

بررسی و تحلیل نفوذ مایل پرتابه صلب در هدف فلزی ضخیم

خداداد واحدی^{۱*}، حسین خدارحمی^۲، علی دهدشتی اخوان^۳

تهران - دانشگاه امام حسین (ع)

(تاریخ وصول: ۹۰/۷/۱، تاریخ پذیرش: ۹۰/۱۱/۸)

چکیده

در این مقاله، یک روش تحلیلی برای پیش‌بینی سرعت باقیمانده و زاویه خروجی پرتابه صلب با شکل دماغه مختلف که به صورت مایل به یک هدف فلزی ضخیم برخورد می‌کند، ارائه شده است. در این روش، فرآیند نفوذ پرتابه در سه مرحله ورود، عبور و خروج پرتابه از هدف مورد بحث و بررسی قرار می‌گیرد. مراحل اول و دوم این فرآیند به ترتیب مبتنی بر روش انرژی و تئوری انبساط حفره کروی می‌باشد و مرحله خروج پرتابه از هدف با شکست پلاگینگ مدل می‌گردد. از ویژگی‌های این روش قابلیت تحلیل نفوذ پرتابه در اهداف نیمه‌بی‌نهایت و همچنین بررسی برخوردهای عمودی می‌باشد. همچنین تحلیل نفوذ مایل پرتابه با شکل دماغه مختلف، از دیگر مزایای این روش نسبت به مدل‌های موجود است. با استفاده از کد المان محدود LS-DYNA فرآیند نفوذ مایل به صورت سه بعدی شبیه‌سازی شده و نتایج به دست آمده از حل تحلیلی و عددی، با نتایج تجربی مقایسه گردیده است. حاصل این بررسی‌ها، تطابق مطلوبی را میان خروجی‌های این مجموعه تحقیقات نشان می‌دهد.

واژه‌های کلیدی: نفوذ مایل، پرتابه صلب، هدف ضخیم، شبیه‌سازی عددی.

۱- مقدمه

توسط محققین مدنظر قرار گرفته است. مسئله برخورد مایل پرتابه و نفوذ آن در هدف، که کاربردهای واقعی بسیاری دارد، از جمله این موارد است.

زمانی که یک پرتابه به صورت مایل به هدف برخورد می‌کند، به دلیل عدم تقارن محوری، یک گشتاور در صفحه به وجود می‌آید که باعث انحراف پرتابه از زاویه اولیه برخورد آن به هدف می‌شود. حال اگر زاویه برخورد پرتابه به هدف زیاد شود، گشتاور به وجود آمده توسط این نیروی غیرمقارن، می‌تواند باعث کمانه کردن پرتابه از روی سطح

موضوع نفوذ از مباحثی است که به واسطه کاربردهای بسیار گسترده آن در علوم نظامی و غیرنظامی، همواره مورد توجه کارشناسان بوده است. فرآیند نفوذ تحت تأثیر پارامترهای بسیاری مانند نوع و جنس هدف، ابعاد و جنس پرتابه، شکل دماغه پرتابه، سرعت برخورد و نیز زاویه برخورد پرتابه می‌باشد. تاکنون مسائل متعددی با ترکیب‌های متفاوت از این پارامترها با روش‌های مختلف تحلیلی، عددی و تجربی

* E-mail: vahedi1710@yahoo.com

۱- دانشجوی دکتری

۲- دانشجوی کارشناسی ارشد

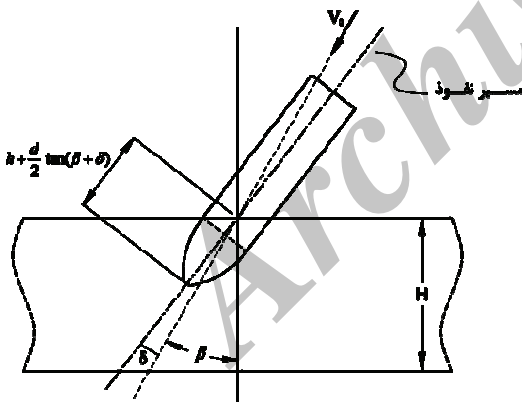
$$H_{eff} = H / \cos(\beta + \delta) \quad (1)$$

زوایای β و δ در شکل (۲) نشان داده شده است. همچنین در این روش مد شکست به صورت پلاگینگ در نظر گرفته می‌شود که در انتهای فرآیند نفوذ (مرحله سوم) شرایط تشکیل پلاگ مورد بررسی قرار می‌گیرد و در نهایت پرتابه و پلاگ با سرعت‌های برابر از سطح پشتی هدف به بیرون پرتاب می‌شوند.

۲-۱- محاسبه زاویه تغییر راستا

در این مدل فرض می‌شود که تغییر راستای محور پرتابه از جهت اولیه آن، تا زمانی ادامه دارد که دماغه پرتابه به‌طور کامل وارد هدف شود. در این حالت، نیروی مقاوم وارد بر پرتابه در راستای محور آن قرار می‌گیرد و باعث به‌وجود آمدن تقارن می‌شود. این مسئله باعث می‌گردد که گشتاور وارده به پرتابه صفر شود و پرتابه نفوذ خود را در راستای جدید، به‌صورت یک حرکت صلب با سرعت V ادامه دهد.

در این روش مهم‌ترین مسئله محاسبه میزان زاویه تغییر راستای δ می‌باشد. برای اندازه‌گیری این کمیت باید دانست که چه عاملی باعث چرخش پرتابه و چه عاملی باعث حرکت رو به جلوی پرتابه در هدف می‌شود. همان‌طور که در شکل (۲) مشخص است، پس از آنکه دماغه پرتابه به‌طور کامل وارد هدف شد، راستای نفوذ پرتابه نسبت به راستای سرعت اولیه آن تغییر کرده است.



شکل ۲- میزان نفوذ محور پرتابه در هدف، در پایان مرحله اول.

می‌توان سرعت اولیه پرتابه را به دو راستای عمود بر مسیر نفوذ و موازی مسیر نفوذ تجزیه کرد:

$$V_{\perp} = V_0 \sin \delta \quad (2-الف)$$

$$V_x = V_0 \cos \delta \quad (2-ب)$$

که در آن V_x مؤلفه سرعت در راستای مسیر نفوذ و V_{\perp} مؤلفه سرعت عمود بر مسیر نفوذ می‌باشد.

هدف گردد. این عوامل می‌توانند باعث پیچیدگی مضاعف بررسی و تحلیل فرآیند نفوذ، نسبت به حالت نرمال شوند.

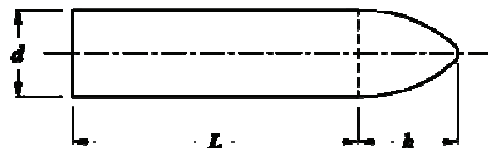
در زمینه نفوذ مایل پرتابه‌ها در اهداف، تحقیقات فراوانی انجام شده است و به‌عنوان نمونه می‌توان به تحلیل نفوذ مایل پرتابه‌های مخروطی توسط پل و همکارش [۱] با روش بقای ممنتوم، اشاره کرد. لیاقت و همکارانش [۲ و ۳] نیز، نفوذ مایل پرتابه مخروطی در اهداف نازک تک‌لایه و چندلایه را تحلیل کردند. همچنین موسوی، همکارانش [۴] نیز با استفاده از روش انبساط دینامیکی حفره کروی، به بررسی تحلیلی و عددی نفوذ مایل پرتابه‌های نیم‌کروی در اهداف ضخیم پرداختند.

آزمایش‌های تجربی در برخورد مایل با اهداف متوسط و ضخیم توسط پیکوتوفسکی [۵] و گوپتا [۶ و ۷] انجام شده است. رایزن [۸ و ۹] نیز با روش تحلیلی و تجربی این پدیده را مورد بررسی قرار داده است. مرووری کلی بر تحقیقات انجام شده پیرامون برخوردهای غیرایده‌آل از جمله برخورد مایل، توسط گلداسمیت [۱۰] ارائه شده است.

مدل تحلیلی ارائه شده در این مقاله بر مبنای مدل چن و همکارش [۱۱]، که بر پایه تئوری انبساط حفره کروی می‌باشد، به‌دست آمده است. این مدل می‌تواند سرعت و زاویه خروجی پرتابه از هدف را محاسبه کند. یکی از ویژگی‌های این روش نسبت به مدل‌های قبلی، استفاده آن برای بررسی فرآیند نفوذ مایل پرتابه‌ها با شکل دماغه‌های مختلف می‌باشد.

۲- تئوری مدل

در این مقاله، پرتابه به‌صورت صلب با جرم M ، قطر d و شکل دماغه مختلف، مطابق شکل (۱) در نظر گرفته می‌شود.



شکل ۱- پارامترهای هندسی پرتابه.

این پرتابه با سرعت اولیه V_0 و تحت زاویه کجی اولیه β به یک هدف فلزی ضخیم با ضخامت H برخورد می‌کند و به‌دلیل غیر متقارن بودن نیروهای وارد به پرتابه، خروج آن از هدف با تغییر راستایی به اندازه δ همراه می‌باشد.

در این مدل جدید فرآیند نفوذ در سه مرحله مورد بررسی قرار می‌گیرد. در مرحله اول فرض می‌شود که تغییر راستای پرتابه تا زمانی ادامه دارد که دماغه پرتابه به‌طور کامل وارد هدف شود و در مرحله بعدی حرکت پرتابه به‌صورت نفوذ نرمال (با استفاده از مدل چن و لی) بررسی می‌شود. با این تفاوت که در روابط نفوذ نرمال، پارامتر جدیدی به‌نام ضخامت مؤثر مورد استفاده قرار می‌گیرد:

$$I = \frac{\lambda \phi_J}{AN_1} \quad (6-الف)$$

$$N = \frac{\lambda}{BN_2} \quad (6-ب)$$

که در آن‌ها ϕ_J عدد تخریب جانسون و λ جرم بی‌بعد شده پرتابه به‌شکل زیر تعریف می‌شوند:

$$\lambda = \frac{M}{\rho d^3} \quad (6-ج)$$

$$\phi_J = \frac{\rho V_0^2}{\sigma_y} \quad (6-د)$$

همان‌طور که از رابطه (۵) استنباط می‌شود، میزان چرخش پرتابه در هدف تابعی از شکل پرتابه، سرعت برخورد پرتابه به هدف و همچنین زاویه اولیه برخورد می‌باشد. (علاوه بر موارد گفته شده، جنس هدف و خصوصیات فیزیکی نیز در مقدار این زاویه مؤثر هستند).

۲-۲- مرحله دوم: نفوذ پرتابه در هدف

پس از نفوذ دماغه پرتابه به هدف، ترم عمودی سرعت صفر می‌شود و فقط بخش مماسی آن باقی می‌ماند که باعث نفوذ و حرکت رو به جلو پرتابه در هدف (در راستای X) می‌شود. از این پس برای بررسی حرکت پرتابه در هدف، فقط مؤلفه مماسی سرعت مدنظر قرار می‌گیرد:

$$V(t=0) = V_x(t=0) = V_0 \cos \delta \quad (7)$$

معادلات حرکت در برخورد مایل به‌صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$M \frac{dV}{dt} = -F_x \quad (8-الف)$$

$$V = \frac{dX}{dt} \quad (8-ب)$$

$$F_x = \frac{\pi d^2}{4} (AN_1 \sigma_y + BN_2 \rho V^2) \quad (8-ج)$$

لازم به‌ذکر است که میزان سرعت اولیه در روابط بالا، با استفاده از رابطه (۷) محاسبه می‌شود. حال با بهره‌گیری از معادلات حرکت می‌توان عمق نفوذ پرتابه در هدف را محاسبه نمود:

$$X = \frac{2M}{\pi d^2 BN_2 \rho} \ln \left(1 + \frac{BN_2 \rho V_0^2 \cos^2 \delta}{AN_1 \sigma_y} \right) \quad (9)$$

که در آن X میزان نفوذ پرتابه در هدف می‌باشد. حال می‌توان با استفاده از اعداد بدون بعد N و I رابطه (۹) را به‌صورت فرم بی‌بعد شده زیر نمایش داد:

از تجزیه سرعت مشخص می‌شود که مؤلفه سرعت عمود بر مسیر نفوذ باعث چرخش پرتابه و مؤلفه دیگر سرعت باعث حرکت پرتابه رو به جلو و نفوذ آن در هدف می‌گردد. پس از نفوذ کامل دماغه پرتابه در هدف، دیگر پرتابه تغییر جهت نمی‌دهد، یعنی میزان V_{\perp} صفر می‌شود و یا به‌عبارت دیگر، انرژی جنبشی پرتابه در راستای عمود بر مسیر نفوذ به صفر می‌گراید و پرتابه چرخشی به اندازه δ دارد.

انرژی جنبشی عمود بر مسیر نفوذ، در مسیر چرخش پرتابه مصرف می‌شود. حال از برابر قرار دادن میزان این انرژی جنبشی با مقدار کار مصرفی در این مسیر، می‌توان میزان چرخش را محاسبه کرد. برای این کار، مسیر چرخش پرتابه در هدف به‌صورت یک کمان و به‌شکل زیر تخمین زده می‌شود:

$$S_{\perp} = \left[h + \frac{d}{2} \tan(\beta + \delta) \right] \cdot \delta \quad (3)$$

که عبارت داخل پرانتز در رابطه بالا، میزان نفوذ محور پرتابه در هدف می‌باشد (برای زمانی که کل دماغه پرتابه درون هدف باشد).

در این مرحله، تغییرات نیروی مقاوم جانبی نسبت به زمان به‌صورت خطی فرض می‌شود. به این ترتیب می‌توان نیروی جانبی متوسط وارده به پرتابه در راستای عمود بر مسیر نفوذ را به‌صورت زیر در نظر گرفت:

$$F_{\perp avg} = \frac{1}{2} F_0 \sin \beta \quad (4-الف)$$

$$F_0 = \frac{\pi d^2}{4} (AN_1 \sigma_y + BN_2 \rho V_0^2) \quad (4-ب)$$

که در آن F_0 نیروی اولیه وارد بر پرتابه است که با استفاده از مدل فورستال محاسبه می‌شود، A و B ثابت‌های تجربی هستند که به جنس ماده هدف بستگی دارند و N_1 و N_2 ضرایب شکل دماغه پرتابه‌اند که در مرجع [۱۲] طریقه محاسبه آنها برای شکل‌های مختلف دماغه پرتابه‌ها ارائه شده است. همچنین σ_y و ρ به‌ترتیب تنش تسلیم دینامیکی و چگالی ماده هدف می‌باشند.

حال می‌توان مقدار کار انجام شده در کمان S_{\perp} را به‌صورت $F_{\perp avg} \cdot S_{\perp}$ و میزان انرژی جنبشی مصرف شده در این مسیر را معادل $\frac{1}{2} M V_{\perp}^2$ در نظر گرفت. حال با برابر قرار دادن این دو مقدار و جایگذاری روابط و همچنین حل این معادله، می‌توان میزان δ را با استفاده از رابطه غیرخطی زیر به‌دست آورد:

$$\sin^2 \delta = \delta \cdot \sin \beta \cdot \frac{\pi}{4} \left[\frac{h}{d} + \frac{1}{2} \tan(\beta + \delta) \right] \left(\frac{1}{I} + \frac{1}{N} \right) \quad (5)$$

که در آن I و N کمیت‌های بدون بعد به‌عنوان تابع برخورد و تابع هندسی به‌صورت زیر تعریف می‌شوند:

میزان نفوذ پرتابه در هدف با استفاده از رابطه (۱۰) محاسبه گردید. اما این رابطه برای زمانی صادق است که پرتابه درون هدف متوقف شود. حال اگر سرعت برخورد پرتابه به هدف از حد بالستیک بیشتر باشد، طبق فرض می‌بایست شکست پلاگینگ در انتهای فرآیند نفوذ مدنظر قرار گیرد.

بنابراین مشابه بخش قبل، با استفاده از معادلات حرکت و انتگرال گیری از آن (از ابتدای برخورد تا لحظه تشکیل پلاگ)، می‌توان رابطه بدون بعد زیر را استخراج کرد:

$$\frac{(H - H^*) \sec(\beta + \delta)}{d} = \chi \left(1 - \frac{H^*}{H} \right) \cdot \sec(\beta + \delta) = \frac{2}{\pi} N \ln \left[\frac{1 + \left(\frac{I \cos^2 \delta}{N} \right)}{1 + \left(\frac{I^*}{N} \right)} \right] \quad (13)$$

در این رابطه، I^* و χ اعداد بدون بعد و به شکل زیر می‌باشند:

$$\chi = \frac{H}{d} \quad (14-الف)$$

$$I^* = \frac{\lambda \phi_{J^*}}{AN_1}; \quad \phi_{J^*} = \rho V_*^2 / \sigma_y \quad (14-ب)$$

با جایگذاری رابطه (۱۴-ب) در رابطه (۱۳) خواهد شد:

$$V_*^2 = \frac{AN_1 \sigma_y d^3}{M} \left[\frac{N + I \cos^2 \delta}{\exp \left[\frac{\pi \chi \cdot \sec(\beta + \delta)}{2N} \left(1 - \frac{H^*}{H} \right) \right]} - N \right] \quad (15)$$

که در این رابطه، دو مقدار V_* و H^* مجهولند و باید محاسبه شوند. حال باید رابطه دیگری یافت که با استفاده از آن، معادله اخیر قابل حل باشد؛ برای این کار می‌توان از شرط تشکیل پلاگ به صورت زیر کمک گرفت.

$$F_x^* = \pi d Q_0^* \quad (16)$$

با جایگذاری مقادیر و حل معادله بالا، رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\left(AN_1 + BN_2 \cdot \frac{\rho V_*^2}{\sigma_y} \right) = \frac{4}{\sqrt{3}} \times \frac{\left[H^* \cdot \sec(\beta + \delta) + h \right]}{d} \quad (17)$$

در رابطه به دست آمده براساس شرط شکل پلاگ، دو مقدار V_* و H^* مجهول می‌باشند که از این نظر مشابه رابطه (۱۵) است. حال با جایگذاری رابطه (۱۵) در رابطه بالا می‌توان معادله زیر را به دست آورد:

$$\frac{4}{\sqrt{3}} \chi \cdot \sec(\beta + \delta) \left[\frac{H^*}{H} + \frac{h}{H \cdot \sec(\beta + \delta)} \right] = \frac{AN_1 \left(1 + \frac{I \cos^2 \delta}{N} \right)}{\exp \left[\frac{\pi \chi \cdot \sec(\beta + \delta)}{2N} \left(1 - \frac{H^*}{H} \right) \right]} \quad (18)$$

که با استفاده از رابطه غیرخطی بالا می‌توان مقدار H^* را محاسبه نمود.

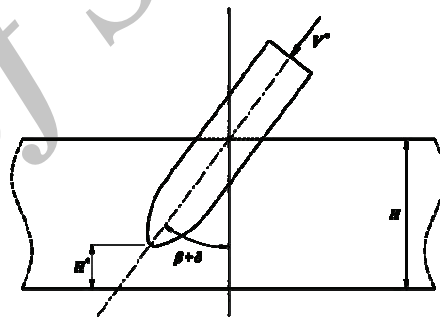
$$\frac{X}{d} = \frac{2}{\pi} N \ln \left(1 + \frac{I \cos^2 \delta}{N} \right) \quad (10)$$

۳-۲- مرحله سوم: تشکیل پلاگ و جداسازی آن از هدف

زمانی پلاگ در جلوی پرتابه تشکیل می‌شود که نیروی مقاوم کلی روی نوک پرتابه، برابر نیروی برشی اعمال شده در راستای سطح جداسازی پلاگ شده باشد. در این حالت پلاگ به وجود آمده با سرعتی برابر با سرعت پرتابه از هدف خارج می‌شود. برای بررسی این مرحله، باید معادلات حرکت را برای پلاگ به دست آورد. در اینجا جرم پرتابه M و جرم پلاگ M_{plug} است و Q_0^* به عنوان مقاومت برشی ثابت بر واحد طول برش پلاگ، به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$Q_0^* = [H^* \cdot \sec(\beta + \delta) + h] \tau_y \quad (11)$$

که در آن، τ_y تنش تسلیم برشی (برای معیار تسلیم ون میزز $\tau_y = \sigma_y / \sqrt{3}$)، طول دماغه پرتابه، h ضخامت پلاگ است (شکل ۳).



شکل ۳- تشکیل پلاگ در مقابل پرتابه.

حال با توجه به فرضیات در نظر گرفته شده (نیروی لازم برای برش پلاگ و سرعت دادن به پرتابه و پلاگ $F = Q_0^* \cdot \pi d$) و جایگذاری در قانون دوم نیوتن و انتگرال گیری، شتاب، سرعت و جابه‌جایی پرتابه و پلاگ به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\ddot{W} = -\frac{\pi d Q_0^*}{M(1 + \eta^*)} \quad (12-الف)$$

$$\dot{W} = \frac{1}{(1 + \eta^*)} \left(V_* - \frac{\pi d Q_0^* t}{M} \right) \quad (12-ب)$$

$$W = \frac{1}{(1 + \eta^*)} \left(V_* t - \frac{\pi d Q_0^* t^2}{2M} \right) \quad (12-ج)$$

در لحظه تشکیل پلاگ $W = 0$ و $\dot{W} = V_* / (1 + \eta^*)$ است. که V_* سرعت پرتابه در لحظه تشکیل پلاگ است و با استفاده از معادلات (۸-الف) و (۸-ب) در آن لحظه به دست می‌آید. همچنین در رابطه بالا η^* نسبت جرم پلاگ به جرم پرتابه می‌باشد ($\eta^* = M_{plug} / M$).

$$V_{BL}^2 = \frac{AN_1\sigma_y}{BN_2\rho} \left\{ \left[1 + \frac{8BN_2\chi\eta(1+\eta^*)}{\sqrt{3}AN_1} \left(\frac{H^*}{H} + \frac{h}{H} \right) \frac{H^*}{H} \right] \times \exp \left[\frac{\pi\chi}{2N} \left(1 - \frac{H^*}{H} \right) \right] - 1 \right\} \quad (23)$$

$$V_r = \frac{1}{(1+\eta^*)} \sqrt{\frac{(V_0^2 - V_{BL}^2)}{\exp \left[\frac{\pi\chi}{2N} \left(1 - \frac{H^*}{H} \right) \right]}} \quad (24)$$

۳-۲- برخورد مایل پرتابه نوک تیز به هدف

اگر پرتابه نوک تیز و باریک باشد و با سرعت زیاد به هدف برخورد کند، احتمال تشکیل پلاگ بسیار کم می‌شود و پرتابه با سوراخ کردن هدف، از آن خارج می‌گردد. به عبارت دیگر، در این حالت نیروی وارده از طرف پرتابه، از نیروی لازم برای برش پلاگ کوچک‌تر است ($F_x < \pi d Q_0^*$) و بنابراین:

$$H^* \rightarrow 0 \quad (25)$$

حال با استفاده از این شرط و جایگذاری آن در روابط (۲۰) و (۲۲)، روابط جدیدی برای تحلیل مسائل برخورد پرتابه‌های نوک تیز به اهداف ضخیم به دست خواهد آمد:

$$V_{BL}^2 = \frac{AN_1\sigma_y \sec^2 \delta}{BN_2\rho} \left\{ \exp \left[\frac{\pi\chi \cdot \sec(\beta + \delta)}{2N} \right] - 1 \right\} \quad (26)$$

$$V_r = \sqrt{\frac{(V_0^2 - V_{BL}^2) \cos^2 \delta}{\exp \left[\frac{\pi\chi \cdot \sec(\beta + \delta)}{2N} \right]}} \quad (27)$$

۴- مدل سازی عددی نفوذ مایل

در این مقاله، پدیده نفوذ مایل پرتابه صلب در هدف فلزی ضخیم با استفاده از کد المان محدود LS-DYNA شبیه‌سازی گردید. با توجه به اینکه برخورد پرتابه به هدف با زاویه اولیه انجام می‌گیرد و تقارن وجود ندارد، مدل هندسی باید به صورت سه بعدی ایجاد گردد. پس از ایجاد مدل هندسی نوبت به المان‌بندی می‌رسد. بدین منظور المان‌های سالیب به پارت‌ها اختصاص داده می‌شود. نکته مهم در انتخاب المان این است که باید بعد از المان‌بندی، المان‌های یکنواختی حاصل شوند. هر چه المان‌ها ریزتر باشند، مسئله جواب دقیق‌تری ارائه می‌دهد و البته زمان حل نیز بالاتر می‌رود. به همین دلیل با استفاده از نرم‌افزار، المان‌بندی در محدوده برخورد پرتابه به هدف ریزتر در نظر گرفته شده‌اند. شکل (۴) نمایی از المان‌بندی مدل سه بعدی پرتابه و هدف را نشان می‌دهد.

یکی از مهم‌ترین بخش‌های مسئله، انتخاب مدل ماده و ضرایب مربوط به آن می‌باشد. به عبارت دیگر با انتخاب مدل ماده متناسب با ماده مورد نظر انتخابی و اختصاص دقیق پارامترهای مربوط به آن، می‌توان رفتار مواد تحت بارگذاری ضربه‌ای را برای نرم‌افزار تعریف نمود. در

هدف در این نوع برخورد، یافتن سرعت باقیمانده و حد بالستیک می‌باشد. سرعتی را که به ازای آن پرتابه به هدف برخورد می‌کند و با سرعت صفر از طرف دیگر آن خارج می‌شود، حد بالستیک گویند. با توجه به این تعریف می‌توان گفت:

$$\begin{cases} \dot{W}(t) = 0 \\ W(t) = H^* \cdot \sec(\beta + \delta) \end{cases} \quad (19)$$

با استفاده از شرط بالا و جایگذاری روابط (۱۲-ب)، (۱۲-ج) و (۱۵) در آن، رابطه زیر برای محاسبه حد بالستیک به دست می‌آید:

$$V_{BL}^2 = \frac{AN_1\sigma_y \sec^2 \delta}{BN_2\rho} \left\{ \left[1 + \frac{8BN_2\chi\eta(1+\eta^*)}{\sqrt{3}AN_1} \sec^2(\beta + \delta) \right] \times \frac{H^*}{H} \cdot \left(\frac{H^*}{H} + \frac{h}{H \cdot \sec(\beta + \delta)} \right) \cdot \exp \left[\frac{\pi\chi \cdot \sec(\beta + \delta)}{2N} \left(1 - \frac{H^*}{H} \right) \right] - 1 \right\} \quad (20)$$

که در آن $\eta = \rho\pi d^2 H / 4M = \pi\chi / 4\lambda$ و H^* نیز با استفاده از رابطه (۱۸) قابل محاسبه است.

اگر سرعت برخورد پرتابه به هدف از حد بالستیک بیشتر باشد ($V_0 > V_{BL}$)، پرتابه و پلاگ با سرعت‌های یکسان V_r از سطح پستی هدف خارج می‌شوند. با توجه به این تعریف می‌توان شرطی را برای این حالت، به صورت زیر بیان کرد:

$$\begin{cases} \dot{W}(t_1) = V_r \\ W(t_1) = H^* \cdot \sec(\beta + \delta) \end{cases} \quad (21)$$

که در آن t_1 زمانی است که پرتابه شروع به خارج شدن از هدف می‌کند (زمان پایان نفوذ) و به انتهای مسیر خود می‌رسد. حال با استفاده از شرط بالا و جایگذاری روابط (۱۲-ب)، (۱۲-ج) و (۱۵) در آن و درنهایت با استفاده از رابطه (۲۰)، معادله زیر برای محاسبه سرعت باقیمانده به دست می‌آید:

$$V_r = \frac{1}{(1+\eta^*)} \sqrt{\frac{(V_0^2 - V_{BL}^2) \cos^2 \delta}{\exp \left[\frac{\pi\chi \cdot \sec(\beta + \delta)}{2N} \left(1 - \frac{H^*}{H} \right) \right]}} \quad (22)$$

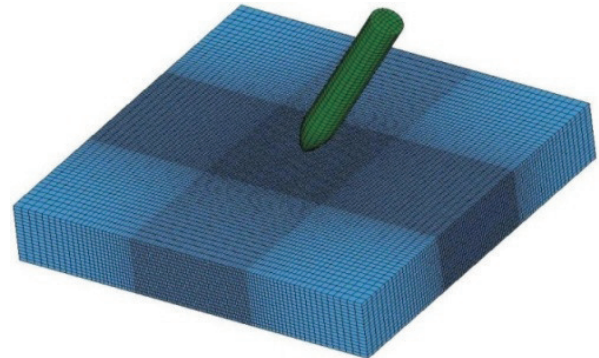
که در آن H^* و V_{BL} به ترتیب با استفاده از روابط (۱۸) و (۲۰) قابل محاسبه می‌باشند.

۳- بررسی حالت‌های خاص

۳-۱- برخورد نرمال پرتابه به هدف ($\beta = 0$)

در این حالت به دلیل آنکه نیروهای وارده به پرتابه به صورت متقارن می‌باشند، گشتاوری به آن وارد نمی‌شود و درنهایت چرخش پرتابه صفر است. با جایگذاری $\beta = \delta = 0$ در روابط (۲۰) و (۲۲)، روابط زیر برای تحلیل فرآیند نفوذ نرمال پرتابه در هدف به دست می‌آید.

نرم‌افزار LS-DYNA نزدیک به ۱۹۰ مدل ماده برای توصیف رفتار مواد مختلف ارائه شده است [۱۳].



شکل ۴- المان‌بندی پرتابه و هدف در مدل‌سازی عددی.

با توجه به سرعت برخورد پرتابه به هدف و اینکه پرتابه به‌صورت صلب فرض شده است، می‌توان از مدل ماده صلب (*MAT-RIGID) برای مدل کردن پرتابه استفاده نمود. همچنین برای توصیف رفتار هدف از مدل ماده پلاستیک-سینماتیک (*MAT-PLASTIC - KINEMATIC) استفاده شده است. ضرایب مورد نیاز برای استفاده از این مدل ماده در جدول (۱) موجود می‌باشد. در این شبیه‌سازی باید علاوه بر ایجاد سطوح تماس که به‌صورت اتوماتیک می‌باشند، شرایط مرزی و اولیه نیز اعمال شوند. بدین منظور سرعت برخورد پرتابه به هدف، به نودهای آن اعمال می‌شوند. شرایط مرزی نیز با توجه به اینکه هندسه شکل به‌صورت متقارن نسبت به محور Y انتخاب می‌شود، لبه‌های مدل هندسی ثابت شده و تمام درجات آزادی آن بسته می‌شوند.

۵- نتایج و بحث

برای اعتبارسنجی و اطمینان از صحت نتایج مدل تحلیلی ارائه شده، خروجی‌های آن با داده‌های آزمایشگاهی مقایسه می‌شوند. با توجه به اینکه در تمامی داده‌های تجربی ارائه شده توسط محققین در زمینه نفوذ مایل شکست پلاگینک وجود ندارد، برای اعتبارسنجی مدل ارائه شده، از نتایج به‌دست آمده در بخش (۲-۳) استفاده می‌شود. تحقیقات پیکوتوسکی و همکارانش، یکی از بررسی‌های تجربی در زمینه نفوذ مایل پرتابه صلب به یک هدف ضخیم می‌باشد [۵]. پرتابه‌های فولادی اوجایو مورد استفاده در آزمایش‌های مذکور، دارای $M=81/22 \text{ gr}$, $h=21/4 \text{ mm}$, $d=12/9 \text{ mm}$ بوده‌اند. آنها از یک ورق آلومینیومی با ضخامت $H=26/3 \text{ mm}$ به‌عنوان هدف استفاده کردند. خواص فیزیکی هدف در جدول (۱) مشاهده می‌شود.

جدول ۱- خواص فیزیکی ماده هدف در آزمایش‌های تجربی مرجع [۵].

| ρ (kg/m^3) | E (GPa) | σ_y (MPa) | ν |
|------------------------|------------------|-------------------------|-------|
| ۲۷۰۰ | ۶۹ | ۳۱۵ | ۰/۳ |

در اینجا برای ضریب تجربی B در معادلات مقدار $1/5$ در نظر گرفته شده و ضریب اصطکاک برای این شرایط را می‌توان با استناد به مرجع [۱۴] معادل $\mu = 0/02$ در نظر گرفت. همچنین مقادیر ثابت N_1 و N_2 با استفاده از روابط ارائه شده در مرجع [۱۳] برای دماغه اوجایو قابل محاسبه می‌باشند.

نتایج حاصل از این روش تحلیلی و همچنین خروجی‌های به‌دست آمده از نتایج ارائه شده در مرجع [۵] برای سرعت‌های مختلف برخورد، تحت زاویه ۳۰ درجه به هدف آلومینیومی ضخیم، در جدول (۲) آمده است.

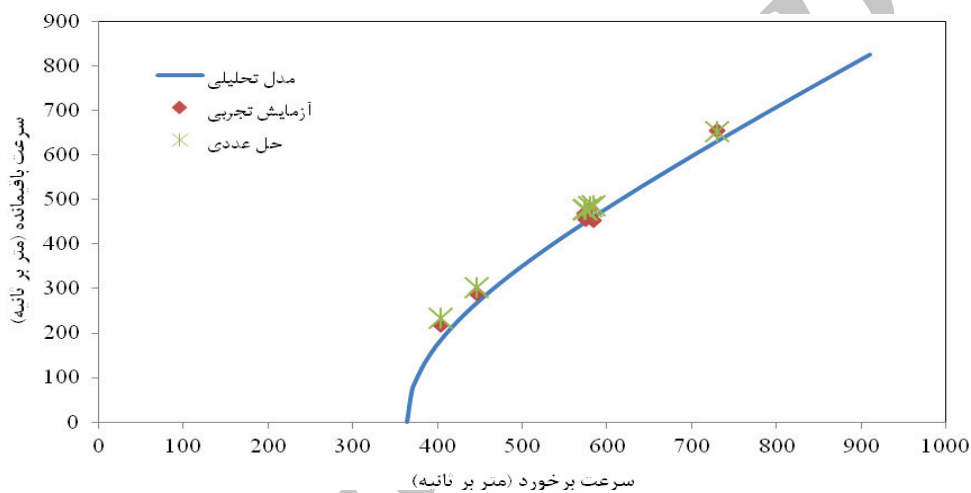
همان‌طور که در جدول (۲) مشاهده می‌شود، در اکثر موارد تطابق مطلوبی میان نتایج حاصل از مدل تحلیلی، شبیه‌سازی عددی و خروجی‌های آزمایشگاهی وجود دارد. تنها در یک مورد از نتایج فوق، فاصله میان آنها قابل ملاحظه می‌باشد. برای زمانی که سرعت برخورد پرتابه به هدف ۴۰۴ متر بر ثانیه باشد، اختلاف میان سرعت باقیمانده به‌دست آمده از مدل تحلیلی و داده‌های تجربی، حدود ۳۴ متر بر ثانیه است که البته این مقدار چندان بزرگ نمی‌باشد. دلیل بروز این اختلاف را می‌توان در نزدیکی سرعت برخورد پرتابه به سرعت حد بالستیک و خطاهای احتمالی در تست، جستجو نمود.

در شکل (۵) نمودار تغییرات سرعت باقیمانده پرتابه برحسب سرعت برخورد آن به هدف آمده است. در این نمودار، مدل تحلیلی به‌صورت یک منحنی و داده‌های تجربی و عددی به‌صورت نقاط مشخص می‌باشند، که تطابق خوبی میان آنها وجود دارد. همان‌طور که مشاهده می‌شود، شیب منحنی در ابتدا زیاد است که با افزایش سرعت برخورد پرتابه، به تدریج شیب منحنی کم می‌شود و تقریباً به‌صورت خطی تغییر می‌کند.

برای زمانی که سرعت برخورد پرتابه به هدف کم و در حدود سرعت حد بالستیک باشد، تفسیر دقیقی از نوع شکست و فرآیند نفوذ در هدف موجود نیست و نمی‌توان گفت که برای یک سرعت برخورد مشخص، پرتابه از هدف عبور می‌کند یا خیر. به‌همین دلیل در این محدوده سرعت، شیب منحنی تغییرات $(V_0 - V_r)$ زیاد می‌باشد. در مورد نتایج شبیه‌سازی عددی نیز باید به این نکته اشاره شود که این نتایج نیز در محدوده مطلوبی نسبت به نتایج تجربی و تحلیلی قرار دارند و اختلاف میان آنها می‌تواند مربوط به مدل ماده‌های انتخاب شده برای پرتابه و یا هدف و همچنین ضرایب مربوط به آنها باشد.

جدول ۲- نتایج حاصل از مدل تحلیلی، عددی و آزمایش‌های تجربی مرجع [۵].

| V_0 (m/s) | δ (Deg) | V_r تحلیلی (m/s) | V_r عددی (m/s) | V_r تجربی (m/s) | درصد خطا تحلیلی نسبت به تجربی | درصد خطا عددی نسبت به تجربی |
|----------------|-------------------|-----------------------|---------------------|----------------------|----------------------------------|--------------------------------|
| ۴۰۴ | ۸/۹۸ | ۱۸۳/۳۳ | ۲۳۲/۵۳ | ۲۱۷ | -۱۵/۵ | +۷/۲ |
| ۴۴۶ | ۷/۳۷ | ۲۶۶/۴۲ | ۳۰۳/۱۹ | ۲۸۸ | -۷/۵ | +۵/۳ |
| ۵۷۳ | ۴/۵۸ | ۴۴۷/۳ | ۴۷۶/۸۳ | ۴۶۸ | -۴/۴ | +۱/۹ |
| ۵۷۵ | ۴/۵۶ | ۴۴۹/۵۱ | ۴۷۸/۰۲ | ۴۵۵ | -۱/۲ | +۵/۱ |
| ۵۸۰ | ۴/۴۸ | ۴۵۵/۷۷ | ۴۸۳/۷۳ | ۴۸۱ | -۵/۲ | +۰/۶ |
| ۵۸۴ | ۴/۴۲ | ۴۶۰/۷۳ | ۴۸۷/۵۹ | ۴۵۳ | +۱/۷ | +۷/۶ |
| ۷۳۰ | ۳/۰۰ | ۶۳۰/۹۶ | ۶۵۳/۲۹ | ۶۵۵ | -۳/۷ | -۰/۲ |



شکل ۵- مقایسه سرعت باقیمانده به دست آمده از مدل تحلیلی، شبیه‌سازی عددی و تست تجربی.

تغییر راستا قابل صرف‌نظر می‌باشد. بنابراین می‌توان گفت که در برخورد مایل پرتابه به هدف، با افزایش سرعت برخورد میزان سرعت باقیمانده افزایش و زاویه تغییر راستا کاهش می‌یابد. حال می‌توان با استفاده از این مدل تحلیلی، تأثیر پارامترهای مؤثر در فرآیند نفوذ را مورد بررسی قرار داد. در این میان می‌توان به دو پارامتر اصلی ضخامت هدف و زاویه برخورد پرتابه به هدف اشاره کرد.

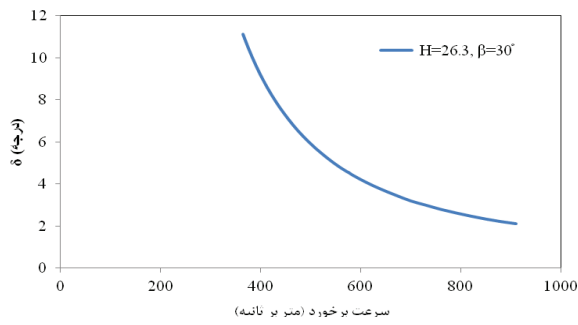
۵-۱- بررسی تأثیر ضخامت هدف در فرآیند نفوذ مایل

به این منظور سه هدف با ضخامت‌های ۱۶، ۲۶/۳ و ۳۶ میلی‌متر در نظر گرفته می‌شود که پرتابه‌ها تحت زاویه ثابت ۳۰ درجه به آنها برخورد می‌کنند. شکل (۱۰) منحنی تغییرات سرعت باقیمانده برحسب سرعت برخورد را نشان می‌دهد. با توجه به این نمودار می‌توان دریافت که با افزایش ضخامت هدف، سرعت باقیمانده کاهش می‌یابد که این مسئله امری کاملاً منطقی به نظر می‌رسد.

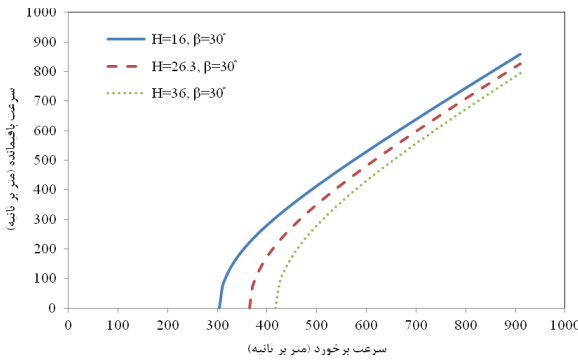
در شکل‌های (۶) و (۷) نمونه‌ای از توزیع تنش در هدف به واسطه نفوذ پرتابه، در مدل‌سازی عددی نشان داده شده است.

همان‌طور که مشاهده می‌شود، میزان تنش در قسمت‌های جلویی پرتابه بیشتر می‌باشد و به صورت کمان‌هایی روی سطح هدف منتشر می‌شوند. همچنین تاریخچه زمانی سرعت پرتابه به ازای سرعت اولیه ۵۷۳ متر بر ثانیه در شکل (۸) آمده است. یکی دیگر از مواردی که می‌توان درباره آن بحث کرد، تغییرات زاویه تغییر راستا (δ) برحسب سرعت برخورد پرتابه به هدف (V_0) می‌باشد. شکل (۹) نمودار این تغییرات را نمایش می‌دهد. همان‌طور که از این نمودار استنباط می‌شود، با افزایش سرعت برخورد، اندازه زاویه تغییر راستا کاهش می‌یابد.

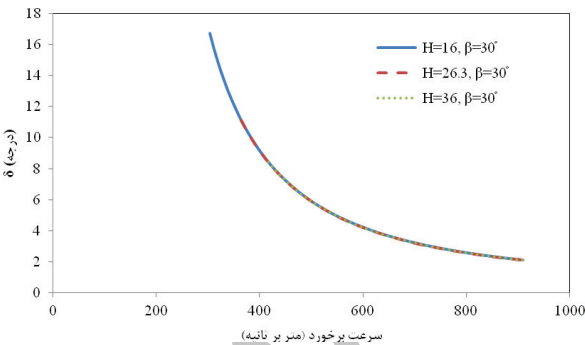
همان‌طور که در این نمودار مشاهده می‌شود اندازه زاویه تغییر راستا برای سرعت برخورد ۹۰۰ متر بر ثانیه تحت زاویه ۳۰ درجه، حدود ۲ درجه می‌باشد که این مقدار نسبتاً ناچیز به نظر می‌رسد. با توجه به این نمودار می‌توان نتیجه گرفته که در سرعت‌های بالا، مقدار زاویه



شکل ۹- نمودار زاویه تغییر راستا بر حسب سرعت برخورد پرتابه تحت $\beta = 30^\circ$.



شکل ۱۰- نمودار سرعت باقیمانده بر حسب سرعت برخورد پرتابه به هدف با $\beta = 30^\circ$ تحت $H = 16, 26.3, 36 \text{ mm}$.



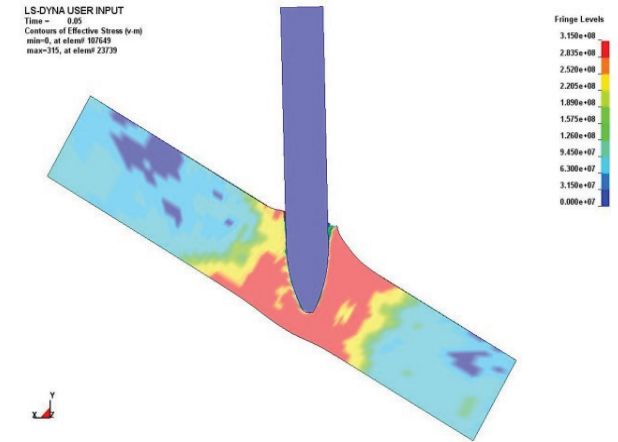
شکل ۱۱- نمودار زاویه تغییر راستا بر حسب سرعت برخورد پرتابه به هدف با $\beta = 30^\circ$ تحت $H = 16, 26.3, 36 \text{ mm}$.

پس به طور کلی می توان گفت که در برخورد مایل تحت یک زاویه مشخص، با افزایش ضخامت هدف میزان سرعت باقیمانده کاهش می یابد ولی این پارامتر روی زاویه تغییر راستا بی اثر است.

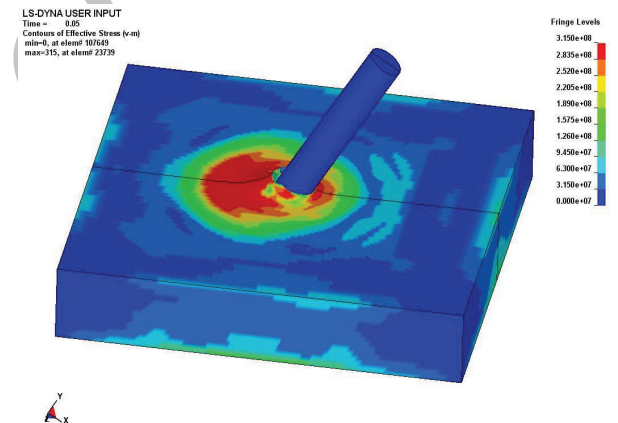
۵-۲- بررسی تأثیر زاویه برخورد پرتابه به هدف در فرآیند نفوذ مایل

بدین منظور یک هدف با ضخامت ثابت در نظر گرفته شده که پرتابه‌ها تحت زوایای مختلف ۱۵، ۳۰ و ۴۵ درجه به آن برخورد می کنند. با

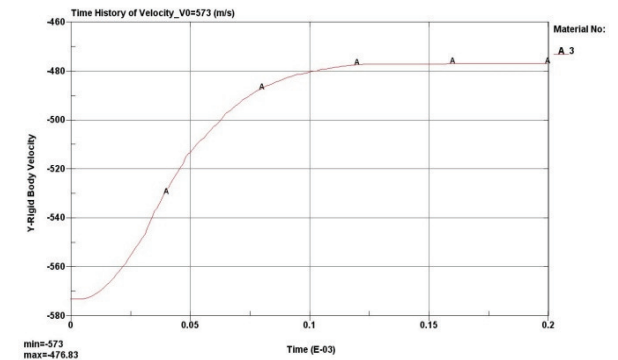
در شکل (۱۱)، منحنی تغییرات زاویه تغییر راستا بر حسب سرعت برخورد پرتابه نمایش داده شده است. در این شکل سه منحنی به دست آمده از این مقایسه روی هم قرار گرفته، به عبارت دیگر می توان دریافت که تغییر ضخامت هدف، در اندازه زاویه تغییر راستا بی اثر می باشد.



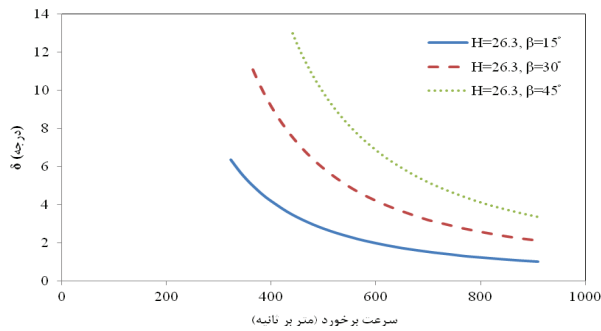
شکل ۶- نمایش کانتور تنش فن میسز در مقطع برش خورده برای $V_0 = 573 \text{ m/s}$ در $t = 50 \mu\text{s}$.



شکل ۷- نمایش کانتور تنش فن میسز در حالت سه بعدی برای $V_0 = 573 \text{ m/s}$ در $t = 50 \mu\text{s}$.



شکل ۸- نمودار تاریخچه زمانی سرعت منتج از شبیه سازی عددی برای برخورد پرتابه با سرعت اولیه $V_0 = 573 \text{ m/s}$.



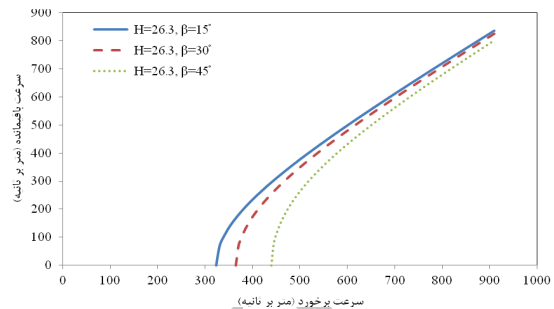
شکل ۱۳- نمودار زاویه تغییر راستا برحسب سرعت برخورد پرتابه به هدف با $H = 26.3 \text{ mm}$ تحت $\beta = 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ$.

۶- نتیجه‌گیری

در این مقاله یک روش تحلیلی برای پیش‌بینی سرعت باقیمانده و زاویه خروج پرتابه صلب با دماغه مختلف در برخورد مایل با اهداف ضخیم ارائه شد. در این مدل فرآیند نفوذ مایل پرتابه در سه مرحله مورد مطالعه قرار گرفت. در مرحله اول زاویه تغییر راستا محاسبه گردید و در ادامه نفوذ پرتابه در هدف و شرایط تشکیل پلاگ بررسی شد. این روش می‌تواند فرآیند نفوذ مایل در اهداف نیمه بی‌نهایت را نیز مدل کند. همچنین در صورتی که زاویه برخورد اولیه پرتابه و هدف که در این روش مورد استفاده قرار می‌گیرد، انحرافی نسبت به راستای عمود بر سطح نداشته باشد، می‌توان فرآیند نفوذ عمود را نیز با این روش تحلیل نمود. برای بررسی صحت و دقت مدل ارائه شده در این مقاله، مقایسه‌ای بین نتایج به دست آمده از این روش تحلیلی، با نتایج عملی ارائه شده در مرجع [۵] انجام شد. همچنین یک شبیه سازی عددی برای فرآیند نفوذ مایل با استفاده از نرم‌افزار LS-DYNA صورت گرفت. حاصل این مقایسه‌ها، تطابق مطلوبی را میان نتایج این مجموعه تحقیقات نشان داد. در این تحقیق، یک مطالعه پارامتریک روی عوامل مؤثر در فرآیند نفوذ پرتابه در هدف انجام گردید. بدین منظور تأثیر ضخامت هدف، سرعت پرتابه و زاویه برخورد آن به هدف روی اندازه سرعت باقیمانده و زاویه تغییر راستا، با استفاده از مدل تحلیلی مورد بررسی قرار گرفت و نتایج زیر به دست آمد:

- ۱- در برخورد مایل تحت یک زاویه مشخص، با افزایش ضخامت هدف میزان سرعت باقیمانده کاهش می‌یابد ولی این پارامتر روی زاویه تغییر راستا بی‌اثر است.
- ۲- با افزایش سرعت برخورد میزان سرعت باقیمانده افزایش و زاویه تغییر راستا کاهش می‌یابد.
- ۳- در برخورد مایل پرتابه به هدف با ضخامت مشخص، با افزایش زاویه برخورد میزان سرعت باقیمانده کاهش و زاویه تغییر راستا افزایش می‌یابد.

استفاده از مدل تحلیلی می‌توان مقدار سرعت باقیمانده و زاویه تغییر راستا را به ازای سرعت و زوایای مختلف برخورد به دست آورد. در شکل (۱۲)، منحنی تغییرات سرعت باقیمانده برحسب سرعت برخورد ارائه شده است.



شکل ۱۲- نمودار سرعت باقیمانده برحسب سرعت برخورد پرتابه به هدف با $H = 26.3 \text{ mm}$ تحت $\beta = 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ$.

همان‌طور که پیش‌بینی می‌شد، با افزایش زاویه برخورد پرتابه به هدف، سرعت باقیمانده کاهش می‌یابد. با اندکی توجه به این نمودارها مشاهده می‌شود که آنها از لحاظ شکل ظاهری تا حدود زیادی مشابه نمودار شکل (۱۰) می‌باشند، ولی یک تفاوت کوچک میان آنها وجود دارد.

در نمودارهای اخیر، انتهای منحنی‌های موجود به هم نزدیک می‌شوند و یا به عبارت دیگر برای زمانی که سرعت برخورد پرتابه به هدف زیاد باشد، زاویه برخورد پرتابه به هدف تأثیر کمتری روی اندازه سرعت باقیمانده دارد. حال آنکه تأثیر زاویه برخورد در سرعت‌های پایین محسوس‌تر به نظر می‌رسد. در سرعت‌های پایین، اندازه زاویه تغییر راستا زیاد است که این مسئله باعث انحراف بیشتر پرتابه از راستای اولیه خود می‌گردد و کاهش بیشتر در سرعت باقیمانده مشاهده می‌شود.

در شکل (۱۳)، منحنی تغییرات زاویه تغییر راستا برحسب سرعت برخورد پرتابه ارائه شده است. با توجه به این نمودارها می‌توان دریافت که با افزایش زاویه برخورد، زاویه تغییر راستا نیز افزایش می‌یابد. با توجه به روابط ارائه شده در این مقاله می‌توان دریافت که با افزایش زاویه برخورد، نیروی افقی وارد بر پرتابه و در نتیجه گشتاور اعمالی به آن افزایش می‌یابد. این مسئله باعث چرخش و انحراف بیشتر پرتابه از راستای اولیه‌اش می‌شود. این استدلال به وضوح در این نمودارها مشخص است.

پس به طور کلی می‌توان گفت که در برخورد مایل پرتابه به هدف با ضخامت مشخص، با افزایش زاویه برخورد، میزان سرعت باقیمانده کاهش و زاویه تغییر راستا افزایش می‌یابد.

۷- فهرست علائم و اختصارها

- M = جرم پرتابه
- d = قطر ساق پرتابه
- V_0 = سرعت برخورد پرتابه به هدف
- β = زاویه برخورد اولیه بین محور پرتابه و محور عمودی سطح هدف
- h = طول دماغه پرتابه
- H = ضخامت هدف
- δ = زاویه تغییر راستا
- H_{eff} = ضخامت مؤثر هدف
- V_{\perp} = مؤلفه سرعت عمود بر مسیر نفوذ
- V_x = مؤلفه سرعت در راستای مسیر نفوذ
- S_{\perp} = مسیر چرخش پرتابه در هدف
- N_1 و N_2 = ضریب شکل دماغه پرتابه
- I = تابع برخورد
- N = تابع هندسی
- ϕ_r = عدد تخریب جانسون
- λ = جرم بی بعد شدت پرتابه
- A و B = ثابت‌های تجربی جنس ماده هدف
- μ = ضریب اصطکاک لغزشی
- ρ = چگالی ماده هدف
- σ_y = تنش تسلیم ماده هدف
- E = مدول الاستیسیته ماده هدف
- ψ = کالیبر سر پرتابه
- N^* = ضریب شکل دماغه I پرتابه
- X = عمق نفوذ
- H^* = ضخامت پلاگ
- Q_0^* = نیروی برش پلاستیک بر واحد طول برش پلاگ
- τ_y = تنش تسلیم برشی هدف
- ν = نسبت پواسون
- \dot{W} = شتاب پرتابه و پلاگ
- \dot{W} = سرعت پرتابه و پلاگ

W = جابه‌جایی پرتابه و پلاگ

M_{plug} = جرم پلاگ

V^* = سرعت پرتابه در لحظه تشکیل پلاگ

V_{BL} = سرعت حد بالستیک

V_r = سرعت باقی مانده

مراجع

[1] Zaid, M.; Paul, B. "Oblique Perforation of a Thin Plate by a Truncated Conical Projectile."; J. Franklin I. 1959, 268, 24-45.

[۲] لیاقت، غلامحسین و پل، محمدحسین، "تحلیل نفوذ مایل پرتابه‌های مخروطی در اهداف فلزی نازک"، ششمین کنفرانس سالانه و سومین کنفرانس بین‌المللی مهندسی مکانیک ایران، دانشگاه علم و صنعت، تهران، ایران، ۱۳۷۷.

[۳] لیاقت، غلامحسین و فعلی، سعید، "تحلیل نفوذ مایل پرتابه‌های مخروطی در اهداف فلزی چندلایه‌ای نازک"، هفتمین کنفرانس سالانه مهندسی مکانیک، دانشگاه سیستان و بلوچستان، زاهدان، ایران، ۱۳۸۷.

[4] Mohammadi, A. M.; Liaghat, G. H.; Khodarahmi, H. "The Oblique Penetration and Perforation of a Rigid Projectile Into a Thick Metallic Target: Analytical Model."; Int. J. Mod. Phys. B. 2008, 22, 1297-1304.

[5] Piekutowski, A. J.; Forrestal, M. J.; Poormon, K. L.; Warren, T. L. "Perforation of Aluminum Plates with Ogive-Nose Steel Rods at Normal and Oblique Impacts."; Int. J. Impact Eng. 1996, 18, 877-887.

[6] Gupta, N. K.; Madhu, V. "Normal and Oblique Impact of a Kinetic Energy Projectile on Mild Steel Plates."; Int. J. Impact Eng. 1992, 12, 333-343.

[7] Gupta, N. K.; Madhu, V. "An Experimental Study of Normal and Oblique Impact of Hard-Core Projectile on Single and Layered Plates."; Int. J. Impact Eng. 1997, 19, 395-414.

[8] Roismana, I. V.; Yarin, A. L.; Rubin, M. B. "Oblique Penetration of a Rigid Projectile into an Elastic-Plastic Target."; Int. J. Impact Eng. 1997, 19, 769-795.

[9] Roismana, I. V.; Weberb, K.; Yarin, A. L. "Oblique Penetration of a Rigid Projectile into a Thick Elastic-Plastic Target: Theory and Experiment."; Int. J. Impact Eng. 1999, 22, 707-726.

[10] Goldsmith, W. "Non-Ideal Projectile Impact on Targets."; Int. J. Impact Eng. 1999, 22, 95-395.

[11] Chen, X. W.; Li, Q. M. "Perforation of a Thick Plate by Rigid Projectiles."; Int. J. Impact Eng. 2003, 28, 743-759.

[12] Forrestal, M. J.; Okajima, K.; Luk, V. K. "Penetration of 6061-T651 Aluminum Targets With Rigid Long Rods."; J. Appl. Mech. 1988, 55, 755-760.

[13] Chen, X. W.; Li, Q. M. "Deep Penetration of a Non-Deformable Projectile with different Geometrical Characteristics."; Int. J. Impact Eng. 2002, 27, 619-637.

[14] LS-DYNA manual reference, Livermore software Technology corporation, 2001.