

مدل سازی شبه یک بعدی بالستیک داخلی راکت سوخت جامد با در نظر گرفتن مدل سوزش فرسایشی سادرهلم

محمد رزمجوئی^۱، محمد شهبازی^۲، فتح اله امی^{۳*}

۱- کارشناس ارشد، ۲- استاد دانشگاه تربیت مدرس

(تاریخ وصول: ۹۶/۹/۱۲، تاریخ پذیرش: ۹۷/۲/۱۵)

چکیده

در این بررسی، ابتدا به معرفی مدل های مختلف تحلیل جریان درون موتور راکت سوخت جامد پرداخته می شود. سپس با توجه به اینکه برخی از این مدل ها قادر به پیش بینی اثرات پدیده های مهمی همچون سوزش فرسایشی و شتاب طولی نمی باشند، بنابراین برای احتساب این اثرات بر روی بالستیک داخلی، با استفاده از معادلات جریان عمومیت یافته، یک مدل شبه یک بعدی استخراج شده است. جریان شبه یک بعدی غیر لزج و تراکم ناپذیر همراه با اصطکاک، تزریق جرم، تغییر سطح مقطع جریان به عنوان معادلات حاکم در نظر گرفته می شود. سپس با فرض شبه دائمی بودن جریان، در نظر گرفتن میزان افت فشار و تغییرات قطر گلوگاه نازل و صرف نظر کردن از انتقال حرارت در دیواره ها، در هر لحظه از زمان از معادلات حاکم در طول موتور انتگرال گیری شده و مشخصات جریان درون موتور از جمله توزیع فشار، دما و عدد ماخ در طول موتور و همچنین مشخصات عملکردی موتور مانند فشار محفظه در طی فرآیند سوزش به صورت تابعی از زمان تعیین شده است. با توجه به اینکه اثر سوزش فرسایشی بر نرخ سوزش سوخت جامد در شرایط مختلف محیطی حائز اهمیت است، برای مقایسه نتایج به دست آمده از این مدل سازی با روش های تجربی، از مدل سادرهلم برای مدل سازی سوزش فرسایشی استفاده شده است.

واژه های کلیدی: موتور سوخت جامد، بالستیک داخلی، شبه یک بعدی، مدل سادرهلم، سوزش فرسایشی، فشار محفظه.

Quasi-One-Dimensional Modeling of Internal Ballistic in Solid Propellant Rocket Considering Saderholm Erosive Burning Model

M. Razmjooei, M. Shahbazi, F. Ommi*

Tarbiat Modares University

(Received: 12/3/2017, Accepted: 4/5/2018)

Abstract

In this study, different flow analysis models in solid rocket motor are presented. Amongst these models, some are not capable of predicting the effects of significant phenomena such as erosive burning and longitudinal acceleration. In order to consider these effects on the internal ballistic, a quasi-one-dimensional model was developed which employs generalized flow equations. A non-viscous and incompressible quasi-one-dimensional flow with friction, mass injection and flow cross-section variation were taken into account in the governing equations. Then, assuming quasi unsteady flow and considering pressure drop and variation of nozzle throat diameter, and also neglecting the heat transfer in the walls, the governing equations were integrated along the engine length at each time increment. Finally, the flow characteristics inside the engine including the distribution of pressure, temperature, and Mach number along the engine as well as functional characteristics of the engine such as chamber pressure during the burning process were determined as a function of time. Erosive burning effects on the burning rate are of great importance at various conditions. Therefore, the results of the model were compared with the experimental data of Saderholm model

Keywords: Rocket Solid Propellant, Internal Ballistic, Quasi-One-Dimensional, Saderholm Model, Erosive Burning, Pressure Chamber.

۱- مقدمه

می‌شود. به‌عنوان نمونه این مدل‌سازی برای دو نوع گرین استوانه‌ای درون سوز - بیرون سوز به‌کار برده شده است و نتایج این مدل‌سازی در قالب نمودارهای مختلف بیان شده است.

۱-۲- مدل‌های مختلف تحلیل جریان درون راکت سوخت جامد

به‌طور کلی مدل‌های تحلیل جریان درون موتور راکت سوخت جامد، با در نظر گرفتن میدان فشار داخل موتور به‌صورت‌های زیر امکان‌پذیر است:

۱- مدل محفظه فشار و یا $P(t)$

۲- مدل یک‌بعدی جریان و نیمه تعادلی $P(x)$

۳- مدل میدان جریان یک‌بعدی و تابع زمانی $P(x,t)$

۴- مدل میدان جریان دوبعدی متقارن و تابع زمانی $P(x,y,t)$

ساده‌ترین آنالیز در گروه اول قرار دارد. در این مدل یک فشار یکنواخت برای کل محفظه احتراق فرض می‌شود و با توجه به معادلات حاکم، می‌توان منحنی فشار - زمان محفظه احتراق را در مدت زمان سوزش سوخت به‌دست آورد. در این مدل سرعت انتشار شعله ثابت فرض می‌شود و جزء داده‌های مسئله است. در مدل $P(x)$ توزیع خواص جریان در هر لحظه از زمان و به‌وسیله حل معادلات یک‌بعدی و به‌صورت شبه دائم به‌دست می‌آیند [۴]. در مدل $P(x,t)$ هر دو خاصیت زمانی و مکانی بررسی می‌شوند. ضمن اینکه سرعت انتشار شعله در صورتی که انتقال حرارت جابه‌جایی به سطح در نظر گرفته شود به‌صورت جزئی از حل مسئله به‌دست می‌آید. در این مورد معادلات وابسته به زمان به‌صورت یک‌بعدی حل می‌گردند. از مدل سوم به‌صورت گسترده‌ای برای به‌دست آوردن مشخصه‌های بالستیک داخلی موتور استفاده می‌گردد [۵ و ۶]. مدل چهارم یک مدل بسیار دقیق‌تر نسبت به انواع دیگر است. این مدل به‌طور جدی وارد فاز حل عددی معادلات می‌شود و از این مدل برای تعیین خواص جریان در هر نقطه دلخواه درون محفظه موتور استفاده می‌شود [۷].

۲- معادلات حاکم و روش تحقیق

ابتدا حجم معیار دیفرانسیلی شکل (۱) را در نظر گرفته می‌شود به دلیل اینکه بر روی این حجم معیار اثرات اصطکاک دیواره (δF) ، تزریق جرم (dm) ، انتقال حرارت (δQ) و تغییر سطح (dA) در نظر گرفته شده است، به جریان عبوری از آن جریان عمومیافته^۱ گفته می‌شود [۳].

با به‌کارگیری معادلات بقای جرم، ممنتوم و انرژی برای حجم معیار نشان داده شده، معادلات (۱ و ۲) حاصل می‌گردد.

امروزه با توجه به اینکه موتورهای سوخت جامد به‌عنوان پیشران اصلی یا شتاب دهنده‌ها مورد استفاده وسیعی قرار می‌گیرند، بنابراین در صنایع راکتی از اهمیت ویژه‌ای برخوردار می‌باشند. از مهم‌ترین مشخصه‌های مورد نیاز در تحلیل عملکرد موتورهای سوخت جامد، نمودارهای فشار - زمان و توزیع فشار در محفظه احتراق است. واضح است که دقت نمودارهای یاد شده از اهمیت بالایی برخوردار است. بدین منظور لازم است تا پدیده‌های مؤثر بر بالستیک داخلی از جمله سوزش فرسایشی در نظر گرفته شود. هدف از مدل‌سازی که در این بررسی به توضیح آن پرداخته می‌شود آن است که با حل معادلات حاکم بر جریان درون موتور پیشران جامد، مشخصات جریان درون آن از جمله توزیع فشار، دما و عدد ماخ در طول موتور و همچنین مشخصات عملکردی موتور مانند فشار محفظه در طی فرآیند سوزش به‌صورت تابعی از زمان تعیین گردد. این مدل‌سازی را می‌توان از روش‌های مختلفی به انجام رساند. در ساده‌ترین روش، کل محفظه موتور و نازل متصل به آن را می‌توان به‌صورت یک حجم معیار واحد در نظر گرفت و به‌صورت صفر بعدی و تنها با نوشتن قانون بقای جرم، مشخصات عملکردی موتور و فشار متوسط را به‌دست آورد [۱]. هر چند که می‌توان از این تحلیل صفر بعدی برای تعیین مشخصات عملکردی موتورهای پیشران جامد با هندسه گرین متفاوت استفاده کرد، لکن از طریق این روش نمی‌توان اثر پدیده‌های مهمی همچون سوزش فرسایشی را در مدل‌سازی لحاظ نمود. بنابراین برای احتساب اثرات سوزش فرسایشی، شتاب طولی و دورانی بر روی بالستیک داخلی، از یک مدل شبه یک‌بعدی استفاده می‌شود. منظور از بالستیک داخلی مجموعه فرآیندهای مربوط به سیال داخل موتور است که باعث تولید انرژی و تراست می‌شود [۲]. شرایط گذرای عملکرد موتور نیز به‌صورت شبه دائمی مدل‌سازی می‌شود. جریان شبه یک‌بعدی غیر لزج و تراکم ناپذیر همراه با انتقال حرارت، اصطکاک، تزریق جرم و تغییر سطح مقطع جریان به‌عنوان معادلات حاکم در نظر گرفته می‌شود [۳]. با فرض شبه دائمی بودن جریان و صرف نظر کردن از انتقال حرارت در دیواره-ها، در هر لحظه از زمان از معادلات حاکم در طول موتور انتگرال‌گیری شده و توزیع عدد ماخ، فشار، دما و سرعت گاز در این امتداد مشخص می‌شود. با توجه به وابستگی نرخ سوزش پیشران به فشار، از توزیع فشار حاصل شده در لحظه قبل استفاده شده و نرخ سوزش در لحظه جدید در امتداد طول موتور تعیین می‌گردد. این روند تا پایان سوزش پیشران ادامه پیدا می‌کند. پس از اتمام پیشران جامد روند تخلیه گازهای محفظه موتور با استفاده از معادلات حاکم مدل‌سازی شده و تغییرات فشار به هنگام تخلیه گازهای داغ محاسبه

$$\frac{dM}{dx} = \left(\frac{\psi}{1-M^2} \right) \left(\frac{1}{A} \frac{dA}{dx} + \left(\frac{\gamma M^2}{2} \right) \left(\frac{4f}{D_h} \right) \right) \quad (3)$$

$$+ \left(1 + \gamma M^2 \right) \frac{1}{\dot{m}} \frac{d\dot{m}}{dx} = g_1(x, M)$$

$$\frac{dp}{p} = - \frac{\gamma M^2}{2} \left(\frac{4f dx}{D_h} \right) - \frac{\gamma M^2}{2} \frac{d\dot{m}}{\dot{m}} \quad (4)$$

$$= g_2(x, M)$$

کمیت \dot{m} جرم جریان عبوری در موقعیت x است. نرخ سوزش پیش‌سرانه برابر ضخامت پیش‌سرانه سوخته شده در واحد زمان است. بنابراین \dot{m} در حالتی که شیب سطح عبوری جریان ناچیز باشد از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\dot{m} = \rho_p r W_p x \quad (5)$$

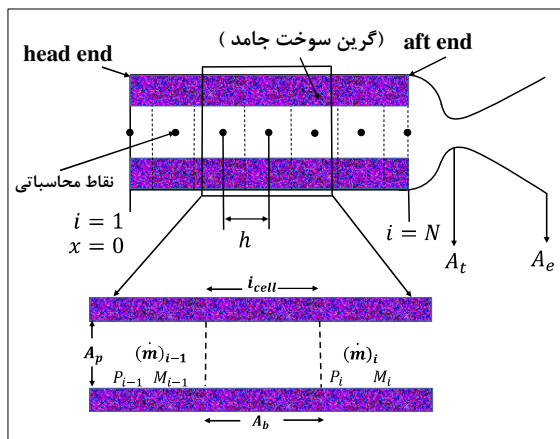
که در رابطه بالا، W_p محیط سوزش است. نرخ سوزش پیش‌سرانه r دربرگیرنده اثرات نرخ سوزش وابسته به فشار و نرخ سوزش ناشی از سوزش فرسایشی است. در ادامه روابط نرخ سوزش وابسته به فشار و نیز نرخ سوزش ناشی از سوزش فرسایشی آورده می‌شود. با مشتق‌گیری از رابطه (۵) مقدار $\frac{d\dot{m}}{dx}$ حاصل می‌شود.

$$\frac{d\dot{m}}{dx} = \rho_p \left(r W_p + x W_p \frac{dr}{dx} + x r \frac{dW_p}{dx} \right) \quad (6)$$

برای تعیین $\frac{dW_p}{dx}$ ، $\frac{dr}{dx}$ و همچنین $\frac{dA}{dx}$ که در معادله (۳) ظاهر شده است، نقاط محاسباتی شکل (۲)، را در نظر گرفته می‌شود. چنانکه گفته شد مقادیر $A(x)$ ، $r(x)$ ، $W_p(x)$ از لحظه قبل و یا شرایط اولیه معلوم هستند. بنابراین برای انتگرال‌گیری از معادله (۳) می‌توان از این مقادیر استفاده کرد. به‌عنوان مثال:

$$\frac{dA}{dx} = \frac{A_i - A_{i-1}}{h} \quad (7)$$

نیز به روش مشابه قابل محاسبه هستند. بدین ترتیب با قرار دادن این مقادیر در رابطه (۶) مقدار $\frac{d\dot{m}}{dx}$ به دست می‌آید.



شکل ۲- نمایشی از نقاط محاسباتی در میدان حل درون موتور پیش‌سران سوخت جامد.

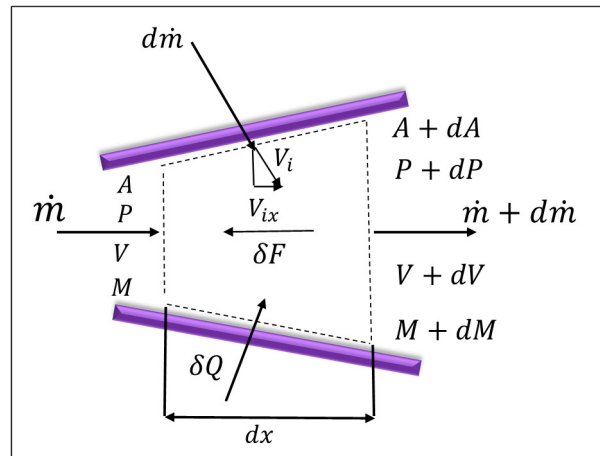
$$\frac{dM}{M} = - \left(\frac{\psi}{1-M^2} \right) \frac{dA}{A} + \left(\frac{\gamma M^2 \psi}{2(1-M^2)} \right) \left(\frac{4f dx}{D_h} \right) + \left(\frac{(1+\gamma M^2)\psi}{2(1-M^2)} \right) \frac{dT_t}{T_t} \quad (1)$$

$$+ \left(\frac{\psi(1+\gamma M^2) - \gamma M^2}{1-M^2} \right) \frac{d\dot{m}}{\dot{m}}$$

$$\frac{dP}{P} = - \frac{\gamma M^2}{2} \left(\frac{4f dx}{D_h} \right) - \frac{\gamma M^2}{2} \frac{dT_t}{T_t} \quad (2)$$

$$- \left(\gamma M^2 (1-y) \right) \frac{d\dot{m}}{\dot{m}}$$

در این معادلات $\psi = 1 + \frac{(\gamma-1)}{2} M^2$ و $y = V_{ix}/V$ معرف نسبت مؤلفه افقی سرعت جرم تزریقی به سرعت کل جریان است. چنانچه گازهای حاصل از احتراق پیش‌سرانه به‌صورت عمودی وارد حجم معیار شوند، مقدار $y = 0$ است. با صرف نظر کردن از تبادل حرارت بین گاز و دیواره موتور و پیش‌سران جامد، تغییرات دمای سکون در طول موتور را می‌توان ناچیز فرض کرد. با استفاده از رابطه گاز کامل می‌توان چگالی را با داشتن دما و فشار، همچنین سرعت گاز را با داشتن سرعت صوت و عدد ماخ به دست آورد.



شکل ۱- حجم معیار دیفرانسیلی در جریان عمومی یافته [۳].

۱-۲- روش حل معادلات

در صورتی که $A(x)$ ، $r(x)$ ، $W_p(x)$ از شرایط اولیه و یا لحظه قبل معلوم باشند، از معادله (۱) می‌توان در امتداد طول موتور انتگرال‌گیری کرد و توزیع عدد ماخ و سایر مشخصه‌های جریان را به دست آورد. برای این منظور با صرف نظر کردن از انتقال حرارت در دیواره‌ها، مجدد معادله (۱ و ۲) را در نظر گرفته می‌شود که این دو معادله به‌صورت زیر نوشته می‌شوند:

$$\sigma_p = \left(\frac{\delta \ln a P^n}{\delta T} \right)_p = \frac{1}{a} \left(\frac{\delta a}{\delta T} \right)_p \quad (11)$$

رابطه (۱۱) مقدار ضریب σ_p را بر حسب تغییرات ضریب a بر حسب دما و فشار ثابت را ارائه می‌کند. با استفاده از رابطه (۱۱) و رابطه نرخ سوزش (۹)، مقدار نرخ سوزش را با در نظر گرفتن تغییرات دمای اولیه سوخت به صورت زیر می‌توان به دست آورد:

$$r = a P^n e^{\sigma_p \Delta T} \quad (12)$$

که در آن، ΔT برابر میزان تغییر دمای اولیه سوخت نسبت به حالت مرجع (یعنی دمایی که در آن مقدار a اندازه‌گیری شده است) است [۱۰].

۲-۳- سوزش فرسایشی

در اثر عبور گازهای محصولات احتراق از روی سطح سوخت میزان نرخ سوزش افزایش می‌یابد که از آن با عنوان پدیده سوزش فرسایشی یاد می‌شود. افزایش نرخ سوزش به واسطه سوزش فرسایشی اثرات جدی بر روی عملکرد موتور سوخت جامد دارد. به گونه‌ای که گاهی اوقات باعث افزایش فشار محفظه موتور تا دو برابر فشار متوسط می‌شود. سوزش فرسایشی معمولاً در ناحیه‌ای از سوخت که در آن گازها به هنگام ورود به نازل سرعت می‌گیرند اتفاق می‌افتد. به همین خاطر چنانچه نسبت سطح عبوری جریان به سطح گلوگاه نازل نزدیک یک باشد، نرخ سوزش فرسایشی سوخت بالا می‌رود. تاکنون بیش از ۳۰ مدل گوناگون که هر یک بر مبنای تئوری‌هایی نظیر افزایش انتقال حرارت گاز به سطح سوخت، مخلوط شدن لایه مرزی جریان مغشوش و... است. برای مدل‌سازی ریاضی سوزش فرسایشی ارائه شده است [۱۱]. در این مدل‌سازی از مدل سادرهلم برای مدل‌سازی سوزش فرسایشی استفاده می‌شود [۱۲].

بر اساس مدل سادرهلم نرخ سوزش کلی سوخت به صورت زیر به دست می‌آید:

$$r = r_p \left(\frac{M}{M_{cr}} \right)^{XM} \quad (13)$$

که در آن، r همان نرخ سوزش وابسته به فشار در رابطه (۸) است. M عدد ماخ جریان و M_{cr} عدد ماخ بحرانی است. مقدار توان XM در رابطه (۱۳) از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$XM = \ln \left[0.06768 \left(\frac{P^{0.74}}{r_p} \right)^{0.4948} \right] \quad (14)$$

در رابطه (۱۴) فشار بر حسب psi و نرخ سوزش بر حسب in/s است. لازم به ذکر است که برای تعیین نرخ سوزش سوخت در الگوریتم شبیه‌سازی هر یک از مقادیر نرخ سوزش از روابط (۱۲ و ۱۳) محاسبه شده و بیشترین مقدار به عنوان نرخ سوزش در نظر گرفته می‌شود.

قبل از ادامه بررسی روش حل، قدری بر روی فیزیک معادله (۳) متمرکز شوید. چنانچه در این معادله ملاحظه می‌شود، برای اعداد ماخ کوچک‌تر از واحد (یعنی زیر صوت) عبارت $1 - M^2$ مثبت شده و با افزایش سطح مقطع در امتداد x ، عدد ماخ جریان کاهش و با کاهش سطح مقطع در این امتداد، عدد ماخ افزایش می‌یابد. در جریان‌های مافوق صوت ملاحظه می‌شود که عدد ماخ با افزایش سطح در امتداد طول، افزایش و با کاهش آن، کاهش می‌یابد. اثر اصطکاک همچنان که از معادله فوق قابل درک است، در جهت صوتی شدن جریان (رسیدن عدد ماخ به یک) است.

انکون از روش رانگ - کوتا^۱ مرتبه ۴ استفاده کرده و از معادله (۳) انتگرال‌گیری می‌شود. مقدار عدد ماخ M_{i+1} در x_{i+1} با استفاده از معادله (۸) به دست می‌آید [۸]. با حل معادله (۸) در نقاط محاسباتی مشخص شده در شکل (۲) یعنی، $i = 1, 2, \dots, N$ توزیع عدد ماخ در طول محفظه موتور به دست می‌آید.

$$\begin{aligned} M_{i+1} &= M_i + \frac{h}{6} (m_1 + 2m_2 + 2m_3 + m_4) \\ m_1 &= g_1(x_i, M_i) \\ m_2 &= g_1\left(x_i + \frac{h}{2}, M_i + \frac{h}{2}m_1\right) \\ m_3 &= g_1\left(x_i + \frac{h}{2}, M_i + \frac{h}{2}m_2\right) \\ m_4 &= g_1(x_i + h, M_i + hm_3) \end{aligned} \quad (8)$$

که در این رابطه، $h = x_{i+1} - x_i$ گام مکانی است.

۲-۲- نرخ سوزش وابسته به فشار

مقدار نرخ سوزش وابسته به فشار از طریق آزمایش بمب کرافورد به صورت تجربی برای هر پیشرانه خاص تعیین می‌شود. رابطه کلی نرخ سوزش وابسته به فشار را می‌توان به صورت زیر بیان کرد:

$$r = a P^n \quad (9)$$

که در آن، a یک ضریب تجربی و وابسته به دمای گرین است و n توان فشار نامیده شده و مستقل از دمای اولیه سوخت است [۹]. تغییر دمای اولیه سوخت بر روی واکنش‌های شیمیایی به هنگام سوزش سوخت اثر می‌گذارد و در نهایت موجب تغییر نرخ سوزش می‌شود. ضریب تغییرات نرخ سوزش بر حسب دمای اولیه گرین با یک ضریب تجربی به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\sigma_p = \left(\frac{\delta \ln r}{\delta T} \right)_p = \frac{1}{r} \left(\frac{\delta r}{\delta T} \right)_p \quad (10)$$

مقدار ضریب σ_p برای یک گرین مشخص با استفاده از آزمایش Strand burner به دست می‌آید. مقادیر σ_p معمولاً بین ۰/۰۰۱ تا ۰/۰۰۹ بر واحد درجه کلون متغیر است. با جایگذاری رابطه نرخ سوزش (۹) در رابطه (۱۰) می‌توان نوشت.

داده می‌شود. به این ترتیب با استفاده از \dot{m}_1 می‌توان به صورت زیر مقدار عدد ماخ M_1 را محاسبه و به عنوان شرط مرزی معادله (۳) استفاده کرد:

$$M_1 = \frac{\dot{m}_1}{\rho_1 A_{p1} \sqrt{\gamma RT_f}} \quad (18)$$

اکنون می‌توان با انتگرال‌گیری از معادله (۳) به روش رانگ - کوتا (معادله ۸) توزیع عدد ماخ در طول موتور و عدد ماخ در خروجی از گرین (یعنی M_n) را محاسبه نمود.

۴- با معلوم شدن توزیع عدد ماخ در طول موتور و با توجه به اینکه $dT_i = \gamma = 0$ می‌توان از معادله (۴) انتگرال‌گیری کرده و توزیع فشار P_i را به صورت زیر محاسبه کرد:

$$p_i = p_o \exp \left[\int_{x=0}^{x=x_1} g_2(x, M) dx \right] \quad (19)$$

که در آن تابع $g_2(x, M)$ برابر است با:

$$g_2(x, M) = -\frac{\gamma M^2}{2} \left(\frac{4f}{D_h} + 2 \frac{1}{m} \frac{dm}{dx} \right) \quad (20)$$

با اعمال روش انتگرال‌گیری ذوزنقه‌ای به معادله (۲۰) می‌توان نوشت:

$$p_i = p_c \exp \left[\sum_{j=1}^{i-1} \frac{h}{2} \left[g_2(x_{j+1}, M_{j+1}) + g_2(x_j, M_j) \right] \right] \quad (21)$$

۵- با استفاده از روابط بین خواص سکون و خواص ترمودینامیکی گاز کامل، سایر خواص ترمودینامیکی همچون فشار استاتیک، دما، چگالی و سرعت گاز به صورت زیر قابل محاسبه است:

$$P_i = \frac{p_i}{\left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_i^2 \right)^{\frac{\gamma}{\lambda-1}}} \quad (22)$$

$$T_i = \frac{T_f}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_i^2} \quad (23)$$

$$\rho_i = \frac{P_i}{RT_i} \quad (24)$$

$$V_i = M_i \sqrt{\gamma RT_i} \quad (25)$$

باید توجه داشت که در محاسبه \dot{m} و $\frac{dm}{dx}$ در مراحل قبل، از حدس اولیه فشار استاتیک جهت تعیین نرخ سوزش استفاده شده است. پس از آنکه توزیع فشار استاتیک در مرحله ۵ به دست آمد، لازم است مقدار حدسی فشار در رابطه نرخ سوزش با مقادیر جدید فشار جایگزین شده و مجدد مراحل ۲ تا ۴ تکرار شود. این تکرار تا زمانی که یک توزیع ثابت برای عدد ماخ (و یا فشار استاتیک) در طول محفظه موتور به دست آید ادامه پیدا می‌کند.

۶- پس از ثابت شدن توزیع خواص ترمودینامیکی گازهای درون محفظه موتور، باید بررسی شود که آیا میزان جرم گازهای سوخته شده با جرم عبوری از نازل یکی می‌شود یا خیر. بدین منظور از رابطه فشار

۲-۴- فرضیات در نظر گرفته شده برای انجام شبیه‌سازی

مدل‌سازی بالستیک داخلی موتور سوخت جامد متأثر از عوامل مختلفی است؛ بنابراین برای ساده‌سازی معادلات، فرضیات زیر به کار گرفته شده است [۱۵-۱۳].

۱. محصولات حاصل از احتراق به صورت گاز کامل در نظر گرفته می‌شوند.

۲. جریان به صورت شبه یک‌بعدی در نظر گرفته می‌شود.

۳. سوخت مورد استفاده در هنگام سوختن، شکل هندسی خود را از دست نمی‌دهد.

۴. از انتقال حرارت داخل سوخت صرف نظر می‌شود.

۵. اثرات شتاب (طولی و دورانی) راکت در نظر گرفته نمی‌شود.

۶. از واکنش‌های شیمیایی رخ داده در گازها صرف نظر می‌شود.

۲-۵- الگوریتم شبیه‌سازی

مراحل کلی الگوریتم شبیه‌سازی بالستیک داخلی موتور سوخت جامد به صورت خلاصه به شرح زیر است:

۱- در ابتدا فشار P_0 به عنوان حدس اولیه فشار در نقاط انتگرال‌گیری شکل (۲) انتخاب می‌شود. بدین منظور کل محفظه موتور به عنوان یک حجم کنترل در نظر گرفته شده و با مساوی قرار دادن جرم گاز تولید شده توسط پیشران با جرم عبوری از گلوگاه نازل دارید:

$$\dot{m}_p = \dot{m}_{th} \rightarrow r W_p L_p \rho_p = \frac{p_o A_{th} \sqrt{\gamma \left[\frac{2}{\gamma+1} \right]^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}}{\sqrt{RT_f}}$$

با استفاده از رابطه نرخ سوزش (۹)، فشار سکون کل محفظه به صورت زیر به دست می‌آید:

$$p_o = \left(\frac{W_p L_p \rho_p \sqrt{RT_f}}{A_{th} \sqrt{\gamma \left[\frac{2}{\gamma+1} \right]^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}} \right)^{\frac{1}{1-n}} \quad (15)$$

۲- با دانستن دمای آدیاباتیک شعله T_f ، چگالی گاز در سر موتور برابر خواهد بود با:

$$\rho_1 = \frac{p_o}{RT_f} \quad (16)$$

۳- جرم تولید شده در حجم معیار متصل به سر موتور (نقطه ۱ در شکل ۲) برابر است با:

$$\dot{m}_1 = \rho_p W_{p1} \frac{h}{2} \left(a p_o^n \right) \quad (17)$$

که در آن، $h = \frac{L_p}{N}$ گام مکانی انتگرال‌گیری است. با انتصاب این جرم به اولین گره محاسباتی، از تکینه شدن نقطه ۱ برای معادلات (۳ و ۴) جلوگیری می‌شود. در سایر نقاط محاسباتی نیز جرم وارد شده به حجم معیارهای دیفرانسیلی ماقبل آن نقطه، به گره محاسباتی مربوطه نسبت

شده در شکل (۲) در گام زمانی بعد محاسبه نمود و این روند تا پایان سوزش پیشرانه ادامه پیدا می‌کند.

$$P_{NOZ} = (P_s)_N - \frac{1}{2}(\Delta P_s)_N \quad (32)$$

$$\frac{dP}{dt} = \frac{RT_f}{V_c} (\dot{m}_{total} - \dot{m}_{nozzle}) - \frac{1}{2} \frac{P_1}{\rho_p} \frac{\dot{m}_{total}}{V_c} \quad (33)$$

که در آن:

$$\dot{m}_{total} = \sum_{i=1}^N \dot{m}_i \quad (34)$$

$$\dot{m}_{total} = P_{NOZ} A_{th} \sqrt{\frac{\gamma}{RT_f} \left(\frac{2}{\gamma+1} \right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}}} \quad (35)$$

که در روابط بالا، V_c برابر حجم کل فضای آزاد (فضایی که توسط گرین سوخت اشغال نشده) در هر گام زمانی و A_t بیانگر سطح مقطع گلوگاه است، که تغییرات سطح مقطع گلوگاه در بخش بعدی توضیح داده می‌شود.

در نهایت فشار در گام زمانی بعدی در اولین المان به صورت زیر به دست می‌آید [۱۶]:

$$P_1(t + \Delta t) = P_1(1) + \Delta t \frac{dP}{dt} \quad (36)$$

۲-۵-۱- تغییرات قطر گلوگاه نازل

نسبت سطح مقطع ورودی نازل به گلوگاه A_{in}/A_t و سطح مقطع خروجی نازل به گلوگاه A_e/A_t ، از جمله پارامترهای مهم برای ارزیابی عملکرد موتور راکت سوخت جامد می‌باشند. سطح مقطع ورودی نازل اغلب با سطح مقطع ناحیه پورت برابر در نظر گرفته می‌شود ($A_{in} = A_p$). گلوگاه نازل به عنوان کوچک‌ترین ناحیه بین قسمت همگرا و واگرای نازل تعریف می‌شود. نسبت A_{in}/A_t تأثیر قابل توجهی بر سرعت گاز محوری درون محفظه نازل دارد. هنگامی که این نسبت عدد بزرگی باشد ($A_{in}/A_t > 4$) می‌توان تأثیر آن را نادیده در نظر گرفت. باین حال در یک نسبت کوچک، گازهای درون محفظه قادرند منبسط شوند و انرژی مورد نیاز برای شتاب دادن به این گازها سبب افت فشار و در نتیجه تلفات انرژی می‌شود [۱۷]. اگر سرعت گاز قبل از رسیدن به نازل به سرعت صوت برسد این اثرات بیشتر خواهد شد و یک موج شوک نرمال تشکیل می‌شود. در نتیجه تراست و ایمپالس ویژه کاهش می‌یابد [۱۸]. علاوه بر این با توجه به سرعت بالای گاز، پدیده سوزش فرسایشی قابل توجه است و مشخصات سوخت تحت تأثیر قرار می‌گیرد. حتی اگر نسبت A_{in}/A_t بزرگ باشد، بیشینه تراست و بالاترین کارایی تنها زمانی به دست می‌آید که فشار خروجی از نازل با فشار محیط برابر باشد [۱۹]. زمانی که راکت از جو زمین خارج می‌شود، فشار محیط کاهش می‌یابد و شرایط بهینه برای نازل تنها در یک ارتفاع خاص رخ خواهد داد. بنابراین برای بررسی اثرات مخرب و فرسایش در گلوگاه نازل رابطه‌ای تجربی به صورت زیر به دست آمده است، که از این

سکون مورد نیاز برای ایجاد حالت خفگی در گلوگاه نازل استفاده می‌شود. بر اساس این رابطه دارید:

$$P_{th} = \frac{\dot{m}_N \sqrt{\gamma RT_f}}{\Gamma A_{th}} \quad (26)$$

که در آن:

$$\Gamma = \gamma \left(\frac{2}{\gamma-1} \right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}}$$

است. با در نظر گرفتن افت فشار سکون در گلوگاه نازل چنانچه فشار سکون در گلوگاه نازل یعنی P_{th} با P_{NOZ} یکی باشد، بقای جرم بین موتور و نازل ارضاء می‌شود و حل معادلات در قدم زمانی بعد دنبال می‌شود. در غیر این صورت باید مراحل ۱ تا ۵ را با اصلاح حدس فشار اولیه تکرار کرد. برای اصلاح حدس اولیه فشار در مرحله ۱ از رابطه زیر می‌توان بهره جست:

$$(P_o)_{new} = (P_o)_{old} \left(\frac{P_{th}}{P_{NOZ}} \right)^K \quad (27)$$

که در آن، ضریب ثابت K در آن در حدود ۱/۰۱ است. همچنین رابطه افت فشار سکون در نازل را می‌توان با توجه به شکل (۳) از رابطه (۲۸) به دست آورد [۱۶].

$$(\Delta P_s)_i = \gamma (M_i)^2 \frac{(\dot{m}_s)_i}{(\dot{m}_a)_i} (P_s)_i \quad (28)$$

که در آن:

$$(\dot{m}_a)_i = (\dot{m}_a)_{i-1} + \frac{1}{2} (\dot{m}_s)_i \quad (29)$$

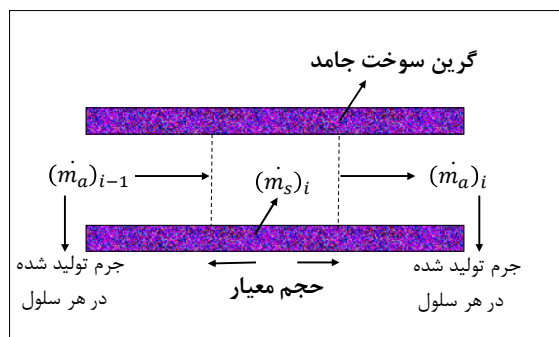
همچنین دارید:

$$(\dot{m}_s)_i = \frac{1}{2} \rho_p r_i W_{pi} h \quad (30)$$

بنابراین فشار سکون در گلوگاه نازل را می‌توان از رابطه زیر به دست آورد:

$$P_{NOZ} = (P_s)_N - \frac{1}{2} (\Delta P_s)_N \quad (31)$$

که در آن، $(P_s)_N$ فشار سکون در انتهای گرین است.



شکل ۳- جرم تولید در حجم معیارهای در نظر گرفته شده.

پس از حل معادلات در گام زمانی اول، می‌توان با استفاده از رابطه تغییرات فشار نسبت به زمان، فشار را در اولین المان در نظر گرفته

$$\Lambda(x) = M \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right) \left(-\frac{1}{A} \frac{dA}{dx} + \right. \quad (40)$$

$$\left. \frac{\gamma M^2}{2} \left(\frac{4f}{D_h} \right) + \left(1 + \gamma M^2 \right) \frac{1}{\dot{m}} \frac{d\dot{m}}{dx} \right)$$

با اعمال قانون هوپیتال به معادله (۳۹) مقدار $\frac{dM}{dx}$ در ناحیه گذر صوتی که با بالانویس (*) نمایش داده شده است، به دست می‌آید.

$$\left(\frac{dM}{dx} \right)^* = \lim_{M \rightarrow 1} \left(\frac{dM}{dx} \right) = \frac{(d\Lambda/dx)^*}{-2(dM/dx)^*} \quad (41)$$

و در انتها با مرتب‌سازی معادله (۴۱) می‌توان نوشت:

$$\left[\left(\frac{dM}{dx} \right)^* \right]^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{d\Lambda}{dx} \right)^* = 0 \quad (42)$$

چون M به صورت صریح در $\Lambda(x)$ وجود دارد، بنابراین مشتق $\left(\frac{d\Lambda}{dx} \right)^*$ شامل عبارت $\left(\frac{dM}{dx} \right)^*$ خواهد بود. بنابراین معادله (۴۲) یک معادله خطی درجه دوم بر حسب $\left(\frac{dM}{dx} \right)^*$ به صورت زیر خواهد شد:

$$\left[\left(\frac{dM}{dx} \right)^* \right]^2 + B \left(\frac{dM}{dx} \right)^* + C = 0 \quad (43)$$

که در آن ضرایب B و C برابرند با:

$$B = \frac{1}{2} \left[\left(1 + \frac{3}{2}(\gamma-1)M^2 \right) \left(-\frac{dA/dx}{A} + 2\gamma M^2 \frac{f}{D_h} + \left(1 + \gamma M^2 \right) \frac{d\dot{m}/dx}{\dot{m}} \right) + \right. \\ \left. 2\gamma M^2 \left(1 + \frac{1}{2}(\gamma-1)M^2 \right) \left(2 \frac{f}{D_h} + \frac{d\dot{m}/dx}{\dot{m}} \right) \right]$$

$$C = \frac{1}{2} M \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right) \left\{ \left(\frac{dA/dx}{A} \right)^2 - \frac{d^2 A}{dx^2} - 2\gamma M^2 \left(\frac{f}{D_h^2} \right) + \right. \\ \left. \left(1 + \gamma M^2 \right) \left[\frac{d^2 \dot{m}/dx^2}{\dot{m}} - \left(\frac{d\dot{m}/dx}{\dot{m}} \right)^2 \right] \right\}$$

اینکه کدام‌یک از دو جواب معادله (۴۳) جواب مورد نظر است به شرایط مرزی پایین دست جریان بستگی دارد. همچنین از آنجایی که در عبارت $\left(\frac{d\Lambda}{dx} \right)^*$ ، عبارت‌هایی مثل $\frac{d^2 A}{dx^2}$ و $\frac{d^2 \dot{m}}{dx^2}$ ظاهر می‌شوند، لازم است تا این مشتقات مرتبه دوم به صورت عددی محاسبه شوند. به‌عنوان مثال با اعمال روش اختلاف محدود پسرود $\frac{d^2 m}{dx^2}$ می‌توان نوشت:

$$\left(\frac{d^2 \dot{m}}{dx^2} \right)_i = \frac{(\dot{m}/dx)_i - (\dot{m}/dx)_{i-1}}{h} \quad (44)$$

که از معادله (۶) به دست می‌آید. همچنین با استفاده از معادله (۷)، برای $\frac{d^2 A}{dx^2}$ می‌توان نوشت:

$$\left(\frac{d^2 A}{dx^2} \right)_i = \frac{(A/dx)_i - (A/dx)_{i-1}}{h} \quad (45)$$

رابطه می‌توان تغییرات قطر گلوگاه نازل و سپس تغییرات سطح مقطع گلوگاه را به دست آورد و در شبیه‌سازی حاضر از آن استفاده نمود [۲۰]:

$$\Delta D_t = P_c^{1.92} \left(8.817 \times 10^{-5} D_t^2 + 5.398 \times 10^{-6} D_t + 5.780 \times 10^{-5} \right) \quad (37)$$

در رابطه (۳۷) ΔD_t ، تغییرات قطر گلوگاه نازل نسبت به زمان بر حسب میلی‌متر بر ثانیه و D_t ، قطر اولیه گلوگاه نازل بر حسب میلی‌متر و فشار موجود در رابطه بالا بر حسب بار است [۲۰].

۲-۵-۲- فاز تخلیه گازهای موجود درون محفظه

پس از اتمام سوخت، چون سوختی برای سوختن وجود ندارد، فقط گازهای درون محفظه تخلیه می‌شوند. بنابراین فشار داخل موتور به شدت افت می‌کند. بنابراین با قرار دادن $\dot{m}_{total} = 0$ در رابطه (۳۳) می‌توان رابطه زیر را برای فشار در فاز تخلیه به دست آورد:

$$P_e = P_c \exp \left[-\frac{A_t h \Gamma}{V_c} \sqrt{RT_f} (t - t_c) \right] \quad (38)$$

که در آن، P_c فشار در انتهای فاز اتمام سوخت، t_c زمان در انتهای فاز اتمام سوخت و V_c حجم کل در انتهای فاز اتمام سوخت است.

۲-۵-۳- الگوریتم حل معادلات حاکم در ناحیه گذر صوتی

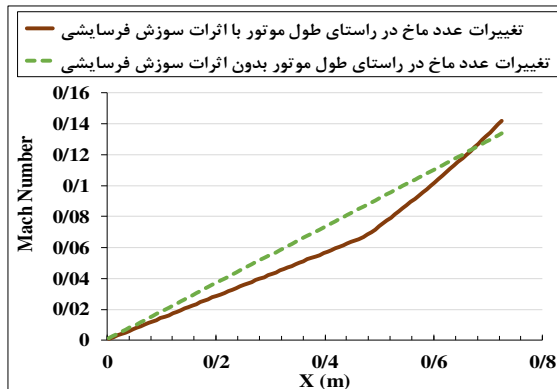
در بخش‌های قبلی، معادلات حاکم بر جریان تراکم‌پذیر تعمیم یافته و روش حل آن‌ها توضیح داده شد. با نگاهی به معادلات (۱ و ۳) مشاهده می‌شود که به خاطر عبارت $\frac{1}{1-M^2}$ ، هنگامی که سرعت جریان به سرعت صوت نزدیک شود نقطه تکین^۱ در معادلات ظاهر می‌شود. در جریان‌هایی که در آن سرعت جریان از زیر صوت به بالای صوت تغییر می‌کند، روش‌های ویژه‌ای برای حل این مشکل وجود دارد که به‌طور خلاصه به دو روش از آن‌ها اشاره می‌شود. در روش اول از معادلات حاکم توسط روش‌های استاندارد مانند رانگ - کوتا تا زمانی که عدد ماخ به سمت یک نزدیک شود انتگرال‌گیری می‌شود. در محدوده گذر صوتی (به‌عنوان مثال از $M=0.95$ تا $M=1.05$) با ثابت نگه‌داشتن مشتقات خواص جریان نظیر $\frac{dM}{dx}$ ، مشخصه‌های جریان از طریق برون‌یابی محاسبه می‌شوند [۳].

در روش دوم با استفاده از قانون هوپیتال مقدار $\frac{dM}{dx}$ در نقطه تکین محاسبه می‌شود. با بازنویسی معادله (۳) می‌توان نوشت:

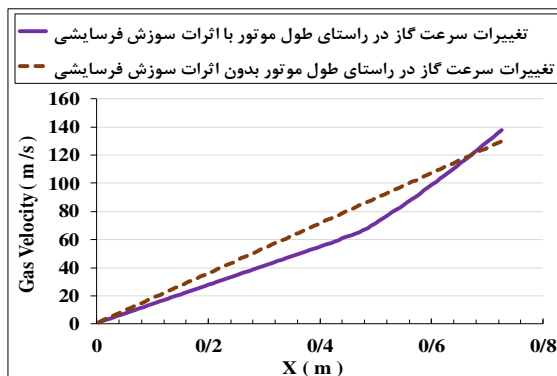
$$\frac{dM}{dx} = \frac{\Lambda(x)}{1-M^2} \quad (39)$$

که در آن مقدار $\Lambda(x)$ برابر است با:

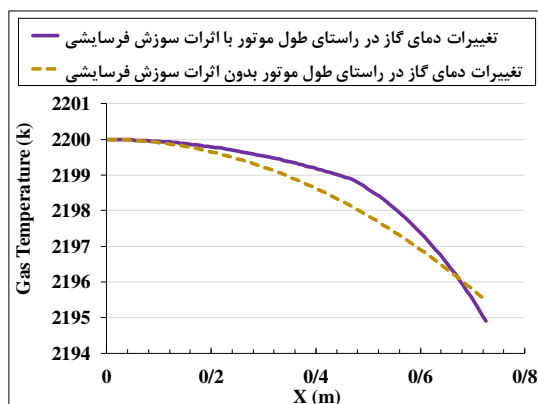
موتور، یک پارامتر قابل توجه در طراحی راکت سوخت جامد است. مقدار فشار از ابتدای محفظه به سمت انتهای آن به دلیل افزایش سرعت جریان، کاهش می‌یابد. با توجه به شکل‌های (۷) و (۸) مشاهده می‌شود که در حالت (۱) فشار کاهش کمتری (حدود ۲ بار) در راستای طول موتور دارد. اما در حالت (۲) کاهش بیشتر فشار (حدود ۵ بار) را در راستای طول موتور مشاهده می‌شود، که ناشی از اثرات سوزش فرسایشی است.



شکل ۴- نمودار توزیع عدد ماخ در راستای طول موتور در دو حالت با و بدون سوزش فرسایشی در گام زمانی اول.



شکل ۵- نمودار توزیع سرعت گاز در راستای طول موتور در دو حالت با و بدون سوزش فرسایشی در گام زمانی اول.



شکل ۶- نمودار توزیع دمای گاز در راستای طول موتور در دو حالت با و بدون سوزش فرسایشی در گام زمانی اول.

و در انتها عبارت $\frac{dD_h}{dx}$ بر حسب مساحت عبوری جریان به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$D_h = \sqrt{\frac{4A}{\pi}} \rightarrow \frac{dD_h}{dx} = \frac{2}{\pi D_h} \frac{dA}{dx} = \frac{1}{\sqrt{\pi A}} \frac{dA}{dx} \quad (۴۶)$$

۳- نتایج حاصل از شبیه‌سازی

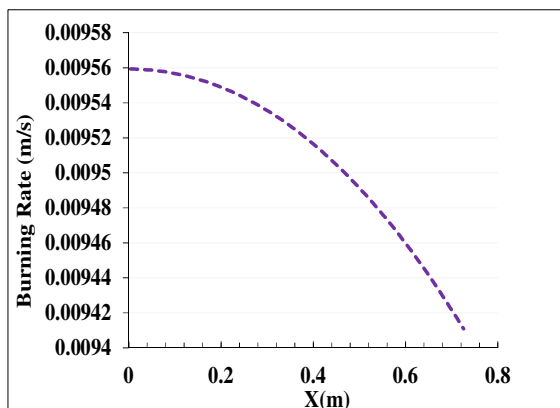
۳-۱- شبیه‌سازی معادلات موتور با فرض گرین استوانه‌ای درون‌سوز - بیرون‌سوز

در این قسمت صحت الگوریتم بیان شده در قسمت‌های قبلی با انجام شبیه‌سازی یک موتور سوخت جامد با گرین استوانه‌ای درون - بیرون سوز بررسی شده است (جدول ۱). با انجام فرآیند شبیه‌سازی بر مبنای معادلات به دست آمده، تغییرات پارامترهای بالستیک داخلی در راستای طول موتور و زمان سوزش در دو حالت بدون اثرات سوزش فرسایشی (حالت ۱) و با احتساب اثرات سوزش فرسایشی (حالت ۲) به صورت زیر است:

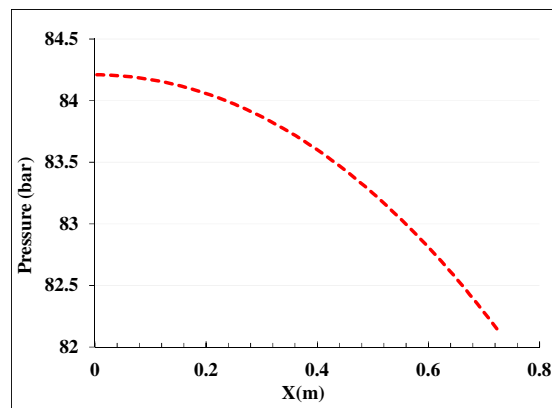
با توجه به هندسه و فیزیک جریان در حالت کلی، عدد ماخ باید در طول محفظه احتراق افزایش یابد. درون نازل نیز هنگامی که خروجی آن بالای صوت است عدد ماخ افزایش و در جریان خروجی زیر صوت و در قسمت واگرای نازل، عدد ماخ کاهش می‌یابد. با توجه به شکل‌های (۴) و (۵) مشاهده می‌شود که عدد ماخ و سرعت جریان در هر دو حالت در طول محفظه افزایش می‌یابند. در حالت بدون سوزش فرسایشی سرعت و عدد ماخ جریان به صورت خطی افزایش پیدا می‌کند اما در حالت سوزش فرسایشی شاهد کاهش عدد ماخ و سرعت جریان نسبت به حالت بدون فرسایش تا نزدیکی گلوگاه نازل هستید که این کاهش سرعت می‌تواند به علت افزایش حجم خالی محفظه در اثر سوزش فرسایشی باشد، و منحنی نسبت به حالت بدون اثرات سوزش فرسایشی دچار شکست می‌شود. همچنین مقایسه دو نمودار نشان می‌دهد که هر چه از ابتدای محفظه دورتر شوید اثرات فرسایش روی سرعت سیال، و عدد ماخ بیشتر مشاهده می‌شود.

پارامتر قابل توجه دیگر، تغییرات دما درون موتور است. شکل (۶) تغییرات دما در طول موتور در گام زمانی اول در دو حالت را نشان می‌دهد. همان‌طور که در شکل دیده می‌شود تغییر چندانی در منحنی دما رخ نمی‌دهد، بنابراین در تحلیل جریان درون موتور، در بیشتر مواقع معمولاً دمای محفظه ثابت فرض می‌شود. با شروع سوزش سوخت، دمای درون محفظه به سرعت بالا رفته و به بیشترین مقدار خود یعنی دمای شعله می‌رسد. دمای شعله از ابتدای موتور به سمت انتهای آن به دلیل افزایش سرعت جریان، مقدار کمی کاهش می‌یابد. همان‌طور که در شکل (۶) مشاهده می‌شود به دلیل اینکه تفاوت سرعت جریان در دو حالت در سطح گرین در نزدیکی نازل بیشتر است و با توجه به توضیحات ارائه شده در نمودار (۴ و ۵) کاهش دما در حالت بدون سوزش فرسایشی تا نزدیکی گلوگاه نازل بیشتر مشاهده می‌شود و در نزدیکی گلوگاه نازل، کاهش بیشتری را در حالت سوزش فرسایشی مشاهده می‌شود.

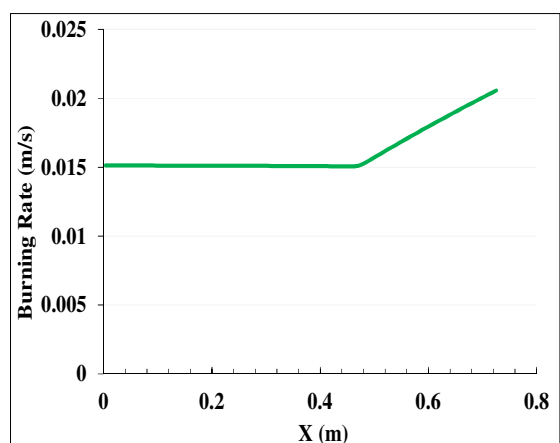
در شکل‌های (۷) و (۸) منحنی تغییرات فشار درون موتور در گام زمانی اول، با در نظر گرفتن دو حالت رسم شده است. به طور کلی تغییرات فشار درون



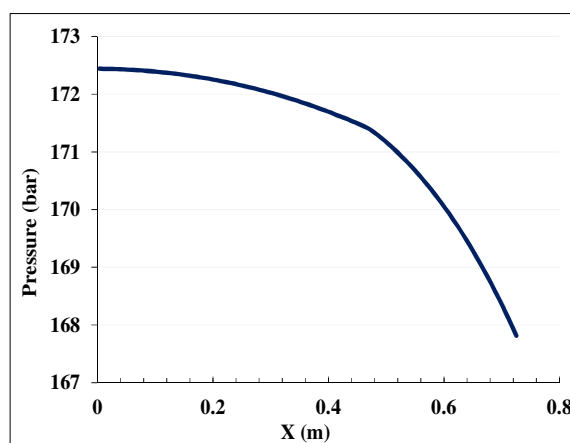
شکل ۹- نمودار تغییرات نرخ سوزش سوخت در راستای طول موتور بدون اثرات سوزش فرسایشی در گام زمانی اول.



شکل ۷- نمودار توزیع فشار استاتیک در راستای طول موتور بدون اثرات سوزش فرسایشی در گام زمانی اول.



شکل ۱۰- نمودار تغییرات نرخ سوزش سوخت در راستای طول موتور با احتساب اثرات سوزش فرسایشی در گام زمانی اول.



شکل ۸- نمودار توزیع فشار استاتیک در راستای طول موتور با احتساب اثرات سوزش فرسایشی در گام زمانی اول.

شکل‌های (۱۱) و (۱۲) نمودار تغییرات چگالی گاز در راستای طول موتور را در هر دو حالت نشان می‌دهند. با توجه معادله حالت (معادله ۲۴)، چگالی گاز وابسته به فشار و دمای گاز است، از آنجایی که تغییرات دما قابل توجه نیست و مقدار R در رابطه (۲۴) ثابت است، بنابراین تغییرات فشار باعث تغییرات قابل توجه چگالی گاز می‌شود. به همین دلیل این تغییرات در حالت سوزش فرسایشی محسوس‌تر است، به طوری که در حالت (۲) چگالی در سر موتور حدود دو برابر افزایش پیدا کرده است، همچنین کاهش چگالی در راستای طول موتور در حالت (۲) بیشتر است، بنابراین فرض گاز تراکم‌پذیر کاملاً صحیح است.

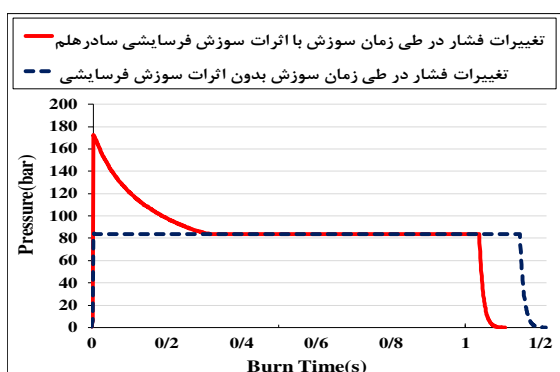
در شکل (۱۳) و (۱۴) مقایسه‌ای بین منحنی فشار سر موتور برای دو حالت سوزش عادی و سوزش فرسایشی در دو موتور صورت گرفته است. مشخصات هر دو موتور تحت بررسی در جدول‌های (۱) و (۲) آورده شده است. گام زمانی اجرای برنامه در هر دو شبیه‌سازی، $1/0.01$ ثانیه و تعداد نقاط محاسباتی به کار رفته در شبکه، ۱۰۰ نقطه در نظر گرفته شده است. در لحظات اولیه عملکرد موتورهای سوخت جامد، گازهای حاصل از احتراق با نرخ جریان جرم زیاد از مجاری باریک سوخت می‌گذرند.

از نتایج حاصل شده در شکل‌های (۷) و (۸) مشاهده می‌شود که فشار در حالتی که از مدل سوزش فرسایشی سادرهلم استفاده شده است تغییرات بیشتری نسبت به حالت بدون فرسایش دارد اما در حالت کلی می‌توان نتیجه گرفت که تغییرات فشار استاتیک در راستای طولی ناچیز است.

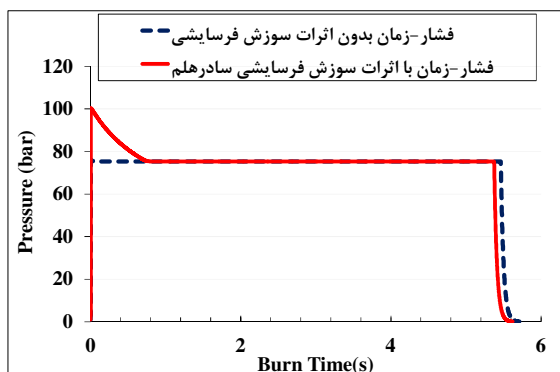
شکل (۹) نمودار تغییرات سرعت سوزش در حالت بدون سوزش فرسایشی را نشان می‌دهد، با توجه به اینکه در حالت سوزش عادی، نرخ سوزش تنها وابسته به فشار است و دو ضریب a و n در رابطه نرخ سوزش ثابت‌اند، بنابراین نرخ سوزش سوخت در راستای طول موتور کاهش می‌یابد (با توجه به کاهش فشار)، در نتیجه پس‌روی سطح گرین در ابتدای سطح موتور کمی سریع‌تر است. اما در حالت سوزش فرسایشی با توجه به رابطه سادرهلم نرخ سوزش وابسته به فشار و عدد ماخ جریان است و در این حالت با توجه به اینکه افزایش سرعت و در پی آن افزایش عدد ماخ از ابتدای موتور به انتهای آن را دارید، مقدار نرخ سوزش در انتهای متصل به نازل بیشتر از ابتدای موتور می‌شود، و افزایش قابل توجهی را در نرخ سوزش سوخت مشاهده می‌شود. این مطلب در شکل (۱۰) به خوبی نشان داده شده است. بنابراین سوخت انتهای موتور سریع‌تر تمام می‌شود.

هر دو موتور فشار از ابتدای سر موتور تا پایان زمان سوزش تقریباً ثابت باقی می‌ماند.

نکته‌ای که باید به آن توجه کرد آن است که در اثر سوزش فرسایشی با توجه به اینکه نرخ سوزش سوخت جامد افزایش می‌یابد، زمان کار موتور کمتر می‌شود و همچنین مقدار فشار حداکثر محفظه افزایش پیدا می‌کند که این افزایش در موتور (۱) بیشتر مشاهده می‌شود و در بخش بعدی به علت این موضوع پرداخته شده است. همچنین در موتور (۲) مشاهده می‌شود که به دلیل اثرات کمتر سوزش فرسایشی زمان سوزش کاهش کمتری دارد. لازم به ذکر است در شبیه‌سازی انجام شده اثرات آتشنه لحاظ نشده است. در این نتایج برای پیش‌بینی پدیده سوزش فرسایشی از مدل سادرهلم استفاده شده است.



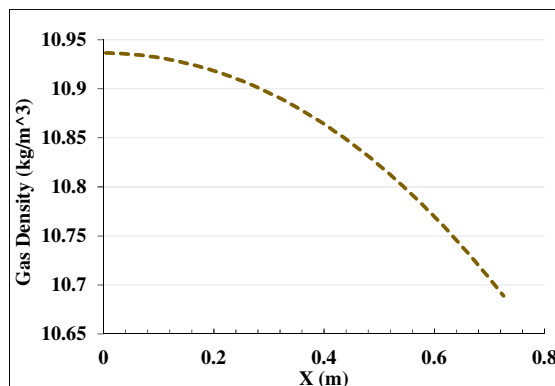
شکل ۱۳- نمودار فشار سر موتور بر حسب زمان سوزش موتور درون - بیرون سوز شماره (۱) در دو حالت با و بدون سوزش فرسایشی.



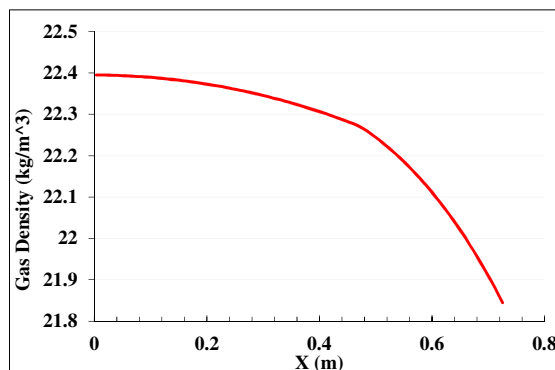
شکل ۱۴- نمودار فشار سر موتور بر حسب زمان سوزش موتور درون - بیرون سوز شماره (۲) در دو حالت با و بدون سوزش فرسایشی.

۳-۲- اعتبار سنجی نتایج

برای صحت‌گذاری نتایج حاصل از شبیه‌سازی بالستیک داخلی انجام شده، دو نمونه موتور با در نظر گرفتن گرین استوانه‌ای درون سوز - بیرون سوز آزمایش شده است. این آزمایش‌ها در یکی از معتبرترین مراکز تحقیقاتی سازمان صنایع هوافضا در ایران انجام شده است. مشخصات این دو موتور در جدول‌های (۱) و (۲) آورده شده است. لازم



شکل ۱۱- نمودار تغییرات چگالی گاز در راستای طول موتور در حالت بدون سوزش فرسایشی در گام زمانی اول.

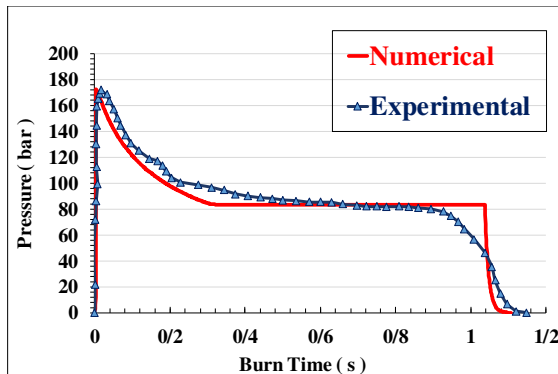


شکل ۱۲- نمودار توزیع چگالی گاز در راستای طول موتور با احتساب اثرات سوزش فرسایشی در گام زمانی اول.

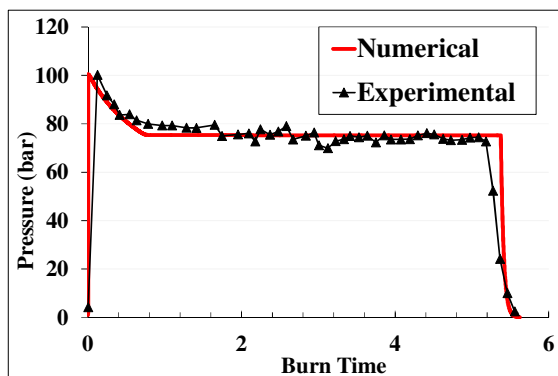
در این لحظات به دلیل کوچک بودن سطح مقطع مجرای سوخت و بالا بودن نرخ جریان جرمی عبور کننده از آن، سرعت عبور گازها بسیار زیاد خواهد بود. سرعت زیاد گازهای حاصل از احتراق، باعث انتقال حرارت قابل توجهی از شعله به سطح سوخت از طریق جابه‌جایی شده و سطح را به شدت گرم می‌کند. در نتیجه نرخ تصعید و در نهایت نرخ سوزش سوخت جامد افزایش فراوانی خواهد یافت. این افزایش همان سوزش فرسایشی است [۲۱].

شکل‌های (۱۳) و (۱۴) تغییرات فشار سر موتور بر حسب زمان را برای موتور شماره (۱) و (۲) برای دو حالت با و بدون سوزش فرسایشی نشان می‌دهد. چنانچه در هر دو شکل دیده می‌شود در حالت سوزش فرسایشی در ابتدای کار موتور، فشار محفظه از فشار متوسط بالاتر رفته است که ناشی از سوزش فرسایشی است. همراه با سوختن گرین و با افزایش سطح عبوری جریان، سرعت گاز کاهش یافته و در نتیجه نرخ سوزش و فشار محفظه کاهش می‌یابد. بعد از آن با توجه به ثابت بودن سطح سوزش گرین درون سوز - بیرون سوز، فشار موتور تا پایان زمان سوزش سوخت تقریباً ثابت می‌ماند، پس از آن نیز تخلیه محفظه صورت می‌گیرد تا جایی که فشار محفظه به نزدیکی فشار محیط می‌رسد. اما در حالت بدون سوزش فرسایشی با توجه به اینکه گرین مورد استفاده از نوع درون سوز - بیرون سوز است و سطح سوز ثابت است در

همان‌طور که در جدول‌های (۱ و ۲) دیده می‌شود نسبت A_p/A_{th} در موتور (۱) کمتر از ۲/۵ است بنابراین با توجه به شکل (۱۵) مشاهده می‌شود که اثر سوزش فرسایشی در این موتور بسیار بیشتر از موتور (۲) است، همچنین نسبت A_p/A_{th} در موتور (۲) بیشتر از ۲/۵ و بیشتر از موتور (۱) است بنابراین اثرات سوزش فرسایشی در این موتور کمتر مشاهده می‌شود. به علت اثرات کمتر سوزش فرسایشی و کمتر بودن مقدار فشار در موتور (۲) تغییرات بسیار کمتری در قطر گلوگاه نازل موتور (۲) نسبت به موتور (۱) مشاهده می‌شود.



شکل ۱۵- مقایسه نتایج تجربی و شبیه‌سازی عددی برای موتور سوخت جامد (شماره ۱) درون - بیرون‌سوز.



شکل ۱۶- مقایسه نتایج تجربی و شبیه‌سازی عددی برای موتور سوخت جامد (شماره ۲) درون - بیرون‌سوز.

۴- نتیجه‌گیری

رخ دادن سوزش فرسایشی باعث انحراف از قانون رابرت می‌شود و می‌تواند تأثیرات مخربی بر روی عملکرد موتور داشته باشد. از آنجایی که سوزش فرسایشی نرخ سوزش سوخت را تحت تأثیر قرار می‌دهد و فشار درون محفظه موتور تابع نرخ سوزش سوخت جامد است، بدون شناسایی اثرات سوزش فرسایشی تعیین پارامترهای طراحی و فشار محفظه نیز غیر قابل پیش‌بینی است و در نهایت امکان از هم گسیختگی بدنه موتور، اجتناب‌ناپذیر خواهد بود. برای شناسایی این پدیده در این بررسی از مدل سادرهلم استفاده شد. نتایج به‌دست آمده در این بررسی عبارتند از:

به ذکر است که نتایج ذکر شده در شکل‌های (۴) تا (۱۳) مربوط به موتور شماره (۱) است.

در اثر عبور گازهای حاصل از احتراق، گلوگاه نازل دچار فرسایش می‌شود و باعث افزایش سطح مقطع گلوگاه نازل می‌شود. در این بررسی با استفاده از رابطه (۳۷) تغییرات قطر گلوگاه محاسبه شده و بیشینه افزایش قطر گلوگاه در موتور شماره (۱) حدود ۱/۱ میلی‌متر و در موتور شماره (۲) حدود ۰/۴ میلی‌متر به‌دست آمد. علت استفاده از این رابطه دقیق‌تر شدن نتایج حاصل از شبیه‌سازی نسبت به نتایج تجربی است.

جدول ۱- مشخصات و پارامترهای هندسی موتور سوخت جامد شماره (۱).

11.4803	نسبت طول گرین به قطر خارجی (L/D_{out})
10.4143	نسبت طول گرین به کالیبر موتور (L/C)
2.2010	نسبت سطح مقطع عبوری جریان گاز به گلوگاه (A_p/A_{th})
192.0615	نسبت کل سطح سوزش سوخت به سطح مقطع عبوری جریان گاز (A_b/A_p)
422.7188	نسبت کل سطح سوزش سوخت به سطح مقطع گلوگاه (A_b/A_{th})
2200	دمای شعله (K)

جدول ۲- مشخصات و پارامترهای هندسی موتور سوخت جامد شماره (۲).

7.3905	نسبت طول گرین به قطر خارجی (L/D_{out})
6.6352	نسبت طول گرین به کالیبر موتور (L/C)
2.7965	نسبت سطح مقطع ورودی به گلوگاه (A_p/A_{th})
120.5535	نسبت کل سطح سوزش سوخت به سطح مقطع عبوری جریان گاز (A_b/A_p)
337.1324	نسبت کل سطح سوزش سوخت به سطح مقطع گلوگاه (A_b/A_{th})
2406	دمای شعله (K)

در شکل‌های (۱۵) و (۱۶) می‌توان مقایسه بین نتایج تجربی و شبیه‌سازی را برای هر دو موتور مشاهده نمود. همان‌طور که در هر دو شکل مشاهده می‌شود نتایج به‌دست آمده در این تحقیق، مطابقت بسیار خوبی با نتایج تجربی دارد. همان‌طور که در هر دو نمودار فشار - زمان دیده می‌شود مدل سوزش فرسایشی سادرهلم قادر است که قله منحنی فشار موتور را به‌خوبی پیش‌بینی کند. همچنین شبیه‌سازی حاضر در پیش‌بینی فشار محفظه در سایر قسمت‌های منحنی به‌خوبی عمل کرده است.

با توجه به تحقیقات انجام شده تاکنون، پدیده سوزش فرسایشی در موتورهایی که دارای نسبت سطح مقطع عبوری در گرین به سطح گلوگاه نازل کمتر از ۲/۵ است بیشتر مشاهده می‌شود. البته این پدیده وابسته به نسبت کل سطح سوزش به سطح گلوگاه نیز است [۲۲]. بنابراین هدف از آوردن نتایج دو موتور در اینجا مقایسه بین اثرات سوزش فرسایشی است.

- [4] Jonston, W. A. "Solid Rocket Motor Internal Flow During Ignition"; J. Propul. Power 1995, 11, 489-496.
- [5] Di Giacinto, M.; Serraglia, F. "Modeling of Solid Motor Start-up"; 37th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conf. an Exhibit, 2001, 34-48.
- [6] Serraglia, F.; Favini, B.; Giacinto, M.; Neri, A. "Gas Dynamic Features in Solid Rocket Motors with Finocyl Grain During Ignition Transient"; ESA SP-563, 2005, 479.
- [7] Cho, I. H.; Beak, S. W. "Numerical Simulation of Axisymmetric Solid Rocket Motor Ignition Transient with Radiation Effect"; J. Propul. Power 2000, 16, 725-728.
- [8] Dekker, K. "Stability of Runge-Kutta Methods for Stiff Nonlinear Differential Equation"; CWI Monograph 2, 1984, 14, 303-313.
- [9] Brooks, W. T. "Solid Propellant Grain Design and Internal Ballistics"; NASA SP, 1972, 72, 51-63.
- [10] Sforzini, R. H.; Foster, R.; Winfred, A.; Shackelford, J. R.; Benjamin, W. "Effects of Propellant Temperature Gradients on Thrust Imbalance of the Space Shuttle"; J. Spacecraft. Rockets, 1979, 16, 135-139.
- [11] Lenoir, J. M.; Robillard, G. A. "A Mathematical Method to Predict the Effects of Erosive Burning in Solid Propellant Rockets"; Symposium Int. on Combustion, Elsevier, 1957, 6, 663-667.
- [12] Marklund, T. "Experimental Investigation of Propellant Erosion"; AIAA/ARS J. 1960, 30, 173-178.
- [13] Willcox, M. L.; Brewster, M. Q.; Tang, K. C.; Stewart, D. S.; Kuznetsov, I. R. "Solid Rocket Motor Internal Ballistics Simulation Using Three Dimensional Grain Burn Back"; J. Propul. Power 2007, 575-584.
- [14] Sutton, G. P.; Babilarz, O. "Rocket Propulsion Elements"; John & Sons, 2017, 165-167.
- [15] Cavallini, E. "Modeling and Numerical Simulation of Solid Rocket Motors Internal Ballistics"; Ph. D. Thesis, 2010, 37-43.
- [16] Konert, M.; Vandenberg, J. F. "Comparison of Laser Grain Size Analysis with Pipette and Sieve Analysis: a Solution for the Underestimation of the Clay Fraction"; Sedimentology 1997, 44, 523-535.
- [17] Sutton, G. P.; Babilarz, D. "Rocket Propulsion Elements"; Wiley & Sons, Inc, 1966, 465-471.
- [18] Kamm, Y.; Gany, A. "Solid Rocket Motor Optimization"; In: 44th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conf. & Exhibit, 2008, 46-95.
- [19] Nakka, R. "Richard Nakka's Experimental Rocketry Web Site"; <http://www.Nakkarocketry>, 1977.
- [20] Johannasson, M. "Optimization of Solid Rocket Grain Geometries"; Master Thesis Report, Stockholm University, Sweden, 2012.
- [21] King, M. K. "Model for Prediction of Double-Base Propellant Burn Rate Including Cross-Flow Effects"; AIAA J. 1982, 20.10, 1432-1439.
- [22] Gottlieb, J. J.; Greatrix, D. R. "Numerical Study of the Effect of Longitudinal Acceleration of Solid Rocket Motor Internal Ballistics"; J. Fluid Eng. 1992, 114, 404-410.

- سوزش فرسایشی در ابتدای کار موتور، موجب افزایش سریع فشار محفظه و در نتیجه افزایش نرخ سوزش می‌شود. همچنین با اعمال سوزش فرسایشی در مقایسه با حالت بدون سوزش فرسایشی زمان کارکرد موتور کاهش و حداکثر فشار محفظه افزایش پیدا می‌کند (در گرین استوانه‌ای درون سوز - بیرون سوز)

- همان‌طور که در نمودار فشار - زمان دیده شد مدل سوزش فرسایشی سادرهلم قادر است که قله منحنی فشار - زمان موتور را به خوبی پیش‌بینی کند. همچنین شبیه‌سازی حاضر در پیش‌بینی فشار محفظه در سایر قسمت‌های منحنی به خوبی عمل کرده است. بنابراین مدل سادرهلم در مقایسه با سایر مدل‌ها (مانند مدل گریتریکس) به علت عدم نیاز به پارامترهای تجربی می‌تواند از دقت بالاتری برخوردار باشد.

- با بررسی دو موتور نشان داده شد که موتور شماره (۱) به دلیل اینکه نسبت سطح مقطع عبوری جریان به سطح گلوگاه نازل کمتری دارد، اثرات سوزش فرسایشی و کاهش زمان سوزش بیشتری در آن مشاهده می‌شود.

- بررسی انجام شده نشان داد که در اثر سوزش فرسایشی تغییر چندانی در منحنی دما رخ نمی‌دهد، بنابراین در تحلیل جریان درون موتور، در بیشتر مواقع معمولاً دمای محفظه ثابت فرض می‌شود. دمای شعله از ابتدای موتور به سمت انتهای آن به دلیل افزایش سرعت جریان، مقدار کمی کاهش می‌یابد.

- عدد ماخ و سرعت جریان در هر دو حالت در طول محفظه افزایش می‌یابند. در حالت سوزش فرسایشی عدد ماخ و سرعت جریان نسبت به حالت بدون فرسایش تا نزدیکی گلوگاه نازل کاهش پیدا می‌کند، همچنین مقایسه دو حالت نشان داد که هر چه از ابتدای محفظه دورتر شوید اثرات فرسایش روی سرعت سیال، و عدد ماخ بیشتر مشاهده می‌شود.

- با توجه به اینکه چگالی گاز وابسته به فشار و دمای گاز است، از آنجایی که تغییرات دما قابل توجه نیست، بنابراین تغییرات فشار باعث تغییرات قابل توجه چگالی گاز می‌شود. به همین دلیل این تغییرات در حالت سوزش فرسایشی محسوس تر است.

مراجع

- [1] Summerfield, M. "Solid Propellant Rocket Research"; Princeton University: Princeton, New Jersey, 1960, 207-227.
- [2] Tahsini, A. M.; Mazaheri, K. "Numerical Study of Spin Acceleration Effect on Internal Ballistics of Solid Rocket Motors"; 12th Annual Conf. of the CFD Society of Canada, Ottawa, 2004, 366-370.
- [3] Zucrow, M. J.; Hoffman, J. D. "Gas Dynamics: Volume 2- Multidimensional Flow"; John Wiley & Sons, Inc., New York, 1977, 488-490.