

تحلیل عددی بالستیک داخلی تفنگ با در نظر گرفتن نرخ سوزش غیرخطی

محسن روح بخش^۱، احمد رضا خوگر^{۲*}، سیده هادی معتمدالشریعتی^۳

تهران - دانشگاه صنعتی مالک اشتر

(تاریخ وصول: ۹۱/۰۶/۰۶، تاریخ پذیرش: ۹۱/۰۸/۲۴)

چکیده

در کار حاضر بر اساس الگوریتم حل عددی بایر و فرانکل یک کد کامپیوتری جهت پیش‌بینی پارامترهای بالستیک داخلی (فشار و دمای گازهای پیش‌ران، موقعیت و سرعت گلوله در زمان‌های مختلف) تهیه شده است. تغییرات نرخ سوزش به کار رفته با فشار به صورت غیرخطی است. عبارت حجم در معادله حالت با در نظر گرفتن حجم مشترک گازهای آغازگر، هم‌پوشانی اولیه گلوله با محفظه احتراق و عقب‌نشینی سلاح و ویرایش شده است. در معادله انرژی اتلاف حرارتی، اتلاف ناشی از غلبه بر نیروی خان‌کشی و اتلاف مربوط به عقب‌نشینی سلاح و چرخش گلوله منظور شده است. نتایج کد تهیه شده بر مبنای روش حاضر با نتایج آزمایشگاهی و همچنین نتایج منتشر شده از دیگر کدهای معتبر در تحلیل بالستیک داخلی، تطابق خوبی را نشان می‌دهد. پس از اعتبارسنجی، مطالعه پارامتریک برای حجم مشترک گازها و نیروی مقاومت خان‌کشی به منظور میزان اثرگذاری بر دقت در محاسبه فشار گازهای احتراق و سرعت گلوله انجام شد. اثر فشار شروع حرکت گلوله بر بیشینه فشار گازهای احتراق نیز بررسی شده است. این تحقیق نشان داد با افزایش فشار شروع حرکت گلوله، بیشینه فشار در محفظه احتراق به صورت سهمی افزایش خواهد داشت. در ادامه مطالعه پارامتریک اثر خصوصیات آغازگر بر تغییرات دما و فشار گازهای احتراق با زمان بررسی شده است.

واژه‌های کلیدی: بالستیک داخلی تفنگ، نرخ سوزش غیرخطی، توسعه تحلیل صفر بعدی، حجم مشترک گاز، اتلاف حرارتی.

۱- مقدمه

محققین علم بالستیک داخلی تلاش می‌کنند پارامترهای طراحی سلاح و مهمات را به گونه‌ای بیابند که سرعت دهانه مورد نیاز تأمین شود، دهانه لوله سالم و بدون عیب بماند و در اثر فشار زیاد، سلاح آسیب نبیند. برای این منظور آنها باید قادر به پیش‌بینی فشار پشت گلوله در

تحلیل بالستیک داخلی سلاح با توجه به سریع بودن فرآیند و مشکلات اندازه‌گیری در قسمت داخلی لوله از اهمیت بالایی برخوردار است.

* E-mail: khoogar@yahoo.com

۱- کارشناسی ارشد

۲- استادیار

۳- مربی

بینی کند [۲]. نتایج این کد در تحلیل تفنگ ۱۳۲م.م. AGARD^۸ و تفنگ ۴۰ م.م. در اعتبارسنجی روش حاضر استفاده شده است. رحیمیان و طالعی [۴] با حل معادلات حاکم در بالستیک داخلی به روش حجم محدود موفق به استخراج منحنی‌های عملکردی شدند، آنها نتایج خود را با تست‌های انجام شده خود مقایسه نمودند که بسیار راضی کننده بود. معینی [۵] جریان دو فازی محترق در تفنگ را بر پایه الگوریتم ضمنی مک کورمک^۹ تحلیل کرد.

سوختن در سطح پیشرانه جامد، روی می‌دهد و الزاماً عمود بر سطح پیشروی می‌کند. میزان پیشروی نسبت به زمان را نرخ سوزش می‌نامند. از آنجا که روش‌های تحلیلی مانند روش رسال و روش کرنر تنها قادر به تحلیل پیشرانه‌ای هستند که نرخ سوزش آن با فشار گاز رابطه خطی داشته باشد، عملاً پیش‌بینی عملکرد گسترده وسیعی از پیشرانه‌ها را ندارند، لذا روشی که قادر به تحلیل نرخ سوزش غیرخطی باشد بسیار کارآمد خواهد بود. بایر و فرانکل [۶] معادله انرژی را با در نظر گرفتن اتلاف‌ها برای تحلیل پیشرانه‌های استوانه‌ای چند سوراخه استفاده کردند. در الگوریتم حل صریح^{۱۰} عددی آنها با افزایش گام‌های زمانی، متغیرهای بالستیکی در هر مرحله محاسبه می‌شوند، به این ترتیب نیاز به حل هم‌زمان معادلات دیفرانسیل غیرخطی نیست، در صورتی که کار مفید را کار انجام شده برای حرکت انتقالی گلوله بدانیم سهم عمده اتلاف‌ها شامل موارد زیر می‌شود:

- انرژی از دست رفته در فرآیند خان‌کشی و غلبه بر اصطکاک داخل لوله و نیز نیروی مقاومت هوای فشرده در جلوی دماغه گلوله
 - انرژی جنبشی گازهای پیشرانه و پیشرانه‌های نسوخته
 - اتلاف حرارتی از سیستم بالستیک داخلی به محیط
 - انرژی جنبشی بخش‌های عقب‌نشینی‌کننده سلاح
 - انرژی کرنشی لوله سلاح
 - انرژی چرخشی گلوله
- در کار حاضر براساس الگوریتم حل عددی بایر و فرانکل، با در نظر گرفتن تمامی موارد بالا به جز انرژی کرنشی لوله سلاح که مقداری کمتر از یک درصد کل انرژی آزاد شده حاصل از سوختن پیشرانه را به خود اختصاص می‌دهد [۶]، تحلیل دقیقی از فرآیند بالستیک داخلی ارائه می‌شود. در روش حاضر با فرض یکنواخت بودن چگالی گازهای پیشرانه در فضای پشت گلوله، از ترکیب دو معادله بقای جرم و اندازه حرکت توزیع سرعت و فشار محلی گازهای پیشرانه حاصل می‌شود. از روش‌های مؤثر در پیشرانش به کارگیری خرج ترکیبی است. خرج

طی حرکت گلوله درون لوله تا رسیدن به دهانه لوله باشند. همچنین می‌بایست منحنی تغییرات سرعت و شتاب را طی حرکت گلوله داخل لوله پیش‌بینی کنند [۱]. مدل‌سازی ریاضی فرآیند بالستیک داخلی و به‌دست آوردن روابط تحلیلی می‌تواند تصویر روشنی از برهم‌کنش پارامترهای مؤثر در این ارتباط را فراهم آورد. معادلات عمومی در بالستیک داخلی عبارتند از: معادله حالت گازهای پیشرانه، معادلات سه‌گانه بقای جرم، اندازه حرکت و انرژی، معادله تابع شکلی گرین پیشرانه در حال سوزش و معادله نرخ سوزش. معادله انرژی در تفنگ، توسط رسال^۱ در سال ۱۸۶۴ ارائه شد، در نتیجه این کار پایه‌های علم بالستیک داخلی بر اصول ترمودینامیک بنا نهاده شد. تحلیل‌های بالستیک داخلی کرنر^۲ و هانت^۳ در سال‌های ۱۹۵۰ و ۱۹۵۱ قبل از ظهور رایانه‌های امروزی، لزوماً با تقریب‌ها و فرضیات ساده‌کننده همراه بوده است. از جمله این فرضیات می‌توان نرخ سوزش خطی، افزایش جرم گلوله به‌منظور لحاظ نمودن اثرات مقاومتی در برابر حرکت گلوله، صرف‌نظر از حجم مشترک گازهای پیشرانه و صرف‌نظر از آغازگر^۴ را نام برد. در روابط تحلیلی ارائه شده توسط کرنر فرآیند بالستیک داخلی قبل از سوختن کامل پیشرانه به‌صورت هم‌دما فرض شده و بعد از اتمام سوخت، فرآیند به‌صورت آدیباتیک برگشت‌پذیر در نظر گرفته شده است [۱]. مدل‌سازی جریان مواد پیشرانه در لوله سلاح به‌صورت تک فازی گاز یا دو فازی جامد و گاز انجام شده است. تحلیل‌های صفر بعدی توزیع چگالی گازها و مواد پیشرانه را در فضای پشت گلوله یکنواخت فرض می‌کند. در تحلیل‌های یک بعدی توزیع چگالی گازها در طول لوله سلاح یکنواخت است و در تحلیل‌های دوبعدی توزیع چگالی گازها و مواد پیشرانه در طول لوله و نیز در راستای شعاعی غیریکنواخت در نظر گرفته می‌شود. مدل‌سازی یک بعدی دو فازی توسط گاک ارائه شد [۲]. تئوری مدل جریان دو فازی شامل معادلات بقای جرم، اندازه حرکت و انرژی در دو فاز و همچنین قوانین پیوستگی مورد نیاز می‌باشد [۳]. در سال ۱۹۸۱ مدلی موسوم به موبیدیک^۵ در فرانسه ارائه شده است که علاوه بر در نظر گرفتن مدل یک بعدی جریان دو فازی گاک^۶، پخش شعله و شکل‌گیری امواج فشاری را شبیه‌سازی نموده است. در سال ۱۹۹۸ نسخه ارتقا یافته از همین کد موسوم به موبیدیک‌ان‌جی ارائه شد که در کمپانی‌های تسلیحاتی و مراکز پژوهشی استفاده می‌شود. در مدل ارتقا یافته به‌جای فرمولاسیون غیرقابل تراکم گاک از فرمولاسیون قابل تراکم چند فازی بایر-نانزیاتو^۷ استفاده شده است. فرآیند آغازگری به‌کار رفته در مدل مذکور با رسیدن دمای سطح گرین پیشرانه به حد اشتعال توصیف شده است و قادر است شکست گرین‌های پیشرانه را بر اثر فشار بین گرین‌ای پیش-

8 - Advisory Group for Aerospace Research and Development

9- MacCormack

10- Explicit

1- Resal

2- Corner

3 - Hunt

4- Igniter

5 - Mobicdic

6- Gough

7 - Nunziato

$$T = \frac{\left[\sum_{i=1}^n \frac{F_i C_i z_i}{\gamma_i - 1} \right] + \frac{F_l C_l}{\gamma_l - 1} - A \int_0^x P_B dx - Losses}{\left[\sum_{i=1}^n \frac{F_i C_i z_i}{(\gamma_i - 1) T_{o_i}} \right] + \frac{F_l C_l}{(\gamma_l - 1) T_{o_l}}} \quad (6)$$

که در آن، F ایمپتوس^۱ یا ثابت نیرو نامیده می‌شود و از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$F_i = R_i T_{o_i} \quad (7)$$

در رابطه بالا، R_i ثابت گازهای حاصل از سوختن پیشرانها است و T_{o_i} دمای شعله آدیاباتیک مربوط به پیشران است. طبق قضیه کار و انرژی جنبشی می‌توان مقدار کار انجام شده روی گلوله را به دست آورد. تلفات مربوطه در این قسمت در عبارت $Losses$ معادله انرژی منظور می‌شود. لذا می‌توان نوشت [۶]:

$$A \int_0^x P_B dx = \frac{1}{2} W_p v^2 \quad (8)$$

بر اساس گرادیان فشار لاگرانژ انرژی جنبشی گازهای پیشران و پیشرانهای نسوخته عبارت است از:

$$E_{prop} = \frac{1}{6} \left(\sum_{i=1}^n C_i \right) v^2 \quad (9)$$

بر اساس گرادیان پیدوک-کنت انرژی جنبشی گازهای پیشران و پیشرانهای نسوخته خواهد شد:

$$E_{prop} = \frac{1}{2\delta} \left(\sum_{i=1}^n C_i \right) v^2 \quad (10)$$

که در آن، δ ثابت پیدوک-کنت نامیده می‌شود و با توجه به نسبت گرماهای ویژه پیشران و نسبت جرمی گلوله به پیشران تعیین می‌شود [۸]. نیروی خان‌کشی یا مقاومت لوله و نیروی مقاومت هوای فشرده در جلوی دماغه گلوله را می‌توان با معادل‌سازی حاصل ضرب فشار در سطح مقطع گلوله تعریف کرد. انرژی از دست رفته ناشی از نیروهای مقاوم در برابر حرکت با انتگرال زیر محاسبه می‌شود:

$$E_r = A \int_0^x (P_r + P_g) dx \quad (11)$$

که در آن، P_r مربوط به نیروی خان‌کشی یا مقاومت لوله است و P_g مربوط به مقاومت هوای فشرده است. نیروی خان‌کشی یا مقاومت لوله از نقطه نظر تطابق فشار گازها و سرعت دهانه تحلیل‌های تئوری با نتایج آزمایشگاهی حائز اهمیت است. نیروی مقاومت لوله در ابتدای حرکت گلوله در اثر فرآیند خان‌کشی روی کمربند گلوله مقدار بالایی دارد و پس از آن در ادامه طی مسیر، کاهش پیدا می‌کند [۹]. نیروی مقاومت برحسب مکان گلوله در لوله به صورت جدول داده، ارائه می‌شود

ترکیبی عبارت است از مخلوطی از پیشرانها با گرین‌های هندسی مختلف و ضرایب نرخ سوزش متفاوت یا یکسان که باعث می‌شود مقادیر بالای منحنی فشار در بازه زمانی بیشتری حفظ شود. به این ترتیب بدون بالا رفتن حداکثر فشار، سرعت دهانه بیشتری حاصل خواهد شد [۷]. نرم‌افزار تدوین شده در این تحقیق قادر است خرج ترکیبی را تحلیل کند.

۲- معادلات حاکم

۲-۱- محاسبه دمای میانگین

معادله انرژی برای سیستم بالستیک داخلی به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$Q = U + W + Losses \quad (1)$$

که در آن، Q مجموع انرژی‌های آزاد شده حاصل از سوختن پیشرانها است، U انرژی داخلی گازهای پیشران، W کار انجام شده روی گلوله و $Losses$ بیانگر اتلافها است. انرژی آزاد شده از سوختن تک‌تک پیشرانها عبارت است از:

$$Q = \sum_{i=1}^n \left[C_i z_i \int_0^{T_{o_i}} c_{v_i} dT \right] \quad (2)$$

به دلیل انبساط و کار خارجی انجام شده در سلاح، دمای گاز از دمای شعله آدیاباتیک کمتر خواهد شد. در نتیجه انرژی داخلی گاز عبارت است از:

$$U = \sum_{i=1}^n \left[C_i z_i \int_0^T c_{v_i} dT \right] \quad (3)$$

کار انجام شده روی گلوله از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$W = A \int_0^x P_B dx \quad (4)$$

با جایگذاری مقادیر Q ، U و W در معادله انرژی، می‌توان دما را به صورت زیر به دست آورد:

$$T = \frac{\sum_{i=1}^n C_i z_i \bar{c}_{v_i} T_{o_i} + C_l \bar{c}_{v_l} T_{o_l} - A \int_0^x P_B dx - Losses}{\sum_{i=1}^n C_i z_i \bar{c}_{v_i} + C_l \bar{c}_{v_l}} \quad (5)$$

در رابطه (۵) فرض شده در زمان صفر $t = 0$ آغازگر به طور کامل نسوخته شده باشد [۶].

با استفاده از روابط شناخته شده بین ثوابت ترمودینامیکی می‌توان نوشت:

1- Impetus

است. باید توجه داشت با پیشروی گلوله در لوله سطح بیشتری از لوله در معرض انتقال حرارت قرار می‌گیرد. A_w از رابطه زیر به دست می‌آید [۸]:

$$A_w = \left[\frac{V_o}{A} \right] \pi D + 2A + \pi D [x_B + x_{rec}] \quad (17)$$

برای برآورد T_w دمای پوسته داخلی با توجه به توضیحات داده شده می‌توان نوشت:

$$E_h = c_{pw} m_w [T_w - T_0] \quad (18)$$

در رابطه فوق، T_0 دمای اولیه پوسته داخلی است که برابر دمای محیط فرض می‌شود. اگر ضخامت پوسته داخلی برابر ε باشد آنگاه:

$$T_w = \frac{E_h}{c_{pw} \rho_w A_w \varepsilon} + T_0 \quad (19)$$

در نهایت با جایگذاری مقادیر اتلاف‌ها در معادله (۶) و استفاده از گرادیان پدیدوک-کنت، دمای میانگین گازهای پیشران از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$T = \frac{\left[\sum_{i=1}^n \frac{F_i C_i Z_i}{\gamma_i - 1} \right] + \frac{F_1 C_1}{\gamma_1 - 1}}{-\frac{\theta^2}{2} \left(\omega_p + \frac{1}{\theta} \sum_{i=1}^n C_i \right)} - A \int_0^x (P_r + P_g) dx - \frac{1}{2} m_{rec} \theta_{rec}^2 - \frac{1}{2} I_p (kv)^2 - E \quad (20)$$

$$\left[\sum_{i=1}^n \frac{F_i C_i Z_i}{(\gamma_i - 1) T_{0i}} \right] + \frac{F_1 C_1}{(\gamma_1 - 1) T_{01}}$$

اگر از گرادیان لاگرانژ استفاده شود $\delta = 3$ است. در معادله بالا اندیس I برای آغازگر و اندیس i برای i -امین خرج پیشران استفاده شده است. با توجه به اینکه در هر گام زمانی برای محاسبه دمای متوسط گازهای احتراق از موقعیت و سرعت گلوله در گام قبل استفاده شده است، حل عددی انجام شده به صورت صریح است. با در نظر گرفتن گام زمانی $\Delta t < 10^{-4}$ نتایج رضایت بخشی حاصل می‌شود.

۲-۲- محاسبه فشار میانگین و گرادیان فشار

فشار میانگین گازهای پشت گلوله با توجه به معادله حالت گاز کامل تعیین می‌شود:

$$P_i v_i = R_i T \quad (21)$$

حجم در دسترس گازهای پیشران که در شکل (۱) نمایش داده شده است، با در نظر گرفتن حجم مشترک گازهای پیشران و آغازگر،

که با درون‌یابی از این داده‌ها، می‌توان مقادیر مربوطه را در انتگرال‌گیری فوق استفاده نمود. در کد حاضر از روش درون‌یابی قطعه‌ای درجه سوم چندجمله‌ای هرمیت استفاده شده است [۱۰]. اثرات عقب‌نشینی شامل افزایش حجم در دسترس گازهای پیشران و اتلاف انرژی می‌شود که در مدل بایر و فرانکل صرف‌نظر شده است. انرژی اتلافی در اثر عقب‌نشینی عبارت است از [۸]:

$$E_{rec} = \frac{1}{2} m_{rec} v_{rec}^2 \quad (12)$$

m_{rec} جرم مجموعه عقب‌نشینی‌کننده سلاح است. v_{rec} سرعت عقب‌نشینی است که با انتگرال‌گیری از شتاب عقب‌نشینی به دست می‌آید:

$$v_{rec} = \int_0^t a_{rec} dt = A \int_0^t \frac{P_{BR} - P_r}{m_{rec}} dt \quad (13)$$

در این رابطه، P_{BR} فشار محفظه احتراق^۱ است که بر اساس گرادیان فشار به دست می‌آید.

انرژی اتلافی برای چرخش گلوله که در مدل بایر و فرانکل صرف‌نظر شده است، با فرض متناسب بودن سرعت زاویه‌ای با سرعت انتقالی از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$E_{rotation} = \frac{1}{2} I_p (kv)^2 \quad (14)$$

که در آن، k ضریب تناسب سرعت زاویه‌ای و سرعت انتقالی است و با توجه به طول گام خان (طولی از لوله که یک دور کامل از شیار خان دارد) تعیین می‌شود. I_p ممان اینرسی گلوله حول محور دوران است، اگر با ساده انگاری گلوله به شکل استوانه‌ای با شعاعی برابر نصف قطر لوله در نظر گرفته شود، ممان اینرسی آن حول محور استوانه از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$I_p = \frac{1}{2} W_p \left(\frac{D}{2} \right)^2 \quad (15)$$

برای محاسبه اتلاف حرارتی فرض می‌شود انتقال حرارت تنها در اثر جابه‌جایی روی می‌دهد، در واقع از انتقال حرارت تابشی صرف‌نظر می‌شود. به علت اینکه فرآیند اساساً سریع اتفاق می‌افتد تنها لایه‌ای نازک از سمت داخلی مرزهای سیستم (لوله، محفظه احتراق و پشت گلوله) تحت تأثیر گرمای گازهای پیشران قرار می‌گیرد. انرژی از دست رفته به علت انتقال حرارت، دمای پوسته داخلی را افزایش می‌دهد. طبق رابطه سرمایش نیوتن:

$$E_h = \int_0^t A_w h [T - T_w] dt \quad (16)$$

h ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی است که در مرجع [۸] توضیح داده شده است، A_w مساحت پوسته داخلی و T دمای گازهای پیشران

$$\frac{D\rho}{dt} + \rho(\nabla \cdot v) = 0; \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho v) = 0 \quad (25)$$

$$-\frac{1}{\rho} \nabla P = \frac{Dv}{Dt}; \quad -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} \quad (26)$$

با فرض توزیع یکنواخت چگالی گازهای پشت گلوله در معادله بقای جرم داریم:

$$\frac{\partial v}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} \quad (27)$$

با اعمال شرایط مرزی $v(0, t) = 0$ و $v(x_B, t) = v_p$ در معادله بالا توزیع سرعت گازهای پشت گلوله به صورت خطی حاصل می شود:

$$v(x, t) = x \frac{v_p(t)}{x_B(t)} \quad (28)$$

با جایگزینی رابطه فوق در معادله اندازه حرکت و ساده سازی، نهایتاً تغییرات فشار بر حسب مکان و زمان به دست می آید:

$$P(x, t) = \varphi(t) - \frac{[P_B - P_r - P_g] \sum_{i=1}^n C_i}{2 w_p x_B^2} x^2 \quad (29)$$

با اعمال شرط مرزی $P(0, t) = P_{BR}$ در معادله بالا $\varphi(t) = P_{BR}$ حاصل می شود، لذا رابطه فشار پشت گلوله با فشار محفظه احتراق به صورت زیر به دست خواهد آمد:

$$P_{BR} = P_B + \frac{1}{2} \frac{\sum_{i=1}^n C_i}{w_p} [P_B - P_r - P_g] \quad (30)$$

با تعریف فشار میانگین به صورت زیر می توان ارتباط بین فشار میانگین با فشار محفظه احتراق را یافت:

$$\bar{P} = \frac{1}{x_B} \int_0^{x_B} P(x, t) dx \quad (31)$$

ارتباط فشار میانگین گازهای پیشرانه با فشار محفظه احتراق عبارت است از:

$$\bar{P} = P_{BR} + \frac{1}{6} \frac{\sum_{i=1}^n C_i}{w_p} [P_B - P_r - P_g] \quad (32)$$

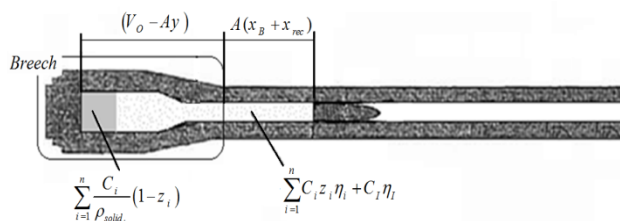
مطالعات بیشتر در این زمینه توسط پیدوک، کنت و سایر محققین انجام شده است. طبق روش پیدوک-کنت فشار پشت گلوله عبارت است از:

$$P_B = \frac{\bar{P}}{1 + \frac{C}{\delta w_p}} \quad (33)$$

هم پوشانی اولیه گلوله و محفظه احتراق و افزایش حجم در اثر عقب نشینی سلاح، اصلاح شده است. حجم در دسترس گازها با رابطه زیر تعیین می شود:

$$V_c = (v_0 - Ay) + A(x_B + x_{rec}) - \sum_{i=1}^n \frac{C_i}{\rho_{Solid_i}} (1 - Z_i) - \sum_{i=1}^n C_i Z_i \eta_i - C_I \eta_I \quad (34)$$

در این رابطه، V_c حجم کل محفظه احتراق است، عبارت Ay حجمی از محفظه احتراق است که قسمت انتهایی گلوله آن را اشغال کرده است، عبارت $A(x_B + x_{rec})$ فضایی از لوله است که پشت گلوله قرار می گیرد، عبارت سوم فضای اشغال شده توسط پیشرانه های نسوخته است و دو عبارت بعدی مربوط به حجم مشترک گازهای پیشرانه و آغازگر می شود. در مدل بایر و فرانکل از حجم مشترک گازهای آغازگر، هم پوشانی اولیه گلوله با محفظه احتراق و افزایش حجم در اثر عقب نشینی صرف نظر شده است. دو حالت حدی در عقب نشینی سلاح متصور است؛ اول حالتی که لوله، گلوله را با خود به عقب بکشد و حالت دوم گلوله همراه لوله به سمت عقب حرکت نکند. حجم در دسترس گاز در حالت اول افزایش ندارد، در نتیجه با توجه به معادله حالت فشار میانگین بیشتری نسبت به حالت دوم به دست می آید، چرا که در حالت دوم حجم در دسترس گاز به مقدار عقب نشینی افزایش می یابد، لذا فشار میانگین کمتری حاصل خواهد شد.



شکل ۱- نمایش حجم در دسترس گازهای پیشرانه.

حجم مخصوص در معادله حالت عبارت است از:

$$v_i = \frac{V_c}{C_i z_i + C_I} \quad (35)$$

با جایگذاری این مقدار در معادله (۲۱) فشار میانگین به صورت زیر حاصل می شود:

$$\bar{P} = \frac{T}{V_c} \left[\left(\sum_{i=1}^n \frac{F_i C_i z_i}{T_{o_i}} \right) + \frac{F_I C_I}{T_{o_I}} \right] \quad (36)$$

تعیین فشار پشت گلوله در محاسبات دینامیک حرکت گلوله حائز اهمیت است. اختلاف فشار از محفظه احتراق تا پشت گلوله توسط لاگرانژ بررسی شده است [۸]. طبق روش لاگرانژ معادله بقای جرم و بقای اندازه حرکت برای سیال غیرلزج در راستای طول لوله نوشته می شود:

رابطه فشار محفظه احتراق و فشار پشت گلوله عبارت است از:

$$P_{BR} = \frac{P_B}{(1-a_0)^{-n'-1}} \quad (34)$$

روابط محاسبات مربوط به a_0 و n' در مرجع [۶] آمده است.

۳-۲- محاسبه کسر پیشرانه سوخته شده

نرخ کسر پیشرانه سوخته شده با فرض چگالی یکنواخت گرین پیشرانه جامد به صورت زیر نوشته می شود:

$$\frac{dz_i}{dt} = \frac{S_i(t)r_i(t)}{V_{g_i}} \quad (35)$$

که در آن، $S_i(t)$ سطح در معرض سوزش در هر لحظه است، V_{g_i} حجم اولیه گرین پیشرانه سوخته است و $r_i(t)$ نرخ سوزش است که از رابطه زیر به دست می آید [۸]:

$$r_i(t) = \beta_i (\bar{P})^{\alpha_i} \quad (36)$$

ضرایب α_i, β_i از برازش داده های منحنی فشار- زمان حاصل از تست محفظه بسته به دست می آیند [۱۱]. برای گرین های استوانه ای چند سوراخه با توجه به اینکه سوزش در لایه های موازی پیشروی می کند می توان در نظر گرفت در هر گام زمانی مقداری برابر u_i از طول و قطر گرین استوانه ای کاسته می شود و به همین مقدار قطر سوراخ ها افزایش پیدا می کند. برای یافتن عمق سوخته u_i در هر گام زمانی از حل عددی به روش نیوتن-رافسون استفاده می شود. با یافتن عمق سوخته سطح لحظه ای در معرض سوزش به دست می آید [۶]. در نهایت با انتگرال گیری از معادله (۳۵) کسر پیشرانه سوخته شده به دست خواهد آمد:

$$z_i = \int_0^t \frac{dz_i}{dt} dt \quad (37)$$

۴-۲- معادلات حرکت گلوله

شتاب انتقالی گلوله در طول لوله با توجه به نیروهای وارد شده بر آن قابل محاسبه است. نیروهایی که بر گلوله اعمال می شوند شامل نیروی محرک در اثر فشار گازهای پیشرانه پشت گلوله، نیروی خان کشی یا مقاومت لوله و نیروی مقاومت هوای فشرده در جلوی دماغه گلوله است. شتاب گلوله بنا بر قانون دوم نیوتن به صورت زیر به دست می آید:

$$a = \frac{A(P_B - P_g - P_r)}{W_p} \quad (38)$$

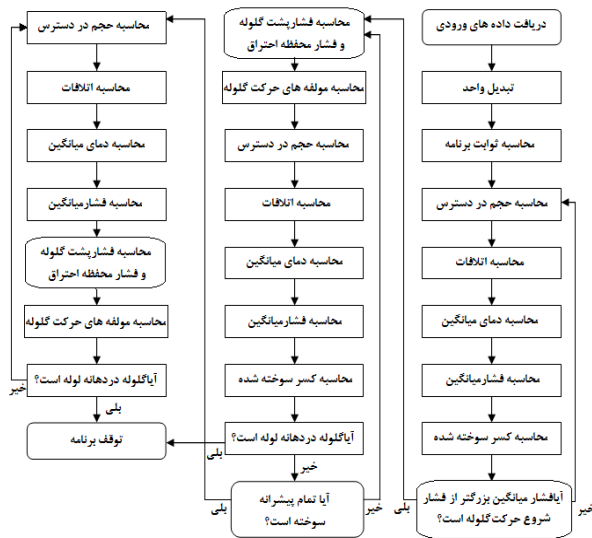
سرعت گلوله با انتگرال گیری از شتاب و مکان گلوله با انتگرال گیری از سرعت به دست خواهد آمد.

۲-۵- خلاصه الگوریتم حل

تحلیل حاضر در سه مرحله همانند روش بایر- فرانکل انجام می شود. مرحله اول از سوختن کامل آغازگر در زمان صفر تا رسیدن فشار به فشار شروع حرکت گلوله است. مرحله دوم از زمان حرکت اولیه گلوله تا سوختن کامل پیشرانه است و مرحله سوم از رسیدن به نقطه اتمام سوخت تا خروج گلوله از دهانه لوله می باشد. الگوریتم حل مسئله در شکل (۲) آمده است. این الگوریتم شامل سه ستون می شود که هر ستون متناظر با هر یک از این سه مرحله بیان شده است. در هر گام زمانی اتلاف ها و سپس دمای متوسط گازهای پیشرانه محاسبه شده و پس از آن با توجه به معادله حالت فشار میانگین تعیین می شود و در نهایت مؤلفه های حرکت گلوله (شتاب، سرعت و مکان) محاسبه می شوند. برنامه قابلیت تشخیص گیر کردن گلوله در لوله را طی مراحل دوم و سوم دارد. در صورتی که گلوله از پیشروی باز ایستد و فشار میانگین افزایش پیدا نکند، برنامه هشدار گیر کردن گلوله را اعلام می کند. نکته حائز اهمیت برای گام اول حل عددی فوق این است که فرض شده آغازگر در زمان صفر کامل سوخته شده است. در نتیجه فشار برابر خواهد شد با:

$$\bar{P} = \frac{F_1 C_1}{V_C} \quad (39)$$

با همین فشار وارد معادلات نرخ سوزش شده و سیر حل دنبال می شود.



شکل ۲- الگوریتم حل روش ارائه شده.

۳- نتایج و بحث

۳-۱- اعتبارسنجی

در اعتبارسنجی کد حاضر از نتایج تحلیل کدهای معتبر بالستیک داخلی برای تفنگ ۱۳۲م.م. AGARD با پیشرا نه استوانه‌ای هفت سوراخه [۱۲]، نتایج تجربی و نیز نتایج کدهای معتبر برای تفنگ

۴۰م.م. با پیشرا نه استوانه‌ای تک سوراخه شکاف دار [۱۳] استفاده شده است. نتایج کد حاضر با نتایج کدهای معتبر و نتایج تجربی تطابق خوبی را نشان می‌دهد. در جدول (۱) خطای هر یک از کدها نسبت به کد Mobidic N.G. و در جدول (۲) خطای هر یک از کدها نسبت به نتیجه تجربی تعیین شده است.

جدول ۱- مقایسه نتایج کد حاضر با نتایج تحلیل کدهای معتبر بالستیک داخلی برای تفنگ ۱۳۲م.م. AGARD.

مرجع نتایج	فشار بیشینه محفظه احتراق (Mpa)	فشار بیشینه پشت گلوله (Mpa)	سرعت دهانه (m/sec)	زمان خروج گلوله (msec)	درصد خطای فشار بیشینه محفظه احتراق	درصد خطای سرعت دهانه
Badr2 (Present Code)	۳۷۴	۳۳۹	۶۶۴	۱۲/۸۴	۳/۸	۳/۳
Mobidic N.G. 2D[3]	۳۶۰	۳۲۸	۶۸۷	۱۵/۳۴	۰	۰
IBHVG2[8]	۳۹۵	۳۵۸	۶۸۹	۱۴/۶۶	۹/۷	۰/۲
SIBIL[14]	۳۷۷	۳۴۱	۷۰۳	۱۴/۳۶	۴/۷	۲/۳
CTA1 [15]	۳۶۸	۳۵۰	۶۷۸	۱۴/۹۴	۲/۲	۱/۳
XKTC[16]	۳۵۰	۳۲۴	۶۸۳	۱۶/۵۸	۲/۷	۰/۶

جدول ۲- مقایسه نتایج کد حاضر با نتایج تجربی و نتایج تحلیل کدهای معتبر بالستیک داخلی برای تفنگ ۴۰م.م.

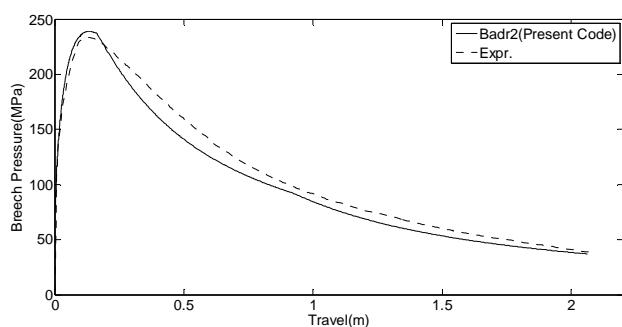
مرجع نتایج	فشار بیشینه محفظه احتراق (Mpa)	فشار بیشینه پشت گلوله (Mpa)	سرعت دهانه (m/sec)	زمان خروج گلوله (msec)	درصد خطای فشار بیشینه محفظه احتراق	درصد خطای سرعت دهانه
Badr2 (Present Code)	۴۰۳	۳۱۸	۱۲۴۲	۵/۷۰	۶/۲	۰/۶
Expr. [13]	۴۲۸	-	۱۲۳۴	-	۰	۰
Mobidic N.G. [3]	۴۳۰	۳۸۲	۱۲۹۵	۶/۶۶	۰/۵	۴/۹
SIBIL[14]	۵۶۱	۴۲۹	۱۳۴۰	۴/۳۹	۳۱	۸/۶
FHIBS[17]	۴۴۳	۳۲۸	۱۲۴۶	۸/۱۳	۹/۵	۱/۰
CTA1[15]	۴۶۳	۳۵۷	۱۲۴۴	۶/۳۰	۸/۱	۰/۸

احتراق انجام شده است. این پارامتر به اثر متقابل مولکول‌های گازی محصولات احتراق در دما و فشار بالای داخل لوله مربوط می‌شود. با توجه به اینکه حجم مشترک سبب کاهش حجم آزاد گازهای حاصل از احتراق می‌شود، در نظر گرفتن آن باعث افزایش فشار و در نتیجه افزایش سرعت دهانه شده است. این موضوع دقت محاسبات را در شبیه‌سازی‌ها بهبود می‌دهد.

با توجه به درصد خطاها، پراکندگی نتایج کدهای تحلیل بالستیک داخلی در جداول (۱) و (۲) به روابط مورد استفاده برای محاسبه گرادیان فشار، اتلاف حرارتی، نرخ سوزش و معادله حالت به کار رفته مربوط می‌شود. در شکل‌های (۳) و (۴) تغییرات فشار محفظه احتراق و سرعت گلوله بر حسب مکان گلوله برای تفنگ ۱۰۵م.م. با استفاده از کد حاضر با نتایج تجربی از مرجع [۶] مقایسه شده است. خرج به کار رفته در تفنگ ۱۰۵م.م. به صورت ترکیبی است که شامل گرین‌های استوانه‌ای هفت سوراخه و استوانه‌ای تک سوراخه با مشخصات ترموشیمیایی یکسان می‌شود.

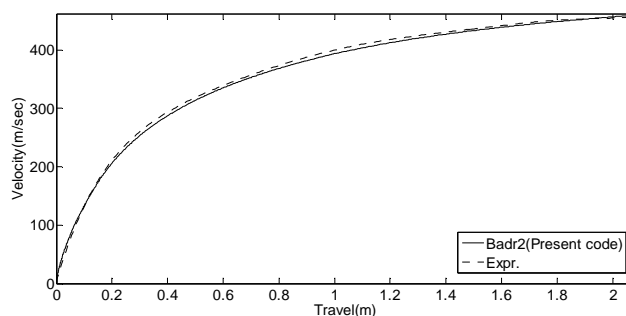
۳-۲- اثر حجم مشترک گازهای پیشرا نه

شکل‌های (۵) و (۶) براساس روش حاضر با در نظر گرفتن فشار شروع حرکت گلوله و نیروی مقاومت خان‌کشی، تأثیر در نظر گرفتن حجم مشترک گازهای پیشرا نه را در مقایسه با حالتی که این پارامتر لحاظ نمی‌شود، برای تفنگ ۱۰۵م.م. نشان می‌دهد. اضافه نمودن اثر پارامتر حجم مشترک با هدف در نظر گرفتن خواص واقعی گازهای حاصل از



شکل ۳- تغییرات فشار محفظه احتراق بر حسب مکان گلوله در تفنگ ۱۰۵م.م.

است. تأثیر آغازگر بر دمای میانگین گازهای احتراق در شکل (۱۱) آمده است. علی‌رغم ایمپتوس کمتر آغازگر شماره دو از آغازگر شماره یک، در تمام بازه زمانی شلیک، دمای محصولات احتراق بالاتر است. لذا دمای شعله آدیاباتیک آغازگر در تعیین تغییرات دمای میانگین گازهای احتراق اثر قابل توجهی دارد. تعیین صحیح تغییرات دما از نظر مسایل ایمنی سلاح و همچنین سایش و فرسودگی لوله سلاح حائز اهمیت است [۱۹]. به‌طور کلی دمای شعله آدیاباتیک کمتر پیش‌رانه از نقطه نظر سایش مطلوب‌تر است. ممکن است پس از آتش‌های متوالی پدیده خود اشتعالی در پیش‌رانه‌ها روی دهد و منجر به شلیک ناخواسته شود [۲۰].



شکل ۴- تغییرات سرعت گلوله بر حسب مکان گلوله در تفنگ ۱۰۵ م.م.

۳-۳- اثر نیروی مقاومت خان‌کشی

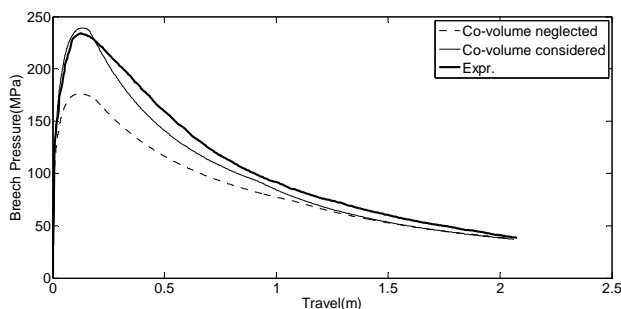
شکل‌های (۷) و (۸) تأثیر نیروی مقاومت خان‌کشی را بر فشار محفظه احتراق و سرعت گلوله برای تفنگ ۱۰۵ م.م. نشان می‌دهد. همان‌طور که ملاحظه می‌شود با در نظر گرفتن این پارامتر فشار گازهای احتراق به‌طور محسوس افزایش پیدا می‌کند. اگرچه انتظار می‌رود اصطکاک در لوله در اثر فرآیند خان‌کشی منجر به کاهش سرعت دهانه شود اما از آنجا که فشار گازهای احتراق در پشت گلوله افزایش یافته است، نهایتاً سرعت دهانه افزایش خواهد داشت. سرعت دهانه با در نظر گرفتن نیروی مقاومت خان‌کشی ۴۶۰ متر بر ثانیه است و با صرف نظر از این نیرو ۴۴۹ متر بر ثانیه به‌دست می‌آید. در این مقایسه حجم مشترک گازها و فشار شروع حرکت گلوله منظور شده است.

۳-۴- اثر فشار شروع حرکت گلوله

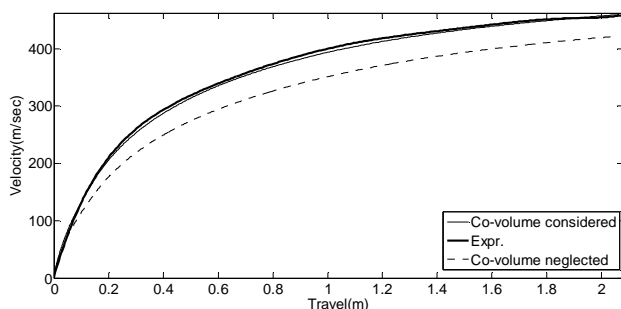
برای رها شدن گلوله از سجاغ محفظه احتراق و غلبه بر نیروی خان‌کشی نیاز به فشار اولیه کافی می‌باشد. شکل (۹) اثر فشار شروع حرکت گلوله را بر تغییرات فشار محفظه احتراق نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود با افزایش این پارامتر، بیشینه فشار افزایش پیدا می‌کند. در شکل (۱۰) تغییرات بیشینه فشار بر حسب فشار شروع حرکت گلوله آمده است که نشان می‌دهد تغییرات به‌صورت سهمی است. محاسبه فشار حداکثر صحیح و با دقت بالا از دیدگاه ایمنی تفنگ و طول عمر آن از اهمیت بالایی برخوردار است. در روش‌های حل تحلیلی برای تطابق نتایج تحلیل با نتایج تجربی، اثر فشار شروع حرکت گلوله را با افزایش نرخ سوزش اعمال می‌کردند [۱۸]. در روش حاضر به‌طور مستقیم تأثیر این پارامتر قابل بررسی است. در بررسی اثر فشار شروع حرکت گلوله در شکل‌های (۹) و (۱۰) حجم مشترک گازها و نیروی خان‌کشی لحاظ شده است.

۳-۵- اثر خصوصیات آغازگر

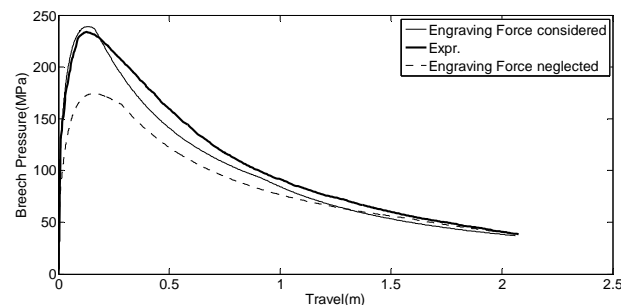
برای بررسی اثر خصوصیات آغازگر از دو نوع آغازگر مطابق جدول (۳) با جرم برابر در تحلیل بالستیک داخلی تفنگ ۱۰۵ م.م. استفاده شده



شکل ۵- بررسی تأثیر حجم مشترک بر تغییرات فشار محفظه احتراق بر حسب زمان در تفنگ ۱۰۵ م.م.

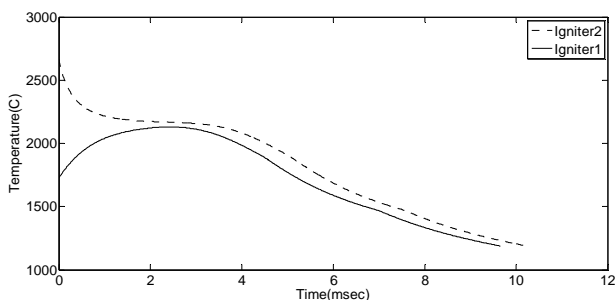


شکل ۶- بررسی تأثیر حجم مشترک بر تغییرات سرعت بر حسب زمان در تفنگ ۱۰۵ م.م.

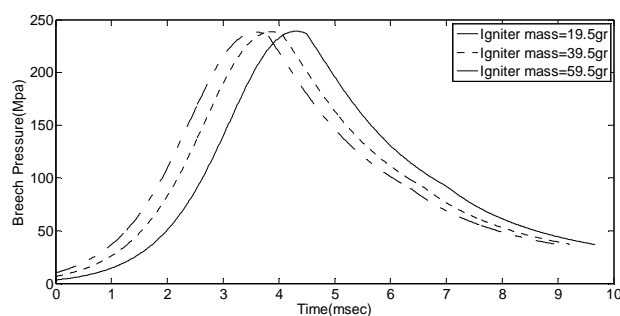


شکل ۷- تأثیر نیروی مقاومت خان‌کشی بر تغییرات فشار محفظه احتراق بر حسب زمان در تفنگ ۱۰۵ م.م.

محفظه احتراق جا به جا می شود. مقدار جرم آغازگر بر بیشینه فشار و سرعت دهانه تأثیر بسیار ناچیزی دارد. در شکل (۱۲) از مشخصات آغازگر شماره یک استفاده شده است.



شکل ۱۱- تأثیر خصوصیات آغازگر بر دمای میانگین گازهای پیشرانه بر حسب زمان در تفنگ ۱۰۵ م.م.

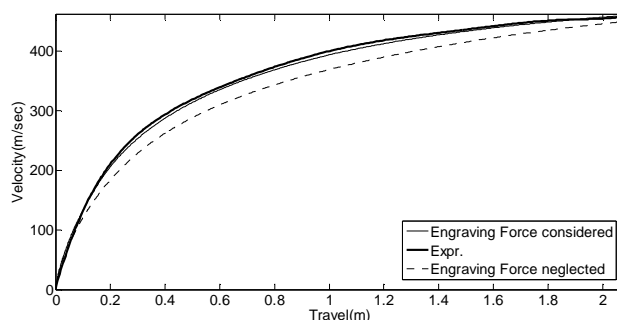


شکل ۱۲- تأثیر افزایش جرم آغازگر بر منحنی فشار- زمان در تفنگ ۱۰۵ م.م.

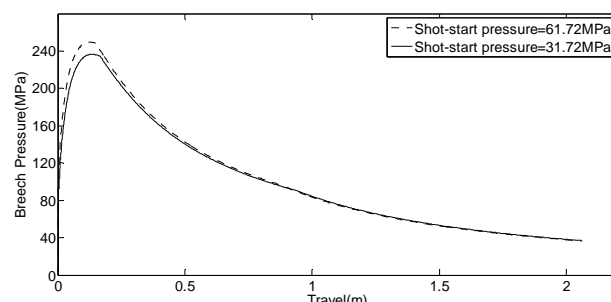
۴- نتیجه گیری

در این تحقیق با در نظر گرفتن نرخ سوزش غیرخطی، تحلیل بالستیک داخلی برای تفنگ انجام شده است. روش حاضر با توجه به حل عددی انجام شده، محدودیت‌های ریاضی ناشی از حل تحلیلی معادلات به روش مرجع [۱۸] را ندارد. با استفاده از روش توسعه داده شده حاضر نرم افزار تحلیل بالستیک داخلی با نام Badr2 تهیه شده است.

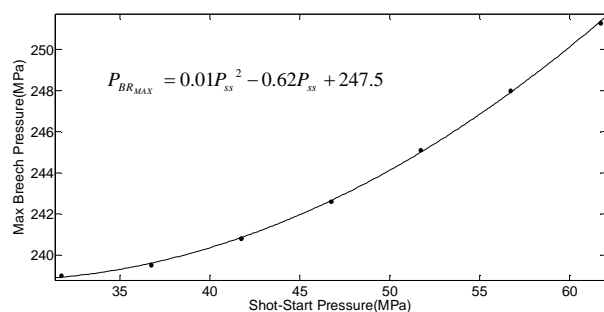
ورودی نرم افزار شامل جرم گلوله، مشخصات لوله سلاح، ابعاد هندسی گرین پیشرانه و مشخصات ترموشیمیایی پیشرانه و آغازگر می باشد. خروجی نرم افزار شامل فشار و دمای گازهای احتراق بر حسب زمان و مکان گلوله، سرعت انتقالی و چرخشی گلوله بر حسب زمان و مکان گلوله می شود. نتایج کد حاضر با نتایج آزمایشگاهی و نتایج دیگر کدهای معتبر تحلیل بالستیک داخلی تطابق خوبی نشان می دهد. محاسبه فشار حداکثر صحیح و با دقت بالا از دیدگاه ایمنی تفنگ و طول عمر آن از اهمیت بالایی برخوردار است، چرا که در حالت ایده آل در محاسبات بالستیک، هدف دستیابی به فشار حداکثر بالاتر در طول لوله می باشد تنها محدودیت واقعی این هدف، عدم تحمل سازه لوله به لحاظ مکانیکی است. خطای محاسبه بیشینه فشار در تفنگ ۱۰۵ م.م. بدون در نظر گرفتن حجم مشترک گازهای پیشرانه و نیروی مقاومت خان کشی به ترتیب ۲۴/۵۵ درصد و ۲۵/۴۴ درصد است. با در نظر گرفتن



شکل ۸- تأثیر نیروی مقاومت خان کشی بر تغییرات سرعت بر حسب زمان در تفنگ ۱۰۵ م.م.



شکل ۹- تأثیر فشار شروع حرکت گلوله بر تغییرات فشار محفظه احتراق بر حسب زمان برای تفنگ ۱۰۵ م.م.



شکل ۱۰- تغییرات بیشینه فشار محفظه احتراق با فشار شروع حرکت گلوله در تفنگ ۱۰۵ م.م.

جدول ۳- مشخصات آغازگرهای استفاده شده برای بررسی اثر خصوصیات ترمودینامیکی آغازگر [۲۱ و ۶].

نوع آغازگر	جرم (gr)	نسبت گرماهای ویژه (-)	ایمپتوس (MJ/kg)	دمای شعله آدیاباتیک (C)
آغازگر (۱)	۱۹/۵	۱/۲۵	۰/۲۸۷	۱۷۲۶/۸۵
آغازگر (۲)	۱۹/۵	۱/۴۰	۰/۱۰۶	۲۶۶۶/۸۵

لازم به توضیح است در بخش‌های قبل از مشخصات آغازگر (۱) در مطالعه پارامتریک تفنگ ۱۰۵ م.م. استفاده شده است.

مطابق شکل (۱۲) افزایش جرم آغازگر سبب انتقال زمانی منحنی فشار- زمان می شود به طوری که بازه زمانی شلیک کاهش می یابد. در نتیجه با افزایش جرم آغازگر مکان نقطه بیشینه فشار به سمت

α	توان نرخ سوزش
β	ضریب نرخ سوزش
γ	نسبت گرمای ویژه
U	حجم مخصوص
η	حجم مشترک
δ	ثابت پیدوک-کنت
ε	ضخامت پوسته احاطه کننده سیستم
ρ	چگالی گازهای پیشران
ρ_{solid}	چگالی خرج جامد

این دو پارامتر در تحلیل بالستیک داخلی تفنگ ۱۰۵ م.م. خطای محاسبه بیشینه فشار محفظه احتراق به ۲/۲۵ درصد (مقدار تئوری ۲۳۹ MPa در مقابل مقدار تجربی ۲۳۳/۷ MPa) کاهش می‌یابد. تحقیق حاضر نشان داد بیشینه فشار با فشار شروع حرکت گلوله در تفنگ ۱۰۵ م.م. رابطه سهمی دارد. همچنین مشخص شد دمای شعله آدیباتیک آغازگر در تعیین تغییرات دمای گازهای احتراق اثر قابل توجهی دارد. افزایش جرم آغازگر سبب کوتاه شدن بازه شلیک و جابه‌جا شدن مکان نقطه بیشینه فشار به سمت محفظه احتراق می‌شود.

اندیس‌ها

$Prop$	خرج پیشران
r	مقاومت لوله
rec	عقب نشینی
$rotation$	چرخش
w	پوسته یا دیواره احاطه کننده سیستم
p	گلوله
BR	محفظه احتراق
B	پشت گلوله
h	اتلاف حرارتی
g	هوای فشرده
I	آغازگر
i	i - امین خرج پیشران

مراجع

- [1] Carlucci, D.; Jacobson S. "Ballistics, Theory and Design of Guns and Ammunition"; CRC Press, Boca Raton, 2008.
- [2] Longuet, B. "MOBIDIC N.G.: a 1D/2D Code Suitable for Interior Ballistics and Vulnerability Modeling"; 22nd International Symposium on Ballistics, November 2005.
- [3] Jaramaz, S.; Mickovic, D.; Elek, P. "Two-Phase Flows in Gun Barrel: Theoretical and Experimental Studies"; Int. J. Multiphase Flow 2011, 37, 475-487.
- [4] Talei, M., Rahimian, M. H. "Experimental and Numerical Study of Combusting Solid Propellant and Axisymmetric Flow Field with Moving Boundary"; In: 11th Annual Conference of the CFD Society of Canada, Vancouver, 28-30 May 2003.
- [5] معینی، سجاد، مدل‌سازی یک بعدی جریان دوفازی محترق در سیستم‌های توپ، پایان نامه کارشناسی ارشد، گروه مهندسی هوافضا، دانشکده مهندسی مکانیک دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، ۱۳۸۳.
- [6] Baer, P. G.; Frankle, J. M. "The Simulation of Interior Ballistic Performance of Guns by Digital Computer Program"; BRL-TR-1183, US Army Ballistic Research Laboratory, December 1962.
- [7] Pockock, M.; Einstein, S.; Guyott, C.; Karen, N.; Carlucci, D.; Klingaman, K.; Moran, K. B. "Challenges of Internal Ballistics Modeling of Novel Propellants and Propellant Geometry"; 23rd International Symposium on Ballistics, April 2007.
- [8] Anderson, R. A.; Fickie, K. D. "IBHVG2 - A User's Guide"; Technical Report BRL-TR-2829, US Army Ballistic Research Laboratory, July 1987.

علامه

A	مساحت مقطع لوله
a	شتاب گلوله
C	جرم اولیه پیشران
c_v	گرمای ویژه در حجم ثابت
c_p	گرمای ویژه در فشار ثابت
D	قطر لوله
E	انرژی اتلافی
F	ایمپتوس
S	سطح در معرض سوزش
T	دما
T_o	دمای شعله آدیباتیک
t	زمان
u	عمق سوخته
U	انرژی داخلی گازهای پیشران
V_o	حجم کل محفظه احتراق
V_g	حجم اولیه محفظه احتراق
V_C	حجم در دسترس گازهای پیشران
v	سرعت گلوله
W	کار انجام شده روی گلوله
w_p	جرم گلوله
m_{rec}	جرم عقب نشینی کننده
h	ضریب انتقال حرارت جا به جایی
I	ممان اینرسی گلوله
k_v	ضریب تصحیح نرخ سوزش
P_{ss}	فشار شروع حرکت گلوله
P_p	فشار پشت گلوله
P_{BR}	فشار محفظه احتراق
Q	انرژی شیمیایی آزاد شده پیشران
R	ثابت گاز
r	نرخ سوزش
x	موقعیت گلوله
y	طول همپوشانی اولیه گلوله و محفظه احتراق
z	کسر سوخته شده پیشران

- [15] Woodley C. R. "Modeling the Internal Ballistics of Mortars using the One-Dimensional Code Cta"; 20th International Symposium on Ballistics, September 2002.
- [16] Gough, P. S. "The XNOVAKTC Code"; Technical Report BRL-CR-627, US Army Ballistic Research Laboratory, February 1990.
- [17] Woodley, C. R.; Billett, S.; Lowe, C. "The FHBS Internal Ballistics Code"; 22nd International Symposium on Ballistics, November 2005.
- [18] Corner, J. "Theory of the Interior Ballistics of Gun"; John Willey, New York, 1950.
- [19] Franco, P.; Peter, H. "Gun Barrel Erosion: Study of Thermally Insulating Layers"; 19th International Symposium on Ballistics, May 2001.
- [20] Wu, B.; Chen, G.; Xia, W. "Heat Transfer in a 155 mm Compound Gun Barrel With Full Length Integral Midwall Cooling Channels"; Applied Thermal Engineering 2008, 28, 881-888.
- [21] Robbins, F. W.; Anderson, R. D.; Gough, P. S. "New Pressure Gradient Equations for Lumped-Parameter Interior Ballistic Codes"; Technical Report BRL-TR-3097, US Army Ballistic Research Laboratory, May 1990.
- [9] Carlucci1, D.; Vega, J.; Pocock, M.; Einstein, S.; Guyott, C.; Chaplin, R. "Novel Examination of Gun Bore Resistance Analysis and Experimental Validation"; 23rd International Symposium On Ballistics, April 2007.
- [10] Birkhoff, G.; Schultz, M. H.; Varga, R. S. "Piecewise Hermite Interpolation in One and Two Variables with Application to Partial Differential Equations"; Numeric Mathematic 1968, 11, 232-256.
- [11] Rodrigues, R. "Closed Vessel Experiment Modeling and Ballistic Parameter"; 2nd Mercosure Congress On Chemical Engineering, 2006.
- [12] Woodley C. R. "Comparisons of Internal Ballistics Simulations of the AGARD Gun"; 22nd International Symposium on Ballistics, November 2005.
- [13] Woodley, C. R. "Comparisons of Internal Ballistics Simulations of 40mm Gun Firing"; 23rd International Symposium on Ballistics, April 2007.
- [14] Schoeffert, I. C. "Simulation de la Ballistique Interieure des Canons, SIBIL"; NTETBS/CE/DMS/MMB/TDP N06/86, 1986.