

ارائه مدلی جهت بررسی رفتار انبساط استوانه جدار ضخیم تحت بارگذاری انفجاری داخلی

سید مسعود باقری^۱، جمال زمانی^{۲*}

۱- دانشجوی دکتری ۲- استاد دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی
(تاریخ وصول: ۹۳/۱۱/۴، تاریخ پذیرش: ۹۴/۲/۳)

چکیده

ارزیابی رفتار استوانه‌های جدار ضخیم تحت بارگذاری با نرخ کرنش بالا به دلیل کاربردهای فراوان آنها از اهمیت بسزایی برخوردار است. بررسی عملکرد این‌گونه سازه‌ها بیشتر در حالت استاتیکی و یا شبه دینامیکی انجام شده است. از این‌رو استخراج مدل تحلیلی در سازه‌های تحت بارگذاری با نرخ بالا و در حوزه پلاستیک کامل و حالت دینامیکی، ارزشمند است. هدف اصلی این مقاله، استخراج مدل تحلیلی بر پایه قوانین پلاستیسیته به منظور ارزیابی انبساط استوانه جدار ضخیم همسان گرد تحت انفجار داخلی ماده منفجره تی.ان.تی است. در این تحقیق، معادلات تنش‌های شعاعی و محیطی استوانه از روابط تعادل استخراج و با اعمال شرایط مرزی و هندسی استوانه که به صورت بارگذاری متغیر در نظر گرفته شده است و در حین فرآیند تغییر می‌نماید و همچنین اصلاح استحکام دینامیکی ماده با توجه به نرخ کرنش لحظه‌ای، سرعت انبساط به صورت گردشی محاسبه می‌شود. آنگاه سایر پارامترهای فرآیند محاسبه و ارزیابی و در گام بعدی به عنوان ورودی مورد استفاده قرار می‌گیرد. در انتها، شبیه‌سازی نرم‌افزاری، به منظور بررسی روند کلی نتایج حاصل از مدل‌سازی انجام شده است که تطابق خوبی را نشان می‌دهد.

واژه‌های کلیدی: استوانه جدار ضخیم، ماده منفجره، استحکام دینامیکی تسلیم، معادله حالت، نرخ کرنش.

Introduce a New Model for Expansion Behavior of Thick-Walled Cylinder under Internal Explosive Loading with Numerical Analysis

M. M. Bagheri, J. Zamani*

K. N. Toosi University

(Received: 1/24/2014, Accepted: 4/23/2015)

Abstract

Evaluation of thick-walled cylinders behavior under high strain rate loading is of great importance because of their many applications. Most of the studies around these structures were performed in the state of static and quasi-static. Therefore, development of analytical model in structures loaded with high rates in dynamic state and in complete plastic domain is valuable. The main purpose of this article is to derive a mathematical model based on plasticity flow rules in order to assess the expansion behavior of isotropic thick-walled aluminum cylinder containing TNT. Through this, the equations of radial and circumferential stresses derived from equation of equilibrium and then radial velocity could be calculated by iterative procedure applying instantaneous explosion product pressure as boundary conditions which is variable and depend on geometry of cylinder and also modification of dynamic strength at each moment with considering the strain rate. Therefore, strain rate with its effect on dynamic strength is of importance points in this article. After extraction of radial velocity, other process parameters will be determined and used as input data for the next stage. Furthermore, computer simulation was done, which shows good agreement with the analytical results.

Keywords: Thick-Walled Cylinder, Explosive, Dynamic Yield Stress, Equation of State, Strain Rate.

۱- مقدمه

انبساط و انرژی محصولات گازی و نیروهای ناپایستار منتج به کار پلاستیک، رفتار انبساطی سیلندر را ارزیابی نمود. هرچند وی در تحلیل خویش از دو دیدگاه (گاز ایده آل پلی تروپیک و گاز با معادله حالت JWL) به منظور محاسبه فشار محصولات انفجاری استفاده نمود، ولیکن تنش سیلان ماده را ثابت در نظر گرفت که این نکته را می توان از موارد بحث برانگیز این تحقیق در نظر گرفت.

نکته حائز اهمیت در این است که در تحلیل های استوانه های جدار ضخیم همواره از اثرات موج شوک صرف نظر می گردد و این بدان دلیل است که اثرات موج شوک به جداره سیلندر در لحظات ابتدایی فرآیند و قبل از اعمال فشار محصولات گازی است و از حالت رفت و برگشتی موج و طنین ایجاد شده درون سیلندر صرف نظر می گردد. به عنوان یک قانون سرانگشتی با فرض نسبت جرم فلز به جرم ماده منفجره کوچک تر از یک ($M/C < 1$) می توان اثرات موج شوک را در نظر گرفت و در غیر این صورت می توان از آن صرف نظر نمود [۱۰].

صرف نظر از انجام تحقیقات یک بعدی، معمولاً حالت های تحلیل دوبعدی در ارزیابی رفتار استوانه های جدار ضخیم مطرح می گردد. اولین تحقیقات به عمل آمده توسط آقایان الحسنی و جونز [۱۱] بر روی انبساط کره های حاوی ماده منفجره، به منظور دستیابی به رفتار دینامیکی انبساط و در نهایت شعاع ترکش، صورت گرفته است. در تحقیق ارائه شده برخی فرضیات من جمله صلب و پلاستیک کامل بودن ماده، مستقل بودن تنش تسلیم از نرخ کرنش و ثابت بودن حجم ماده در حین فرآیند و غیره، به منظور ساده سازی در نظر گرفته شده است. عمده نقص وارده بر این تحلیل، در نظر نگرفتن پدیده کرنش و نرخ کرنش سختی در استخراج روابط است که با توجه به نرخ کرنش بالا در پدیده های انفجاری، می بایست به این موضوع پرداخته شود.

باقری و زمانی [۱۲] فرآیند انبساط استوانه جدار ضخیم را با توجه به معیار تسلیم ترسکا مورد تحلیل قرار دادند. با توجه به خطی در نظر گرفتن خرج انفجاری، بارگذاری بکار رفته در تحلیل انبساط به صورت محوری و در سرتاسر استوانه جدار ضخیم لحاظ شده است که می توان شرایط واقعی تری از انبساط استوانه در حالتی که بارگذاری از یک سوی آن آغاز و در امتداد محور استوانه گسترش می یابد را نیز مورد بررسی قرار داد. دووانگ تان^۷ و همکارانش [۱۳] در تحقیق خود به منظور بررسی رفتار دینامیکی سیلندر، انبساط به داخل^۸ و خارج^۹ سیلندر را مورد بررسی قرار داده و با در نظر گرفتن رفتار ویسکوپلاستیک برای ماده و برقراری معادلات تعادل، تابع سرعت بر حسب زمان و مکان را استخراج و با انتگرال گیری از معادلات تعادل، عبارات صریحی بر حسب تنش های داخلی و خارجی به دست آمد که با جایگزینی مقادیر آن ها از معادلات حاصل از تحلیل شیمیایی در خصوص فشارهای محصولات انفجاری،

سازه هایی به حالت و شکل استوانه های جدار ضخیم از اجزای مهم و اصلی بسیاری از تجهیزات در صنایع محسوب می شوند که ارزیابی عملکرد آن ها مورد توجه قرار دارد. به عنوان مثال می توان از کپسول ها و مخازن تحت فشار مورد استفاده در صنایع نفت و گاز [۱]، سیلندرهای هیدرولیکی مورد استفاده در تجهیزات فرآیندی [۲] نام برد که توجه بسیاری را به خود معطوف نموده است. اصولاً استوانه های جدار ضخیم در پنج حوزه الاستیک، الاستیک-پلاستیک، پلاستیک کامل، ترکیدیگی و ترکش مورد بررسی قرار می گیرند که این تحلیل ها در انواع مختلف سازه ها، من جمله استوانه های متشکل از کامپوزیت های با مواد هدمند [۳] سیلندرهای حاوی مواد ارتوتروپیک تراکم ناپذیر و قابل تراکم و همچنین آیزنتروپیک [۵]، در حال بررسی و ارزیابی است.

از جمله شیوه های متداول در تحلیل استوانه های حاوی ماده منفجره می توان به روش های انرژی اشاره داشت. اصول کلی این گونه تحلیل ها، توزیع انرژی درونی ماده منفجره به انرژی جنبشی محصولات انفجاری، انرژی کار پلاستیک انجام شده بر روی فلز، انرژی جنبشی فلز پیران و میزان تلفات، است که در نهایت با برابری انرژی های ورودی و مصرفی، پارامترهای سیستم ارزیابی می گردد [۶]. در این راستا، اولین تحقیقات مربوطه توسط گارنی^۱ [۷] انجام شد. وی با توجه به انرژی ماده منفجره و نسبت جرم آن به جرم فلز و تقسیم بندی انرژی آن به دو جزء انرژی جنبشی فلز متحرک و انرژی جنبشی محصولات انفجاری، به مدلی به منظور استخراج سرعت حادی انبساط استوانه و نیل به حالت ترکش، دست یافت و مدل مربوطه را در حالات صفحه ای، استوانه ای و کروی گسترش داد. همچنین با توجه به محاسبه انرژی جنبشی حاصل از سرعت انبساط شعاعی و تفریق انرژی حاصل از کار انجام شده در تغییر شکل پلاستیک ماده، روشی جهت محاسبه سرعت انبساط شعاعی ارائه داده است [۸]. با توجه به سهم انرژی ماده منفجره، این دسته از تحلیل ها بحث برانگیز بوده اند.

آقای هاچینسون^۲ [۹] در تحقیقات جدید خود در راستای بهبود روابط گاری، با در نظر گرفتن روابط گاری، ممنتوم اسکالری وارده توسط محصولات گازی بر پوسته را محاسبه و با فرض رفتار پلی تروپیک^۳ محصولات گازی، عبارت سرعت پوسته نسبت به سرعت گاری و در کنار آن، نرخ کرنش لحظه ای را به دست آورد. پردرگ^۴ الک [۱۰] سعی در تحلیل انبساط محور استوانه حاوی ماده منفجره با در نظر گرفتن اثرات موج شوک بر رفتار ذرات مادی تشکیل دهنده آن نمود. وی در تحلیل خود از فن تطابق امپدانس^۵ استفاده نمود. وی در ادامه، با استفاده از تابع لاگرانژ و در نظر گرفتن انرژی جنبشی سیلندر در حال

6- Jones-Wilkins-Lee (JWL)

7- Duowang Tan

8- Convergence

9- Divergence

1- Gurney

2- Hutchinson

3- Polyotropic

4- Predrag Elek

5- Impedance Matching Technique

۲-۲- معادلات حالت محصولات انفجاری

معادلات حالت ابزاری قوی و مؤثر جهت مطالعه حالات مختلف ماده در وضعیت‌های فیزیکی گوناگون است. در حوزه انفجار این معادلات اغلب فشار، حجم و انرژی را به یکدیگر ربط می‌دهند. تعداد زیادی معادله حالت وجود دارد که رفتار محصولات انفجاری را بیان می‌دارد. به دلیل سادگی، دقت زیاد و اطلاعات فراوان و انجام آزمایش‌های متعدد بر روی مواد منفجره مشخص شده است که معادله حالت JWL دارای قابلیت تطابق مناسبی در بیان حالات حجم-فشار-انرژی مواد منفجره است و در اغلب هیدروکدها و نرم‌افزارها کاربرد دارد. این معادله حالت معمولاً برای مدل کردن محصولات ناشی از انفجار مواد سوختار شدید^۵ مورد استفاده قرار می‌گیرد. شکل کلی معادله حالت JWL به دو صورت زیر است [۱۶]:

$$P(V) = Ae^{-R_1V} + Be^{-R_2V} + CV^{-\omega+1} \quad (۳)$$

$$P = A \left[1 - \frac{\omega}{R_1\omega} \right] e^{-R_1V} + B \left[1 - \frac{\omega}{R_2\omega} \right] e^{-R_2V} + \frac{\omega}{V} E \quad (۴)$$

که در آن پارامترهای $A, B, C, R_1, R_2, \omega$ مقادیر ثابت و V, P و به ترتیب فشار و حجم و انرژی بدون بعد می‌باشند. معادلات (۳) و (۴) فرم معادله حالت JWL در کدهای هیدرودینامیکی می‌باشند.

۲-۳- مدل استحکام و تسلیم دینامیکی

قوانین و روابط بنیادین، یک بیان ریاضی از رفتار مواد تحت بارگذاری‌های مکانیکی، حرارتی و یا موج شوک را ارائه می‌دهند. پیچیده‌ترین مدل‌های وابسته به نرخ کرنش، تنش تسلیم دینامیکی و یا تنش سیلان را به کرنش، نرخ کرنش و دما مرتبط می‌کنند. به عبارتی دیگر [۱۷]:

$$\sigma = f(\varepsilon, \dot{\varepsilon}, T) \quad (۵)$$

استحکام تسلیم دینامیکی^۶ با توجه به تغییر و عمدتاً افزایش مقاومت تسلیم استاتیکی مواد تحت نرخ کرنش مطرح می‌شود. این مدل‌ها اغلب به دو صورت تجربی و یا فیزیکی (تحلیلی) بیان می‌شوند. هرچند امروزه تمایل به استفاده از مدل‌های دارای پایه فیزیکی؛ به دلیل دامنه گسترده شمول آن‌ها؛ رو به افزایش است ولیکن آزمایش‌ها نشان می‌دهد که در یک گستره محدود و در مواد مشخص، مدل‌های تجربی به خوبی رفتار ماده را بیان می‌دارند و همچنین اکثر روش‌های بکار گرفته شده در هیدروکدها، از این‌گونه معادلات پیروی می‌کنند، که در این خصوص معادلات بنیادین زیادی توسط محققین پیشنهاد شده است [۱۸]. از جمله این مدل‌ها که در محدوده نرخ کرنش بالا و حالت پلاستیک کامل بکار می‌رود معادله کوپر-سایموند^۷ است که می‌توان آن را به صورت زیر در نظر گرفت [۱۹]:

$$\sigma_{Dym} = \sigma_S \left[1 + \left(\frac{\dot{\varepsilon}}{D} \right)^{1/q} \right] \quad (۶)$$

مقادیر سرعت انبساط و انقباض شعاعی به دست آمد. هرچند محاسبات مطروحه تطابق خوبی را با شبیه‌سازی نشان می‌دهد ولیکن وجود رابطه‌ای تجربی و همچنین تخمین حل تیلور در امواج و به‌کارگیری آن در معادلات تنش را می‌توان از نکات ضعف این تحلیل دانست.

از جمله تحقیقات به عمل آمده در حوزه انفجار می‌توان به انبساط استوانه‌های حاوی مواد منفجره مختلف با توجه به انجام آزمایش‌ها پرداخت. بولا^۱ [۱۴] سرعت انبساط حاصل از روابط گاری [۷] را در چندین ماده منفجره متداول مورد بررسی قرار داد و داده‌های ارزشمندی در خصوص به‌کارگیری مواد منفجره ارائه نمود. اصولاً فن اندازه‌گیری سرعت انبساط استوانه‌های حاوی ماده منفجره در یافتن ضرایب معادلات حالت^۲ یک ماده انفجاری ناشناخته کاربرد فراوانی دارد [۱۵] که این فن به آزمایش سیلندر^۳ موسوم است. با توجه به موارد مطروحه می‌توان اظهار داشت که ارزیابی عملکرد استوانه‌های جدار ضخیم تحت بارگذاری با نرخ بالا با در نظر گرفتن مدل مادی و معادله حالت ماده منفجره و مدل‌سازی رفتار حاکم بر آن از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است.

در این تحقیق، معادلات تعادل و بقای ممنتوم استوانه‌های جدار ضخیم در استوانه آلومینیومی حاوی ماده منفجره مطرح می‌شود. نکته خاص در مدل‌سازی فرآیند حاضر این است که دتونیشن ماده از یک سو آغاز و به سمت انتهای دیگر آن ادامه می‌یابد و در این فرآیند، فشار لحظه‌ای طبق معادله حالت محصولات انفجاری و همچنین استحکام دینامیکی لحظه‌ای ماده تشکیل‌دهنده استوانه لحاظ می‌شود. با توجه به حالت تعادل دینامیکی استوانه و استفاده از قوانین پلاستیسیتیه (برخلاف معیار تسلیم [۱۲]) و اعمال شرایط مرزی، معادله دیفرانسیل سرعت انبساط شعاعی آن استخراج و سایر پارامترهای اصلی آن مانند جابجایی شعاعی، سرعت انبساط، وضعیت تنش شعاعی و محیطی^۴ و تغییرات استحکام ماده در حین فرآیند، به صورت لحظه‌ای محاسبه و مورد ارزیابی قرار می‌گیرد.

۲- معادلات حاکم

۲-۱- معادلات پایه‌ای استوانه جدار ضخیم

با توجه به شکل (۱) رابطه تعادلی تنش در حالت استاتیک حاصل می‌گردد [۱]:

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0 \quad (۱)$$

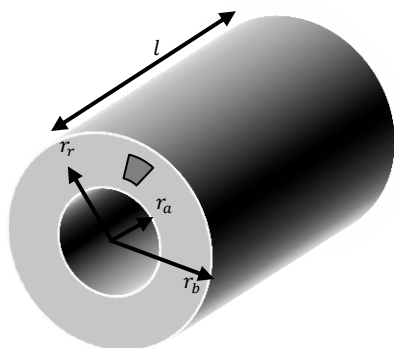
معادله فوق حالت تعادل استاتیک استوانه جدار ضخیم را نشان می‌دهد و در حالت دینامیک و در نظر گرفتن حرکت برای المان شکل (۱)، می‌توان قانون بقای ممنتوم را در نظر گرفت و جمله حاصل ضرب چگالی در شتاب به آن اضافه می‌شود [۱۱].

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = \rho \frac{d\dot{r}}{dt} = \rho \ddot{r} \quad (۲)$$

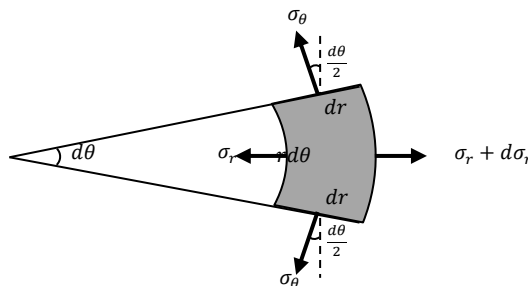
5- High Explosive
6- Dynamic Yield Strength
7- Cowper-Symonds

1- Bola
2- Equation of State
3- Cylinder Test
4- Radial and tangential Stress

بر تئوری بارگذاری دینامیکی در حالت پلاستیک صلب است و بر همین اساس وابستگی نرخ کرنش به تنش تسلیم را بیان می‌دارد.



که D و q ضرایب ثابتی هستند که از انجام آزمایش‌های تجربی استخراج می‌شوند و σ_S مقاومت تسلیم استاتیکی و σ_{Dym} استحکام دینامیکی و یا تنش سیلان ماده است. این مدل بر پایه فرضیاتی مبنی



شکل ۱- المانی از یک جسم استوانه‌ای شکل به همراه مؤلفه‌های مربوطه.

$$S_{ij}S_{ij} = \frac{1}{3}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]$$

$$= \frac{2}{3}\sigma^2 \quad (8)$$

$$\dot{\epsilon}_{ij}\dot{\epsilon}_{ij} = \lambda^2 S_{ij}S_{ij} = \frac{2}{3}\lambda^2 \sigma^2$$

۳- روش تحقیق

۳-۱- مفروضات مسئله

در این تحقیق، برخی از ساده‌سازی‌ها و فرضیات به شرح ذیل صورت گرفته است:

- فرض می‌گردد که دتوئیشن به صورت نقطه‌ای از یک سوی استوانه آغاز و در امتداد محور استوانه سمت دیگر پایان می‌یابد.
- در تحلیل تئوری، قوانین سیلان لوی مایسز در نظر گرفته شده است که در این قوانین از اثرات کرنش الاستیک صرف نظر می‌شود.
- برای بررسی مدل استحکام دینامیکی ماده رابطه کوپر-سایموند انتخاب شده است و از این‌رو تنش سیلان تسلیم وابسته به نرخ کرنش و مستقل از کرنش سختی و تغییرات دمایی است.
- از تغییرات چگالی ماده و نیز اثرات بارگذاری موج شوک صرف نظر شده است.
- فرض می‌شود که در فرآیند انبساط، استوانه دچار شکست نمی‌شود.

۳-۲- تحلیل تئوری فرآیند

در تئوری لوی-مایسز فرض می‌گردد که کار سختی در حین فرآیند تغییر شکل وجود نداشته باشد و از کرنش الاستیک ϵ^e صرف نظر می‌شود. بنابراین کرنش پلاستیک برابر کل کرنش در نظر گرفته می‌شود و افزایش جزئی کرنش $d\epsilon$ (و یا به طور معادل نرخ آن $\dot{\epsilon}$) در راستای محور تنش σ است. از آنجایی که محورهای اصلی تنش σ مشابه محورهای تنش انحرافی S است، بنابراین $\dot{\epsilon}$ یا $d\epsilon$ با S همخوان است [۲۰].

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \lambda S_{ij} = \lambda(\sigma_{ij} - P\delta_{ij}) \quad (9)$$

که P بیانگر تنش هیدروستاتیک و λ ضریب تناسب است.

با توجه به به کارگیری معیار تسلیم وون مایسز در این تئوری و با در نظر گرفتن معادله $\frac{1}{2}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2] = \sigma^2$

(σ تنش تسلیم) داریم:

نرخ کرنش (و یا کرنش) مؤثر $\dot{\epsilon}_e$ به صورت زیر تعریف می‌شود [۲۰].

$$\dot{\epsilon}_e = \left(\frac{1}{2}\dot{\epsilon}_{ij}\dot{\epsilon}_{ij}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (9)$$

با توجه به معادلات مطروحه عبارت زیر برای $\dot{\epsilon}$ قابل بیان است:

$$\dot{\epsilon} = \frac{3\dot{\epsilon}_e}{2\sigma} S \quad \text{یا} \quad \dot{\epsilon}_{ij} = \frac{3\dot{\epsilon}_e}{2\sigma} S_{ij} \quad (10)$$

در نتیجه طبق رابطه (۷) مقدار مربوط به λ به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\lambda = \frac{3\dot{\epsilon}_e}{2\sigma} \quad (11)$$

اینوریانت^۱ اول تانسور تنش انحرافی برابر صفر است که بیانگر شرایط تراکم ناپذیری است. در نتیجه:

$$\dot{\epsilon}_{kk} = \lambda S_{kk} = \dot{\epsilon}_r + \dot{\epsilon}_\theta + \dot{\epsilon}_z = 0 \quad (12)$$

با فرض ($\dot{\epsilon}_z = 0$) و با توجه به مفهوم کرنش شعاعی و محوری داریم:

$$\dot{\epsilon}_r = -\dot{\epsilon}_\theta = \frac{\partial \dot{r}_r}{\partial r} = -\frac{\dot{r}_r}{r} \quad (13)$$

با انتگرال‌گیری معادله (۱۲) داریم [۱۱]:

$$b\dot{r}_b = a\dot{r}_a = r\dot{r}_r \rightarrow \dot{r}_r = \frac{\dot{r}_a r_a}{r} = \frac{\dot{r}_b r_b}{r} \quad (14)$$

در نتیجه مقادیر کرنش شعاعی و محوری را می‌توان بر حسب سرعت شعاع داخلی بازنویسی کرد:

$$\dot{\epsilon}_r = -\frac{\dot{r}_a r_a}{r^2} \rightarrow \dot{\epsilon}_\theta = \frac{\dot{r}_a r_a}{r^2}$$

با توجه به معادله (۹)، می‌توان نرخ کرنش مؤثر را بر حسب نرخ کرنش شعاعی در نظر گرفت:

$$\dot{\epsilon}_e = \frac{2}{\sqrt{3}}\dot{\epsilon}_r = \frac{2}{\sqrt{3}}\left(-\frac{\dot{r}_a r_a}{r^2}\right) \quad (15)$$

همان گونه که مشاهده می شود رابطه (۲۵) یک معادله دیفرانسیلی درجه یک غیرخطی^۱ است که با حل آن و در نظر گرفتن شرایط اولیه مسئله و ثابت فرض نمودن آن در هر گام از حل، می توان سرعت انبساط را یافت.

۳-۳- مراحل تحلیل عددی

به منظور در نظر گرفتن پارامترهای هندسی به صورت همسان، شرط معادله (۱۸) بر حسب جداره داخلی بکار می رود. به منظور محاسبه سرعت انبساط لوله طبق معادله (۲۵)، از نرم افزار متلب^۲ استفاده شده است. با توجه به اینکه شعاع استوانه در حین فرآیند انبساط دارای مقادیر متفاوتی است، لذا مقادیر مربوط به استحکام دینامیکی و همچنین فشار داخلی اعمال شده نیز یکسان نیست. بنابراین لازم است حل به صورت گردشی^۳ انجام شود. از آنجایی که دتونیشن ماده منفجره از یک سمت استوانه آغاز و به سمت دیگر گسترش می یابد، لازم است که در ارزیابی گام های زمانی حل مسئله، سرعت انفجار ماده منفجره نیز در نظر گرفته شود. در هر گام از حل مسئله، فشار داخلی اعمال شده به استوانه با توجه به معادله حالت تعیین و استحکام دینامیکی استوانه نیز با توجه به سرعت انبساط و شعاع لحظه ای آن، در معادله دیفرانسیلی مربوطه قرار داده می شود و بر همین مبنا مقدار سرعت به دست می آید. فرآیند تا انبساط سیلندر به مقدار از پیش تعیین شده (استوانه خارجی تعبیه شده) ادامه می یابد. مراحل انجام تحلیل در فلوچارت شکل (۲) نشان داده شده است.

استحکام دینامیکی ماده و یا به عبارتی تنش سیلان دینامیکی را می توان با در نظر گرفتن نرخ کرنش معادل به صورت لحظه ای و استفاده از معادله (۶)، بدست آورد. با به کارگیری این فن، اثرات نرخ کرنش سختی لحاظ می گردد. اصولاً به منظور در نظر گرفتن نرخ کرنش و بارگذاری دینامیکی لازم است که تنش معادل را با تنش دینامیکی یکسان در نظر گرفت و با توجه به تغییر شکل پلاستیک، مقدار آن را بالاتر از تنش تسلیم ماده لحاظ نمود [۲۱].

ماده مورد تحقیق، استوانه از جنس آلومینیوم آلیاژی ۲۰۲۴ به شعاع داخلی، خارجی و طول به ترتیب ۱۲ و ۱۸ و ۲۰۰ میلی متر، دارای چگالی ۲۷۸۰ کیلوگرم بر مترمکعب است. انبساط استوانه تا مقدار از پیش تعیین شده $R_c=300$ میلی متر ادامه می یابد. ثوابت D و q طبق رابطه (۶) برابر ۶۴۰۰ و ۰/۲۵ و مقاومت تسلیم استاتیکی ماده برابر ۲۶۰ مگا پاسکال است [۲۱].

با دیفرانسیل گیری مجدد از رابطه (۱۴) نتیجه زیر حاصل می گردد:

$$\dot{r} = \frac{\dot{r}_a^2}{r} \left(1 - \frac{1}{r^2}\right) + \frac{r_a}{r} \dot{r}_a \quad (16)$$

با فرض ثابت ماندن حجم المانی از جسم در حین فرآیند انبساط، می توان حجم استوانه در هر لحظه از فرآیند را با حجم اولیه آن برابر دانست. یعنی [۱۱]:

$$V = \pi(r_b^2 - r_a^2) = \pi(r_{b0}^2 - r_{a0}^2) \rightarrow r_b^2 - r_a^2 = r_{b0}^2 - r_{a0}^2 \quad (17)$$

$$r_b = (r_{b0}^2 - r_{a0}^2 + r_a^2)^{\frac{1}{2}} \quad (18)$$

که r_b و r_a شعاع داخلی و خارجی استوانه و r_{b0} و r_{a0} شعاع های اولیه قبل از انبساط است.

با توجه به معادله (۱۱) و استفاده از مدل مادی (۸) داریم:

$$\lambda = \frac{3}{2} \frac{\dot{\epsilon}_p}{\sigma_{Dyn}} = \frac{3}{2} \frac{\dot{\epsilon}_p}{\sigma_s \left[1 + \left(\frac{\dot{\epsilon}_p}{D}\right)^{1/q}\right]} \quad (19)$$

$$= \sqrt{3} \frac{\dot{\epsilon}_r}{\sigma_s \left[1 + \left(\frac{2\dot{\epsilon}_r}{\sqrt{3}D}\right)^{1/q}\right]}$$

با توجه به معادله (۷) می توان نوشت:

$$\sigma_r + P = \frac{\dot{\epsilon}_r}{\lambda} = \frac{\dot{\epsilon}_r}{\sqrt{3} \frac{\dot{\epsilon}_r}{\sigma_{Dyn}}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \sigma_{Dyn}$$

$$= \sigma_s \frac{\sqrt{3}}{3} \left[1 + \left(\frac{2\dot{\epsilon}_r}{\sqrt{3}D}\right)^{1/q}\right]$$

$$\sigma_\theta + P = -\frac{\dot{\epsilon}_\theta}{\lambda} = \frac{-\dot{\epsilon}_\theta}{\sqrt{3} \frac{\dot{\epsilon}_\theta}{\sigma_{Dyn}}} = -\frac{\sqrt{3}}{3} \sigma_{Dyn} = -\sigma_s \frac{\sqrt{3}}{3} \left[1 + \left(\frac{2\dot{\epsilon}_\theta}{\sqrt{3}D}\right)^{1/q}\right]$$

در نتیجه:

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} = \frac{\sqrt{3}}{3} \frac{\partial \sigma_{Dyn}}{\partial r} - \frac{\partial P}{\partial r} \quad (20)$$

$$\frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = \frac{2\sqrt{3}}{3} \frac{\sigma_{Dyn}}{r} \quad (21)$$

بنابراین معادله حرکت (۲)، با در نظر گرفتن معادله شتاب (۱۶) و همچنین معادلات (۲۰) و (۲۱) به صورت زیر تبدیل می گردد:

$$\frac{\partial P}{\partial r} = \frac{-2\sqrt{3}}{3} \frac{\sigma_{Dyn}}{r} + \frac{\sqrt{3}}{3} \frac{\partial \sigma_{Dyn}}{\partial r} \quad (22)$$

$$- \rho \left(\frac{\dot{r}_a^2}{r} + \frac{r_a}{r} \dot{r}_a - \frac{r_a^2}{r^3} \dot{r}_a^2 \right)$$

با انتگرال گیری معادله (۲۲) و اعمال شرایط مرزی کلی $\sigma_r = -P_a$ در $r = a$ و $\sigma_r = -P_o$ در $r = b$ داریم:

$$P_o - P_i = \frac{-2}{3\sqrt{3}} \sigma_{Dyn} \ln \frac{r_b}{r_a} + \rho (\dot{r}_a^2 + r_a \dot{r}_a^2) \ln \frac{r_b}{r_a} \quad (23)$$

$$+ \frac{1}{2} \rho \dot{r}_a^2 r_a^2 \left(\frac{1}{r_b^2} - \frac{1}{r_a^2} \right)$$

$$\sigma_r = -\frac{2\sqrt{3}}{3} \sigma_{Dyn} \ln \frac{r_r}{r_a} + \rho (\dot{r}_a^2 + r_a \dot{r}_a^2) \ln \frac{r_r}{r_a} \quad (24)$$

$$+ \frac{1}{2} \rho \dot{r}_a^2 r_a^2 \left(\frac{1}{r_r^2} - \frac{1}{r_a^2} \right) - P_i$$

در نتیجه:

$$\dot{r}_a + \dot{r}_a^2 \left[\frac{1}{r_a} + \frac{r_a^2 - r_b^2}{2r_a r_b^2} \ln \frac{r_b}{r_a} \right] = \left[\frac{(P_o - P_i)}{\rho r_a \ln \frac{r_b}{r_a}} + \frac{2\sigma_{Dyn}}{\sqrt{3}\rho a} \right] \quad (25)$$

1- Non-Linear First Order

2- Matlab

3- Iterative

۴- نتایج و بحث

مقادیر مربوط به شعاع داخلی و خارجی و همچنین سرعت استوانه مربوط به تحلیل صورت گرفته بر مبنای مفروضات مطروحه در جدول (۲) و همچنین به صورت گراف‌هایی در ادامه، ارائه شده است.

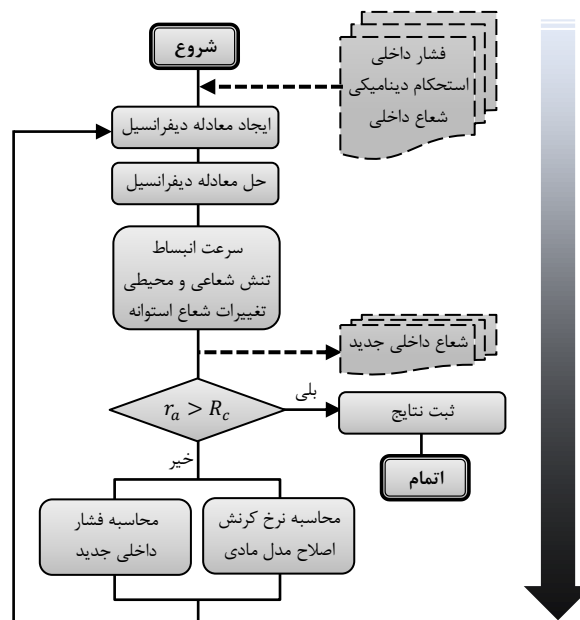
زمان فرآیند انبساط استوانه تا رسیدن به استوپر (R_c) و توقف آن در تحلیل عددی حدود ۴۱ میکروثانیه است و این در حالی است که طبق شبیه‌سازی زمان شروع انبساط استوانه تا پایان آن حدود ۴۳ میکروثانیه پس از دتونیشن است. طبق شبیه‌سازی انجام شده زمان شروع دتونیشن و رسیدن موج شوک به جداره داخلی استوانه $1/88$ میکروثانیه طول می‌کشد که لازم است در نمودارهای ترسیم شده در تحلیل عددی نسبت به شبیه‌سازی، این زمان مدنظر قرار گیرد. همچنین بخشی از فرآیند انبساط از زمان حدود ۱۴ تا ۲۷ میکروثانیه در وسط طول استوانه، در نمودارها نشان داده شده است. در شکل‌های طیفی، تغییرات مربوط به نقطه‌ای در وسط استوانه (در طول برابر $0/1$ متر) بزرگ‌نمایی شده و در سمت راست نمودار، قرار داده شده است. مقیاس تغییرات پارامتر مورد بررسی به صورت گراف میله‌ای و طیفی در زیر هر گراف ترسیم شده است.

در شکل (۴)، نمودار تغییرات شعاع خارجی استوانه در حین فرآیند و حاصل از تحلیل عددی و در شکل (۵) تغییرات شعاع داخلی و خارجی حاصل از تحلیل عددی با نتایج متناظر از شبیه‌سازی نشان داده شده است. لازم به توضیح است که زمان نشان داده شده در شکل (۵) از لحظه رسیدن فشار به سطح داخلی و شروع انبساط مکان مربوطه در نظر گرفته شده است.

طبق نمودارها و جدول (۲) مشخص می‌گردد که رفتار انبساط شعاعی استوانه در شبیه‌سازی و تحلیل تئوری دارای روندی یکسان است. همان‌گونه که ملاحظه می‌گردد، درصد خطای مقادیر شعاع خارجی در تحلیل با مقدار حاصل از شبیه‌سازی $0/41\%$ - اختلاف دارد و می‌توان اظهار داشت که در برآورد مقادیر جابجایی شعاعی، روابط تحلیلی تطابق فوق‌العاده خوبی با شبیه‌سازی را نشان می‌دهد.

نکته دیگری که می‌توان دریافت این است که اختلاف شعاع داخلی و خارجی در طول فرآیند کاهش می‌یابد به عبارتی دیگر ضخامت استوانه کاهش می‌یابد و این با فرضیات در نظر گرفته شده در معادله (۱۷)، تطابق و سازگاری دارد.

تغییرات سرعت شعاع داخلی استوانه در کل فرآیند با توجه به تحلیل عددی به عنوان کلیدی‌ترین نتیجه، در شکل (۶) نشان داده شده است. در شکل (۷) نمودار تغییرات سرعت حاصل از تحلیل عددی در مقایسه با نتایج حاصل از شبیه‌سازی نرم‌افزاری به همراه نرخ کرنش ایجاد شده نشان داده شده است. همان‌گونه که از شکل (۷) پیداست، نمودار حاصل از تحلیل در مقایسه با نمودارهای مربوط به شبیه‌سازی در برآورد سرعت انبساط و نرخ کرنش، روندی مشابهی دارد. سرعت شعاعی در انتهای انبساط به یک مقدار حدی بنام سرعت گاری [۷۶] که مقدار آن در این مسئله حدود 1250 متر بر ثانیه است، همگرا می‌شود.



شکل ۲- مراحل مربوط به انجام تحلیل.

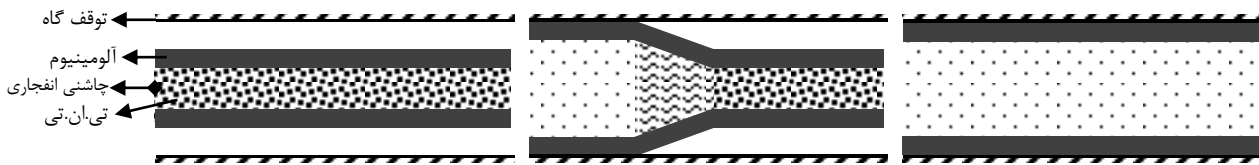
۴-۳- شبیه‌سازی

در گام بعدی تحقیق، شبیه‌سازی با استفاده از نرم‌افزار اتوداین^۱ انجام شده است. مدل‌سازی در حالت دوبعدی متقارن محوری مانند شکل (۳) انجام شده است. با توجه به مفروضات مسئله، خرج انفجاری به صورت نقطه‌ای و از یک سمت آغاز و ادامه می‌یابد. ماده منفجره مورد استفاده تی‌ان‌تی و دارای معادله حالت JWL فرض می‌گردد که ثوابت آن در جدول (۱) ارائه شده است.

مش‌بندی ماده منفجره و هوای پیرامونی با توجه به تغییر شکل‌های بسیار گسترده و به منظور جلوگیری از واپس‌پش‌المان‌ها، به صورت اوپلری و مش‌بندی ماده تشکیل‌دهنده استوانه لاگرانژی، انتخاب شده است [۲۲].

جدول ۱- مشخصات ماده منفجره تی‌ان‌تی و ضرایب مورد استفاده در معادله JWL [۲۲].

۱۶۳۰	چگالی (Kg/m^3)
۶۹۳۰	سرعت دتونیشن D (m/s)
۲۱۰	فشار چاپمن-جوگت P_0 (GPa)
$6/0 \times 10^6$	انرژی ویژه بر واحد حجم (KJ/m^3)
۴/۱۵	R1
۰/۹۵	R2
۰/۳	Ω
۳۷۳/۷۷	A (GPa)
۳/۷۴۷۱	B (GPa)
۱/۷	ثابت گاز γ

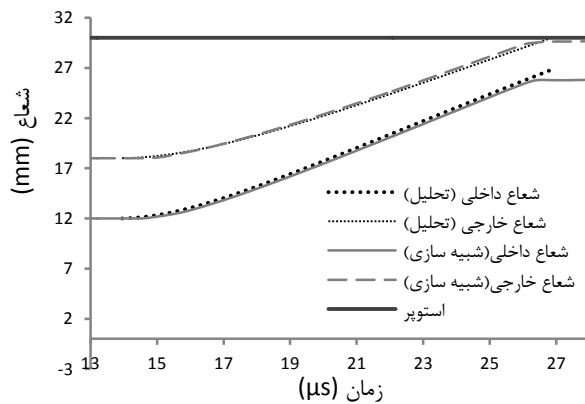


شکل ۳- چیدمان آزمایش استوانه و مکان مربوط به نقاط دتونیشن.

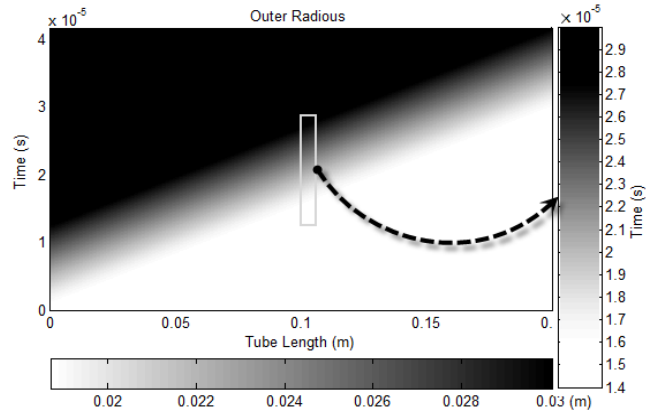
جدول ۲- مقادیر مربوط به شعاع داخلی و سرعت استوانه در تحلیل و شبیه سازی (در 1=100 میلی متر).

زمان فرآیند انبساط استوانه (میکروثانیه)									
میانگین	۲۷	۲۵	۲۳	۲۱	۱۹	۱۷	۱۵		
شعاع خارجی (mm)	تحلیل	۲۹/۹۷	۲۷/۶۵	۲۵/۳۴	۲۳/۱۲	۲۱/۰۶	۱۹/۳۰	۱۸/۱۷	شعاع خارجی (mm)
	شبیه سازی	۳۰/۰۱	۲۷/۹۲	۲۵/۵۷	۲۳/۳۱	۲۱/۲۰	۱۹/۳۵	۱۸/۰۵	
	خطا	-۰/۴۱٪	-۰/۱۰٪	-۰/۹۴٪	-۰/۸۶٪	-۰/۸۰٪	-۰/۶۵٪	-۰/۲۳٪	
سرعت داخلی (ms ⁻¹)	تحلیل	۱۱۶۴/۷۲	۱۱۹۶/۱۳	۱۲۰۸/۵۱	۱۱۹۳/۰۰	۱۱۳۰/۸۶	۹۴۴/۱۶	۴۱۳/۵۶	سرعت داخلی (ms ⁻¹)
	شبیه سازی	۹۱/۷۲	۱۲۲۲/۱۹	۱۱۹۳/۰۹	۱۱۳۸/۵۹	۱۰۴۴/۲۳	۸۷۹/۴۵	۲۲۶/۳۲	
	خطا	۳/۹۲٪	۱۱۸۹/۶۶٪	-۲/۱۲٪	۱/۲۹٪	۴/۷۷٪	۸/۲۹٪	۷/۳۵٪	
نرخ کرنش شعاع داخلی (s ⁻¹)	تحلیل	۳۳۸۵۲/۹۴	۴۳۲۵۰/۸۸	۴۷۶۷۳/۹۸	۵۱۵۹۳/۹۲	۵۳۶۹۳/۹۲	۴۸۹۰۸/۶۶	۲۲۷۵۶/۸۹	نرخ کرنش شعاع داخلی (s ⁻¹)
	شبیه سازی	۲۸۷۵/۲۵۳	۴۴۷۶۷/۱۹	۴۷۹۵۷/۴۴	۵۰۵۱۳/۵۲	۵۱۳۲۳/۳۵	۴۷۷۷۴/۱۳	۱۴۰۶۵/۳۳	
	خطا	۱/۰۳٪	۱۲۵۱/۲۸۸٪	-۳/۳۸٪	-۰/۵۹٪	۲/۱۳٪	۴/۶۱٪	۲/۳۷٪	

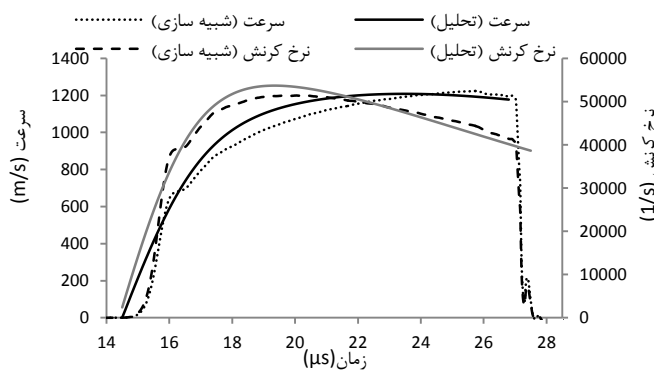
* به دلیل پراکندگی زیاد مقادیر، درصد خطای موجود در مکان هاشور خورده در میانگین گیری لحاظ نشده است.



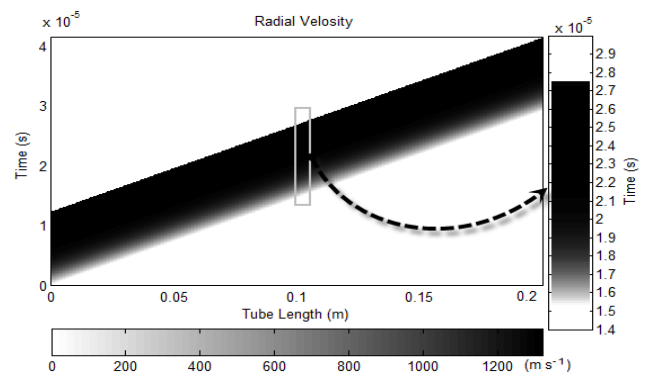
شکل ۵- نمودار تغییرات شعاع داخلی و خارجی استوانه حاصل از روش تحلیلی در مکان وسط استوانه در مقایسه با شبیه سازی.



شکل ۴- نمودار شعاع خارجی استوانه در حین فرآیند حاصل از روش تحلیلی.

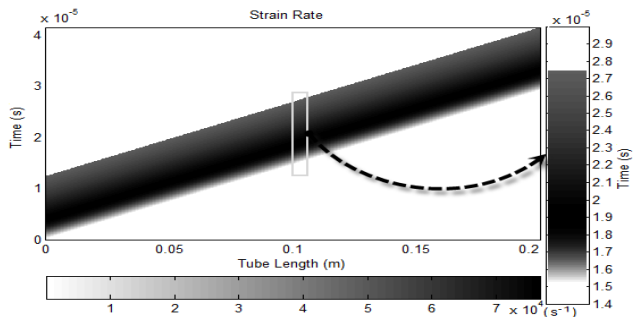


شکل ۷- نمودار تغییرات سرعت شعاعی و نرخ کرنش حاصل از روش تحلیلی و شبیه سازی نرم افزاری در مکان وسط استوانه مربوط به شعاع داخلی.

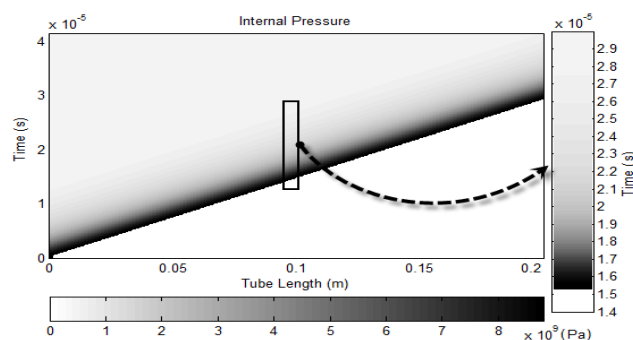


شکل ۶- نمودار سرعت شعاع داخلی استوانه در کل فرآیند حاصل از روش تحلیلی.

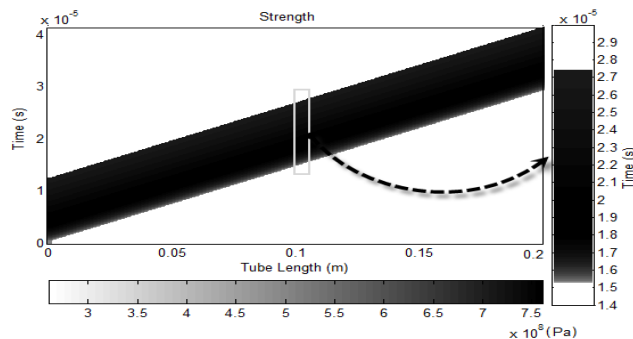
همان گونه که ملاحظه می‌گردد، انبساط استوانه پس از برخورد با استوپر، با زاویه مشخصی ادامه می‌یابد.



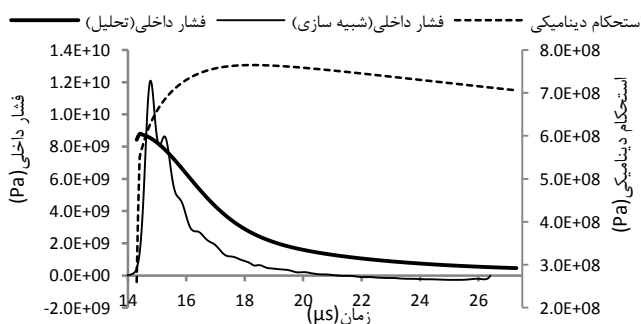
شکل ۸- نمودار نرخ کرنش ماده در فرآیند حاصل از روش تحلیلی در سرتاسر استوانه مربوط به شعاع داخلی استوانه.



شکل ۹- نمودار فشار داخلی استوانه در کل فرآیند حاصل از روش تحلیلی.



شکل ۱۰- نمودار تغییرات استحکام استوانه در حین فرآیند حاصل از روش تحلیلی.



شکل ۱۱- نمودار تغییرات استحکام ماده با توجه به معادله (۶) و فشار داخلی معادله (۴) حاصل از روش تحلیلی در مکان وسط استوانه.

هرچند بر مبنای جدول (۲) درصد خطای حاصل از تحلیل تئوری نسبت به شبیه‌سازی نرم‌افزاری در خصوص پارامتر سرعت انبساط، دارای مقدار قابل قبول و نسبتاً دقیق ۳/۹۲٪ است؛ ولیکن عملکرد مربوط به سرعت به دست آمده از شبیه‌سازی دارای رفتار نوسانی است. این بدان دلیل است که موج شوک عبوری درون ماده پس از برخورد با قسمت خارجی استوانه به موج برگشتی تغییر می‌یابد که می‌تواند منجر به کاهش سرعت در مقطعی از زمان گردد. برعکس اگر موج عبوری در راستای حرکت انبساطی استوانه باشد منجر به افزایش سرعت می‌گردد. بنابراین می‌توان گفت که موج شوک عبوری درون ماده، رفتار نوسانی آن را سبب می‌شود.

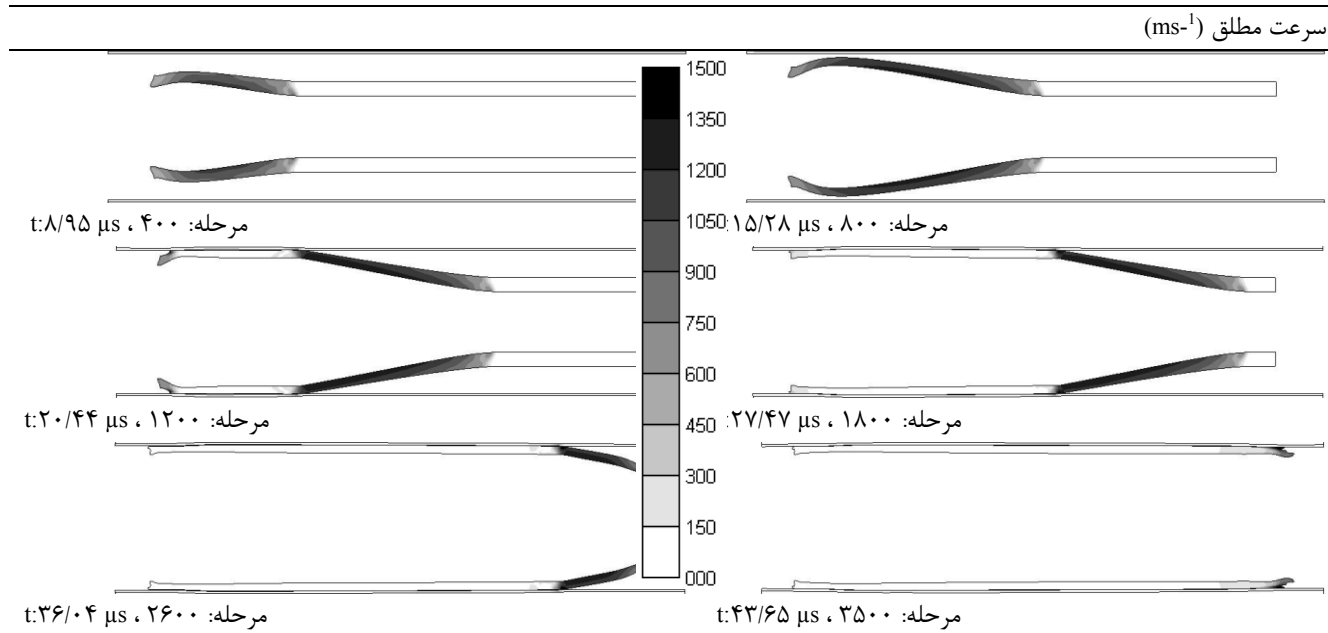
نمودار تغییرات نرخ کرنش انبساط استوانه بر مبنای رابطه (۱۵) به صورت نقطه‌ای در شکل (۷) و به صورت سرتاسری در کل فرآیند در شکل (۸) نشان داده شده است. باملاحظه جدول (۲) می‌توان اظهار داشت که درصد خطای حاصل از روش تحلیلی با مقادیر متناظر حاصل از شبیه‌سازی دارای مقدار بسیار دقیق ۱/۰۳٪ است که از این حیث می‌توان گفت که روش تحلیلی نرخ کرنش فرآیند را به خوبی برآورد نموده است. با توجه به ماهیت مسئله، می‌توان این نکته را دریافت که نرخ کرنش در حین فرآیند ثابت نیست و تابعی از سرعت و شعاع لحظه‌ای استوانه است [۲۳]. همچنین از نمودار شکل (۷) مشخص می‌شود که نرخ کرنش در فرآیند انبساط حدود 60000 s^{-1} افزایش می‌یابد و این مقدار در فرآیندهای شکل دهی انفجاری دور از ذهن نیست.

نمودار مربوط به تغییرات فشار داخلی استوانه حاصل از محصولات انفجاری همچنین استحکام دینامیکی ماده در حین فرآیند و در سرتاسر استوانه به ترتیب در شکل (۹) و شکل (۱۰) و تغییرات این دو متغیر به صورت نقطه‌ای در منحنی شکل (۱۱) نشان داده شده است.

طبق تحلیل‌های صورت گرفته فشار داخلی استوانه با توجه به معادله حالت محصولات انفجاری و تغییرات حجم داخلی استوانه، حالت نزولی داشته و از مقدار اولیه ۸/۴۳ گیگاپاسکال در شعاع داخلی ۱۲ میلی‌متر به مقدار ۸/۷۸ گیگاپاسکال کمی افزایش می‌یابد و آنگاه پس از ۱۳/۱ میکروثانیه پس از آغاز انبساط، به ۵۴۹ مگاپاسکال در شعاع داخلی ۲۶/۹۳ میلی‌متر تنزل می‌یابد. این موضوع به خوبی از شکل (۱۱) استنباط می‌شود. با توجه به رابطه (۶) و در نظر گرفتن مقدار تغییرات نرخ کرنش، می‌توان مقدار تغییرات استحکام دینامیکی و یا تنش سیلان درون جسم را در حین فرآیند ارزیابی نمود. همان گونه که پیداست، نرخ کرنش اثر مستقیمی بر استحکام دینامیکی ماده دارد و از این‌رو، تغییرات تنش سیلان دینامیکی در راستای تغییرات نرخ کرنش است. این ارتباط موجب می‌گردد که استحکام دینامیکی ماده در حین فرآیند روند افزایشی داشته باشد که به این پدیده اثرات نرخ کرنش سختی^۱ گفته می‌شود. مقدار اولیه استحکام ماده یعنی مقاومت تسلیم استاتیکی برابر با ۲۶۰ مگاپاسکال است که به مقدار ۷۶۵ مگاپاسکال یعنی ۲/۹۴ برابر می‌رسد [۲۱]. در ادامه فرآیند و با توجه به کاهش نرخ کرنش، مقدار استحکام دینامیکی ماده کاهش پیدا کرده و به مقدار ۷۰۶ مگاپاسکال تنزل می‌یابد. این اثر در شکل (۱۱) نشان داده شده است.

نتایج حاصل از شبیه‌سازی در شکل (۱۲) نشان داده شده است.

1- Strain Rate Hardening Effect



شکل ۱۲- مراحل مختلف شبیه‌سازی فرآیند انبساط لوله (کانتور سرعت)

۵- نتیجه‌گیری

در این تحقیق، پس از بیان معادلات تعادل و ممنتوم و همچنین قوانین پلاستیسیته، با در نظر گرفتن شرایط مرزی، معادله دیفرانسیلی سرعت انبساط شعاعی استخراج شده است. استحکام دینامیکی ماده و فشار محصولات انفجار در هر لحظه متغیر است و با توجه به حل گردشی سرعت انبساط در هر مرحله از تحلیل، محاسبه شده است. با بررسی نتایج تحلیل صورت گرفته در مقایسه با شبیه‌سازی، می‌توان گفت که به‌کارگیری روابط پلاستیسیته نسبت به معیار تسلیم [۱۲] ارزیابی جامع‌تر و دقیق‌تری را ارائه می‌نماید. اصولاً انتخاب نوع معادله حالت و مدل مادی باید به گونه‌ای باشد تا بر شرایط و نتایج واقعی منطبق گردد. لیکن از همگرایی نتایج تحلیلی و شبیه‌سازی صورت گرفته می‌توان استنباط کرد که معادله حالت JWL به همراه مدل مادی تجربی و آزمایشگاهی کوپر-سایموند تطابق خوبی را در تحلیل در مقایسه با شبیه‌سازی نشان می‌دهد که با اطمینان می‌توان در محاسبات بکار گرفت. به دلیل وجود ماهیت موج رفت و برگشتی از جداره‌های استوانه، انبساط آن رفتار نوسانی داشته که در شبیه‌سازی نرم‌افزاری مشهود است. لیکن، روند کلی سرعت شعاعی در هر دو حالت تحلیل و شبیه‌سازی مشابه و یکسان است. در تحلیل صورت گرفته تغییر استحکام دینامیکی ماده با توجه به وجود نرخ کرنش و اثر نرخ کرنش سختی بکار گرفته شده و استحکام دینامیکی ماده حدود ۳ برابر مقدار مقاومت تسلیم استاتیکی به دست آمده است. بنابراین لازم است در تحلیل فرآیندهای با نرخ کرنش بالا همواره استحکام دینامیکی ماده و یا تنش سیلان مدنظر قرار داشته باشد.

مراجع

- [1] Paffumi, E.; Taylor, N. "Structural Response of a Large Pressure Vessel to Dynamic Loading"; JRC Sci. Tech. Rep. 2008.
- [2] Akisanya, A. R.; Khan, F. U.; Deans, W.F.; Wood, P. "Cold Hydraulic Expansion of Oil Well Tubulars"; Int. J. Press. Vessels Pip. 2011, 88, 465-472.
- [3] Chen, Y. Z.; Lin, X. Y. "An Alternative Numerical Solution of Thick-Walled Cylinders and Spheres Made of Functionally Graded Materials"; Comput. Mater. Sci. 2010, 48, 3, 640-647.
- [4] Shariyat, M.; Nikkiah, M.; Kazemi, R. "Exact and Numerical Elastodynamic Solutions for Thick-Walled Functionally Graded Cylinders Subjected to Pressure Shocks"; Int. J. Press. Vessels Pip. 2011, 88, 2, 75-87.
- [5] Keles, I.; Naki, T. "Effect of Anisotropy on Axisymmetric Dynamic Response of Thick-Walled Cylinders"; Int. J. Press. Vessels Pip. 2009, 86, 7, 435-442.
- [6] Kennedy, J.; Gurney, E. "Energy of Explosives: Estimation of the Velocity and Impulse Imparted to Driven Metal"; No. SC-RR-70-790, 1970.
- [7] Gurney, R. W. "The Initial Velocities of Fragments from Bombs, Shell and Grenades"; Army Ballistic Research Lab. Aberdeen Proving Ground Md, 1943.
- [8] Avitzur, B.; Kowalski J. "Analytical Model of the High Strain-Rate Expansion of a Hollow Cylinder"; J. Mech. Work Technol. 1988, 16, 299-313.
- [9] Hutchinson, M. D. "With-Fracture Gurney Model to Estimate Both Fragment and Blast Impulses"; Cent. Eur. J. Energetic Mater. 2010, 7, 175-186.
- [10] Predrag, E.; Jaramaz, S.; Micković D. "Modeling of the Metal Cylinder Acceleration under Explosive Loading"; Sci. Tech. Rev. 2013, 63, 39-46.
- [11] Al-Hassani, S. T. S.; Johnson, W. "The Dynamics of the Fragmentation Process for Spherical Shells Containing Explosives"; Int. J. Mech. Sci. 1969, 11, 811-823.

- [16] Baudin, G.; Serradeill, R. "Review of Jones-Wilkins-Lee Equation of State"; In In Proc. of EPJ Web of Conferences EDP Sciences 2010, 10, 21.
- [17] Meyers, M. A. "Dynamic Behavior of Materials"; John Wiley and Sons: Canada, 1994.
- [18] Panov, V. "Modeling of Behavior of Metals at High Strain Rates"; PhD Thesis, Cranfield University, United Kingdom, 2006.
- [19] Cowper, G. R.; Symonds, P. S. "Strain-Hardening and Strain-Rate Effects in the Impact Loading of Cantilever Beams"; Brown Univ. Providence Ri, No. TR-C11-28, 1957.
- [20] Rees, D. "Basic Engineering Plasticity: an Introduction with Engineering and Manufacturing Applications"; Butterworth-Heinemann: United Kingdom, 2006.
- [21] Jones, N. "Structural Impact"; Cambridge University Press: United Kingdom, 1989.
- [12] Bagheri, S. M.; Zamani, J. "Evaluation of Radial Expansion Behavior of Thick-Walled Cylinder Under Internal Explosive Loading With Numerical Analysis"; Modares Mech. Eng. 2015, 15, 251-259 (In Persian).
- [13] Duowang, T.; Chengwei, S.; Wang, Y. "Acceleration and Viscoplastic Deformation of Spherical and Cylindrical Casings under Explosive Loading"; Propell., Explos., Pyrotech. 2003, 28, 43-47.
- [14] Bola, M. S.; Madan, A. K.; Singh, M. "Expansion of Metallic Cylinders under Explosive Loading"; Defence Sci. J. 2013, 42, 157-163.
- [15] Trzciński, W. A.; Cudzilo, S. "Characteristics of High Explosives Obtained from Cylinder Test Data"; Chinese J. Energetic Mater. 2006, 14, 1-7.