

مدل جبهه موج شوک قوی در مواد

جامد بلوری با تنش تسلیم پایین

محمد حلاجی ثانی^۱، جمال زمانی^{۲*}، مجید سید صالحی^۳، جوز البلدا ویتوریا^۴

۱- دانشجوی دکتری ۲- استاد ۳- استادیار دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی ۴- استاد دانشگاه پلی تکنیک والنسیا

(تاریخ وصول: ۹۴/۹/۲۲، تاریخ پذیرش: ۹۵/۱/۲۸)

چکیده

در این مقاله، رابطه بین تنش و زمان یا مکان در پروفیل موج شوک قوی یکنواخت و پارامترهای مؤثر در پروفیل موج شوک قوی یکنواخت در مواد جامد فلزی مورد مطالعه قرار گرفته است. ابتدا پارامترهای مؤثر در تغییر شکل ماده خالص شنا سایی و رابطه بین آنها معلوم شد. سپس با انجام فرض‌هایی ساده کننده معادله تغییر تنش به دست آمد. در مرحله بعد سختی‌های ماده مورد بحث واقع شده و با ساده سازی در معادله قرار گرفتند. با بی بعد سازی، پارامترهای مؤثر در موج شوک قوی یکنواخت به دست آمدند. نتایج حل معادله بی بعد پروفیل موج شوک یکنواخت را شبیه سازی می کند، تخمینی از زمان صعود جبهه موج شوک قوی و ضخامت جبهه موج را می دهد و نشان می دهد که نرخ کرنش بیشینه نزدیک مرکز پروفیل موج شوک روی می دهد. داده های تجربی و شبیه سازی نشان می دهد وقتی تنش برشی الاستیک از مقاومت شبکه بیشتر می شود، یک پله کوچک در پروفیل سرعت-زمان ذره ایجاد می شود.

واژه های کلیدی: پروفیل موج شوک قوی یکنواخت، نرخ کرنش، مدول حجمی، ضخامت موج، زمان صعود موج.

Intense Shock Wave Model in Crystalline Solid Materials Having Low Yield Stress

M. Hallajisany¹, J. Zamani^{2*}, M. Seyedsalehi³, J. Albelda Vitoria⁴

1,2,3-K.N.Toosi University of Technology, 4 - Polytechnic University of Valencia

(Received: 12/13/2015, Accepted: 4/16/2016)

Abstract

In this article, the stress-time or speed-time relation for a steady intense shock wave front and effective parameters on it in solid metals (except alkaline metals) were studied. Firstly, the parameters relevant to the deformation of a pure material were identified and a relation between them was found. Then, with simplifying assumptions, a stress change equation was obtained. Afterwards, the modulus of the material was considered and after some simplification, it was substituted in the equation. After non-dimensionalization, effective parameters for a loading by an intense shock wave were obtained. The results of solving the dimensionless equations simulated the profile of the shock loading, gave the approximated rise time and width of the strong shock wave front and helped to explain that the maximum strain rate occurred near the center of the shock wave profile. It was shown that when the local shear stress is higher than the lattice strength, a small step is formed on the particle velocity-time profile.

Keywords: Steady Intense Shock Wave Profile, Strain Rate, Bulk Modulus, Wave Width, Wave Rise Time.

۱- مقدمه

قانون‌های پلاستیسیته و دینامیک نابجایی نشان دادند که برای فلزهای با ساختار مکعبی مرکز توپر، در محدوده نرخ کرنش بسیار بالا، نرخ کرنش از رابطه ارائه شده سگل و گرادای پیروی می‌کند [۱۹]. گروه‌ورست و همکاران وی دستگاهی برای آزمایش و اندازه‌گیری پروفیل سرعت-زمان ماده در سرعت‌های برخورد بسیار بالا ساختند و به صورت تجربی نشان دادند که در بارگذاری با تنش اعمالی بسیار بالا، نرخ کرنش نیز از رابطه سگل-گرادای پیروی می‌کند و رابطه سگل-گرادای در محدوده بزرگ‌تری تا نرخ کرنش $10^1 \times 1/6$ اعتبار دارد [۱۰]. مالیجین و همکاران وی با استفاده از رابطه سگل-گرادای و رابطه‌های دینامیک نابجایی پارامترهای موج شوک را به صورت تحلیلی استخراج کردند و معادله‌ای برای پروفیل موج شوک قوی ارائه دادند [۱۱]. اعتمادی و همکاران وی بر اساس دیدگاه ریزساختاری و با استفاده از تئوری نابجایی، مدلی تئوری برای بررسی سی‌پا سخ بارگذاری جبهه موج شوک پایدار در فلزهای FCC ارائه دادند [۱۲].

تحقیق انجام شده به درک بیشتر رفتار مواد خالص بلوری دارای تنش تسلیم پایین در بارگذاری موج شوک قوی و یا موج شوک پلاستیک کمک می‌کند. در این تحقیق، مدول شوک پلاستیک ماده متغیر در نظر گرفته شده و رابطه‌ای بر اساس بسط سری تیلور و استفاده از روش کمترین مربعات برای آن‌ها به دست آمده است که در محدوده بارگذاری انفجاری با دقت مناسب مدول حجمی لاگرانژی در امتداد هوگونویوت پلاستیک مدل می‌شود. معادله تغییر تنش در موج شوک قوی یکنواخت برای فلزهای دارای تنش تسلیم پایین با توجه به حالت‌های سختی میانگین و تغییر سختی‌ها حل شده و جوابی برای آن‌ها ارائه می‌شود که این جواب برای حالت سختی میانگین، زمان صعود جبهه موج شوک قوی یکنواخت را با دقت مناسب ارائه می‌دهد و برای حالت سختی متغیر، به‌خوبی پروفیل موج شوک قوی یکنواخت را برای فلزهای دارای تنش تسلیم پایین و ناحیه بالای پروفیل موج شوک پلاستیک را شبیه‌سازی می‌کند. پروفیل صعود موج شوک قوی یکنواخت با توجه به مدول پلاستیک بررسی می‌شود. مدل نشان می‌دهد که برای ماده‌ای مانند آلومینیوم که از رابطه توان چهار سگل-گرادای پیروی می‌کند، در بارگذاری موج شوک قوی یکنواخت؛ در نیمه پایین پروفیل سرعت-زمان ذره، نرخ کرنش متناسب با مدول حجمی لاگرانژی در امتداد هوگونویوت پلاستیک است. نشان داده می‌شود که وقتی تنش برشی محلی الاستیک از مقاومت شبکه بیشتر می‌شود، یک گام کوچک در پروفیل سرعت-زمان ذره ایجاد می‌شود. در موج شوک قوی یا موج شوک پلاستیک یکنواخت، مشتق‌گیری از معادله تغییر تنش و برابر صفر قرار دادن معادله، تنشی را که در آن بیشترین نرخ کرنش وجود دارد، می‌دهد و نشان داده می‌شود که بیشترین نرخ تغییر تنش و کرنش نزدیک مرکز پروفیل جبهه موج شوک قوی پایدار وجود دارد. همچنین مدل موج شوک قوی یکنواخت برای موج شوک پلاستیک نشان می‌دهد که هراندازه دامنه تنش بیشتر شود، مدل با دقت بیشتری می‌تواند پروفیل موج شوک پلاستیک را شبیه‌سازی کند.

وقتی تنش فشاری در ماده‌ای از تنش تسلیم به مقدار زیادی بیشتر می‌شود، ماده مقداری متراکم می‌شود و این تراکم باعث تغییر سرعت موج در ماده می‌شود و چنانچه سرعت موج در حالت متراکم‌تر نسبت به حالت اولیه افزایش یابد، با عبور موج در ماده، شیب جبهه موج تندتر می‌شود و هر چه بیشتر موج در ماده پیش برود، شیب جبهه موج تندتر می‌شود تا جایی که بر اثر برهمکنش بین اثرهای غیرخطی چسبندگی و رابطه تنش-کرنش-نرخ کرنش تعادل به وجود می‌آید و دیگر شیب جبهه افزایش نمی‌یابد. به این جبهه موج، جبهه موج شوک یکنواخت می‌گویند. وقتی که سرعت موج در فشار اعمالی از سرعت صوت در فشار صفر و تنش بارگذاری از تنش تسلیم بیشتر باشد، موج شوک قوی می‌تواند تشکیل شود. وقتی که سرعت موج شوک پلاستیک برابر یا بزرگ‌تر از سرعت موج شوک الاستیک است، موج شوک قوی در ماده تشکیل می‌شود. چنانچه پروفیل موج شوک طی عبور از ماده تغییر نکند، جبهه موج شوک یکنواخت است. در حالت ساده با فرض اینکه سرعت موج به نرخ کرنش وابسته نیست، جبهه موج کاملاً عمودی می‌شود ولی در حالت واقعی که سرعت موج علاوه بر کرنش به نرخ کرنش نیز وابسته است، جبهه موج کاملاً عمودی نمی‌شود ولی شیب تندی پیدا می‌کند که هرچه تنش اعمال شده بیشتر باشد، شیب جبهه موج نیز بیشتر است [۱].

تحلیل موج شوک پلاستیک موضوع تحقیقات زیادی از اواخر نیمه اول قرن بیستم میلادی بوده است. رایلی [۲] و تیلور [۳] هرکدام جداگانه وجود جواب موج پایدار را برای معادله‌های ناویر استوکس تأیید کردند. باند و دووال مفهوم موج شوک پایدار در مواد جامد برای اولین بار مطرح کردند [۴]. بارکر با استفاده از فن تداخل سنج لیزری توسعه یافته برای اولین بار به صورت تجربی موج ساختاریافته پایدار را مورد مطالعه قرار داد [۵]. کلی و جیلیس تحلیل ویسکو-پلاستیک ای ایدئال برای پروفیل موج شوک در حالت پایدار ارائه دادند و تخمین‌های ساده‌ای برای بیشترین نرخ کرنش و ضخامت شوک به دست آوردند [۶]. گرادای با انجام آزمایش‌هایی روی فلزها با ساختارهای بلوری متفاوت و جمع‌آوری داده‌های بعضی سرامیک‌ها و کامپوزیت‌های دارای الگوی سه بعدی مانند پودر آلومینا که فضای خالی آن را رزین اپوکسی پر کرده است، نشان داد که در محدوده نرخ کرنش خیلی بالا برای موج شوک قوی پایدار، نرخ کرنش رابطه‌ای توانی با فشار اعمالی دارد و ثابت توانی برای بیشتر مواد یکسان و برابر چهار است و حاصل ضرب انرژی اتلاف شوک طی بارگذاری در مدت‌زمان صعود موج برای موج شوک قوی ثابت است و با فشار تغییر نمی‌کند [۷]. مولیناری و راولیندران با استفاده از رابطه‌های کشش الاستیک و پلاستیک و معادله تنش-کرنش-نرخ کرنش ماده نشان دادند که در بارگذاری محدوده نرخ کرنش بسیار بالا، نرخ کرنش از رابطه توانی وابسته به فشار تبعیت می‌کند [۸]. آستین و مک‌داول با استفاده از روش عددی و بر مبنای

۲- روش تحقیق

۲-۱- مکانیسم تغییر شکل در نرخ کرنش خیلی بالا

الگوی اصلی تراکم شوک در مواد جامد، رابطه مشاهده شده بین نرخ کرنش یا زمان صعود موج شوک و دامنه تغییر تنش در موج شوک است [۸]. هرچند رابطه بین فشار اعمالی و نرخ کرنش موج شوک پایدار، عبارت اصلی ارائه شده برای نشان دادن خاصیت کلی مواد جامد مختلف نبوده است. کارهای آزمایشگاهی و تحلیلی اولیه روی موج شوک ساختاریافته این پیشنهاد را ارائه می‌دادند که حاصل ضرب انرژی تلف شده در موج و زمانی که در آن تلف می‌شود، تقریباً ثابت است. این حاصل ضرب به عنوان نامتغیر در فرایند شوک پیشنهاد شد که توسط محققین تأیید شد.

در آزمون شوک هوگونیوت در فلزهای خالص که دارای تنش تسلیم پایینی هستند در موج شوک قوی، تغییر شکل پلاستیک همراه با تغییر شکل الاستیک روی می‌دهد و تفکیک ناحیه الاستیک از پلاستیک مشکل است. طی عبور موج از ماده، بلورها متراکم می‌شوند و همچنین به دلیل حالت کرنش یک محوره بودن بارگذاری، تنش اعوجاجی پدید می‌آید که باعث ایجاد تنش و تغییر شکل برشی می‌شود. تنش برشی ایجاد شده فراتر از تنش برشی تسلیم ماده است لذا تغییر شکل پلاستیک نیز روی می‌دهد. عامل اصلی تغییر شکل پلاستیک وجود نابجایی است که نوعی عیب ریزساختاری بشمار می‌رود. در بارگذاری‌های با فشار پایین چگالی نابجایی تغییر نمی‌کند ولی در بارگذاری شدید، به دلیل ناسازگاری کرنشی زیاد ایجاد شده ناشی از ناحیه تراکم یافته و ناحیه تراکم نیافته، چگالی نابجایی افزایش می‌یابد. افزایش چگالی به نوبه خود در مواد باعث افزایش تنش برشی تسلیم و نرخ کرنش پلاستیک می‌شود.

در فلزها در بارگذاری با نرخ کرنش پایین و متوسط، نرخ کرنش پلاستیک طبق رابطه اوراوان با سرعت نابجایی ارتباط دارد و در محدوده بارگذاری نرخ کرنش بالا، عامل غالب در حرکت نابجایی، پسای چسبندگی نابجایی است که به صورت تقریباً خطی سرعت نابجایی را به تنش برشی مرتبط می‌کند لذا نرخ کرنش پلاستیک متناسب با تنش برشی در ماده است و از آنجاکه به دلیل بارگذاری کرنش یک محوره، تنش برشی متناسب با فشار اعمالی است نرخ کرنش پلاستیک متناسب با فشار اعمالی هست.

در موج شوک قوی، بیشتر مواد جامد همگن از رابطه سگل-گرادی پیروی می‌کنند. در این محدوده بارگذاری نرخ کرنش متناسب با توان چهار فشار اعمالی است و توان چهار به نوع ماده و خواص فیزیکی آن ماده بستگی ندارد.

مکانیسم‌های تغییر شکل اتلاف شونده شامل حرکت نابجایی‌ها، نوارهای لغزشی، ریزشکست و برش آدیاباتیک منتشر شونده است [۷]. مکانیسم‌های تغییر شکل خاص در اینجا مطرح نیست. در فلزهای FCC در فشارهای بالا عامل غالب پسای چسبندگی نابجایی و ایجاد نابجایی‌های

هندسی لازم در نزدیکی مرز دانه است [۱۱] و در فشارهای بیشتر از ۵۰ گیگا پاسکال دوقلویی شکل می‌گیرد. در فلزهای HCP به دلیل ساختار بلوری از همان ابتدا دوقلویی تشکیل می‌شود. در فلزهای BCC تغییر شکل پلاستیک همراه با حرکت و ایجاد نابجایی است. در فشارهای اعمالی حدود یک گیگا پاسکال دوقلویی نیز به وجود می‌آید. به هر حال هر سه این ساختارها در بارگذاری موج شوک شدید از رابطه سگل-گرادی پیروی می‌کنند که نشان‌دهنده کلیت رابطه سگل-گرادی برای مواد همگن است. پلاستیک سسته نابجایی معمولی‌ترین مکانیسم تغییر شکل بررسی شده در توضیح موج‌های ساختاریافته و رابطه توان چهار در فلزها است و در اینجا از فلز FCC، آلومینیوم به عنوان نمونه انتخاب شده است و تغییر شکل در اثر حرکت و ایجاد نابجایی بررسی می‌شود. مدل نیز برای دیگر فلزها در موج شوک پلاستیک بررسی می‌شود.

در جبهه موج شوک قوی، دو نوع ناسازگاری کرنشی دیده می‌شود. ناسازگاری به دلیل کاهش حجم ماده که باعث ایجاد فضای باز بین اتم‌ها و تسهیل نفوذ اتم‌ها در یکدیگر و افزایش چگالی نابجایی می‌شود و دیگری ناسازگاری تغییر شکل پلاستیک به دلیل تشکیل نابجایی‌های هندسی لازم در مرز دانه‌ها [۱۱].

۲-۲- رابطه سگل-گرادی

در موج شوک قوی، بیشتر مواد جامد همگن از رابطه سگل-گرادی پیروی می‌کنند. همان‌طور که قبلاً ذکر شد، حاصل ضرب انرژی تلف شده در موج و زمان صعود موج ثابت است و به حالت تنش مانند یکنواخت بودن یا غیریکنواختی بستگی ندارد، درحالی‌که رابطه سگل-گرادی در موج شوک پلاستیک یکنواخت پایدار وجود دارد. برای اینکه موج شوک قوی به شرایط پایدار برسد باید در شرط عدد بلاند [۱۳]

$$\lambda \gg B = 3S \dot{\epsilon}_G \tau_0 \quad (1)$$

آن اندازه‌گیری انجام می‌شود، S ضریب آدیاباتیک بودن در معادله تجربی سرعت شوک خطی، $\dot{\epsilon}_G$ نرخ کرنش بیشینه و C_0 ثابت ماده در معادله تجربی سرعت شوک است. طبق این رابطه برای آلومینیوم در شوک با فشار اعمالی ۴۰/۵ گیگا پاسکال ضخامت یک میکرون برای اندازه‌گیری پروفیل سرعت-زمان ذره برای موج شوک یکنواخت کافی است درحالی‌که برای اندازه‌گیری شوک با فشار اعمالی چهار گیگا پاسکال ضخامت در حدود چند میلی‌متر و برای فشار یک گیگا پاسکال ضخامت در حدود دو متر برای اندازه‌گیری شوک یکنواخت لازم است!

در این محدوده بارگذاری موج شوک قوی پلاستیک پایدار، نرخ کرنش بیشینه پلاستیک متناسب با توان چهار فشار اعمالی است و توان چهار به نوع ماده و خواص فیزیکی آن ماده بستگی ندارد. مطابق رابطه (۱) با تنش اعمالی مرتبط است:

$$\dot{\epsilon}_G = K_p \left(\frac{\sigma_M}{P_0} \right)^4 \quad (1)$$

که K_p ثابت تناسب و σ_M فشار اعمالی و $P_0 = \rho_0 C_0^2$ و V_0 حجم مخصوص اولیه در فشار صفر است.

برای نرخ کرنش پلاستیک در فشارهای پایین رابطه اوراوان به کار می‌رود:

$$\dot{\epsilon}_p = mb\rho_G u \quad (2)$$

که m ضریب جهت و b اندازه بردار برگرز و ρ_G چگالی نابجایی و u سرعت نابجایی است. طبق [۱۴]، رابطه زیر برای چگالی نابجایی‌های هندسی لازم که در بارگذاری موج شوک قوی مهم هستند به دست می‌آید:

$$\rho_G = \rho_G^0 \left[1 - \left(\frac{V}{V_0} \right)^{1/3} \right]^3, \quad \rho_G^0 = \frac{0.4(1-\nu)\pi^2}{\sqrt{2}b^2} \quad (3)$$

که ν ضریب پواسون و ρ_G^0 مقدار ثابت است. در نمودار هوگونویوت برای ماده‌ای که رابطه بین سرعت موج شوک و سرعت ذره آن خطی است،

$$U_s = C_0 + Su_p \quad (4)$$

که U_s سرعت موج شوک پلاستیک و u_p سرعت ذره است. رابطه زیر بین فشار و حجم برقرار است:

$$\nu = \frac{V}{V_0} = 1 - \frac{1}{S} \left\{ \left(1 + \frac{1}{2S} \frac{P_0}{P} \right) - \sqrt{\left(1 + \frac{1}{2S} \frac{P_0}{P} \right)^2 - 1} \right\} \quad (5)$$

برای مقدارهای کوچک فشار در مقایسه با P_0 ، رابطه‌ای خطی بین فشار و حجم برقرار است:

$$V/V_0 \approx 1 - P/P_0 \quad (6)$$

با ترکیب رابطه (۶) با رابطه (۳) می‌توان فرض کرد که در فشارهای پایین:

$$\rho_G \propto P^3 \quad (7)$$

در این محدوده از فشار، سرعت نابجایی به صورت پسیای چسبندگی نابجایی است لذا با فرض رابطه‌ی خطی بین سرعت نابجایی و تنش برشی:

$$u = \frac{b}{B} \tau, \quad \tau = m \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} P \quad (8)$$

B ضریب پسیای چسبندگی نابجایی است. سرعت نابجایی به صورت زیر برحسب فشار به دست می‌آید:

$$u = m \frac{b}{B} \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} P \quad (9)$$

با ترکیب رابطه‌های (۲)، (۳)، (۶) و (۹) نرخ کرنش پلاستیک مطابق رابطه اوراوان به دست می‌آید که برای فشارهای پایین [۱۱]:

$$\dot{\epsilon}_p = K_p \left(\frac{P}{P_0} \right)^4, \quad K_p = \beta \left(\frac{E}{B} \right), \quad \beta = \frac{m^2(1-2\nu)\pi^2}{135\sqrt{2}} \quad (10)$$

برقرار است. در موج شوک برای فشارهای $P \leq 0.1P_0$ رابطه اوراوان جواب دقیقی می‌دهد ولی در موج شوک قوی که رابطه‌های دینامیک پلاستیسیته بر پایه پلاستیسیته کنترل شده توسط جوانه‌زنی است [۹]، از رابطه عمومی‌یافته اوراوان باید استفاده شود [۹]:

$$\dot{\epsilon}_p = mb\rho_G u + mb\dot{\rho}_G \bar{x} \quad (11)$$

۲-۳- موج شوک قوی

موج شوک قوی در تنش‌های بسیار بالا تشکیل می‌شود. تنش که در آن موج شوک قوی تشکیل می‌شود به ریز ساختار ماده حساس است و افزایش چگالی عیب باعث افت شدید تنش می‌شود که در آن موج شوک قوی تشکیل می‌شود. در موج شوک قوی سرعت شوک پلاستیک از سرعت صوت در فشار صفر بیشتر است.

در مواد چند بلوری موج شوک پلاستیک یکنواخت با افزایش تنش به موج شوک قوی تشکیل می‌شود ولی برای مواد تک‌بلور مانند آلومینیوم، طلا، الماس و بلورهای لندارد-جونز^۱، با افزایش تنش، موج شوک پلاستیک به ساختار دو موجی تبدیل می‌شود که در آن سرعت موج شوک پلاستیک با سرعت موج الاستیک برابر است و این دو موج بافاصله ثابتی از یکدیگر حرکت می‌کنند و هر چه تنش اعمالی بیشتر شود از فاصله بین دو موج کاسته می‌شود تا اینکه ساختار دو موجی به ساختار تک موجی تبدیل می‌شود [۱۵]. برای مثال در بلور کامل آلومینیوم، ساختار دو موجی در فشار ۵۱ GPa [۱۵] تشکیل می‌شود و حد الاستیک هوگونویوت پیشینه، مقدار تنش ۲۱/۳ GPa [۱۶] را دارد، درحالی‌که برای نمونه دارای عیب حفره (جای خالی) با غلظت 10^{-3} (اختلاف چگالی ۰/۱٪ با بلور کامل) ساختار دو موجی در فشار ۴۰ GPa [۱۵] تشکیل می‌شود و حد الاستیک پیشینه برابر ۱۲/۶ GPa [۱۶] است. طی عبور موج شوک از ماده، تنش موج پیشروی الاستیک سریعاً افت پیدا می‌کند و به مقدار تعادل خود می‌رسد. در فشار ۴۰ GPa برای آلومینیوم، نرخ کرنش در مرتبه $10^{10} s^{-1}$ است و نسبت σ_{HEL}/σ_M بسیار پایین است لذا می‌توان از حد الاستیک هوگونویوت در این حالت صرف‌نظر نمود.

برای بلور کامل نیکل، ساختار دو موجی در فشار ۱۰۶ GPa [۱۷] تشکیل می‌شود و حد الاستیک پیشینه آن برابر ۴۵ GPa است، درحالی‌که برای نمونه دارای عیب حفره (جای خالی) با غلظت 10^{-3} ساختار دو موجی در فشار ۹۰ GPa تشکیل می‌شود و حد الاستیک پیشینه آن برابر ۳۰ GPa است. لذا می‌توان نتیجه گرفت که ساختار دو موجی و یا موج شوک قوی در تنش‌های بسیار بالا تشکیل می‌شود و نرخ کرنش در این حالت بسیار بالا است و برای فلزهایی که تنش تسلیم پایین دارند، رفتار این‌ها در موج شوک قوی همانند رفتار سیال است. همچنین می‌توان نتیجه گرفت که با افزایش غلظت عیب، از اندازه

اعمالی است؛ اما وقتی تنش σ به تنش اعمالی σ_M نزدیک می‌شود، نرخ کرنش یا نرخ تغییر تنش کاهش می‌یابد و ناگهان صفر نمی‌شود؛ زیرا در مواد واقعی سرعت شوک به نرخ کرنش نیز وابسته است و چون در بارگذاری موج شوک پلاستیک پایدار در مواد همگن، سرعت شوک از طریق رابطه سگل-گرادی به نرخ کرنش وابسته است، لذا شیب پروفیل موج شوک یا نرخ کرنش در موج شوک پایدار نمی‌تواند گسسته باشد [۱]. از طرف دیگر، در بلور کامل که ساختار شبکه به هم نریخته است، در بارگذاری موج شوک، ضخامت جبهه در حد چند اتم ولی در مواد واقعی و در فلزهای تک‌بلوری و چند بلوری در بارگذاری موج شوک پلاستیک قوی، ضخامت جبهه دست‌کم در حد چند صد اتم و یا چند هزار اتم است و عامل اصلی تعیین‌کننده ضخامت شوک، ناسازگاری کرنشی میان ناحیه‌های فشرده شده و فشرده نشده بلور در اثر حرکت نابجایی است. لذا می‌توان نتیجه گرفت که تغییر شکل پلاستیک که عامل اصلی آن حرکت نابجایی است، عامل تعیین‌کننده ضخامت جبهه موج شوک پلاستیک است، پس می‌توان گفت که عامل میراکننده نرخ کرنش، تغییر شکل پلاستیک است که در بارگذاری موج شوک قوی پلاستیک پایدار طبق رابطه (۱۰) به توان چهار تنش بستگی دارد، لذا در رابطه (۱۴) بجای $\dot{\epsilon}$ ، باید از $\dot{\epsilon}_G - \dot{\epsilon}_p$ استفاده کرد. در نتیجه معادله تغییر تنش در موج شوک قوی پلاستیک در حالت پایدار در تنش‌های بالا به صورت معادله زیر درمی‌آید:

$$\dot{\sigma} = K_{vH} (\dot{\epsilon}_G - \dot{\epsilon}_p) \quad (15)$$

$\dot{\epsilon}_G = \dot{V}$ نرخ کرنش حجمی شوک و $\dot{\epsilon}_p$ نرخ کرنش پلاستیک است که از رابطه اوراوان به دست می‌آید. $\dot{\epsilon}_G$ ناسازگاری کرنش حجمی ایجاد شده در اثر موج است، با ترکیب رابطه‌های (۱۰) و (۱۵)، معادله (۱۶) برای تغییر تنش در جبهه موج شوک به دست می‌آید:

$$\dot{\sigma} = K_{vH} (\dot{\epsilon}_G - \dot{\epsilon}_p) = K_{vH} \dot{\epsilon}_G (1 - \dot{\epsilon}_p / \dot{\epsilon}_G) = K_{vH} \dot{\epsilon}_G (1 - (\sigma / \sigma_M)^4) \quad (16)$$

در تحلیل‌های قبلی [۱۱] فرض بر این بود که مقدار ثابت‌های الاستیک تغییر نمی‌کند. در بارگذاری موج شوک شدید تنش اعمالی بسیار بالا است. مدول حجمی لاگرانژی در امتداد هوگونویوت از رابطه (۱۷-الف) [۲۱] و فشار از (۱۷-ب) به دست می‌آید:

تنشی که در آن ساختار دو موجی یا موج شوک قوی تشکیل می‌شود، کاسته می‌شود. در نمونه آزمایش [۱۰] اثری از موج الاستیک برای فشار اعمالی در حدود ۴۰ GPa دیده نمی‌شود و نمی‌توان گفت فاصله‌ای بین موج شوک الاستیک و پلاستیک وجود دارد، به عبارت دیگر غلظت عیب چنان بالا است که موج شوک قوی تشکیل شده است. به هر حال حداقل تنشی که در آن امکان تشکیل موج شوک وجود دارد، تنشی $\sigma_{str-min}$ است که در آن سرعت موج شوک پلاستیک یکنواخت با سرعت صوت در فشار صفر برابر ($U_s = C_{el}^0$) است. تنش $\sigma_{str-min}$ بر طبق رابطه (۱۲) به دست می‌آید:

$$\sigma_{str-min} = \rho_0 C_{el}^0 (C_{el}^0 - C_0) / S \quad (12)$$

جدول (۱) برای بعضی از مواد، حداقل تنشی را می‌دهد که در آن امکان تشکیل موج شوک قوی وجود دارد.

۲-۴- معادله موج شوک قوی یکنواخت

در این مدل فرض بر این است که تنش برشی الاستیک وجود ندارد لذا برای بعضی از مواد کاربرد ندارد. در جبهه موج شوک قوی دو ناحیه دیده می‌شود: الف) ناحیه ایجاد نابجایی‌های هندسی لازم و ب) ناحیه رهاش پلاستیک پشت جبهه موج شوک به خاطر فرایند تکثیر و حذف نابجایی [۱۱]. معادله جبهه موج شوک قوی یکنواخت به صورت زیر است [۱۹]:

$$\sigma = p + 4\tau/3, p = K_{vH} \epsilon, \tau = G(\epsilon_x - 2\epsilon_p) \quad (13)$$

که σ تنش فشاری در جهت اعمال نیرو، τ تنش برشی الاستیک بیشینه، p تنش هیدرواستاتیک، ϵ و ϵ_p و ϵ_x کرنش حجمی ایجاد شده در اثر موج و کرنش پلاستیک کنترل شده توسط نفوذ نابجایی‌ها از منبع و کرنش در راستای بارگذاری، G مدول برشی و K_{vH} مدول حجمی لاگرانژی در امتداد هوگونویوت پلاستیک است. در رابطه (۱۳) برای سادگی فرض بر این است که در فشار بالا تنش برشی الاستیک وجود ندارد ($\sigma = p, \tau = 0$). این مدل مانند مدل سیال ناگرانزو تراکم‌پذیر [۲۰] است. با مشتق‌گیری از معادله (۱۳) نسبت به زمان، معادله اصلی خلاص شدن تنش در جبهه شوک به دست می‌آید:

$$\dot{\sigma} = K_{vH} \dot{\epsilon} \quad (14)$$

طبق رابطه (۱)، نرخ کرنش بیشینه پلاستیک وابسته به توان چهار فشار

جدول ۱- حداقل تنشی که در آن برای بعضی از عناصر امکان تشکیل موج شوک قوی وجود دارد [۱۸].

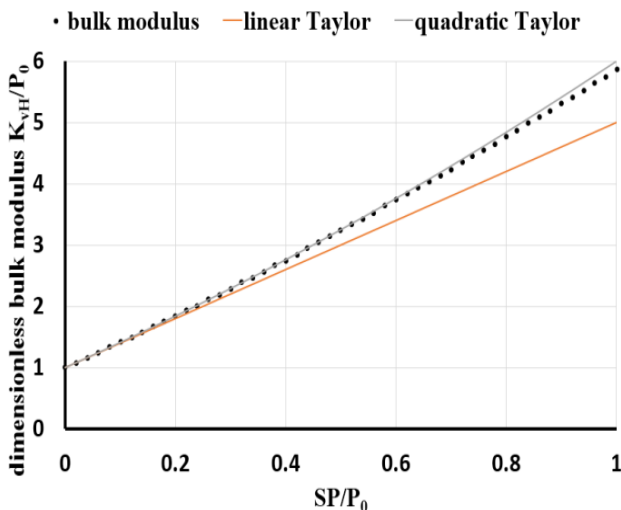
ماده	Al 1100	Cu	Ni	Be	V	U	Mg	Mo	W	Sn	Ta	Ag
$\rho_0 (g/cc)$	۲/۷۱۲	۸/۹۲۴	۸/۸۷۵	۱/۸۵	۶/۰۹۹	۱۸/۹۳	۱/۷۴	۱۰/۲۰۸	۱۹/۲	۷/۲۸۷	۱۶/۶۵۶	۱۰/۴۹
$C_0 (km/s)$	۵/۳۸	۳/۹۱	۴/۵۹	۷/۹۹	۵/۰۷	۲/۵۱	۴/۵	۵/۱۴	۴/۰۴	۲/۵۹	۳/۴۳	۳/۲۷
S	۱/۳۴	۱/۵۱	۱/۴۴	۱/۱۳	۱/۱۹	۱/۵۱	۱/۲۶	۱/۲۲	۱/۲۳	۱/۴۹	۱/۱۹	۱/۵۵
$C_{el}^0 (km/s)$	۶/۳۸	۴/۷۶	۵/۷۹	۱۳/۱۵	۶/۱۵	۳/۴۵	۵/۷۴	۶/۴۴	۵/۲۲	۳/۴۳	۴/۱۶	۳/۷۱
$\sigma_{str-min} (GPa)$	۱۲/۹	۲۳/۹	۴۲/۸۲	۱۱۱	۳۴	۴۰/۶۶	۹/۸۳	۷۰	۹۶/۱	۱۴/۱	۴۲/۵	۱۱

1-4S [۲۱] است، در حالی که پارامترهای این تحقیق در مختصات لاگرانژی است.

معادله (۲۲) برای K_{vH}/P_0 شکل زیر را دارد:

$$K_{vH}/P_0 = 1 + nP \text{ or } K_{vH} = P_0 + n^*P, \quad n^* = 4S + \frac{3}{4} \frac{S^2 \sigma_M}{P_0} \quad (23)$$

داده‌های بعضی از مواد که در این تحقیق بررسی شدند، در جدول (۲) داده شده است.



شکل ۱- نسبت مدول حجمی در فشارهای متفاوت به مدول حجمی اولیه P_0 در برابر SP/P_0 .

ضریب‌های K و q از شکل (۱) [۱۳] استخراج و داده‌های مربوط به فلزهای آلومینیوم، مس، بیسموت و اورانیوم از جدول (۲) [۱۳] گرفته شدند. جدول (۲) نشان می‌دهد که ضریب q دقیقاً برابر ۴ نیست اما به ۴ خیلی نزدیک بوده و رابطه سگل-گرادی بر مبنای ۴ است؛ لذا در محاسبه ضریب K_p در معادله (۱) نمی‌توان از مقدار ثابت برای پارامتر K_p استفاده کرد. برای محاسبه K_p فرض می‌شود که در فشارهای یکسان، نرخ کرنش بر مبنای مدل سگل-گرادی و ضریب‌های K و q با هم برابر هستند و می‌توان از این طریق K_p را به دست آورد:

$$\dot{\epsilon}_G = KP^q = K_p (P/P_0)^4 \Rightarrow K_p = KP^{q-4} P_0^4 \quad (24)$$

$$K_{vH} = - \left. \frac{dP}{dv} \right|_H, \quad v = \frac{V}{V_0} \quad (17-f)$$

$$P = \frac{P_0}{[1-S(1-v)]^2} \quad (17-b)$$

V_0 حجم اولیه است. چون اندازه‌گیری نرخ کرنش در مقالات چاپ شده در سیستم مختصات لاگرانژی است، مدول حجمی لاگرانژی انتخاب شد. با اعمال رابطه (۱۷-الف) در معادله هوگونیوت (۱۷-ب)، معادله مدول حجمی لاگرانژی در امتداد هوگونیوت به دست می‌آید:

$$\frac{K_{vH}}{P_0} = \frac{1+S(1-v)}{[1-S(1-v)]^3} \quad (18)$$

با ترکیب معادله‌های (۵) و (۱۸) می‌توان مدول حجمی لاگرانژی را برحسب فشار نوشت. چنانچه مدول حجمی برحسب فشار نوشته شود آنگاه:

$$\frac{K_{vH}}{P_0} = \frac{1}{2} + 2S \frac{P}{P_0} + \left(1 + 2S \frac{P}{P_0} \right) \sqrt{\left(S \frac{P}{P_0} + \frac{1}{2} \right)^2 - \left(S \frac{P}{P_0} \right)^2} \quad (19)$$

با رسم معادله (۱۹) دیده می‌شود که در محدوده بارگذاری، K_{vH} چند برابر می‌شود لذا فرض ثابت بودن مدول حجمی در امتداد هوگونیوت اشتباه است. در شکل (۱) K_{vH}/P_0 و بسط خطی و بسط درجه‌دو تیلور K_{vH}/P_0 در برابر SP/P_0 نشان داده شده است. از شکل (۱) واضح است که برای $SP/P_0 < 0.2$ K_{vH}/P_0 شکل زیر را دارد:

$$K_{vH}/P_0 = 1 + 4SP/P_0 + \dots \quad (20)$$

و برای $SP/P_0 < 0.7$:

$$K_{vH}/P_0 = 1 + 4SP/P_0 + (SP/P_0)^2 + \dots \quad (21)$$

برای بیشتر فلزها در بارگذاری انفجاری، فشار ایجاد شده کمتر از ۱۶۰ است طوری که $SP/P_0 < 0.7$ ؛ بنابراین K_{vH}/P_0 می‌تواند با بسط درجه‌دو سری تیلور به خوبی تقریب زده شود. برای تنش $SP/P_0 < 0.2$ ، بسط خطی سری تیلور می‌تواند استفاده شود.

برای $SP/P_0 < 0.7$ می‌توان با استفاده از روش کمترین مربعات از تقریب خطی با دقت کمتر استفاده نمود. برای یک سهمی $f_1 = a_1x^2 + a_2x + 1$ در محدوده $0 \leq x \leq x_u$ ، تقریب خطی $y = b_1 + b_2x$ با ثابت نگاه داشتن $b_1 = 1$ ، شکل زیر را دارد:

$$y = 1 + (a_2 + 3a_1x_u/4)x \quad (22)$$

معادله (۲۰) توسط مورناگام [۲۲] برای مدول حجمی برای بارگذاری ایزنتروپیک ارائه شد. در سیستم مختصات اولری، ضریب P/P_0 برابر

جدول ۲- داده‌های مربوط به فلزهای آلومینیوم، مس، بیسموت و اورانیوم [۱۳] و [۱۸].

q	K	S	P ₀ (GPa)	C ₀ (km/s)	ρ ₀ (g/cc)	ماده
۳/۹۴۱	۷۴۲۱/۶	۱/۳۳۷	۷۸/۱۵	۵/۳۸	۲/۷	آلومینیوم
۳/۹۴۱	۷۴۲۱/۶	۱/۳۴	۷۸/۵	۵/۳۸	۲/۷۱۲	آلومینیوم ۱۱۰۰ [۱۸]
۳/۹۶۳	۸۴۳۱/۴	۱/۵۲	۱۳۸/۱	۳/۹۳	۸/۹۴	مس
۳/۹۷۳	۶۱۲۰۶/۸	۱/۴۷۳	۳۲/۸	۱/۸۲۶	۹/۸۳۶	بیسموت
۳/۹۷۴	۸۶/۱۵۹	۱/۵	۱۲۲/۹	۲/۵۵	۱۸/۹	اورانیوم

$$ds/(1-s^4) = dz^* \quad (۳۲)$$

معادله (۳۲) رابطه ساده‌تری نسبت به (۲۸) است و خصوصیات بیشتری از جبهه موج شوک مانند ضخامت جبهه موج شوک و زمان صعود موج را نشان می‌دهد. رابطه (۲۸) جواب دقیق معادله تغییر تنش در جبهه موج شوک را می‌دهد.

با حل رابطه (۳۲)، جواب به صورت تابعی ضمنی زیر به دست می‌آید:

$$\frac{1}{2} \arctan\left(\frac{\sigma}{\sigma_M}\right) + \frac{1}{2} \operatorname{arctanh}\left(\frac{\sigma}{\sigma_M}\right) = \frac{t}{t_w^*} - \frac{x}{w^*} \quad (۳۳)$$

با حل رابطه (۲۸)، جواب به صورت تابع ضمنی زیر به دست می‌آید:

$$\frac{b^*}{a} \ln\left(1 + a \frac{\sigma}{\sigma_M}\right) + c^* \operatorname{arctanh}\left(\frac{\sigma}{\sigma_M}\right) - \quad (۳۴-الف)$$

$$\frac{d}{2} \ln\left(1 - \left(\frac{\sigma}{\sigma_M}\right)^2\right) + e^* \operatorname{arctan}\left(\frac{\sigma}{\sigma_M}\right) +$$

$$\frac{f}{2} \ln\left(1 + \left(\frac{\sigma}{\sigma_M}\right)^2\right) = \frac{t}{t_w} - \frac{x}{w}$$

$$b^* = \frac{-a^4}{1-a^4}, \quad c^* = \frac{1}{2(1-a^2)}, \quad d = \frac{-a}{2(1-a^2)}, \quad (۳۴-ب)$$

$$e^* = \frac{1}{2(1+a^2)}, \quad f = \frac{-a}{2(1+a^2)}$$

معادله (۳۴) شکل جبهه موج شوک پلاستیک خالص بدون مؤلفه انحرافی تنش ($\tau = 0$) را می‌دهد. اگر بسط درجه‌دو سری تیلور مدول حجمی لاگرانژی در امتداد هوگونویوت استفاده شود، رابطه‌های زیر به دست می‌آیند:

$$\frac{ds}{(1+ms+m^2s^2/16)(1-s^4)} = dZ, \quad m = \frac{4S\sigma_M}{P_0} \quad (۳۵-الف)$$

$$-\frac{B+A}{2} \ln\left(1 - \frac{\sigma}{\sigma_M}\right) - \frac{B-A}{2} \ln\left(1 + \frac{\sigma}{\sigma_M}\right) +$$

$$\frac{C}{2} \ln\left(1 + \left(\frac{\sigma}{\sigma_M}\right)^2\right) + D \operatorname{arctanh}\left(\frac{\sigma}{\sigma_M}\right) + \quad (۳۵-ب)$$

$$\frac{4}{m} E^* \ln\left(\frac{m}{4} \frac{\sigma}{\sigma_M} + 2 - \sqrt{3}\right)$$

$$+ \frac{4}{m} F^* \ln\left(\frac{m}{4} \frac{\sigma}{\sigma_M} + 2 + \sqrt{3}\right) = \frac{t}{t_w} - \frac{x}{w}$$

$$A = \frac{-0.5m}{(1+m^2/16)^2 - m^2}, \quad B = \frac{-0.5(1+m^2/16)}{(1+m^2/16)^2 - m^2},$$

$$C = \frac{-0.5m}{\left(\frac{m^2}{16} - 1\right)^2 + m^2}, \quad D = \frac{0.5(1-m^2/16)}{\left(\frac{m^2}{16} - 1\right)^2 + m^2} \quad (۳۵-ج)$$

$$E^* = \frac{F}{2\sqrt{3}} - \frac{2}{m} E \left(\frac{2}{\sqrt{3}} - 1\right),$$

$$F^* = -\frac{F}{2\sqrt{3}} + \frac{2}{m} E \left(\frac{2}{\sqrt{3}} + 1\right),$$

$$E = (A - C)m^2/16, \quad F = 1 - B - D$$

در رابطه (۲۴)، P و P_0 برحسب GPa هستند. همان‌طور که دیده می‌شود K_p وابستگی بسیار کمی به فشار اعمالی دارد اما این وابستگی وقتی که مقدار فشار اعمالی بسیار بالا باشد، اهمیت پیدا می‌کند.

برای فلزهایی که مقدار P_0 بالایی دارند، در محدوده بارگذاری نرخ کرنش بالا آن‌ها که شرط $SP/P_0 < 0.7$ صدق کند و تحت انتقال فاز قرار نگیرند، می‌توان از معادله (۲۳) برای K_{vH} استفاده کرد و به سادگی معادله تغییر تنش در جبهه شوک را به صورت زیر ساده کرد:

$$\frac{d\sigma}{dt} = K_{vH} \dot{\epsilon}_G \left(1 - (\sigma/\sigma_M)^4\right) = \quad (۲۵)$$

$$\left(P_0 + n^* \sigma\right) \dot{\epsilon}_G \left(1 - (\sigma/\sigma_M)^4\right)$$

با وارد کردن مختصات $z = U_c t - x$ در معادله (۲۵) که حرکت جبهه شوک را در امتداد بلور با سرعت U_c در نظر می‌گیرد، معادله (۲۵) به شکل زیر درمی‌آید:

$$U_c \frac{d\sigma}{dz} = \left(P_0 + n^* \sigma\right) \dot{\epsilon}_G \left(1 - (\sigma/\sigma_M)^4\right) \quad (۲۶)$$

با وارد کردن مختصات بی‌بعد $Z = z/w$ و تنش بی‌بعد $s = \sigma/\sigma_M$ که:

$$w = \frac{U_c}{K_p} \left(\frac{K_p}{\dot{\epsilon}_G}\right)^{3/4}, \quad \sigma_M = P_0 \left(\frac{\dot{\epsilon}_G}{K_p}\right)^{1/4}, \quad (۲۷)$$

$$t_w = \frac{w}{U_c} = \frac{1}{K_p} \left(\frac{K_p}{\dot{\epsilon}_G}\right)^{3/4}$$

معادله (۲۵) به صورت زیر درمی‌آید:

$$\frac{ds}{(1+as)(1-s^4)} = dZ, \quad a = \frac{n^* \sigma_M}{P_0} \quad (۲۸)$$

در معادله (۲۸)، dZ متناسب با معکوس مدول حجمی لاگرانژی K_{vH} یعنی $1/(1+as)$ است، مقدار متوسط معکوس $1/(1+as)$ از معادله (۲۹) به دست می‌آید:

$$\overline{\left(1/(1+as)\right)} = \int \frac{ds}{1+as} = \frac{1}{a} \ln(1+a) \quad (۲۹)$$

اگر در معادله (۲۵) مقدار متوسط مدول حجمی در نظر گرفته شود، معادله به صورت زیر درمی‌آید:

$$U_c \frac{d\sigma}{dz} = \bar{K}_{vH} \dot{\epsilon}_G \left(1 - (\sigma/\sigma_M)^4\right) = m^* P_0 \dot{\epsilon}_G \left(1 - (\sigma/\sigma_M)^4\right), \quad (۳۰)$$

$$m^* = \frac{a}{\ln(1+a)}$$

با وارد کردن مختصات بی‌بعد $z^* = z/w$ و تنش بی‌بعد قبلی که:

$$w^* = \frac{U_c}{m^* K_p} \left(\frac{K_p}{\dot{\epsilon}_G}\right)^{3/4} =$$

$$0.5C_0 \left(1 + \sqrt{1 + 4S\sigma_M/P_0}\right) \times$$

$$\frac{\ln\left(1 + 4S\sigma_M/P_0 + 0.75(S\sigma_M/P_0)^2\right) \left(\frac{P_0}{\sigma_M}\right)^3}{\left(4S\sigma_M/P_0 + 0.75(S\sigma_M/P_0)^2\right) K_p} \quad (۳۱)$$

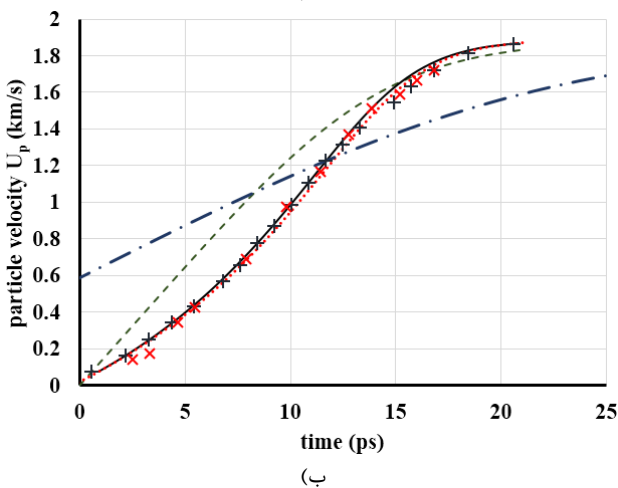
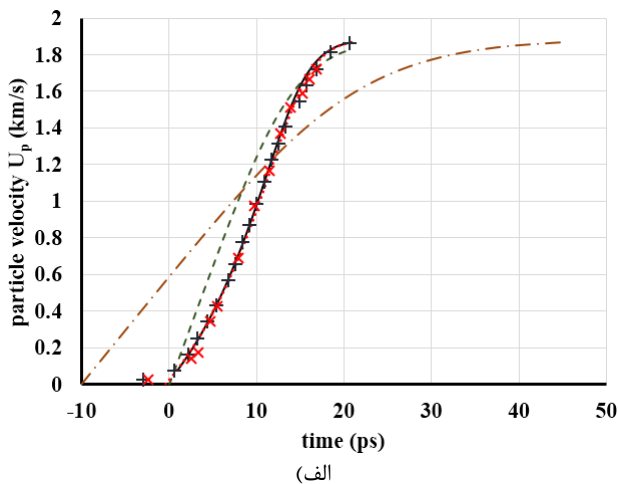
$$t_w^* = \frac{w^*}{U_c}$$

که w^* ضخامت جبهه موج و t_w^* زمان صعود موج است، معادله بی‌بعد (۳۲) به دست می‌آید:

۳- نتایج و بحث

نگاهی به منحنی جواب تئوری دقیق و داده‌های آزمایشگاهی نشان می‌دهد در نظر گرفتن اثر تغییر مدول حجمی در امتداد هوگونویوت پلاستیک، پروفیل جبهه موج شوک پلاستیک یکنواخت را به خوبی مدل می‌کند، لذا می‌توان اظهار داشت که اثر تغییر مدول حجمی با فشار در رابطه (۲۸) دقیقاً لحاظ شده است.

شکل (۲) نشان دهنده منحنی سرعت-زمان ذره به همراه داده‌های تجربی گرفته‌شده از شکل 2-(a) مرجع [۱۰] برای موج شوک قوی است. منحنی خط چین از معادله (۳۳) (مدول حجمی میانگین و ثابت) و منحنی خط توپر از معادله (۳۴) و منحنی نقطه‌چین از معادله (۳۵) به دست می‌آیند. دایره‌ها و علامت‌های ضربدر داده‌های تجربی هستند. منحنی خط نقطه‌چین مطابق [۱۱] است. منحنی الف) پروفیل سرعت-زمان ذره در مقیاس زمانی بزرگ‌تر را نشان می‌دهد و منحنی ب) نشان دهنده پروفیل سرعت-زمان ذره در بازه زمانی کوچک‌تر است.



شکل ۲- منحنی سرعت-زمان ذره به همراه داده‌های تجربی الف) پروفیل سرعت-زمان ذره در مقیاس زمانی بزرگ‌تر ب) پروفیل سرعت-زمان ذره در بازه زمانی کوچک‌تر.

معادله‌های (۳۵) شکل پیچیده‌تری دارند. در معادله (۳۵) مدول حجمی لاگرانژی خیلی دقیق مدل می‌شود و جواب دقیق را می‌دهد. معادله‌های (۳۳) و (۳۴) در شکل (۲) رسم شده‌اند. از شکل (۲) دیده می‌شود که منحنی خط چین با جواب معادله (۳۳) با دقت خوبی پروفیل سرعت-زمان ذره را مدل می‌کند. در معادله (۳۳) از مقدار متوسط مدول حجمی لاگرانژی استفاده شده است. در تنش‌های پایین، معادله (۳۳) که از مقدار متوسط مدول حجمی استفاده کرده است، برازش خوبی با داده‌ها ندارد، در حالی که معادله (۳۴) که تغییر مدول حجمی را در نظر گرفته است، در تنش‌های پایین برازش بهتری با داده‌ها دارد.

۲-۵- نرخ تغییر تنش و سرعت

با نگاه به معادله (۳۳) و جواب ساده در شکل (۲) می‌توان دید که وقتی مدول حجمی لاگرانژی ماده در فرایند شوک هوگونویوت ثابت در نظر گرفته شود، بیشترین تغییر تنش و تغییر سرعت در $\sigma=0$ است؛ اما چون مدول حجمی در امتداد هوگونویوت تغییر می‌کند، همانند جواب دقیق شکل (۲) دیده می‌شود که بیشترین نرخ کرنش مهندسی نزدیک مرکز پروفیل موج شوک قرار دارد. برای به دست آوردن تنشی که در آن بیشترین نرخ تنش وجود دارد از معادله (۲۵) برحسب تنش مشتق گرفته و برابر صفر قرار داده می‌شود. با مرتب کردن جمله‌ها و با در نظر گرفتن رابطه (۱)، معادله زیر به دست می‌آید:

$$n^* \sigma_M^4 = 4P_0 \sigma^3 + 5n^* \sigma^4 \quad (36)$$

با معرفی متغیرهای بی‌بعد $x_\sigma = \sigma_{msr}/P_0$ برای تنشی که در آن بیشترین نرخ تغییر تنش وجود دارد و $y = \sigma_M/P_0$ و تعریف n^* در معادله (۱۸)، رابطه زیر به دست می‌آید:

$$(3.75S^2y^2 + 20Sy)x_\sigma^4 + 4x_\sigma^3 - 0.75S^2y^2 - 4Sy = 0 \quad (37)$$

اگر برای مدول حجمی لاگرانژی از معادله (۲۱) استفاده شود، رابطه زیر به دست می‌آید:

$$3S^2y^2x_\sigma^5 + 10Syx_\sigma^4 + 2x_\sigma^3 - S^2y^2x_\sigma - 2Sy = 0 \quad (38)$$

مقدار n^* برای آلومینیوم در محدوده فشار موردبررسی برابر $6/0.6805$ است. نسبت تنش دارای بیشترین نرخ کرنش به تنش اعمالی در برابر نسبت تنش اعمالی به P_0 در شکل (۴-الف) با توجه به رابطه‌های (۳۷) و (۳۸) برای گ‌های متفاوت رسم شده است. همچنین با توجه به معادله (۳۸) تنشی که در آن بیشترین نرخ کرنش قرار دارد، برای فلزهای شکل (۴) با توجه به دامنه تنش مشخص شده است.

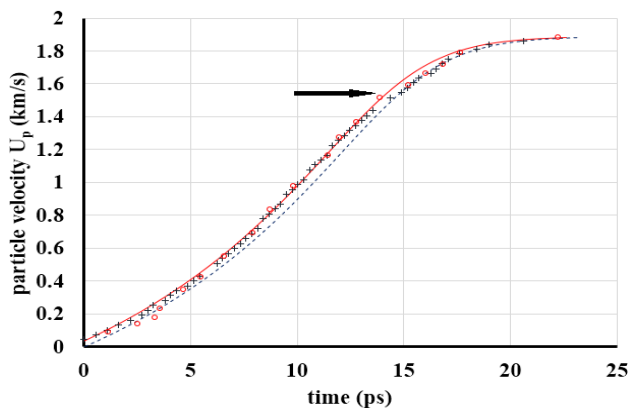
مقدار اختلاف نرخ کرنش در مرکز پروفیل سرعت-زمان ذره با نرخ کرنش بیشینه به صورت درصد طبق معادله (۳۹) به دست می‌آید:

$$\overline{eR} = \left(1 - \frac{\dot{\epsilon}_{\sigma_M/2}}{\dot{\epsilon}_{\max}}\right) \times 100 = \left(1 - \frac{0.9375 \left[1 + 2S \sigma_M/P_0 + (S \sigma_M/2P_0)^2\right]}{\left[1 + 4S \sigma_{msr}/P_0 + (S \sigma_{msr}/P_0)^2\right] \left(1 - [\sigma_{msr}/P_0]^4\right)}\right) \times 100 \quad (39)$$

مزیت معادله (۲۸) در این است که ثابت‌های انتگرال‌گیری (۳۴-ب) به صورت تحلیلی به دست می‌آیند. استفاده از تقریب خطی این مزیت‌ها را دارد که شکل جواب را با دقت خوب شبیه‌سازی می‌کند، پارامترهای جبهه شوک مانند ضخامت جبهه شوک یا ضخامت ناحیه تند موج شوک و زمان صعود موج شوک را می‌دهد و هم می‌توان اثر عامل‌های دیگر مانند نرخ تغییر مدول حجمی با فشار را روی پروفیل سرعت-زمان ذره بررسی کرد.

با استفاده از بسط سری تیلور تا درجه دو، مدول حجمی لاگرانژی در امتداد هوگونویوت خیلی خوب مدل می‌شود، اما هنگامی که مدول حجمی به دست‌آمده در معادله (۲۸) اعمال شد، جواب معادله تنش شکل پیچیده‌تری نسبت به دو جواب دیگر دارد.

منحنی‌های برازش شده برای داده‌های تجربی نشان می‌دهند که رابطه هوگونویوت پلاستیک در اکثر ناحیه بالای حد الاستیک هوگونویوت در حالت پایدار صدق می‌کند و تقریباً برای فلز آلومینیوم که دارای تنش تسلیم دینامیکی پایینی است، کل پروفیل در حالت پلاستیک قرار دارد. در شکل (۳) منحنی سرعت-زمان ذره به همراه داده‌های تجربی برگرفته از شکل (a)-2 مرجع [۱۰] نشان داده شده است. در این شکل، خط توپر و خط چین بر اساس معادله (۳۵) هستند که با یکدیگر در حدود 0.16 ps اختلاف دارند. علامت‌های ضربدر و مثبت داده‌های تجربی هستند. این شکل نشان می‌دهد که داده‌های تجربی تا سرعت ذره $1/51$ کیلومتر بر ثانیه (تنش حدوداً $32/5$ گیگا پاسکال) کاملاً با منحنی خط توپر که از معادله (۳۵) به دست می‌آید، منطبق هستند.



شکل ۳- منحنی سرعت-زمان ذره به همراه داده‌های تجربی [۱۰].

این نشان‌دهنده دقت فرض‌های استفاده‌شده در مدل است. بالاتر از این سرعت، داده‌های تجربی به اندازه 0.16 ps عقب می‌روند. علت این است که تنش برشی «محلی» الاستیک که باعث ناسازگاری کرنشی و تغییر شکل پلاستیک می‌شود، به مقدار مقاومت شبکه می‌رسد و دیگر نمی‌تواند افزایش پیدا کند و در مقیاس نانو، تغییر ریزساختار و تغییر چگونگی توزیع چگالی نابجایی، باعث افت تنش عمودی σ می‌شود. عامل دیگر این است که چون نمونه موردنظر دارای عیب حفره (جای خالی) است، در این تنش، تنش برشی محلی الاستیک به مقدار مقاومت

منحنی خط‌چین در شکل (۲) نشان می‌دهد که در جبهه موج شوک خیلی قوی یکنواخت، در نظر گرفتن مقدار میانگین مدول حجمی تخمین خوبی از زمان صعود و ضخامت موج شوک قوی ارائه می‌دهد، در حالی که در نظر گرفتن اثر تغییر مدول حجمی، پروفیل سرعت-زمان ماده را در ناحیه تغییر شکل پلاستیک، به خوبی شبیه‌سازی می‌کند. معادله (۳۴-الف) بیانگر این است که برای موج شوک قوی در ماده جامد، سختی‌های ماده باید متغیر در نظر گرفته شوند تا جواب دقیقی در ناحیه تغییر شکل پلاستیک به دست آید و رفتار ماده طی عبور موج شوک از آن همراه با زمان بهتر ارزیابی شود. شکل (۲-ب) پروفیل سرعت-زمان ذره را در مقیاس زمانی کوچک‌تر نشان می‌دهد. جواب معادله (۳۴-الف) نشان می‌دهد که شکل آن شبیه معادله (۳۵) است (شکل (۲) تفاوت آن‌ها را نشان می‌دهد). و می‌توان از معادله (۳۵) صرف‌نظر کرد و فقط معادله (۳۴) را در نظر گرفت.

از (۳۴-الف و ب) دیده می‌شود که اگر a به صفر میل کند، معادله (۳۴-الف) به معادله (۳۳) تبدیل می‌شود البته t_w دست‌نخورده باقی می‌ماند. با فرض $\sigma_M = 40.5 \text{ GPa}$ و با توجه به شکل (۱)، مقدار a برای فلز آلومینیوم برابر $3/13065$ است.

با توجه به $a = 3.13065$ ، $b^* = 1.1052$ ، $c^* = -0.05681$ ، $d = 0.177858$ و $e^* = 0.046292$ به دست می‌آیند.

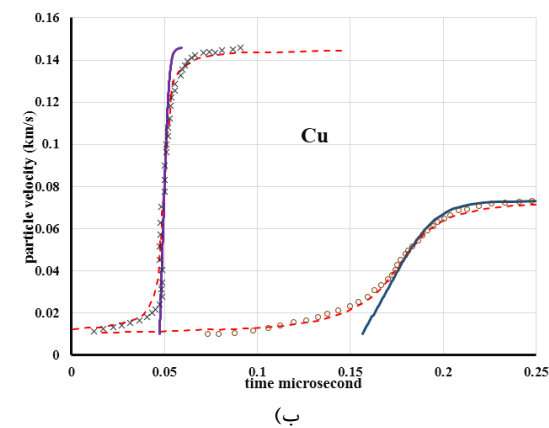
برای t_w تنش $\sigma_M = 40.5 \text{ GPa}$ برابر $1/33 \text{ ps}$ به دست می‌آید. ضریب m^* با توجه به فشار برابر $2/207$ به دست می‌آید و لذا در رابطه (۳۱) با در نظر گرفتن مقدار میانگین مدول حجمی هوگونویوت بر حسب فشار، مقدار $14/59 \text{ ps}$ برای t_w^* به دست می‌آید.

از رابطه‌های (۲۷) و (۳۱) دیده می‌شود که ضخامت جبهه موج و زمان صعود موج شوک متناسب با $\dot{\epsilon}_G^{-3/4}$ است و لذا متناسب با معکوس توان سوم تنش بیشینه یعنی σ_M^{-3} است. ضریب m^* که در اینجا معرفی شده است با افزایش تنش اعمالی، افزایش می‌یابد لذا چون ضخامت جبهه موج شوک و زمان صعود موج متناسب با عکس m^* هستند، ضخامت ناحیه تند جبهه و زمان صعود موج شوک کاهش می‌یابند. در شکل (۲)، داده‌ها از شکل (a)-2 [۱۰] گرفته شدند که مربوط به فلز آلومینیوم تک‌بلوری است و با توجه به دامنه تغییرات زیاد مدول حجمی در امتداد هوگونویوت، محک خوبی برای رابطه‌های به دست آمده است. باید یادآوری شود که رابطه سگل-گرادی هم برای فلزهای تک‌بلوری و هم برای فلزهای چند بلوری در موج شوک پایدار صادق است و در شکل (۲) عدد بلاند $B = 3hS\dot{\epsilon}_G/8C_0 > 1$ است لذا جبهه موج شوک قوی یا پلاستیک، پایدار است و رابطه سگل-گرادی در آن صدق می‌کند. معادله‌های (۳۳) و (۳۴-الف) نیز رسم شده‌اند. فشار اعمالی برابر $\sigma_M = 40.5 \text{ GPa}$ ، نرخ کرنش برابر $\dot{\epsilon}_G = 1.6 \times 10^{10} \text{ s}^{-1}$ و سرعت اندازه‌گیری شده، سرعت سطح آزاد U_β است که دو برابر سرعت ذره u_p است. سرعت شوک با استفاده از رابطه $U_s = 2\sigma_M / (\rho_0 U_\beta)$ به دست می‌آید.

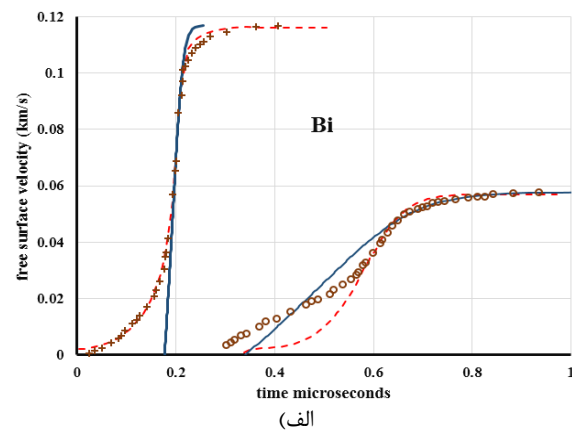
علت دیگر وجود تفاوت، عدم قطعیت در سیستم اندازه‌گیری و اخذ داده است. با توجه به شکل (۳) می‌توان اظهار کرد که برای ماده‌ای مانند آلومینیوم که تنش تسلیم پایینی دارد و نسبت تنش تسلیم به تنش اعمالی مانند این حالت بسیار پایین است، مدل دقیقاً رفتار ماده را پیش‌بینی می‌کند و خطای مدل برابر صفر است.

طبق شکل (۳)، منحنی کاملاً مطابق داده‌های گرفته‌شده است. منحنی از معادله (۲۵) به دست می‌آید. در معادله (۲۵)، نرخ تغییر تنش یا نرخ کرنش متناسب با مدول حجمی لاگرانژی در امتداد هوگونیوت پلاستیک است. با توجه به معادله (۲۸) و سایر معادله‌های تغییر تنش ارائه شده در این مقاله که برای موادی هستند که از رابطه توان چهار سگل-گرادی پیروی می‌کنند، عامل کاهنده نرخ تنش یا کرنش، s^4 است. در نیمه پایینی پروفیل سرعت-زمان ذره، برای $s \leq 0.5$ ، s^4 کمتر از $0.0625/0.7$ یا $0.3/0.7$ برای $s \leq 0.3$ ، s^4 کمتر از $0.081/0.1$ یا 0.1 است. لذا نتیجه گرفته می‌شود که در ناحیه پایینی پروفیل سرعت-زمان ذره، نرخ کرنش یا تنش تقریباً فقط متناسب با مدول حجمی لاگرانژی در امتداد هوگونیوت پلاستیک ماده یعنی $\sigma = K_{vH} \dot{\epsilon}_G$ است.

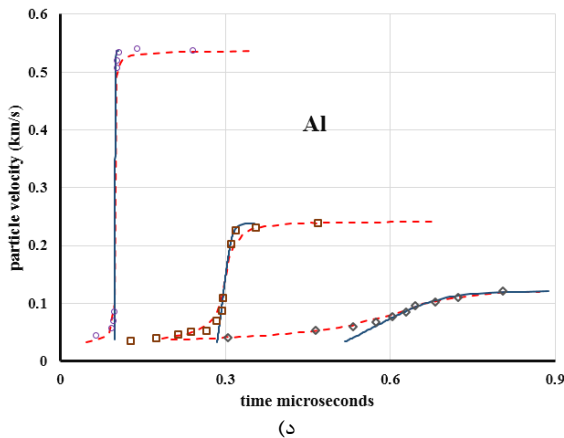
شبکه می‌رسد و در نتیجه حفره دچار فروریزش می‌شود و دیگر حفره نمی‌تواند وجود داشته باشد. فروریزش حفره و نوسان‌های حرارتی باعث ایجاد یک گام در پروفیل سرعت-زمان می‌شود. در [۱۵] نویدسندگان اشاره کردند که وقتی که در بارگذاری شوک نمونه تک‌بلور آلومینیوم، حد الاستیک هوگونیوت به مقدار $33/5$ GPa برسد (تنش اعمالی 65 GPa)، آلومینیوم بدون دخالت نابجایی مستقیماً از فاز الاستیک وارد فاز پلاستیک می‌شود. تحلیل دینامیک مولکولی [۲۳] برای مس نشان می‌دهد که وقتی بارگذاری بسیار شدید (تنش اعمالی حدوداً 225 GPa) است، در تنش 50 GPa نمونه تک‌بلور مستقیماً از فاز الاستیک وارد فاز پلاستیک می‌شود. در این حالت نیز یک گام در تنش 50 GPa تشکیل می‌شود. لذا عامل اختلاف بین منحنی حاصله از معادله (۳۵) با داده‌های تجربی [۱۰] را می‌توان بارگذاری نرخ کرنش خیلی بالایی دانست که در آن تنش برشی محلی الاستیک به مقدار مقاومت شبکه می‌رسد و به همراه نوسان‌های حرارتی باعث تخریب ساختار سلول واحد می‌شود. لازم به ذکر است که مقاومت برشی ایدئال آلومینیوم $3/2$ - $3/3$ گیگا پاسکال در فشار هیدرو استاتیک صفر است [۲۴] ولی چون با افزایش فشار هیدرو استاتیک، مدول برشی آلومینیوم افزایش می‌یابد لذا مقاومت برشی آلومینیوم متناسب با مدول برشی افزایش می‌یابد.



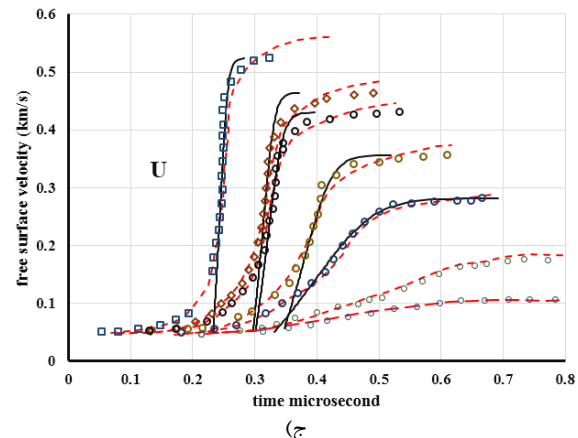
(ب)



(الف)



(د)



(ج)

شکل ۴- منحنی‌های سرعت-زمان ذره به همراه داده‌های تجربی و پروفیل محاسبه‌شده از [۱۳] برای موج شوک پلاستیک یکنواخت. خط‌های توپر متناظر با معادله (۳۴) هستند. خط‌چین‌ها، منحنی‌هایی هستند که در [۱۳] برای مواد کرنش سخت شونده محاسبه شدند. سایر علامت‌ها مانند دایره‌ها و مربع‌ها و لوزی‌ها داده‌های تجربی هستند. (الف) بیسموت، (ب) مس، (ج) اورانیوم و (د) آلومینیوم.

شکل (۵-الف) منحنی برآزش شده برای داده‌های تجربی و پارامتر W^* را برحسب تنش اعمالی بیشینه نشان می‌دهد. طبق شکل باینکه بین دو منحنی اختلاف وجود دارد، W^* از همان روند منحنی برآزش شده تجربی تبعیت می‌کند. خط توپر از برآزش داده‌های تجربی [۵، ۱۰] و داده‌های تئوری [۸] به‌دست‌آمده است و معادله آن به‌صورت $\log W = 4.1e^{-\sigma/9.8} + 6.7e^{-\sigma/0.97} - 0.8$ است که W برحسب میکرون و σ برحسب GPa است.

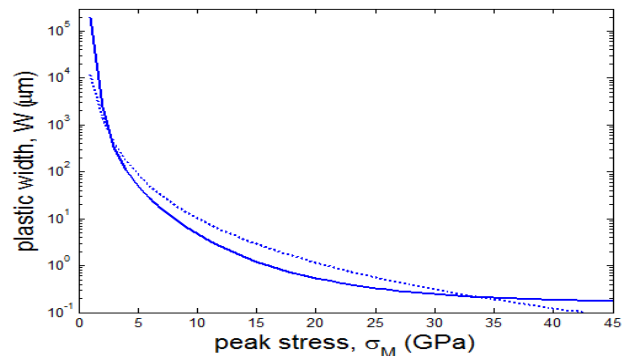
چون ممکن است که در تنش‌های پایین و متوسط، سخت‌شوندگی روی پروفیل موج شوک پلاستیک اثر گذاشته باشد و روش اندازه‌گیری روی ضخامت اندازه‌گیری شده اثر می‌گذارد، ضخامت اندازه‌گیری شده جبهه موج شوک پلاستیک با پارامتر W^* تفاوت بیشتری دارد. علت دیگر تفاوت در این است که ضخامت اندازه‌گیری شده برای موج شوک پلاستیک است و لذا فقط ناحیه تند پروفیل سرعت-زمان ذره اندازه‌گیری می‌شود. درحالی‌که مدل این تحقیق بر اساس موج شوک قوی است که همان‌طور که از جدول (۱) پیداست، برای تنش‌های بسیار بالا کاربرد دارد. درضمن در ارائه رابطه تجربی از برآزش داده‌های تئوری نیز استفاده شده است که این خود باعث افزایش خطا می‌شود. باین‌وجود شکل (۵-الف) به‌وضوح نشان می‌دهد که هر دو مدل تقریباً یک‌روند را دنبال می‌کنند.

شکل (۵-ب) منحنی برآزش شده برای زمان صعود جبهه موج شوک پلاستیک را با خط توپر و پارامتر t_w^* را با خط چین نشان می‌دهد. معادله منحنی برآزش شده به‌صورت $\log \delta t = -2.7 - 0.78 \log \dot{\epsilon}_{\max}$ است که δt برحسب ثانیه و $\dot{\epsilon}_{\max}$ برحسب s^{-1} است. همان‌طور که از این شکل پیداست، همبستگی خوبی بین رابطه تجربی و پارامتر t_w^* برقرار است که نشان‌دهنده دقت مدل ارائه شده بخصوص در نرخ کرنش‌های پایین‌تر یا تنش‌های پایین‌تر است. این نشان می‌دهد که مدل به‌خوبی پروفیل سرعت-زمان ذره و زمان صعود جبهه موج شوک را در موج شوک قوی پیش‌بینی می‌کند، درحالی‌که در شکل (۵-الف) همبستگی خوبی بین رابطه تجربی و پارامتر W^* وجود ندارد زیرا رابطه تجربی برای ضخامت جبهه موج شوک بر مبنای برآزش داده‌های تجربی و تئوری به دست آمده است ولی رابطه تجربی برای زمان صعود جبهه موج شوک بر مبنای برآزش داده‌های صرفاً تجربی است.

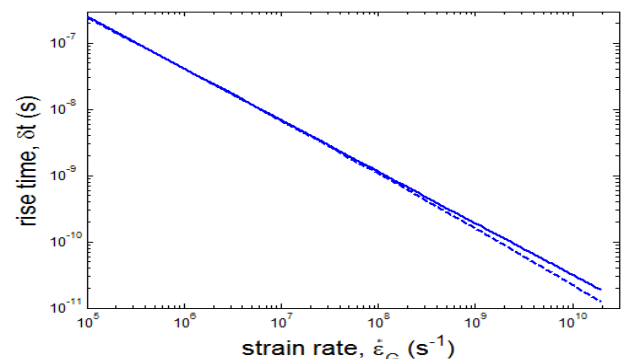
در رابطه ارائه‌شده توسط مالینجین [۱۱] و همچنین رابطه (۳۳)، نرخ تغییر تنش در لحظه شروع بارگذاری با تنش صفر، بیشینه است اما با در نظر گرفتن اثر تغییر مدول حجمی در رابطه هوگونویوت پلاستیک، مشاهده می‌شود که نرخ تغییر تنش و تغییر سرعت ذره در تنش‌های میانی بیشینه است حتی اگر $\dot{\epsilon}_G \approx 10^6 s^{-1}$ یا تنش اعمالی در حدود پنج گیگا پاسکال باشد درحالی‌که در مدل قبلی دیده می‌شود که بیشترین نرخ تغییر تنش و سرعت در لحظه شروع بارگذاری است لذا مدل ارائه‌شده با دقت بیشتری رفتار ماده را پیش‌بینی می‌نماید.

شکل (۴) منحنی‌های محاسبه‌شده به همراه داده‌های تجربی و نمودارهای محاسبه‌شده [۱۳] را برای جبهه موج شوک پلاستیک پایدار نشان می‌دهد. در معادله (۳۴) اثر کرنش سختی در نظر گرفته نشده است (چون مدل برای موج شوک قوی است) فلذا نمی‌تواند ناحیه پایین منحنی موج شوک پلاستیک یکنواخت را شبیه‌سازی کند. با افزایش دامنه تنش، نرخ کرنش افزایش می‌یابد و اثر خود را بیشتر در وسط پروفیل موج شوک پلاستیک پایدار نشان می‌دهد. لذا با توجه به داده‌ها و منحنی‌های شکل (۴) می‌توان اظهار داشت که معادله (۳۴) ناحیه وسط و بالای پروفیل موج شوک پلاستیک پایدار را می‌تواند به‌خوبی شبیه‌سازی کند. به‌عبارت‌دیگر، در محدوده بارگذاری تنش بالا برای موج شوک پلاستیک یکنواخت، معادله (۳۴) نرخ کرنش بیشینه تغییر شکل را می‌دهد. از همه منحنی‌های شکل (۴) پیداست که هر چه دامنه تنش افزایش یابد، معادله (۳۴) پروفیل موج شوک پلاستیک پایدار را بهتر شبیه‌سازی می‌کند زیرا اثر نرخ کرنش در تغییر شکل پلاستیک بیشتر خود را نشان می‌دهد.

در شکل (۴)، منحنی‌ها بر مبنای مقدار بیشترین سرعت داده‌ها برای هر منحنی محاسبه شده است. برای بیسموت تنش‌های محاسبه‌شده برابر ۲/۳ و ۱/۰۹ گیگا پاسکال، برای مس برابر ۵/۴ و ۲/۶۴ گیگا پاسکال و برای اورانیوم برابر ۱۴/۵۶، ۱۲/۷۱، ۱۱/۶۹، ۹/۵ و ۷/۳۶ گیگا پاسکال است.



(الف)



(ب)

شکل (۵-الف) منحنی ضخامت موج پلاستیک. خط توپر، منحنی تجربی [۱۰] و خط چین پارامتر W^* طبق معادله (۳۱) است. (ب) منحنی زمان صعود موج پلاستیک، خط توپر طبق رابطه به‌دست‌آمده در [۱۰] برای برآزش داده‌ها و خط چین پارامتر t_w^* طبق معادله (۳۱) است.

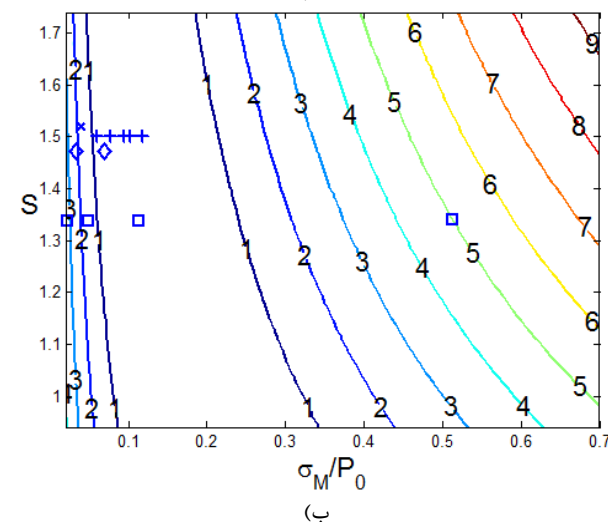
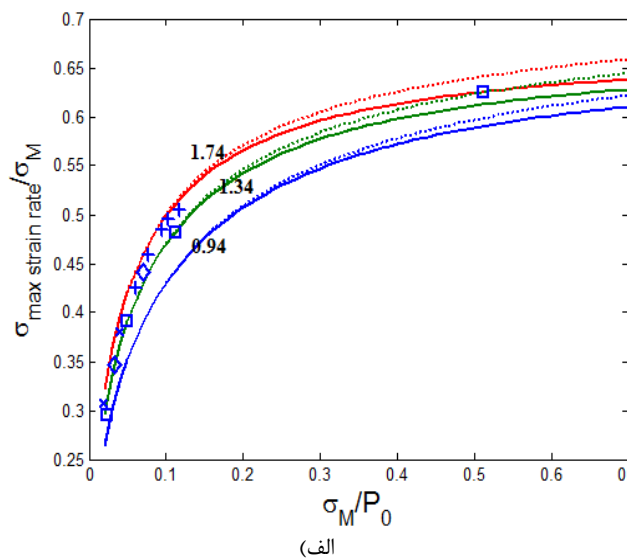
مس است. در این شکل همچنین مقدار اختلاف نرخ کرنش با توجه به معادله (۳۸) برای فلزهای شکل‌های (۲) و (۴) با توجه به دامنه تنش آن‌ها نشان داده شده است. عددهای روی منحنی‌ها مقدار درصد اختلاف را نشان می‌دهند. شکل (۶) نشان می‌دهد که تقریباً اختلاف نرخ کرنش بیشینه و نرخ کرنش در مرکز پروفیل برای تنش‌های $\sigma_M/P_0 < 0.3$ کمتر از ۳٪ و برای بسیاری از نمونه‌ها کمتر از ۱٪ است، طوری که می‌توان گفت نرخ کرنش بیشینه در مرکز پروفیل سرعت-زمان ذره قرار دارد.

شکل (۶) تعداد زیادی از مواد را شامل می‌شود زیرا دامنه تغییرات S در آن زیاد است و با توجه به اینکه بیشتر مواد فلزی و آلیاژی و سرامیک‌ها P_0 بالایی دارند می‌توان نتیجه گرفت که برای بارگذاری‌های شوک معمول با دامنه تنش اعمالی کمتر از ۲۰ GPa، نرخ کرنش بیشینه در وسط پروفیل موج شوک قرار دارد.

۴- نتیجه‌گیری

تحقیق انجام شده به درک بیشتر رفتار مواد خالص بلوری دارای تنش تسلیم پایین در بارگذاری موج شوک قوی یا موج شوک پلاستیک کمک می‌نماید. تحقیق نشان می‌دهد که برای فلزهای خالص بلوری که از رابطه سگل-گرادی تبعیت می‌کنند و تحت بارگذاری نرخ کرنش بسیار بالا قرار می‌گیرند، عامل اصلی تعیین پروفیل سرعت-زمان ذره، مدول حجمی لاگرانژی ماده طی بارگذاری، تنش اعمالی و نرخ کرنش پلاستیک ماده که از قانون سگل-گرادی پیروی می‌نماید، است.

بر اساس محاسبات و مدل سیال ناگرانرو تراکم پذیر که در بخش ۲-۴-۱ بدان اشاره شد، در محدوده فشار ۰-۴۰ گیگا پاسکال برای فلزهای دارای تنش تسلیم پایین که در این محدوده تحت انتقال فاز قرار نمی‌گیرند و نسبت دمای محیط به دمای ذوب در بارگذاری پایین است، نتایج زیر به دست آمدند: مدول حجمی در امتداد هوگونویوت به صورت خطی برای بیشتر فلزها و موادی که دارای P_0 بالایی هستند افزایش می‌یابد و این، محاسبات را ساده می‌کند. در نظر گرفتن مقدار میانگین مدول حجمی لاگرانژی در محدوده اعمال بارگذاری، مقدار زمان صعود موج شوک و ضخامت جبهه موج شوک را با دقت مناسب می‌دهد و در نظر گرفتن تغییر مدول حجمی لاگرانژی، پروفیل سرعت-زمان ذره به خوبی مدل می‌کند. در ناحیه پایین پروفیل سرعت-زمان ذره برای ماده‌ای که از رابطه توان چهار سگل-گرادی پیروی می‌کند، نرخ کرنش تقریباً متناسب با مدول حجمی لاگرانژی در امتداد هوگونویوت پلاستیک است. وقتی که تنش بر شی محلی الاستیک از مقاومت شبکه بیشتر شود، یک گام کوچک در پروفیل سرعت-زمان ذره تشکیل می‌شود. متغیر فرض کردن مدول حجمی لاگرانژی در معادله تغییر تنش، نشان می‌دهد که بیشترین نرخ کرنش روی پروفیل سرعت-زمان ذره در تنش‌های میانی قرار دارد و می‌توان فرض کرد که نرخ کرنش بیشینه در مرکز پروفیل قرار دارد.



شکل ۶- الف) نسبت تنش دارای بیشترین نرخ کرنش به تنش اعمالی در برابر نسبت فشار اعمالی به P_0 برای فلزها با S های متفاوت. ب) مقدار اختلاف نرخ کرنش بین نرخ کرنش بیشینه و نرخ کرنش در مرکز پروفیل سرعت-زمان ذره به صورت کانتوری برحسب درصد.

در شکل (۶-الف)، مقدار S کنار منحنی‌ها نشان داده شده است. (خط‌های توپر برای بسط خطی و خط‌چین‌ها برای بسط درجه دو تیلور مدول حجمی لاگرانژی در امتداد هوگونویوت پلاستیک هستند). در این شکل دیده می‌شود که برای فلزهایی که P_0 بالایی دارند، در محدوده بارگذاری نرخ کرنش خیلی بالا، نرخ کرنش بیشینه نزدیک مرکز پروفیل موج شوک پلاستیک یا قوی قرار دارد و نسبت این تنش خاص به فشار اعمالی تابعی از فشار اعمالی و ضریب‌های رابطه هوگونویوت پلاستیک است.

مقدار اختلاف نرخ کرنش در مرکز پروفیل سرعت-زمان ذره با نرخ کرنش بیشینه به صورت درصد در (شکل ۶-ب) به طور کانتوری نشان داده شده است. عددهای روی منحنی‌ها مقدار اختلاف را نشان می‌دهند. علامت مربع برای داده‌های آلومینیوم در شکل (۲) و (۳)، علامت مثبت برای اورانیوم، علامت لوزی برای بیسموت و علامت ضربدر برای

مراجع

- [12] Etemadi, E.; Zamani, J.; Jafarzadeh, M. "Theoretical Model to Investigate Response of Aluminum 6061 Alloy Under High Strain Rate Loading"; *Modares Mechanical Engineering* 2015, 14, 153-162 (In Persian).
- [13] Swegle, J. W.; Grady, D. E. "Shock Viscosity and the Prediction of Shock Wave Rise Times"; *J. Appl. Phys.* 1985, 58, 692-701.
- [14] Meyers, M. A.; Gregori, F.; Kad, B. K.; Schneider, M. S.; Kalantar, D. H.; Remington, B. A.; Ravichandran, G.; Boehly, T.; Wark, J. S. "Laser-Induced Shock Compression of Monocrystalline Copper: Characterization and Analysis"; *Acta Mater.* 2003, 51, 1211-1228.
- [15] Zhakhovsky, V. V. "Two-Zone Elastic-Plastic Single Shock Waves in Solids"; *Phys. Rev. Lett.* 2011, 107, 135502.
- [16] Huang, H.; Asay, J. R. "Reshock and Release Response of Aluminum Single Crystal"; *J. Appl. Phys.* 2007, 101, 063550.
- [17] Demaske, B. J.; Zhakhovsky, V. V.; White, C. T.; Oleynik, I. I. "Evolution of Metastable Elastic Shockwaves in Nickel"; *AIP Conference Proc.* 2012, 1426, 1303-1306.
- [18] Marsh, S. P. "LASL Shock Hugoniot Data"; Univ. of California Press, Vol. 5. 1980.
- [19] Meyers, M. A. "Dynamic Behavior of Materials"; John Wiley & Sons, 1994; pp 183.
- [20] Davison, L. "Fundamentals of Shock Wave Propagation in Solids"; Springer Science & Business Media, 2008, pp 80.
- [21] Wang, L. "Foundations of Stress Waves"; Elsevier, 2011, pp 285.
- [22] Murnaghan, F. "The Compressibility of Media Under Extreme Pressures"; *Proc. of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 1944, 30, 244.
- [23] An, Q.; Luo, S. N.; Han, L. B.; Zheng, L.; Tschauner, O. "Melting of Cu Under Hydrostatic and Shock Wave Loading to High Pressures"; *J. Phys.: Condens. Matter.* 2008, 20, 095220.
- [24] Clatterbuck, D. M.; Krenn, C. R.; Cohen.; Marvin L.; Morris, J. W. "Phonon Instabilities and the Ideal Strength of Aluminum"; *Phys. Rev. Lett.* 2003, 91, 13550.
- [1] Howell, P. D.; Ockendon, H.; Ockendon, J. R. "Mathematical Modelling of Elastoplasticity at High Stress"; *Proc. Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Science* 2012, 468, 3842-3863.
- [2] Rayleigh, L. "Aerial Plane Waves of Finite Amplitude"; *Proc of the Royal Society of London, Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character* 1910, 84, 247-284.
- [3] Taylor, G. I. "The Conditions Necessary for Discontinuous Motion in Gases"; *Proc of the Royal Society of London, Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character*, 1910, 84, 371-377.
- [4] Band, W.; Duvall, G. E. "Physical Nature of Shock Propagation"; *J. Am. Phys.* 1961, 29, 780-785.
- [5] Barker, L. "Behavior of Dense Media Under High Dynamic Pressures"; Gordon and Breach, NY, 1968, 483.
- [6] Kelly, J. M.; Gillis, P. P. "An Ideally Viscoplastic Analysis of Shock Profiles"; *Acta Mech.* 1977, 26, 47-57.
- [7] Grady, D. E. "Structured Shock Waves and the Fourth-Power Law"; *J. Appl. Phys.* 2010, 107, 013506.
- [8] Molinari, A.; Ravichandran, G. "Fundamental Structure of Steady Plastic Shock Waves in Metals"; *J. Appl. Phys.* 2004, 95, 1718-1732.
- [9] Austin, R. A.; McDowell D. L. "Parameterization of a Rate-Dependent Model of Shock-Induced Plasticity for Copper, Nickel, and Aluminum"; *Int. J. Plast.* 2012, 32-33, 134-154.
- [10] Crowhurst, J. C.; Armstrong, M. R.; Knight, K. B.; Zaug, J. M.; Behymer, E. M. "Invariance of the Dissipative Action at Ultrahigh Strain Rates Above the Strong Shock Threshold"; *Phys. Rev. Lett.* 2011, 107, 144302.
- [11] Malygin, G. A.; Ogarkov, S. L.; Andriyash, A. V. "A Dislocation Kinetic Model of the Formation and Propagation of Intense Shock Waves in Crystals"; *Phys. Solid State* 2013, 55, 787-795.