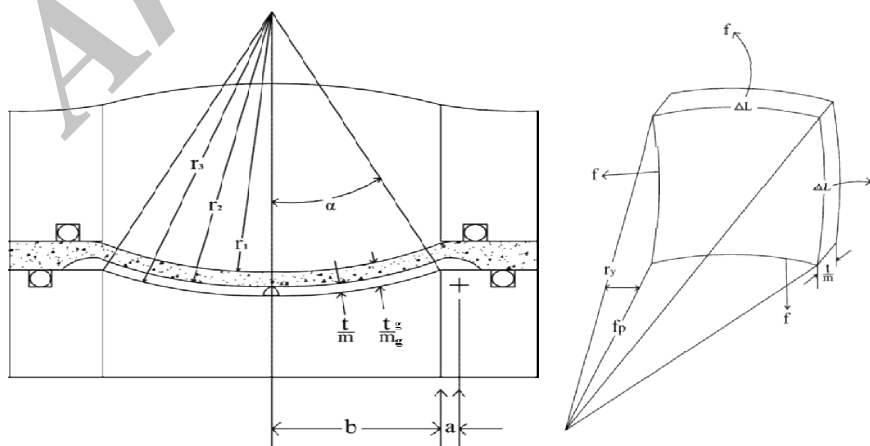
که برای یک ماده آنیل شده،  $B$  صفر است و  $\varepsilon_3$  بر حسب  $n$  خواهد شد:

$$\varepsilon_3 = \frac{4}{11}(2n + 1) \quad (16)$$

با داشتن  $\varepsilon_3$  از رابطه (۱۶)، و از رابطه (۶) می‌توان ضخامت دیافراگم را در لحظه ناپایداری به صورت زیر محاسبه نمود:

$$t = t_0 e^{-\varepsilon_3} \quad (17)$$

برای یک فلز آنیل شده، پس از اینکه حداکثر فشار رخ می‌دهد، شکست همراه با کاهش فشار در ناحیه قطب پدیدار می‌شود. کرنش ناپایداری  $\varepsilon_3$  از معادله (۱۶) بدست می‌آید و در نتیجه با محاسبه این کرنش می‌توان تنش ناپایداری در قطب را از رابطه (۱۴) بدست آورد. بنابراین با معلوم شدن  $\varepsilon_3$ ،  $t$  و  $\sigma_1$ ، ارتفاع قطب  $h$  و شعاع انحنای  $\rho$  از روابط (۱۱) و (۹) تعیین می‌شوند.



شکل ۳ - نمایی از دیافراگم تحت کشش و المان مورد استفاده در استخراج معادلات.

بنابراین فشار پارگی بر حسب سایر پارامترها خواهد شد:

$$P = \frac{2St}{(mr_3 - t)} \quad (۳۳)$$

برای یک بازشدگی و جنس مشخص از دیافراگم، فشار پارگی را می‌توان برای یک سری از مقادیر معین  $t$  و  $t_g$  با توجه به اینکه  $m, S',$  و  $r_3$  در شرایط پارگی همگی تابعی از  $\frac{t_g}{t}$  هستند، تخمین زد.

#### ۴- تست تجربی پارگی دیافراگم

به منظور انجام تست‌های تجربی پارگی دیافراگم، سامانه‌ای مطابق شکل ۴ به نام تستر دیافراگم طراحی و ساخته شده است. این دستگاه شامل یک مخزن فشار است که از یک طرف به کپسول و کمپرسور و از سوی دیگر به محل قرارگیری دیافراگم متصل است. بعلاوه سنسور فشار پشت دیافراگم قرار گرفته و فشار لحظه‌ای مخزن را به کامپیوتر منتقل می‌کند. با باز کردن دریوش محل قرارگیری دیافراگم، دیافراگم مورد نظر در دریوش جای گرفته و سپس دریوش در محل خود محکم می‌شود. با باز کردن شیر کپسول، مخزن از گاز نیتروژن یا هلیوم پر شده و فشار پشت دیافراگم اعمال می‌شود. اگر فشار کپسول به تنهایی برای پارگی دیافراگم کافی نباشد، کمپرسور وارد مدار شده و فشار را تا مقدار پارگی دیافراگم بالا می‌برد. پس از پاره شدن دیافراگم، هم زمان با اندازه‌گیری و ثبت فشار پارگی، گاز داخل مخزن، از محل پارگی دیافراگم به محیط بیرون پخش می‌شود.



شکل ۴- نمایی از تستر دیافراگم استفاده شده.

از لحظه باز کردن شیر کپسول، با فرمان استارت، داده‌برداری برای اندازه‌گیری فشار سنسور توسط نرم افزار Lab View انجام می‌شود. داده‌برداری تا زمانی ادامه می‌یابد که فشار به فشار پارگی رسیده و دیافراگم پاره شود.

به همین ترتیب برای کرنش‌ها نیز می‌توان نوشت:

$$e^{\delta} = \varepsilon + 1 = \frac{\ell}{\ell_0} \quad (۲۱)$$

بیشترین تغییر شکل دیافراگم در بالاتر از شرایط تسلیم رخ می‌دهد. بنابراین، با فرض حجم ثابت بودن تغییر شکل‌های پلاستیک، می‌توان نوشت:

$$V = V_0 \Rightarrow \frac{A_0}{A} = \frac{\ell}{\ell_0} \quad (۲۲)$$

نسبت سطح مقطع تغییر شکل یافته المان دیواره دیافراگم به سطح مقطع اولیه خواهد شد:

$$\frac{A}{A_0} = \frac{t \cdot \Delta \ell}{t_0 \cdot \Delta \ell} = m \quad (۲۳)$$

با استفاده از این رابطه و معادلات (۲۰) و (۲۱)، رابطه بین تنش‌ها و کرنش‌های حقیقی و نامی به صورت زیر خواهد شد:

$$\frac{S}{S'} = e^{\delta} = \varepsilon + 1 = m \quad (۲۴)$$

با استفاده از معادله (۱۸) می‌توان تنش نامی را به صورت زیر نوشت:

$$S' = \frac{Pr_3}{2t} \quad (۲۵)$$

از معادله (۱۹) و (۲۴) می‌توان نوشت:

$$\frac{S'_g}{S'_t} = \frac{t}{t_g} \quad (۲۶)$$

طبق رابطه (۲۶) و با توجه به اینکه  $t_g$  از  $t$  کمتر است، تنش نامی در بخش شیاردار بزرگتر از سایر نقاط دیواره دیافراگم است. وقتی تنش نامی در شیار  $(S'_g)$  به تنش نهایی ماده  $(S'_u)$  می‌رسد، پارگی دیافراگم رخ خواهد داد. پس تنش نامی در دیواره در شرایط پارگی  $(S'_b)$  و تنش حقیقی در دیواره در شرایط پارگی  $S_b$  با نسبت ضخامت‌ها متناسب است:

$$(S'_b)_t = \frac{t}{t_g} S'_u \quad \text{or} \quad S_b = \frac{t}{t_g} S_u \quad (۲۷)$$

از تعریف کرنش و به کمک شکل (۳) می‌توان نوشت:

$$\varepsilon = \frac{\ell - \ell_0}{\ell_0} = \frac{2(a+r_3)\alpha - 2(a+b)}{2(a+b)} = \frac{(a+r_3)\alpha}{a+b} - 1 = m - 1 \quad (۲۸)$$

$$m = \frac{\alpha}{\sin(\alpha)} \quad (۲۹)$$

$$r_3 = r_1 + \frac{t}{m} \quad (۳۰)$$

$$\frac{a+b}{a+r_3} = \sin(\alpha) \xrightarrow{\text{if } a \ll b} r_3 = \frac{b}{\sin(\alpha)} \quad (۳۱)$$

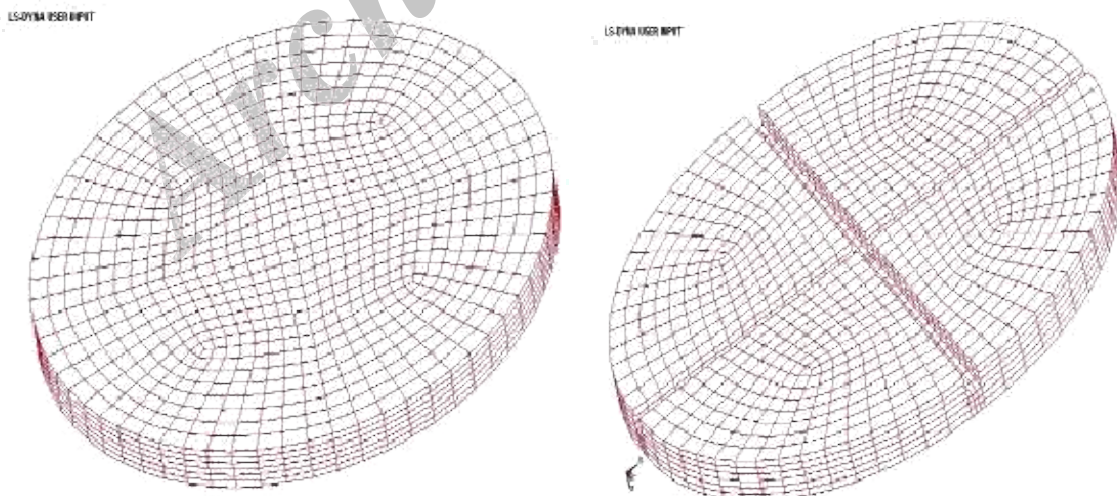
لذا معادله (۱۸) را می‌توان بر حسب  $r_3$  به صورت زیر نوشت:

$$S = \frac{P}{2} \left( \frac{mr_3}{t} - 1 \right) = mS' \quad (۳۲)$$

## ۵- شبیه‌سازی عددی پارگی در دیافراگم‌های بدون شیار و شیاردار

دیافراگم مورد نظر از جنس آلومینیوم سری ۱۰۰۰ و به صورت یک دیسک مدور به قطر ۴۰ میلی‌متر و ضخامت ۲ میلی‌متر می‌باشد که ۳ میلی‌متر از شعاع آن گیردار شده است. برای این منظور با توجه به ساختار و شکل مدل، ابتدا مدل‌سازی هندسی در نرم‌افزار ANSYS-LSDYNA انجام شده و مراحل مش بندی و اعمال شرایط مرزی تکمیل شده است. سپس فایل با پسوند k ذخیره شده و به محیط نرم‌افزار پیش‌پردازنده femb در LS-DYNA منتقل می‌شود. مراحل مدل‌سازی با اعمال بار و سایر پارامترهای مورد نیاز در تحلیل دینامیکی شامل زمان حل، گام زمانی و ... تکمیل می‌گردد. در انتها نیز مسئله در تحلیلگر LS-DYNA حل شده و نتایج حل در بخش LS-prepost مشاهده می‌شود. در این تحلیل از المان SOLID164 برای مدل‌سازی سه بعدی در ساختار دیافراگم استفاده شده است. این المان بوسیله ۸ گره تعریف می‌شود که هر یک از گره‌ها دارای درجات آزادی جابجایی، سرعت و شتاب در جهات x، y و z محورهای مختصات می‌باشند. درجات آزادی سرعت و شتاب مجازی هستند، اما توسط کامپیوتر محاسبه و ذخیره می‌شوند. این المان بنام المان ۸ گره‌ای شناخته می‌شود. در عمل شبیه‌سازی برای دو نوع دیافراگم بدون شیار و شیاردار انجام شده است. در مدل شیاردار، شیار به شکل + به عمق ۱ میلی‌متر در یک سمت آن ایجاد شده است. فشار گاز در

سمت بدون شیار دیافراگم اعمال شده و به تدریج افزایش می‌یابد. در شکل ۵ نمایی از مدل ساخته شده برای نمونه‌های شیاردار و بدون شیار نمایش داده شده است. در تحلیل دیافراگم، از مدل معرف یک ماده الاستیک-پلاستیک تکه‌ای خطی با قابلیت اعمال منحنی تنش- کرنش دلخواه است. در این مدل مادی، می‌توان مشخصات ناحیه پلاستیک تا شکست ماده را که از تست کشش بدست می‌آید، به صورت نقطه به نقطه در بخش مربوطه وارد نمود [۱۲]. در این مدل مادی برای شبیه‌سازی شکست، ضریبی به نام کرنش شکست<sup>۱</sup> در نظر گرفته شده که با مقدار دادن به آن می‌توان وضعیت شکست دیافراگم را کنترل نمود. شکست در دیافراگم زمانی اتفاق می‌افتد که کرنش پلاستیک در هر المان به مقدار کرنش شکست برسد. در تست‌های تجربی، فشار گاز از کپسول (یا کمپرسور یا بدون کمپرسور) به تدریج وارد مخزن تست می‌شود و افزایش فشار تا لحظه پارگی دیافراگم ادامه دارد و در لحظه شکست، به طور ناگهانی فشار افت می‌کند. لذا برای اعمال بار بر روی دیافراگم در نرم‌افزار، مشابه تست‌های تجربی، فشار مورد نیاز به صورت خطی از مقدار صفر تا مقدار ماکزیمم تحت عنوان منحنی بار<sup>۲</sup> اعمال شده است. بعد از اینکه فشار به مقدار ماکزیمم می‌رسد، برای اینکه نوع بارگذاری به حالت واقعی نزدیکتر باشد، در یک بازه زمانی کوتاه فشار صفر شده است.



شکل ۵ - نمایی از دیافراگم مش بندی شده با عمق شیار ۱ میلی‌متر (سمت راست) و بدون شیار (سمت چپ).

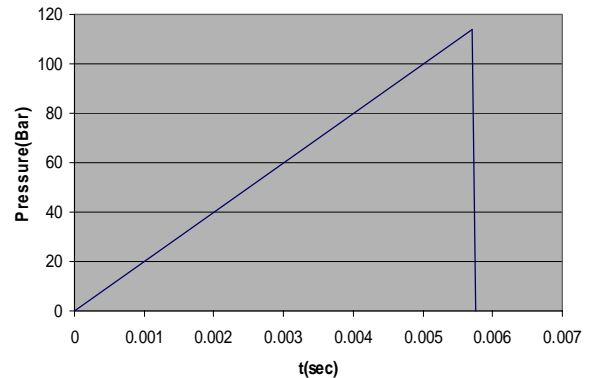
- 1- Failure Strain
- 2- Load curve

جدول ۱ داده شده است. ضرائب  $k$  و  $n$  در جدول ۱ ضریب و توان کارسختی در رابطه تنش- کرنش  $\sigma = k\varepsilon^n$  است. نمونه‌ای از منحنی فشار- زمان ثبت شده با استفاده از نتایج تست برای عمق شیار ۱ میلی‌متر در شکل ۸ نشان داده شده است. در شکل سمت چپ، گراف فشار- زمان بدست آمده، که همراه نویز است، مشاهده می‌شود. به کمک یک برنامه Fft در نرم افزار Matlab نویزها حذف شده و شکل سمت راست بدست آمده است.

در شکل ۹ نمایی از دیافراگم‌های شیاردار و بدون شیار، قبل و بعد از پارگی نمایش داده شده است. همانطور که مشاهده می‌شود در دیافراگم شیاردار شکست در مسیر شیار گسترش یافته، ولی در مورد نمونه بدون شیار، شکست در لبه‌های دور آن و در نزدیکی محل گیردار ایجاد شده است. در جدول ۲ مقادیر فشار پارگی متوسط بدست آمده از تست‌های تجربی برای دیافراگم‌های شیاردار و بدون شیار داده شده است.

نتایج ارائه شده در این مقاله بخشی از تحقیقات انجام شده در مورد دیافراگم‌های پاره شونده است، که در پرتابگر گازی مورد استفاده قرار گرفته است. در این تحقیقات دیافراگم‌های مختلفی با عمق شیار از  $0/2$  تا  $1/7$  میلی‌متر ساخته شده و با حدود ۱۰ تست برای هر نوع دیافراگم، فشار پارگی اندازه‌گیری شده و مقدار متوسط فشار پارگی برای هر نوع بدست آمده است. در این مقاله صرفاً نتایج نمونه‌های بدون شیار و شیاردار با عمق شیار ۱ میلی‌متر ارائه و بحث شده است. تحلیل اثر عمق شیار بر میزان فشار پارگی در مقاله مستقلی ارائه خواهد شد.

با استفاده از این منحنی بار علاوه بر حفظ حالت واقعی بارگذاری، می‌توان در هر لحظه زمانی، مقدار فشار را با دانستن رابطه خطی فشار- زمان محاسبه نمود، که این نوع بارگذاری تعیین فشار را به راحتی امکان‌پذیر می‌نماید. منحنی بار برای نمونه دیافراگم شیاردار به صورت شکل ۶ در نظر گرفته شده است.

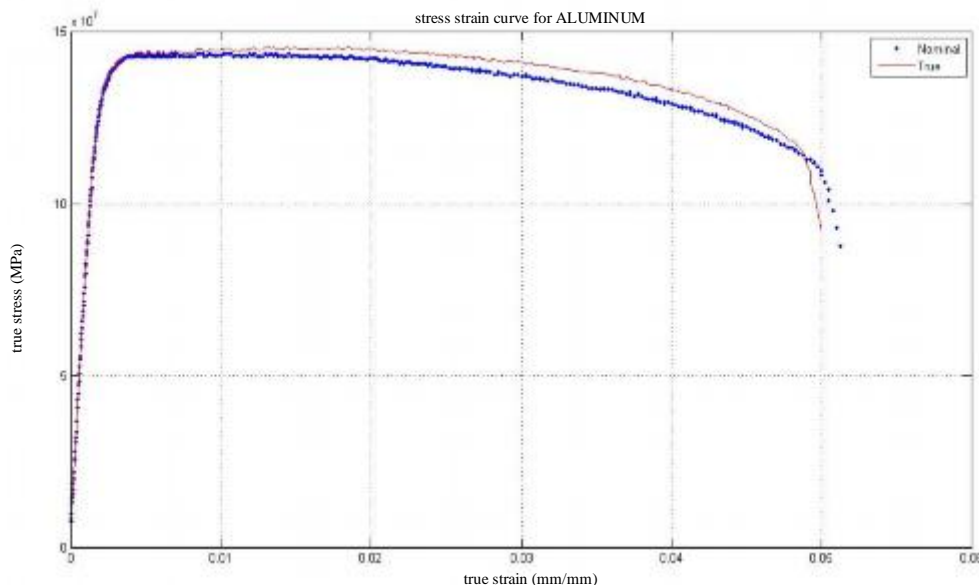


شکل ۶- منحنی فشار- زمان اعمال شده.

## ۶- نتایج و بحث

### ۶-۱- نتایج تجربی

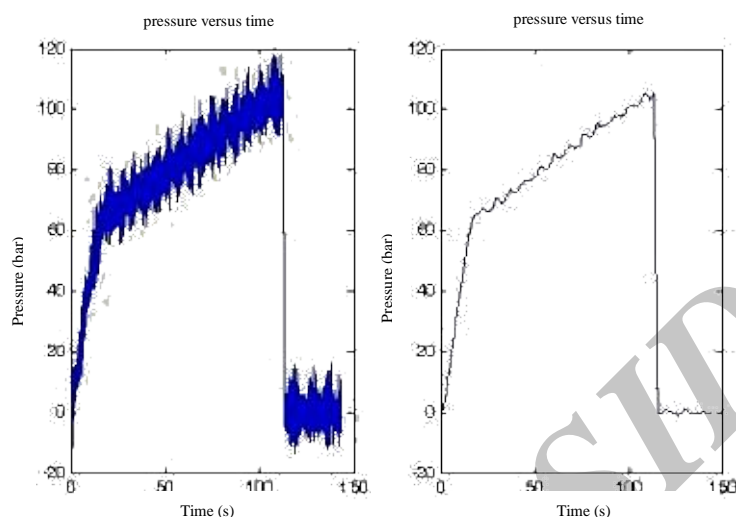
با انجام تست کشش برای نمونه آلومینیومی بکار رفته در ساخت دیافراگم، منحنی‌های تنش- کرنش مهندسی و حقیقی به صورت شکل ۷ حاصل شده است. برای اینکه بتوان تحلیل دقیق تری از مسئله داشت، از نتایج تست کشش قطعه در مدل مادی مورد نظر بهره گرفته شده است که این مقادیر در



شکل ۷- منحنی تنش- کرنش مهندسی و حقیقی برای قطعه آلومینیومی از تست کشش.

جدول ۱ - مشخصات لازم برای معرفی مدل مادی.

مدول الاستیسیته (GPa)	ضریب پواسون	تنش تسلیم (MPa)	تنش نهایی (MPa)	n	k (MPa)
۵۴/۳	۰/۳۳	۱۴۳/۲۲	۱۴۵/۶	۰/۰۱	۱۵۰/۵۶



(الف) - گراف بدست آمده از نرم افزار Lab View (ب) - گراف با حذف نویز

شکل ۸ - منحنی فشار - زمان برای دیافراگم با عمق شیار ۱/۰ mm.



(الف) - دیافراگم شیاردار با عمق شیار ۱/۰ میلی‌متر (ب) - دیافراگم بدون شیار

شکل ۹ - نمایی از دیافراگم قبل و بعد از پارگی.

جدول ۲ - نتایج تست تجربی برای دیافراگم با عمق شیار ۱ میلی‌متر و بدون شیار.

نوع شکست	فشار پارگی متوسط (Bar)	عمق شیار (mm)
پارگی در نزدیکی تکیه‌گاه	۲۷۵	۰/۰
پارگی در مسیر شیار	۱۰۵	۱/۰

## ۲-۶- نتایج عددی

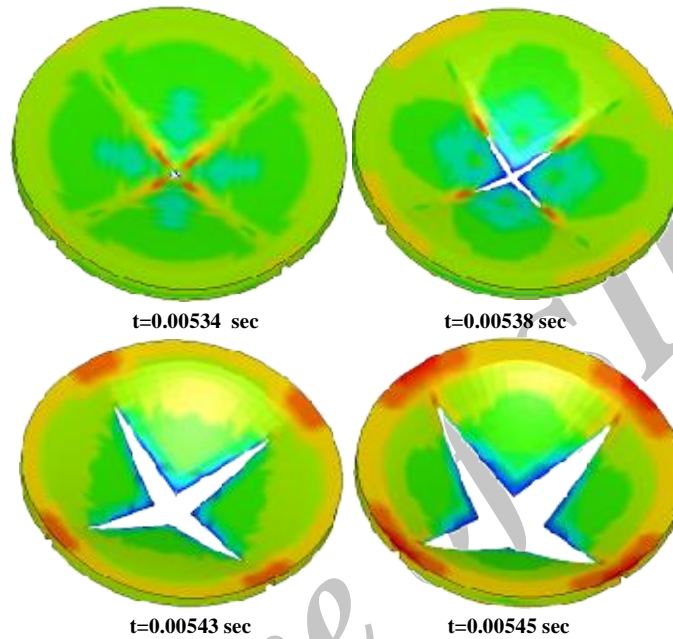
در لحظه ایجاد اولین سوراخ، بعنوان فشار پارگی در نظر گرفته شده است. توزیع تنش ون میز در لحظه شروع پارگی و پس از آن با گسترش شکست در شیارها در شکل ۱۰ نشان داده شده است. در مدل بدون شیار، حداکثر تنش در محیط دیافراگم و در نزدیکی محل گیردار اتفاق می‌افتد. توزیع تنش

در مدل شیاردار دو ناحیه پلاستیک قابل تشخیص هستند، که یکی در محل شیارها و دیگری در لبه‌های گیردار است. بعد از ایجاد اولین سوراخ در دیافراگم در یک لحظه کوتاه، پارگی تا انتهای شیار پیشروی می‌کند، لذا فشار

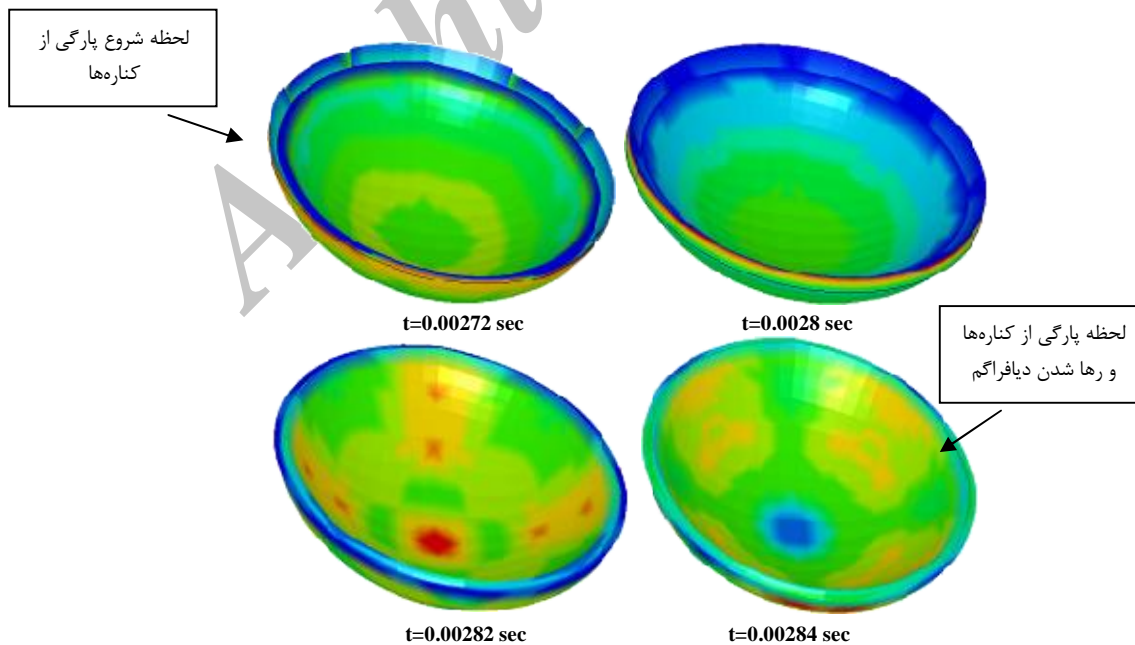


بیشترین تنش را تحمل می‌کنند، در حال شکست می‌باشند. مقادیر فشار پارگی برای دیافراگم‌های فوق در جدول ۳ آورده شده است. در این جدول، تعداد المان‌های مدل، مقدار کرنش شکست و فشار پارگی متوسط بدست آمده برای دو نوع دیافراگم بدون شیاردار و شیاردار با عمق ۱ میلی‌متر داده شده است.

ون میز در لحظه شروع پارگی و پس از آن با گسترش شکست در لبه‌های دیسک در شکل ۱۱ نشان داده شده است. شکل بالا سمت چپ، لحظه شروع پارگی را در زمان ۲/۷۲ میلی‌ثانیه و شکل پایین سمت راست، انتهای مرحله پارگی و جدا شدن دیسک از محل تکیه‌گاه را در زمان ۲/۸۴ میلی‌ثانیه نشان می‌دهد. در لحظات میانی، المان‌های دور تا دور دیسک که



شکل ۱۰ - کانتور تنش ون میز برای دیافراگم با عمق شیاردار ۱/۰ mm از لحظه شروع تا انتهای پارگی.



شکل ۱۱ - کانتور تنش ون میز برای دیافراگم بدون شیاردار در لحظاتی قبل و بعد از پارگی.

جدول ۳ - نتایج تحلیل عددی برای دیافراگم با عمق شیار ۱ میلی‌متر و بدون شیار.

تعداد المان	کرنش شکست (FS)	فشار پارگی (Bar)	عمق شیار (mm)
۴۶۰۸	۰/۶۳	۲۸۲	۰/۰
۱۰۴۲۲	۰/۶۳	۱۰۶/۸	۱/۰

$$P_{Burst} = \frac{2S_{ur}t_0}{r} \quad (34)$$

لذا اگر در این رابطه  $t_0$ ، ضخامت اولیه دیافراگم و شعاع  $r$  همان شعاع انحنای ناپایداری ( $\rho = 22.7mm$ ) از رابطه (۹) باشد، فشار  $P_1 = 257Bar$  بدست می‌آید و با فرض اینکه دیافراگم به صورت نیمکره کامل در آید، آنگاه شعاع دیافراگم برابر  $r = 17mm$  شده و حد بالای فشار پارگی برابر  $P_{11} = 340Bar$  خواهد شد. در حالیکه فشار پارگی از داده‌برداری تجربی به کمک سنسور ۲۷۵ بار بدست آمده است.

محققین بر اساس تئوری حاکم بر شکست دیافراگم‌های بدون شیار و به کمک یک ضریب تجربی  $K$ ، رابطه‌ای به شکل زیر برای فشار پارگی بر حسب مقاومت نهایی ( $S_{ur}$ )، ضخامت ( $t_0$ ) و قطر دیافراگم ( $d$ ) ارائه کرده‌اند [۷]:

$$P_{BURST} = \frac{S_{ur}t_0}{K.d} \quad (35)$$

که در مورد دیافراگمی با جنس مس ۱۲۲ آنیل شده، ضریب  $K$  معادل ۰/۳ داده شده است [۱۳]. می‌توان با استفاده از رابطه (۳۵) و مقادیر فشار پارگی تجربی برای دیافراگم بدون شیار (۲۷۵ بار) ضریب  $K$  را برای دیافراگم آلومینیومی مورد بحث بدست آورد. لذا با جایگذاری مقادیر در این رابطه مقدار  $K$  برای حالت بدون شیار برابر ۰/۳۱۱ بدست می‌آید.

برای تخمین مقدار ضریب  $K$  برای دیافراگم شیاردار، رابطه (۳۵) را می‌توان بر حسب ضخامت شیار، قطر و مقاومت نهایی به صورت زیر در نظر گرفت:

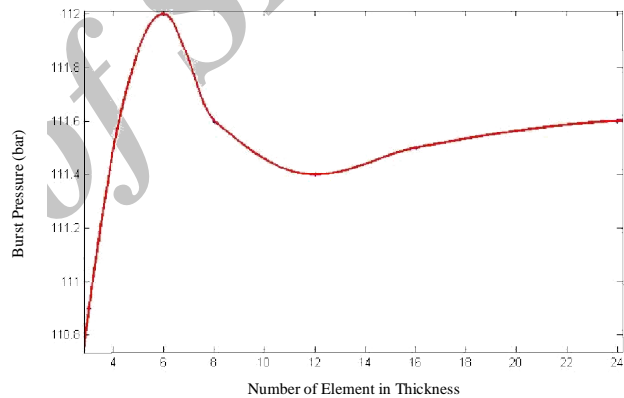
$$P_{BURST} = \frac{S_{ur}t_g}{K.d} \quad (36)$$

با جایگذاری مقدار فشار پارگی تجربی متوسط (۱۰۹/۲ بار) و  $t_g = 1mm$  در رابطه (۳۶)، ضریب  $K$  برای دیافراگم با عمق شیار ۱ میلی‌متر برابر ۰/۳۹۲ بدست می‌آید.

#### ۴-۶ - مقایسه نتایج

در جدول ۴ مقادیر عددی، تجربی و تحلیلی فشار پارگی برای دو حالت دیافراگم شیاردار و بدون شیار داده شده است.

برای بررسی اثر اندازه مش و همگرایی پاسخ‌ها، مدل‌سازی با تعداد مش مختلف برای دیافراگم با عمق شیار ۱/۰ mm به ترتیب با ۳، ۶، ۸، ۱۶ و ۲۴ المان در ضخامت دیافراگم انجام شده و فشار پارگی بر حسب تعداد المان‌های ضخامت مطابق شکل ۱۲ بدست آمده است. همانطور که در این شکل دیده می‌شود با افزایش تعداد مش، فشار پارگی اختلاف کمی (حدود ۲ بار) را نشان می‌دهد و با تعداد المان بیش از ۸ تغییرات فشار پارگی بسیار ناچیز می‌شود.



شکل ۱۲ - تغییرات فشار پارگی با افزایش تعداد المان در عمق شیار برای دیافراگم ۱/۰ mm.

#### ۳-۶ - نتایج تحلیلی

برای دیافراگم بدون شیار با توجه به تئوری ناپایداری و با استفاده از ضرایب کار سختی (ضرایب  $k$  و  $n$  در جدول ۱) حاصل از تست کشش قطعه و با جایگذاری آن‌ها به ترتیب در روابط (۱۶)، (۱۱)، (۹) و (۱)، فشار ماکزیمم ناپایداری  $P_{max} = 182Bar$  بدست می‌آید.

از طرفی چنانچه در لحظه پارگی، فرض شود دیافراگم به شکل قطاعی از کره درآمده باشد، به کمک رابطه ساده مقاومت مصالح، تنش در کره از رابطه  $\sigma = \frac{Pr}{2t}$  بدست می‌آید. لذا رابطه اولیه برای پیش‌بینی فشار پارگی با قرار دادن مقاومت نهایی بجای تنش، می‌تواند به صورت زیر تخمین زده شود:

جدول ۴ - مقایسه مقادیر فشار پارگی .

حل تحلیلی رابطه (۳۴)	حل تحلیلی رابطه (۱)	تست تجربی	حل عددی	فشار پارگی (Bar) نوع دیافراگم
۲۵۷	۱۸۲	۲۷۵	۲۸۲	بدون شیار
--	--	۱۰۹/۲	۱۰۶/۸	عمق شیار ۱ mm

تا روابطی تحلیلی - تجربی برای تخمین فشار پارگی دیافراگم‌های بدون شیار و شیاردار ارائه گردد. این روابط می‌تواند در مورد دیافراگم‌های مشابه نمونه - های تست شده، ولی با تفاوت‌هایی در عمق شیار، پیش‌بینی خوبی برای فشار پارگی ارائه دهد، که نتایج آن می‌تواند در طراحی و ساخت دیافراگم‌های پرتابگر گازی مورد استفاده قرار گیرد.

### مراجع

- [1]. Fikecorporation, C. "Protecting Micro-Brewery Processing Equipment with Fike Rupture Discs."; <http://www.Fikecorporation.com>.
- [2]. Hill, R. "The Mathematical Theory of Plasticity."; Chapter 12, Oxford University Press, 1950.
- [3]. Henderson, R. W. "An Analytical Method for the Design of Scored Rupture Diaphragms for Use in Shock and Gun Tunnels."; John Hopkins University, Applied Physics Laboratory, Technical Memorandum, Maryland, 1967.
- [4]. Wang, N. M.; Shammamy, M. R. "On the Plastic Bulging of a Circular Diaphragm by Hydrostatic Pressure."; Int. J. Mech. Sci. 1968, 17, 43-61.
- [5]. Ilahi, M. F.; Parmar, A.; Mellor, P. B. "Hydrostatic Bulging of a Circular Aluminum Diaphragm."; J. Mech. Phys. Solids 1981, 23, 221-227.
- [6]. Ilahi, M. F.; Parmar, A.; Mellor, P. B. "Hydrostatic Bulging of a Circular Soft Brass Diaphragm."; Int. J. Mech. Sci. 1985, 27, 275-280.
- [7]. Murty, D. V. R. "Finite Element Analysis of Rupture Disc."; Scientist E. L., Design and Engineering Division Indian Institute of Chemical Technology, India, Tarnaka, 2006.
- [8]. [Tretjakovas, J.; Kacianauskas, R.; Simkevicius, C. "FE Simulation of Rupture of Diaphragm with Initiated Defect."; Mechanika 2006, 6(62), 5-10.
- [9]. Javidrad, F.; Rahmati, R. "An Integrated Re-Engineering Plan for the Manufacturing of Aerospace Components."; Elsevier, Materials & Design 2009, 30, 1524-1532.

همانطور که از نتایج بدست آمده مشاهده می‌شود، حل عددی و تجربی در هر دو نوع دیافراگم تطابق خیلی خوبی نشان می‌دهد. برای ناپایداری دیافراگم بدون شیار با استفاده از روابط تحلیلی ارائه شده در بخش ۲، مقدار فشار ناپایداری از رابطه (۱) ۱۸۲ بار بدست می‌آید که در مقایسه با مقادیر عددی و تجربی بسیار کمتر است. دلیل این اختلاف زیاد در نوع مود شکست است که در تئوری ارائه شده، شروع شکست در قطب پیش‌بینی شده ولی در عمل شکست در محیط دیافراگم در نزدیکی تکیه‌گاه اتفاق می‌افتد. رابطه تحلیلی (۳۴) با در نظر گرفتن ضخامت اولیه و شعاع انحنا ناپایداری رابطه (۹)، فشار ۲۵۷ بار را می‌دهد که به مقادیر تجربی و عددی نسبتاً نزدیک است. برای دیافراگم شیاردار، نتایج حل عددی و تجربی تطابق خوبی دارند، ولی تئوری ارائه شده در بخش (۳) برای پیش‌بینی فشار پارگی جوابگو نبوده و عملاً جواب تحلیلی خاصی ارائه نمی‌دهد. رابطه تحلیلی - تجربی (۳۶) هم با توجه به اینکه ضریب تجربی K در آن از مقادیر تجربی بدست آمده، با حل تجربی و عددی قابل مقایسه نمی‌باشد.

### ۷- نتیجه‌گیری

در این مقاله به منظور طراحی دیافراگم آلومینیومی به عنوان شیر سریع در پرتابگر گازی، سامانه تستر دیافراگم و نمونه‌هایی از دیافراگم‌های آلومینیومی به ضخامت ۲ میلی‌متر و قطر ۴۰ میلی‌متر، در دو نوع بدون شیار و شیاردار (با عمق شیار ۱/۰ میلی‌متر) ساخته شد، و با اعمال فشار گاز به پشت دیافراگم، فشار پارگی به کمک فشارسنج و سنسور اندازه‌گیری شده است. بعلاوه فرآیند تغییر فرم و پارگی دیافراگم‌های بدون شیار و شیاردار، به کمک نرم افزار LS-DYNA شبیه‌سازی شده و فرآیند شکست و نوع پارگی در دیافراگم‌ها مطالعه گردید. مقایسه نتایج عددی بدست آمده با نتایج تجربی، تطابق خیلی خوبی را نشان می‌دهد. ولی روابط تئوری مربوط به ناپایداری دیافراگم‌های بدون شیار، به دلیل اختلاف در نوع شکست، تفاوت نسبتاً زیادی با مقادیر تجربی و عددی را نشان می‌دهد. در نهایت در این مقاله، با الگوگیری از سایر محققین و استفاده از مقادیر تجربی فشار پارگی، سعی شده

- [13]. Livermore Software Technology Corporation, "LS-DYNA KEYWORD USER'S MANUAL."; Colifornia 94551-0712, 2006.
- [14]. Lake, G. F.; Inglis, N. P. "The Design and Manufacture of Bursting Disks."; Proc. Inst. Mech. Eng. 1940, 142, 365-378.
- [10]. Rees, D. W. A. "Basic Engineering Plasticity."; Elsevier Ltd, 2006, 290-292.
- [11]. Johnson, W.; Mellor, P. B. "Engineering Plasticity."; Ellis Horwood Ltd, 1983, 375-398.
- [12]. Erdem Alaca, B.; Bugra Toga, K. "Strain-Controlled Bulge Test."; J. Mater. Res. 2008, 23, 3295-3302.

Archive of SID