

## توسعه و به‌کارگیری تکنیک «مدیریت درآمد» در سیستم‌های

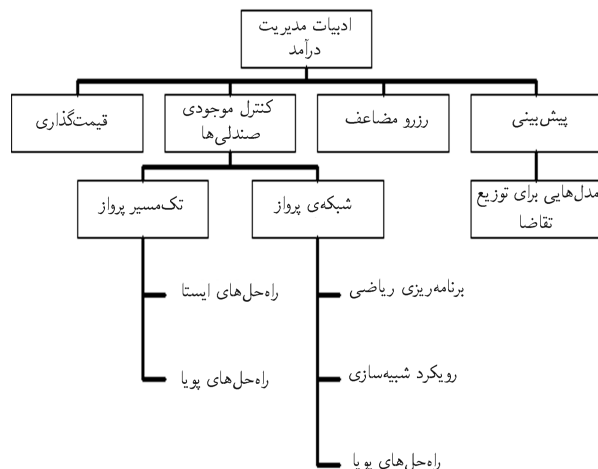
### تولید انبارشی

الهام مردانه (کارشناسی ارشد)  
محمد رضا اکبری جوکار (دانشیار)  
دانشکده‌ی مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی شریف

مدیریت درآمد عبارت است از فرایند پذیرش یا رد سفارش که با به‌کارگیری تکنیک‌های مختلف قیمت‌گذاری و فروش ظرفیت، به کسب درآمد بیشتر می‌پردازد. اگر چه این فرایند در صنایع خدماتی پیشرفت چشم‌گیری داشته، زمینه‌های کاربرد آن در دیگر سیستم‌ها مانند سیستم تولید / مونتاژ سفارشی<sup>۱</sup> و سیستم تولید انبارشی نیز مورد توجه قرار گرفته است. تاکنون تکنیک‌های مدیریت درآمد با موفقیت در صنایع خدماتی -- نظیر خطوط هوایی، راه آهن، دریایی و هتل‌داری -- به‌کار رفته است ولی در این نوشتار کاربرد مدیریت درآمد به صنایع تولیدی تعمیم داده شده و از آن در فروش یک محصول با دو سطح قیمتی متفاوت استفاده شده است. موضوع قابل توجه در این تحقیق بررسی هم‌زمان قیمت و ظرفیت است. در واقع مدل‌سازی مسئله‌ی تخصیص ظرفیت به دو سطح قیمتی (فروش نقدی - پیش فروش) و قیمت‌گذاری هر دو سطح در یک شرکت تولیدی خاص مورد بحث این نوشتار است که با رویکرد مدیریت درآمد به آن پرداخته‌ایم. پس از مدل‌سازی، با استفاده از شبیه‌سازی چند سناریوی محتمل در اجرا مورد بررسی قرار گرفته و نتایج تصمیم‌گیری مشخص شده است.

### مختصر مطالعه‌ی ادبیات مدیریت درآمد

توضیحات لازم در مورد منشأ مدیریت درآمد و تاریخچه آن در منابع متعدد آمده است.<sup>[۱-۶]</sup> ادبیات مدیریت درآمد، در چهار زمینه‌ی مختلف پیش‌بینی، رزرو مضاعف (رزرو بیش از ظرفیت به دلیل عدم حضور مشتریان در هنگام ارائه‌ی خدمت)، کنترل موجودی صندلی‌ها و قیمت‌گذاری مورد بررسی قرار گرفته، که خلاصه‌ی آن در شکل ۱ ترسیم شده است:



شکل ۱. ساختار کلی مسائل مدیریت درآمد.

### مقدمه

خطوط هوایی، تصمیم‌گیری در مورد قیمت‌گذاری و تخصیص ظرفیت را با استفاده از فرایند قبول سفارشات از قبل، برای صندلی‌های با تخفیف و یا رد آن به امید فروش با قیمت بالاتر در آینده انجام می‌دهند. در واقع این نوع تصمیم‌گیری در مورد قیمت و ظرفیت تحت عنوان مدیریت درآمد<sup>۲</sup> شناخته شده است که فعالیت‌های بازاریابی، مالی و عملیاتی را یکپارچه می‌کند تا درآمد حاصل از ظرفیت موجود بیشینه شود. مدیریت درآمد راهکارهای گوناگون قیمت‌گذاری را چنان با برنامه‌ریزی ظرفیت ترکیب می‌کند که ضمن مدیریت تقاضا، قابلیت اطمینان تحویل را افزایش داده و نحوه‌ی کسب درآمد بیشتر از تغییر سفارشات را تشخیص می‌دهد. تاکنون تکنیک‌های مدیریت درآمد با موفقیت در صنایع خدماتی نظیر خطوط هوایی، راه آهن و دریایی، هتل‌داری، بیمارستان‌ها، بنگاه‌های اجاره خودرو، شرکت‌های تبلیغاتی، چاپ و انتشار، رستوران‌ها و رسانه‌های تلویزیونی کاربرد داشته است ولی در این نوشتار کاربرد مدیریت درآمد به صنایع تولیدی تعمیم داده شده و از آن در فروش یک محصول با دو سطح قیمتی متفاوت استفاده شده است. در واقع مدل‌سازی مسئله‌ی تخصیص ظرفیت به دو سطح قیمتی (فروش نقدی و پیش فروش) و قیمت‌گذاری هر دو سطح در یک شرکت تولیدی خاص مورد بحث این نوشتار است که با رویکرد مدیریت درآمد به آن پرداخته‌ایم.

این مشخصه‌ها را می‌توان به‌نحوی در صنعت تولید نیز مرتبط کرد، تا زمینه‌ی به‌کارگیری تکنیک مدیریت درآمد در آنها هم مهیا شود.

۱. فناپذیری: همان‌طور که اگر هواپیما با صندلی خالی پرواز کند، درآمدی را از دست داده است، در تولید نیز به همین ترتیب ظرفیت تولید از بین می‌رود. ولی از آنجا که ما ظرفیت تولید را با تعداد محصول تولیدی می‌سنجیم، می‌توان محصولات فروش نرفته را برای فروش در فرصت‌های بعدی نگه‌داری کرد. لذا مقداری هزینه‌ی نگه‌داری به آن تعلق می‌گیرد.

۲. ظرفیت ثابت: در صنایع خدماتی مثل هواپیما یا هتل‌داری، میزان ظرفیت (صندلی هواپیما، اتاق هتل) ثابت است. در صنایع تولیدی نیز هدف از به‌کارگیری مدیریت درآمد، فروش ظرفیت ثابتی از محصول طی یک افق زمانی مشخص است. اگر چه می‌توان با اضافه‌کاری یا عقد قرارداد با پیمانکاران خارج از شرکت، ظرفیت را تا حدی افزایش داد، محدودیت‌های اجرایی این روش‌ها باعث می‌شود که در به‌کارگیری مدیریت درآمد از آنها صرف‌نظر کنیم.

۳. هزینه بسیار بالای تغییر ظرفیت: اگر امکان افزایش ظرفیت وجود داشته باشد، یعنی هزینه‌ی افزایش آن پایین باشد، شرکت می‌تواند از این طریق به نوسانات تقاضا پاسخ دهد. در صنایع خدماتی نظیر هتل‌داری و هواپیما این هزینه بسیار بالاست. در صنایع تولیدی، به‌ویژه صنعت مورد مطالعه نیز با چنین حالتی مواجهیم.

۴. تقسیم‌بندی بازار / تقاضا: تقسیم بازار به انواع مشتریانی که نسبت به قیمت حساس‌اند، در صنایع خدماتی همواره وجود داشته است. مثلاً اگر محصول / خدمت با سرویس بیشتر و بالطبع قیمت بالاتری ارائه شود یا با خدمات معمولی و در قیمت پایین‌تری باشد، تقاضا برای هر نوع وجود داشته و معلوم است. در صنایع تولیدی نیز می‌توان از یک محصول یکسان درآمدهای متفاوتی کسب کرد. در نتیجه مشتریان حاضرند قیمت‌های مختلف برای همان نوع محصول بپردازند و این همان تقسیم‌بندی بازار است.

۵. پیش‌فروش: در صنایع تولیدی نیز می‌توان محصول را از قبل پیش‌فروش کرد، یا به یک تقاضای پیش‌فروش پاسخ مثبت یا منفی داد.

۶. تقاضای تصادفی: تقاضای بازار ذاتاً تصادفی است، چه در صنایع خدماتی و چه تولیدی، و اساساً همین موضوع است که در تعیین قیمت محصول و میزان آن در گروه‌های مختلف بازار نقش به‌سزایی دارد.

۷. وجود سوابق اطلاعاتی فروش و قابلیت پیش‌بینی: در هر صنعتی سوابق اطلاعاتی فروش وجود دارد و ربطی به نوع صنعت ندارد. از این اطلاعات در پیش‌بینی تقاضا و نیز تقسیم‌بندی بازار به انواع مشتریان حساس به قیمت استفاده می‌شود.

برای مطالعه‌ی بیشتر مدیریت درآمد منابع معتبری در دسترس است. [۷-۹] در حوزه‌ی مدیریت درآمد، تاکنون مقالات بسیار کمی در زمینه‌ی تخصیص ظرفیت و قیمت‌گذاری به‌طور هم‌زمان صورت گرفته‌است. بوتیمر (۱۹۹۴) در رساله‌ی دکتری خود از مدلی برای تقاضای نامحدود برای صندلی‌های خطوط هوایی استفاده کرد تا بتواند با توجه به هزینه‌ی محدودسازی برای مسافران، تابع تقاضا را برای محصولات کرایه‌ی محدود استخراج کند. [۱۰] همچنین، به‌منظور در نظر گرفتن امکان جابه‌جایی مسافران، او تغییراتی در مدل خود ایجاد کرد. لای (۱۹۹۴) ثابت کرد که در شرایطی که محدودیت‌هایی به‌منظور ایجاد سطح‌های قیمتی مختلف اعمال می‌شوند، از ترتیب خاصی پیروی کنند، ایجاد تعداد اندکی سطح قیمتی بهینه خواهد بود (در شرایطی ۳ سطح و در شرایط دیگری ۴ سطح). [۱۱] و در فورده (۱۹۹۴) به‌منظور قیمت‌گذاری و تخصیص هم‌زمان مدلی ارائه داد که در آن فرض کرده بود تقاضا توزیع نرمال دارد. [۱۲] وی همچنین تقاضا را به‌صورت تابعی خطی از قیمت در نظر گرفته بود. کارهایی از این قبیل که در آن، درآمد کل تابعی از دو متغیر قیمت و نحوه‌ی تخصیص هم‌زمان فرض می‌شوند بسیار پیچیده‌اند و تاکنون هیچ نتیجه‌ی ساختاری و اساسی از آن‌ها به دست نیامده است.

نتایج محاسبات انجام شده بر روی تعداد زیادی از مسائل آزمایشی نشان می‌دهد که هرگاه قیمت نیز به‌عنوان یک متغیر در نظر گرفته شود توان محاسباتی بسیار بیشتری مورد نیاز است. [۱۳] هریس و پایندر<sup>۳</sup> (۱۹۹۵) از مدیریت درآمد در تخصیص ظرفیت و قیمت‌گذاری سیستم‌های مونتاژ سفارشی استفاده کردند، ولی در این مدل نحوه‌ی ارتباط قیمت با تقاضا به‌روشنی بیان نشده است، لذا استفاده از آن برای مطالعات موردی پیشنهاد نمی‌شود.

تحقیقات انجام شده در زمینه‌ی سیستم‌های انبارشی به این موضوع می‌پردازد که یا محصول با قیمت بالا به‌طور نقد فروش رود و یا با مشتریانی که انبوه خرید می‌کنند قرارداد بلندمدت منعقد شود. [۱] چنان که قبلاً گفتیم در این نوشتار کاربرد مدیریت درآمد در صنایع تولیدی مورد بحث واقع شده است. شرکت مورد مطالعه به تولید محصول بر مبنای سیستم انبارشی می‌پردازد، ولی با مشتریان قرارداد بلندمدت منعقد نمی‌کند.

**مفاهیم مدیریت درآمد و تعمیم آن به صنایع تولیدی**  
محققین ویژگی‌های صنایع خدماتی را که باعث فراهم آمدن زمینه‌ی به‌کارگیری مدیریت درآمد در آنها شده‌اند، چنین تعیین کرده‌اند: [۷، ۱۳]  
۱. فناپذیری؛ ۲. ظرفیت ثابت؛ ۳. هزینه‌ی بسیار بالای تغییر ظرفیت؛ ۴. تقسیم‌بندی بازار / تقاضا؛ ۵. پیش‌فروش؛ ۶. تقاضای تصادفی؛ ۷. وجود سوابق اطلاعاتی فروش و قابلیت پیش‌بینی.

## تعریف مسئله و مدل سازی آن در شرکت مورد مطالعه

هم‌اکنون، مشکل فروش در شرکت مورد مطالعه این است که بدون هیچ سیاست مدونی و تنها بر مبنای نظر کارشناسان فروش اقدام به فروش و یا پیش فروش محصول خود می‌نمایند. این در حالی است که می‌توان با استفاده از شیوهی مدیریت درآمد، به این تصمیم‌گیری جنبه‌ی علمی بخشید و از آن طریق به حل مسئله پرداخت.

در این نوشتار می‌خواهیم با روش مدیریت درآمد تعیین کنیم که از ظرفیت روزانه‌ی تولید محصول چه مقدار آن را به‌طور نقدی یا فوری بفروشیم و چه مقدار را پیش‌فروش کنیم؟ در ضمن قیمت پیشنهادی برای هر دو سطح چه مقدار است؟ (لازم به ذکر است که قیمت‌ها به‌صورت ارزش فعلی محصول NPV در نظر گرفته می‌شوند). به عبارت دیگر قسمتی از ظرفیت تولید روزانه، با قیمت ارزان‌تر در اختیار مشتریانی قرار می‌گیرد که زودتر برای دادن سفارش مراجعه می‌کنند و بقیه‌ی ظرفیت با قیمت بالاتر در اختیار مشتریانی است که دیرتر مراجعه می‌کنند. واضح است که هر یک از این قیمت‌ها مشتریان خاص خود را دارد. حال سؤال اساسی این است که با توجه به تقاضای احتمالی هر یک از این دو گروه چه مقدار از ظرفیت به هر گروه تخصیص داده شود، تا سود شرکت بهینه شود.

نکته‌ی حائز اهمیت در این تحقیق، بررسی همزمان قیمت و تخصیص ظرفیت است که در ادبیات مطالعه‌ی مدیریت درآمد چنین مسئله‌ی به‌ندرت مطرح شده و همواره با پیچیدگی همراه بوده است. اهم فرضیاتی که برای حل مسئله در نظر می‌گیریم عبارت‌اند از:

۱. احتمال اینکه مشتری سفارش خود را پس بگیرد یا قرارداد لغو شود وجود ندارد؛
۲. تقاضای تصادفی برای هر دو سطح مستقل از یکدیگرند؛
۳. قیمت فروش تابعی از مقدار فروش نیست؛
۴. روزانه به تعداد مشخص  $C$  محصول تولید می‌شود؛ یعنی ظرفیت ثابت است.

در این مسئله چون فقط خط تولید یک محصول به‌تنهایی مورد بررسی قرار گرفته است، می‌توان آن را از نوع مسئله‌ی کنترل موجودی صندلی با تک مسیر پرواز در نظر گرفت که به‌صورت استاتیک حل شده است. تفاوت این مسئله با مسئله‌ی مدیریت درآمد در این است که محصول شرکت مورد مطالعه فناپذیر نیست و در صورت فروش نرفتن آن در هر سطح قیمتی، مقداری هزینه‌ی نگهداری باید در نظر گرفته شود. در ضمن در صورت از دست دادن مشتری، هزینه‌ی کمبود نیز محاسبه می‌شود.

در این مطالعه‌ی موردی، فرض بر این است که روزانه تعداد  $C$  محصول تولید می‌شود. حال روش تخصیص تعداد  $C$  محصول به دو

سطح قیمتی و قیمت فروش بهینه، مورد نظر این نوشتار است. واضح است که در این صورت ما با محدودیت ظرفیت هم مواجه خواهیم شد.

ابتدا پارامترهای مسئله را تعریف می‌کنیم:

$C$ : کل ظرفیت تولید محصول در روز

$P_1$ : قیمت فروش یک واحد محصول به‌صورت نقدی/فوری

$P_2$ : قیمت فروش یک واحد محصول به‌صورت پیش‌فروش که  $P_2 < P_1$

$q_1$ : ظرفیت تخصیص داده شده به فروش نقدی/فوری

$q_2$ : ظرفیت تخصیص داده شده به پیش‌فروش که  $q_2 + q_1 = C$

$S_1$ : ظرفیتی که اضافه بر تقاضای مورد انتظار فروش فوری در نظر گرفته می‌شود (مثل موجودی ذخیره).

$S_2$ : ظرفیتی که اضافه بر تقاضای مورد انتظار پیش‌فروش در نظر گرفته می‌شود.

$Q_1(P_1)$ : تقاضای مورد انتظار فروش فوری در صورتی که قیمت  $P_1$  باشد، که این مقدار تابعی نزولی از قیمت  $P_1$  است. توجه شود که

$$q_1 = Q_1(P_1) + S_1$$

$Q_2(P_2)$ : تقاضای مورد انتظار فروش فوری در صورتی که قیمت  $P_2$  باشد، که این مقدار تابعی نزولی از قیمت  $P_2$  است. توجه شود که

$$q_2 = Q_2(P_2) + S_2 = C - q_1 = C - Q_1(P_1) - S_1$$

$\epsilon_1$ : جزء تصادفی تقاضای فروش فوری که در محدوده‌ی  $(a_1, b_1)$  قرار دارد.

$\epsilon_2$ : جزء تصادفی تقاضای پیش‌فروش که در محدوده‌ی  $(a_2, b_2)$  قرار دارد.

$$F_1(\epsilon_1): \text{تابع توزیع تجمعی } \epsilon_1$$

$$F_2(\epsilon_2): \text{تابع توزیع تجمعی } \epsilon_2$$

$$D_1(P_1, \epsilon_1): \text{تقاضای تصادفی فروش فوری که } D_1(P_1, \epsilon_1) = Q_1(P_1) + \epsilon_1$$

$$D_2(P_2, \epsilon_2): \text{تقاضای تصادفی پیش‌فروش که } D_2(P_2, \epsilon_2) = Q_2(P_2) + \epsilon_2$$

$g_{11}$ : هزینه‌ی کمبود هر واحد محصول برای تقاضای فروش فوری در صورتی که تقاضا کمتر از کل ظرفیت یعنی  $C$  باشد.

$g_{12}$ : هزینه‌ی کمبود هر واحد محصول برای تقاضای فروش فوری در صورتی که تقاضا بیشتر از کل ظرفیت یعنی  $C$  باشد.

$g_{21}$ : هزینه‌ی کمبود هر واحد محصول برای تقاضای پیش‌فروش در صورتی که تقاضا کمتر از کل ظرفیت یعنی  $C$  باشد.

$g_{22}$ : هزینه‌ی کمبود هر واحد محصول برای تقاضای پیش‌فروش در صورتی که تقاضا بیشتر از کل ظرفیت یعنی  $C$  باشد.

$h$ : هزینه‌ی نگهداری هر واحد محصول در روز

$TC$ : هزینه‌ی مربوط به قیمت تمام شده‌ی  $C$  واحد محصول

$$- \int_{q_1}^c \int_{q_2}^c [g_{11} \cdot (D_1 - q_1) + g_{21} \cdot (D_2 - q_2)] \cdot f_1(D_1) \cdot f_2(D_2) dD_1 dD_2 \quad (12)$$

$$- \int_{q_1}^c \int_c^\infty [g_{11} \cdot (D_1 - q_1) + g_{21} \cdot (c - q_2) + g_{22} \cdot (D_2 - c)] \cdot f_1(D_1) \cdot f_2(D_2) dD_1 dD_2 \quad (13)$$

$$- \int_c^\infty \int_{q_2}^c [g_{11} \cdot (c - q_1) + g_{12} \cdot (D_1 - c) + g_{21} \cdot (D_2 - q_2)] \cdot f_1(D_1) \cdot f_2(D_2) dD_1 dD_2 \quad (14)$$

$$- \int_c^\infty \int_c^\infty [g_{11} \cdot (c - q_1) + g_{12} \cdot (D_1 - c) + g_{21} \cdot (c - q_2) + g_{22} \cdot (D_2 - c)] \cdot f_1(D_1) \cdot f_2(D_2) dD_1 dD_2 \quad (15)$$

در ادامه هر یک از انتگرال‌های فوق را توضیح می‌دهیم:  
 انتگرال اول: مقدار درآمد حاصل از فروش  $D_1$  واحد محصول به صورت فوری و  $D_2$  واحد محصول به صورت پیش‌فروش، در صورتی که تقاضای فروش فوری از مقدار ظرفیت تخصیص داده شده به آن کم‌تر و نیز تقاضای پیش‌فروش از مقدار ظرفیت پیش‌فروش کم‌تر باشد (یعنی  $D_1 \leq q_1, D_2 \leq q_2$ ).

انتگرال دوم: مجموع هزینه‌ی نگهداری در صورتی که تقاضای فروش فوری از مقدار ظرفیت تخصیص داده شده به آن کم‌تر و نیز تقاضای پیش‌فروش از مقدار ظرفیت پیش‌فروش کم‌تر باشد (یعنی  $D_1 \leq q_1$  و  $D_2 \leq q_2$ ).

انتگرال سوم: مقدار درآمد حاصل از فروش  $(q_1 + q_2 - D_1)$  واحد محصول به صورت فوری و  $D_2$  واحد محصول به صورت پیش‌فروش؛ در صورتی که تقاضای فروش فوری از مقدار ظرفیت تخصیص داده شده به آن بیشتر ولی تقاضای پیش‌فروش از مقدار ظرفیت پیش‌فروش کم‌تر باشد، (یعنی  $D_1 > q_1, D_2 \leq q_2$ ).

انتگرال چهارم: مجموع هزینه‌ی نگهداری در صورتی که تقاضای فروش فوری از مقدار ظرفیت تخصیص داده شده به آن بیشتر ولی از  $c - D_2$  کم‌تر و تقاضای پیش‌فروش از مقدار ظرفیت پیش‌فروش کم‌تر باشد، (یعنی  $q_1 \leq D_1 \leq c - D_2, D_2 \leq q_2$ ).

انتگرال پنجم: مجموع هزینه‌ی کمبود در صورتی که تقاضای فروش فوری از مقدار  $c - D_2$  بیشتر ولی از  $c$  کم‌تر و تقاضای پیش‌فروش از مقدار ظرفیت پیش‌فروش کم‌تر باشد (یعنی  $c - D_2 \leq D_1 \leq c, D_2 \leq q_2$ ).

انتگرال ششم: مجموع هزینه‌ی کمبود در صورتی که تقاضای فروش فوری از مقدار  $c$  بیشتر و تقاضای پیش‌فروش از مقدار ظرفیت پیش‌فروش کم‌تر باشد (یعنی  $c \leq D_1, D_2 \leq q_2$ ); در این حالت قسمتی از

TP: تابع هدف که عبارت است از مجموع درآمدهای حاصل از فروش و هزینه‌های ناشی از موجودی اضافی و یا کمبود موجودی. بدیهی است مقدار TP با TC مقایسه می‌شود و در نهایت برای اقتصادی بودن مسئله باید  $TP > TC$  باشد. حال تابع هدف (TP) را با توجه به پارامترهای مطرح شده می‌نویسیم (برای ساده نمایش دادن فرمول،  $D_i$  را به اختصار با  $D_i(p_i, \epsilon_i)$  نشان می‌دهیم):

$$TP = \int_0^{q_1} \int_0^{q_2} (p_1 \cdot D_1 + p_2 \cdot D_2) \cdot f_1(D_1) \cdot f_2(D_2) dD_1 dD_2 \quad (1)$$

$$- \int_0^{q_1} \int_0^{q_2} h \cdot (q_1 - D_1 + q_2 - D_2) \cdot f_1(D_1) \cdot f_2(D_2) dD_1 dD_2 \quad (2)$$

$$+ \int_{q_1}^\infty \int_0^{q_2} (p_1 \cdot (q_1 + q_2 - D_1) + p_2 \cdot D_2) \cdot f_1(D_1) \cdot f_2(D_2) dD_1 dD_2 \quad (3)$$

$$- \int_{q_1}^{q_1 + q_2 - D_2} \int_0^{q_2} h \cdot (q_1 - D_1 + q_2 - D_2) \cdot f_1(D_1) \cdot f_2(D_2) dD_1 dD_2 \quad (4)$$

$$- \int_{q_1 + q_2 - D_2}^c \int_0^{q_2} g_{11} \cdot (-q_1 + D_1 - q_2 + D_2) \cdot f_1(D_1) \cdot f_2(D_2) dD_1 dD_2 \quad (5)$$

$$- \int_c^\infty \int_0^{q_2} [g_{11} \cdot D_2 + g_{12} \cdot (D_1 - c)] \cdot f_1(D_1) \cdot f_2(D_2) dD_1 dD_2 \quad (6)$$

$$+ \int_0^{q_1} \int_{q_2}^\infty (p_1 \cdot D_1 + p_2 \cdot (q_1 + q_2 - D_1)) \cdot f_1(D_1) \cdot f_2(D_2) dD_1 dD_2 \quad (7)$$

$$- \int_0^{q_1} \int_{q_2}^{q_1 + q_2 - D_1} h \cdot (q_1 - D_1 + q_2 - D_2) \cdot f_1(D_1) \cdot f_2(D_2) dD_1 dD_2 \quad (8)$$

$$- \int_0^{q_1} \int_{q_1 + q_2 - D_1}^c g_{21} \cdot (-q_1 + D_1 - q_2 + D_2) \cdot f_1(D_1) \cdot f_2(D_2) dD_1 dD_2 \quad (9)$$

$$- \int_0^{q_1} \int_c^\infty [g_{21} \cdot D_1 + g_{22} \cdot (D_2 - c)] \cdot f_1(D_1) \cdot f_2(D_2) dD_1 dD_2 \quad (10)$$

$$+ \int_0^{q_1} \int_{q_2}^\infty (p_1 \cdot q_1 + p_2 \cdot q_2) \cdot f_1(D_1) \cdot f_2(D_2) dD_1 dD_2 \quad (11)$$

حال در رابطه‌ی سود (TP)، روابط زیر را جایگزین می‌کنیم:

$$\begin{cases} q_1 = Q_1(P_1) + S_1 \\ q_2 = c - q_1 = c - Q_1(p_1 - S_1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} D_1(P_1, \epsilon_1) = Q_1(P_1) + \epsilon_1 \\ D_2(P_2, \epsilon_2) = Q_2(P_2) + \epsilon_2 \end{cases}$$

به منظور ساده نمایش دادن فرمول،  $Q_i(p_i)$  را به اختصار با  $Q_i$  نشان می‌دهیم.

$$\begin{aligned} TP = & \int_{a_1}^{s_1} \int_{a_2}^{c-Q_1-Q_2-s_1} (p_1 \cdot (Q_1 \\ & + \epsilon_1) + p_2 \cdot (Q_2 + \epsilon_2)) \cdot f_1(\epsilon_1) \cdot f_2(\epsilon_2) d\epsilon_1 d\epsilon_2 \\ & - \int_{a_1}^{s_1} \int_{a_2}^{c-Q_1-Q_2-s_1} h \cdot (c - \epsilon_1 - \\ & Q_1 - Q_2 - \epsilon_2) \cdot f_1(\epsilon_1) \cdot f_2(\epsilon_2) d\epsilon_1 d\epsilon_2 \\ & + \int_{s_1}^{b_1} \int_{a_2}^{c-Q_1-Q_2-s_1} (p_1 \cdot (c - Q_2 - \epsilon_2) + \\ & + p_2 \cdot (Q_2 + \epsilon_2)) \cdot f_1(\epsilon_1) \cdot f_2(\epsilon_2) d\epsilon_1 d\epsilon_2 \\ & - \int_{s_1}^{c-Q_1-Q_2-\epsilon_2} \int_{a_2}^{c-Q_1-Q_2-s_1} (h \cdot (c - Q_1 - \\ & \epsilon_1 - Q_2 - \epsilon_2) + p_2 \cdot (Q_2 + \epsilon_2)) \cdot f_1(\epsilon_1) \cdot f_2(\epsilon_2) d\epsilon_1 d\epsilon_2 \\ & - \int_{c-Q_1-Q_2-\epsilon_2}^{c-Q_1} \int_{a_2}^{c-Q_1-Q_2-s_1} g_{11} \cdot (-c + \epsilon_1 + \\ & Q_1 + Q_2 + \epsilon_2) \cdot f_1(\epsilon_1) \cdot f_2(\epsilon_2) d\epsilon_1 d\epsilon_2 \\ & - \int_{c-Q_1}^{b_1} \int_{a_2}^{c-Q_1-Q_2-s_1} [g_{11} \cdot (Q_2 + \\ & \epsilon_2) + g_{12} \cdot (Q_1 + \epsilon_1 - c)] \cdot f_1(\epsilon_1) \cdot f_2(\epsilon_2) d\epsilon_1 d\epsilon_2 \\ & + \int_{a_1}^{s_1} \int_{c-Q_1-Q_2-s_1}^{b_2} (p_1 \cdot (\epsilon_1 \\ & + Q_1) + p_2 \cdot (c - \epsilon_1 - Q_1)) \cdot f_1(\epsilon_1) \cdot f_2(\epsilon_2) d\epsilon_1 d\epsilon_2 \\ & - \int_{a_1}^{s_1} \int_{c-Q_1-Q_2-s_1}^{c-Q_1-Q_2-\epsilon_1} h \cdot (c - \\ & \epsilon_1 - Q_1 - Q_2 - \epsilon_2) \cdot f_1(\epsilon_1) \cdot f_2(\epsilon_2) d\epsilon_1 d\epsilon_2 \\ & - \int_{a_1}^{s_1} \int_{c-Q_1-Q_2-\epsilon_1}^{c-Q_2} g_{21} \cdot (-c + \\ & \epsilon_1 + Q_1 + Q_2 + \epsilon_2) \cdot f_1(\epsilon_1) \cdot f_2(\epsilon_2) d\epsilon_1 d\epsilon_2 \end{aligned}$$

تقاضای فروش فوری که کم‌تر از  $c$  است با هزینه کمبود نوع اول یعنی  $g_{11}$  محاسبه می‌شود و مابقی که از  $c$  بزرگ‌تر است با هزینه کمبود نوع دوم یعنی  $g_{12}$ .

انتگرال هفتم: مقدار درآمد حاصل از فروش  $(q_1 + q_2 - D_2)$  واحد محصول به صورت پیش فروش و  $D_1$  واحد محصول به صورت فوری، در صورتی که تقاضای فروش فوری از مقدار ظرفیت تخصیص داده شده به آن کم‌تر ولی تقاضای پیش‌فروش از مقدار ظرفیت پیش‌فروش بیشتر باشد، (یعنی  $D_2 > q_2, D_1 \leq q_1$ ).

انتگرال هشتم: مجموع هزینه‌ی نگهداری در صورتی که تقاضای پیش‌فروش از مقدار ظرفیت تخصیص داده شده به آن بیشتر ولی از  $c - D_1$  کم‌تر و تقاضای فروش فوری از مقدار ظرفیت فروش فوری کم‌تر باشد (یعنی  $q_2 \leq D_2 \leq c - D_1, D_1 \leq q_1$ ).

انتگرال نهم: مجموع هزینه کمبود در صورتی که تقاضای پیش‌فروش از مقدار  $c - D_1$  بیشتر ولی از  $c$  کم‌تر و تقاضای فروش فوری از مقدار ظرفیت فروش فوری کم‌تر باشد (یعنی  $c - D_1 \leq D_2 \leq c, D_1 \leq q_1$ ).

انتگرال دهم: مجموع هزینه کمبود در صورتی که تقاضای پیش‌فروش از مقدار  $c$  بیشتر و تقاضای فروش فوری از مقدار ظرفیت فروش فوری کم‌تر باشد (یعنی  $c \leq D_2, D_1 \leq q_1$ ); در این حالت قسمتی از تقاضای پیش‌فروش که کم‌تر از  $c$  است با هزینه کمبود نوع اول یعنی  $g_{21}$  محاسبه می‌شود و مابقی که از  $c$  بزرگ‌تر است با هزینه کمبود نوع دوم یعنی  $g_{22}$ .

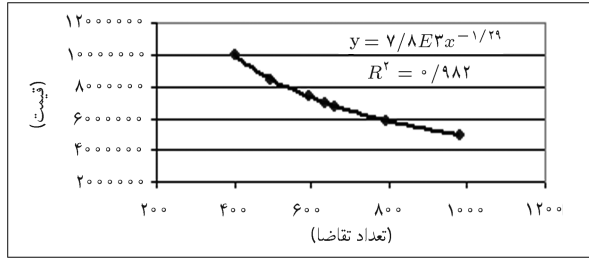
انتگرال یازدهم: مقدار درآمد حاصل از فروش  $q_2$  واحد محصول به صورت پیش‌فروش و  $q_1$  واحد محصول به صورت فوری، در صورتی که تقاضای فروش فوری از مقدار ظرفیت تخصیص داده شده به آن بیشتر و تقاضای پیش‌فروش از مقدار ظرفیت پیش‌فروش بیشتر باشد (یعنی  $D_2 > q_2, D_1 > q_1$ ).

انتگرال دوازدهم: مجموع هزینه‌ی کمبود در صورتی که تقاضای پیش‌فروش از مقدار  $q_2$  بیشتر ولی از  $c$  کم‌تر و تقاضای فروش فوری از مقدار ظرفیت فروش فوری بیشتر و از  $c$  کم‌تر باشد (یعنی  $q_2 \leq D_2 \leq c, q_1 \leq D_1 \leq c$ ).

انتگرال سیزدهم: مجموع هزینه‌ی کمبود در صورتی که تقاضای فروش فوری از مقدار  $q_1$  بیشتر ولی از  $c$  کم‌تر و تقاضای پیش‌فروش از مقدار  $c$  بیشتر باشد (یعنی  $c \leq D_2, q_1 \leq D_1 \leq c$ ).

انتگرال چهاردهم: مجموع هزینه‌ی کمبود در صورتی که تقاضای پیش‌فروش از مقدار  $q_2$  بیشتر ولی از  $c$  کم‌تر و تقاضای فروش فوری از مقدار  $c$  بیشتر باشد (یعنی  $c \leq D_1, q_2 \leq D_2 \leq c$ ).

انتگرال پانزدهم: مجموع هزینه‌ی کمبود در صورتی که هم تقاضای پیش‌فروش و هم تقاضای فروش فوری از مقدار  $c$  بیشتر باشد (یعنی  $c \leq D_1, c \leq D_2$ ).



شکل ۲. نمودار تغییرات تقاضا با قیمت‌های مختلف.

$Q(p)$ : تقاضای مورد انتظار در صورتی که قیمت  $p$  باشد که این مقدار تابعی نزولی از قیمت است (شکل ۲). برای تعیین این پارامتر از جدول «تغییرات تقاضا با قیمت» (جدول ۱) استفاده شده است.

$$C:TC * 4,500,000$$

$$p_1 - p_2 : g_{11}$$

$$p_1 - 4,500,000 : g_{12}$$

$$p_2 - p_1 : g_{21}$$

$$p_2 - 4,500,000 : g_{22}$$

$$p_1 : h * (0.27, 365)$$

$\epsilon_1$ : جزء تصادفی تقاضای فروش فوری که در محدوده‌ی  $(a_1, b_1)$  قرار دارد.

$\epsilon_2$ : جزء تصادفی تقاضای پیش‌فروش که در محدوده‌ی  $(a_2, b_2)$  قرار دارد.

$$F_1(\epsilon_1): \text{تابع توزیع تجمعی } \epsilon_1$$

$$F_2(\epsilon_2): \text{تابع توزیع تجمعی } \epsilon_2$$

$$D_1(P_1, \epsilon_1): \text{تقاضای تصادفی فروش فوری که } D_1(P_1, \epsilon_1) = Q_1(P_1) + \epsilon_1$$

$$D_2(P_2, \epsilon_2): \text{تقاضای تصادفی پیش‌فروش که } D_2(P_2, \epsilon_2) = Q_2(P_2) + \epsilon_2$$

همان‌طور که پیش‌تر گفتیم  $\epsilon_1$  و  $\epsilon_2$  جزء تصادفی تقاضای فروش فوری و پیش‌فروش با امید ریاضی صفر است که چون براساس رابطه‌ی  $D_i - \mu_i$  محاسبه می‌شود ابتدا باید تابع توزیع تقاضای دو سطح را

جدول ۱. تغییرات تقاضا با قیمت‌های مختلف.

قیمت	تقاضا
500000	978
790	590000
657	680000
623	700000
589	740000
493	850000
400	1000000

$$\begin{aligned}
 & - \int_{a_1}^{s_1} \int_{c-Q_2}^{b_2} [g_{21} \cdot (\epsilon_1 + Q_1) + g_{22} \cdot (\epsilon_2 + Q_2 - c)] \cdot f_1(\epsilon_1) \cdot f_2(\epsilon_2) d\epsilon_1 d\epsilon_2 \\
 & + \int_{a_1}^{s_1} \int_{c-Q_1-Q_2-s_1}^{b_2} (p_1 \cdot (s_1 + Q_1) + p_2 \cdot (c - s_1 - Q_1)) \cdot f_1(\epsilon_1) \cdot f_2(\epsilon_2) d\epsilon_1 d\epsilon_2 \\
 & - \int_{a_1}^{s_1} \int_{c-Q_1-Q_2-s_1}^{b_2} [g_{11} \cdot (\epsilon_1 - s_1) + g_{21} \cdot (Q_2 + \epsilon_2 - c - Q_1 - s_1)] \cdot f_1(\epsilon_1) \cdot f_2(\epsilon_2) d\epsilon_1 d\epsilon_2 \\
 & + \int_{s_1}^{c-Q_1} \int_{c-Q_2}^{b_2} [g_{11} \cdot (\epsilon_1 - s_1) + g_{21} \cdot (Q_1 + s_1) + g_{22} \cdot (\epsilon_2 + Q_2 - c)] \cdot f_1(\epsilon_1) \cdot f_2(\epsilon_2) d\epsilon_1 d\epsilon_2 \\
 & + \int_{c-Q_1}^{b_1} \int_{c-Q_1-Q_2-s_1}^{c-Q_2} [g_{11} \cdot (c - s_1 - Q_1) + g_{12} \cdot (-c + \epsilon_1 + Q_1) + g_{21} \cdot (\epsilon_2 + Q_2 - c + Q_1 + s_1)] \cdot f_1(\epsilon_1) \cdot f_2(\epsilon_2) d\epsilon_1 d\epsilon_2 \\
 & + \int_{c-Q_1}^{b_1} \int_{c-Q_2}^{b_2} [g_{11} \cdot (c - Q_1 - s_1) + g_{12} \cdot (Q_1 + \epsilon_1 - c) + g_{21} \cdot (Q_1 + s_1) + g_{22} \cdot (\epsilon_2 + Q_2 - c)] \cdot f_1(\epsilon_1) \cdot f_2(\epsilon_2) d\epsilon_1 d\epsilon_2
 \end{aligned}$$

همان‌طور که پیش‌تر گفتیم، مجهول‌های مسئله عبارت‌اند از ظرفیت‌ها و قیمت‌های هر دو سطح یعنی  $p_1$  و  $p_2$  و  $q_1$  و  $q_2$  ولی در تابع هدفی که نهایتاً به آن رسیدیم ابتدا  $p_1$  و  $p_2$  و  $s_1$  بهینه را پیدا می‌کنیم و سپس با توجه به معادلات مربوط به تقاضا و قیمت، ظرفیت اصلی را به دست می‌آوریم. به‌منظور پیدا کردن مقادیر بهینه‌ی  $p_1$  و  $p_2$  و  $s_1$  باید تابع هدف که سود کلی فروش است، بیشینه شود.

### حل مدل

در این بخش مقادیر پارامترهای مذکور در مدل را با توجه به اطلاعات جمع‌آوری شده از شرکت مورد مطالعه ارائه می‌کنیم:  
 $C$ : کل ظرفیت تولید محصول در روز ۱۰۰۰ واحد در نظر گرفته شده است.

$P_1$ : قیمت فروش فوری یک واحد محصول توسط کمیته‌یی که زیر نظر دولت فعالیت می‌کند تعیین می‌شود و در نتیجه نمی‌توان محدوده‌ی تغییرات وسیعی را برای آن در نظر گرفت (در اینجا ما نرخ ۶,۸۰۰,۰۰۰ تومان را در نظر گرفته‌ایم).

$P_2$ : قیمت فروش یک واحد محصول به صورت پیش‌فروش که در محدوده ۵,۶۰۰,۰۰۰ تا ۶,۲۰۰,۰۰۰ فرض شده است.

برنامه ابتدا با توجه به تابع توزیع تجربی  $\epsilon_1$  و  $\epsilon_2$  دو مقدار تصادفی تولید می‌شود که نشان‌دهنده مقدار تقاضای تصادفی در هر سطح قیمتی است، سپس با تعریف انتگرال‌ها و مقدار پارامترهای درگیر تابع هدف محاسبه می‌شود که در این برنامه برای هر سناریو (مجموعه‌یی از پارامترها و متغیرهای از قبل تعریف شده)  $1000$  مرتبه عمل شبیه‌سازی صورت می‌گیرد.

در این تحقیق سعی شده است که کلیه‌ی سناریوهایی که مد نظر مدیریت و احتمال در اجراست در نظر گرفته شود که براساس سه عامل زیر تقسیم‌بندی می‌شوند:

- قیمت فروش فوری معادل  $6,800,000$  تومان
- قیمت پیش فروش در محدوده‌ی تغییرات  $(6,200,000 - 5,600,000)$
- میزان ظرفیت تخصیص یافته به فروش فوری و پیش‌فروش با دسته‌های  $100$  تا  $900$  و  $100$  و  $200$  و  $300$  و  $400$  و  $500$  و  $600$  و  $700$  و  $800$  و  $900$  ( $q_1 = 900$  و  $800$ )

کلیه‌ی سناریوها در  $9$  دسته‌ی مختلف تقسیم‌بندی شده‌اند که در جدول  $2$  آمده است.

در مجموع  $63$  سناریوی متفاوت مورد بررسی قرار گرفته که از این تعداد  $34$  سناریو به دلیل زیان‌دهی غیراقتصادی تلقی می‌شوند. همچنین  $29$  سناریوی اقتصادی به ترتیب نزولی مرتب شده‌اند که در جدول  $3$  آمده است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود بهترین حالت پیش فروش  $100$  با قیمت  $6,200,000$  است. در اینجا  $10$  سناریوی برتر را در شکل  $4$  نشان می‌دهیم.

در شکل  $4$  مشخص است که پیش‌فرض تعداد  $100$  محصول با قیمت  $5,900,000$  بهتر از قیمت بالاتر  $6,100,000$  و  $6,000,000$  است. همچنین پیش‌فرض تعداد  $200$  محصول با قیمت  $6,100,000$  سود بیشتری از قیمت  $6,200,000$  نتیجه خواهد داد.

جدول ۲. تقسیم‌بندی سناریوها.

دسته سناریوها	قیمت پیش فروش	ظرفیت فروش فوری
اول	۵۶۰۰۰۰۰ تا ۶۲۰۰۰۰۰	۹۰۰
دوم	۵۶۰۰۰۰۰ تا ۶۲۰۰۰۰۰	۸۰۰
سوم	۵۶۰۰۰۰۰ تا ۶۲۰۰۰۰۰	۷۰۰
چهارم	۵۶۰۰۰۰۰ تا ۶۲۰۰۰۰۰	۶۰۰
پنجم	۵۶۰۰۰۰۰ تا ۶۲۰۰۰۰۰	۵۰۰
ششم	۵۶۰۰۰۰۰ تا ۶۲۰۰۰۰۰	۴۰۰
هفتم	۵۶۰۰۰۰۰ تا ۶۲۰۰۰۰۰	۳۰۰
هشتم	۵۶۰۰۰۰۰ تا ۶۲۰۰۰۰۰	۲۰۰
نهم	۵۶۰۰۰۰۰ تا ۶۲۰۰۰۰۰	۱۰۰

تعیین کنیم. لازم به ذکر است که محدوده‌ی تغییرات  $\epsilon_1$  و  $\epsilon_2$  را می‌توان با تغییرات مقادیر  $D_1$  و  $D_2$  به دست آورد:

$$(a_1, b_1) = (D_1 \min - \mu_1, D_1 \max - \mu_1) =$$

$$(1 - 211/3, 889 - 211/3) = (-210/3, 677/3)$$

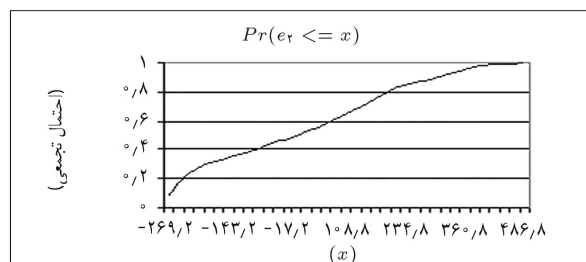
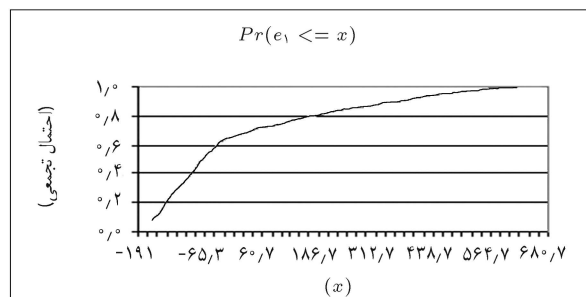
$$(a_2, b_2) = (D_2 \min - \mu_2, D_2 \max - \mu_2) =$$

$$(1 - 289/2, 775 - 289/2) = (-288/2, 485/2)$$

با استفاده از جداول فراوانی تقاضا مقادیر متغیرهای تصادفی  $\epsilon_1, \epsilon_2$  در یک نمونه‌ی تقریباً  $500$  تایی به دست آمده و سپس از نرم‌افزار SPSS برای تعیین تابع توزیع تقاضا استفاده شد. با استفاده از نرم‌افزار SPSS بررسی‌های لازم انجام گرفت و نتیجه‌ی خاصی در مورد توابع به دست نیامد؛ یعنی متغیر تصادفی از توابع توزیع کلاسیک مثل پواسون، نرمال و غیره تبعیت نمی‌کند. لذا از روش تابع توزیع تجربی استفاده شد که c.d.f. آن در شکل  $3$  رسم شده است.

چون تابع هدف سود انتگرال‌های دوگانه با حدود مجهول دارد و این موضوع حل آن را بسیار پیچیده کرده است، با استفاده از شیوه‌ی شبیه‌سازی اگر ... آنگاه (If-What) سعی در پیدا کردن جواب مناسبی برای مسئله شد. لازم به ذکر است که تعداد سناریوهای منطقی کاملاً محدود بوده و استفاده از رویکرد اگر ... آنگاه برای یافتن جواب مناسب توجیه‌پذیر است.

از آنجا که  $\epsilon_1$  و  $\epsilon_2$  از متغیرهای تصادفی کلاسیک نیستند و برای شناخت نوع توزیع آنها از تابع توزیع تجربی استفاده کرده‌ایم، شبیه‌سازی توسط برنامه‌نویسی رایانه‌یی به زبان پاسکال انجام گرفته است. در این



شکل ۳. نمودارهای توابع توزیع تجربی متغیرها  $\epsilon_1$  و  $\epsilon_2$ .

جدول ۳. ترتیب نزولی سناریوهای اقتصادی.

قیمت پیش فروش	تعداد پیش فروش	تعداد فروش فوری
۶,۲۰۰,۰۰۰	۱۰۰	۹۰۰
۵,۹۰۰,۰۰۰	۱۰۰	۹۰۰
۶,۱۰۰,۰۰۰	۱۰۰	۹۰۰
۶,۰۰۰,۰۰۰	۱۰۰	۹۰۰
۶,۱۰۰,۰۰۰	۲۰۰	۸۰۰
۶,۰۰۰,۰۰۰	۲۰۰	۸۰۰
۶,۲۰۰,۰۰۰	۲۰۰	۸۰۰
۵,۸۰۰,۰۰۰	۱۰۰	۹۰۰
۵,۹۰۰,۰۰۰	۲۰۰	۸۰۰
۵,۸۰۰,۰۰۰	۲۰۰	۸۰۰
۶,۱۰۰,۰۰۰	۳۰۰	۷۰۰
۵,۷۰۰,۰۰۰	۱۰۰	۹۰۰
۵,۶۰۰,۰۰۰	۱۰۰	۹۰۰
۵,۷۰۰,۰۰۰	۲۰۰	۸۰۰
۵,۶۰۰,۰۰۰	۲۰۰	۸۰۰
۶,۲۰۰,۰۰۰	۳۰۰	۷۰۰
۵,۹۰۰,۰۰۰	۳۰۰	۷۰۰
۶,۰۰۰,۰۰۰	۳۰۰	۷۰۰
۵,۸۰۰,۰۰۰	۳۰۰	۷۰۰
۵,۷۰۰,۰۰۰	۳۰۰	۷۰۰
۵,۶۰۰,۰۰۰	۳۰۰	۷۰۰
۶,۲۰۰,۰۰۰	۴۰۰	۶۰۰
۶,۲۰۰,۰۰۰	۴۰۰	۶۰۰
۶,۰۰۰,۰۰۰	۴۰۰	۶۰۰
۵,۸۰۰,۰۰۰	۴۰۰	۶۰۰
۵,۹۰۰,۰۰۰	۴۰۰	۶۰۰
۶,۲۰۰,۰۰۰	۵۰۰	۵۰۰
۵,۷۰۰,۰۰۰	۴۰۰	۶۰۰
۵,۶۰۰,۰۰۰	۴۰۰	۶۰۰

علت غیر اقتصادی بودن بعضی سناریوها این است که مقدار تابع هدف در آنها از قیمت تمام شده تولید  $C$  واحد محصول  $(C * 4500000)$  کم‌تر است. به‌منظور اختصار به دسته سوم اشاره خواهد شد.

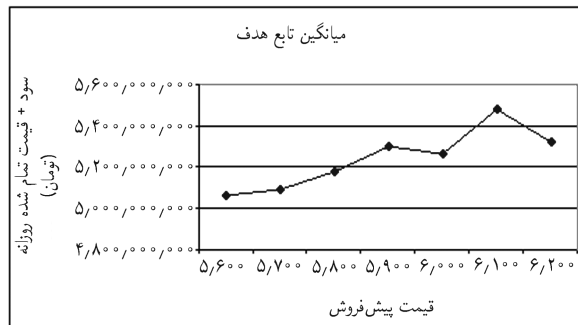
دسته‌ی سوم سناریوها: ظرفیت فروش فوری  $700$ ، قیمت آن  $6,800,000$  و ظرفیت پیش‌فروش  $300$  است. نتایج شبیه‌سازی حالت‌های مختلف این دسته از سناریوها در جدول ۴ و شکل ۵ آمده است.

چنان‌که ملاحظه می‌کنید سناریوهای این دسته همگی اقتصادی‌اند. بهترین حالت، پیش‌فروش محصولات با قیمت  $6,100,000$  و بدترین حالت با قیمت  $5,600,000$  است. برخلاف انتظار، به این دلیل که در تابع هدف هم هزینه کمبود و هم هزینه نگهداری در نظر گرفته شده است وقتی قیمت پیشنهادی بیشتر از  $6,100,000$  باشد به دلیل نزولی بودن تابع تقاضا نسبت به قیمت، میزان تقاضا کم شده و هزینه نگهداری افزایش می‌یابد. از سوی دیگر، اگر قیمت کم باشد تقاضا افزایش می‌یابد و هزینه کمبود زیاد می‌شود. در واقع در این شبیه‌سازی بین این دو موضوع تعادل<sup>۴</sup> برقرار شده است.

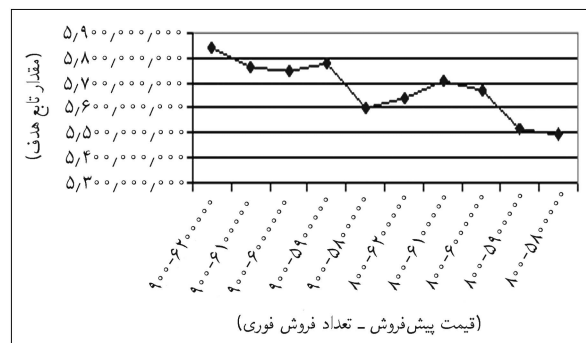
در اینجا لازم است بین درآمد روش موجود در یک دوره‌ی زمانی معین و درآمد روش پیشنهادی مقایسه‌ی صورت گیرد تا به مفید بودن حل مسئله با مدل مدیریت درآمد پی برده شود. همانطور که قبلاً هم

جدول ۴. نتایج شبیه‌سازی مقدار تابع هدف در دسته سوم سناریوها.

میانگین مقدار تابع هدف در شبیه‌سازی	قیمت پیش فروش
۵,۰۶۵,۱۲۲,۴۶۶	۵,۶۰۰,۰۰۰
۵,۰۹۱,۵۴۹,۷۱۵	۵,۷۰۰,۰۰۰
۵,۱۸۱,۰۵۰,۸۱۹	۵,۸۰۰,۰۰۰
۵,۲۹۷,۶۵۳,۷۳۹	۵,۹۰۰,۰۰۰
۵,۲۶۲,۷۱۰,۱۹۸	۶,۰۰۰,۰۰۰
۵۴,۷۶۷,۹۵۱,۲۲۰	۶,۱۰۰,۰۰۰
۵,۳۱۸,۹۹۴,۹۸۲	۶,۲۰۰,۰۰۰



شکل ۵. مقدار تابع هدف شبیه‌سازی شده برای دسته سوم سناریوها.



شکل ۴. مقایسه‌ی ۱۰ سناریوی برتر.



۵. اگر قرار بر این است که تعداد ۵۰۰ واحد محصول پیش فروش شود تنها دو قیمت ۶,۲۰۰,۰۰۰ و ۶,۱۰۰,۰۰۰ منجر به سناریوی اقتصادی می‌شوند و بیش از ۵۰۰ واحد، پیش فروش همگی غیراقتصادی‌اند.

جدول ۵. نتایج شبیه‌سازی مقدار تابع هدف برای دوره یک ماهه در سیستم سنتی.

تعداد فروش فوری	تعداد پیش فروش	تعداد	قیمت فروش فوری	قیمت پیش فروش	مقدار تابع هدف
۲۰۷	۷۹۳	۶۷۲۹۲۲۸	۵۸۲۹۰۶۰	۴,۵۴۹,۹۵۰,۷۱۸	
۸۸۵	۱۱۵	۶۷۱۲۶۳۴	۵۹۰۸۱۰۰	۴,۵۹۸,۳۱۹,۸۸۶	
۵۷۷	۴۲۳	۶۹۷۳۵۳۹	۵۹۰۴۷۰۰	۴,۵۳۵,۵۳۷,۹۳۸	
۵۵۶	۴۴۴	۶۷۱۹۹۹۰	۵۹۳۳۲۶۹	۴,۵۵۵,۳۰۱,۳۳۳	
۵۷۶	۴۲۴	۶۷۱۷۶۳۶	۵۷۸۷۸۲۰	۴,۴۷۴,۶۰۹,۷۳۴	
۱۰۰۰	۰	۶۸۳۲۵۱۱	۶۰۷۶۹۱۷	۴,۵۶۰,۹۴۹,۵۴۲	
۲۳۸	۷۶۲	۶۷۹۷۵۴۸	۵۹۰۸۲۰۰	۴,۵۶۹,۶۰۴,۰۸۴	
۶۸۶	۳۱۴	۶۷۸۰۴۵۲	۵۷۵۱۷۳۸	۴,۴۰۲,۱۸۴,۶۱۹	
۷۸۶	۲۱۴	۶۶۵۴۲۶۱	۶۱۷۷۰۹۴	۴,۷۴۵,۶۱۲,۹۴۲	
۵۳۶	۴۶۴	۶۵۸۲۸۷۶	۵۸۷۶۸۴۴	۴,۵۱۷,۴۷۳,۰۸۱	
۷۶۵	۲۳۵	۶۶۵۴۶۰۷	۶۲۶۱۲۵۰	۴,۵۹۶,۵۹۵,۱۴۶	
۸۰۹	۱۹۱	۶۵۸۷۳۱۱	۶۳۳۴۸۱۳	۴,۶۰۷,۱۲۵,۵۰۴	
۷۸۹	۲۱۱	۶۵۱۱۷۵۳	۵۹۲۷۵۰۰	۴,۵۲۷,۲۸۷,۰۸۲	
۷۹۱	۲۰۹	۶۷۰۴۳۵۱	۵۹۲۶۸۶۰	۴,۴۴۹,۳۷۴,۴۸۸	
۹۱۴	۸۶	۶۶۲۹۷۲۴	۶۰۴۹۶۵۰	۴,۵۵۹,۰۷۶,۲۸۲	
۹۳۲	۶۸	۶۶۴۸۰۰۰	۶۳۴۵۰۰۰	۴,۵۹۲,۷۹۰,۶۵۴	
۹۳۹	۶۱	۶۶۳۶۲۴۳	۶۰۷۶۵۰۰	۴,۵۹۲,۱۳۳,۱۰۸	
۹۶۹	۳۱	۶۶۶۶۲۸۹	۵۴۲۳۱۲۵	۴,۲۲۳,۸۷۶,۲۷۳	
۶۹۲	۳۰۸	۶۶۷۴۷۵۹	۶۱۷۳۱۳۹	۴,۵۹۰,۸۲۸,۵۵۸	
۶۲۱	۳۷۹	۶۶۲۳۱۹۶	۶۲۶۳۷۵۰	۴,۶۲۱,۰۵۹,۶۵۶	
۴۹۲	۵۰۸	۶۶۳۵۵۱۷	۵۹۶۲۴۰۰	۴,۵۴۴,۵۴۵,۸۷۵	
۵۴۱	۴۵۹	۶۶۳۸۸۸۷	۶۰۴۷۶۶۷	۴,۵۶۰,۳۴۸,۴۸۳	
۲۲	۹۷۸	۶۷۲۶۷۷۷	۵۷۴۴۳۳۳	۴,۴۱۲,۱۷۶,۱۷۳	
۲۲۴	۷۷۶	۶۶۹۳۲۳۵	۶۱۳۳۵۲۷	۴,۶۶۴,۶۲۳,۹۵۱	
۴۸۸	۵۱۲	۶۶۵۲۱۷۹	۶۲۲۷۵۰۰	۴,۶۱۱,۳۷۴,۷۰۱	
۲۳۹	۷۶۱	۶۶۶۳۰۸۸	۵۷۱۵۰۰۰	۴,۳۸۷,۰۴۷,۰۹۹	
۱۴۳	۸۵۷	۶۶۵۳۳۶۵	۵۹۰۲۹۲۰	۴,۵۴۱,۰۹۴,۹۲۴	
۶۰	۹۴۰	۶۸۰۷۵۲۰	۶۰۳۱۰۰۰	۴,۶۲۶,۰۷۸,۸۳۰	
۱۰۶	۸۹۴	۶۶۶۹۲۱۳	۶۰۱۲۹۰۰	۴,۵۱۴,۱۰۲,۳۶۹	
۹۰۱	۹۹	۶۶۶۹۲۱۳	۵۹۹۴۸۰۰	۴,۵۲۰,۸۹۰,۷۴۰	
		میانگین		۴,۵۴۱,۷۳۲,۴۵۹	

ذکر شد در روش سنتی مدل خاصی برای تخصیص ظرفیت وجود ندارد، لذا برای یک دوره‌ی زمانی یک‌ماهه اطلاعات تخصیص ظرفیت به دو سطح قیمتی، به همراه قیمت‌های آنها جمع‌آوری شده و مقدار تابع هدف تعریف شده در این مدل برای دوره‌ی مذکور شبیه‌سازی شده است که نتایج آن در جدول ۵ قابل مشاهده است.

همانطور که مشاهده می‌شود میانگین مقدار تابع هدف به روش سنتی در طی این دوره، از مقدار تابع هدف شبیه‌سازی شده در سناریوهای برتر کم‌تر است. در ضمن الگوی خاصی برای تخصیص ظرفیت و تعیین قیمت وجود ندارد.

### نتیجه‌گیری

ابتدا سعی در ایجاد شناختی جامع از مدیریت درآمد داشتیم. ضمن ارائه‌ی تاریخچه مختصری از آن زمینه‌های کاربرد مدیریت درآمد در صنایع خدماتی را به سیستم‌های تولیدی نیز تعمیم داده و به تعریف و مدل‌سازی مسئله‌ی «فروش یک محصول تولیدی به دو سطح قیمتی و تعیین قیمت بهینه دو سطح» پرداختیم. در قسمت حل مدل از رویکرد اگر... آنگاه برای بررسی چندین سناریوی اجرایی که تعداد آنها محدود است، استفاده کرده‌ایم ولی برای تحلیل هر سناریو از یک برنامه‌ی شبیه‌سازی استفاده شده است. در نهایت از بین ۶۳ سناریوی مورد بررسی قرار گرفته، ۲۹ سناریو اقتصادی بودند که به ترتیب نزولی در متن مقاله عنوان شده‌اند. نتایج مهم حاصل از حل مدل به شرح زیر است:

۱. اگر قرار بر این است که تعداد ۱۰۰ واحد محصول پیش فروش شود بهترین قیمت ۶,۲۰۰,۰۰۰ تومان و بدترین قیمت ۵,۶۰۰,۰۰۰ است. در ضمن اگر با قیمت ۵,۹۰۰,۰۰۰ پیش فروش شود بهتر از قیمت ۶,۱۰۰,۰۰۰ و ۶,۲۰۰,۰۰۰ سود دهی خواهد داشت.

۲. اگر قرار بر این است که تعداد ۲۰۰ واحد محصول پیش فروش شود بهترین قیمت ۶,۱۰۰,۰۰۰ تومان و بدترین قیمت ۵,۶۰۰,۰۰۰ است. در ضمن اگر با قیمت ۶,۱۰۰,۰۰۰ و ۶,۰۰۰,۰۰۰ پیش فروش شود بهتر از قیمت ۶,۲۰۰,۰۰۰ سود دهی خواهد داشت.

۳. اگر قرار بر این است که تعداد ۳۰۰ واحد محصول پیش فروش شود بهترین قیمت ۶,۱۰۰,۰۰۰ تومان و بدترین قیمت ۵,۶۰۰,۰۰۰ است. در ضمن اگر با قیمت ۵,۹۰۰,۰۰۰ پیش فروش شود بهتر از قیمت ۶,۰۰۰,۰۰۰ سود دهی خواهد داشت.

۴. اگر قرار بر این است که تعداد ۴۰۰ واحد محصول پیش فروش شود بهترین قیمت ۶,۲۰۰,۰۰۰ تومان و بدترین قیمت ۵,۶۰۰,۰۰۰ است. در ضمن اگر با قیمت ۵,۸۰۰,۰۰۰ پیش فروش شود بهتر از قیمت ۵,۹۰۰,۰۰۰ سود دهی خواهد داشت.

گرفت که با افزایش قیمت لزوماً مقدار سود افزایش نمی‌یابد بلکه تعامل بین هزینه‌ی کمبود و هزینه‌ی نگهداری محصول و درآمد حاصل از فروش تعیین‌کننده‌ی سود است.

لازم به ذکر است که علاوه بر یافتن بهترین جواب‌ها، چنانچه تعداد پیش‌فروش محصول جزئی از محدودیت‌های مسئله باشد می‌توان برای آن تعداد پیش‌فروش قیمت بهینه را پیدا کرد. در مجموع می‌توان نتیجه

#### پانوشت

1. ATO(Assemble To Order)
2. Revenue management / Yield management
3. Harris & Pinder
4. Trade off

#### منابع

1. BELOBABA, P.P. "Airline yield management: an overview of seat inventory control", *Transp. Sci.* **21**, pp.63-73 (1987b).
2. SMITH, B.C. LEIMKUEHLER, J.F. AND DARROW, R.M. "Yield management at American airlines", *Interfaces* **22**, pp.8-31 (1992).
3. CROSS, R.G. "An introduction to revenue management", in *The Handbook of Airline Economics*, D. Jenkins (ed.), The Aviation Weekly Group of the McGraw-Hill Companies, New York, NY, pp. 443-468 (1995).
4. DUNLEAVY, H.N. "Airline passenger overbooking", in *The Handbook of Airline Economics*, D. Jenkins (ed.), The Aviation Weekly Group of the McGraw-Hill Companies, New York, NY, pp. 469-482 (1995).
5. VINOD, B. "Origin-and-destination yield management", in *The Handbook of Airline Economics*, D. Jenkins (ed.), The Aviation Weekly Group of the McGraw-Hill Companies, New York, NY, pp. 459-468 (1995).
6. McGill, J.I. and van Ryzin, G.J. Revenue Management: Research Overview and Prospects, *Transportation Science*, **33**, pp. 233-256 (1999).
7. Weatherford L.R. and Bodily, S.E A taxonomy and research overview of perishable-asset revenue management: yield management , overbooking and pricing. *Opns Res* **40**: pp. 831-844 (1992).
8. Petruzzi, N.C. and Dada, M.Pricing and the Newsvendor problem :a review with extentions. *Opns Res* **47**, pp. 183-194 (1999).
9. McGill, J.I. and Van Ryzin, G.I. Revenue management :research overview and prospects. *Transport Sci* **33**, pp. 233-256 (1999).
10. BOTIMER, T.C. Airline Pricing and Fare Product Differentiation, Ph.D. thesis, Department of Civil and Environmental Engineering, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, MA (1994).
11. LI, M.Z.F. Pricing Perishable Inventories by Using Marketing Restrictions with Applications to Airlines, Ph.D. thesis, Faculty of Commerce Business Administration, University of British Columbia, Vancouver, BC (1994).
12. WEATHERFORD, L.R. Optimization of Perishable-Asset Revenue Management Problems that Allow Prices as Decision Variables, Working Paper, University of Wyoming, Laramie, WY (1994).
13. GALLEGO, G. A Demand Model for Yield Management, Technical Report, Columbia University, Dept. of Industrial Engineering and Operations Research, New York, NY (1996)
14. Kimes, S.E. The basics of yield management. *Cornell HRA* **30**, pp. 14-19 (1989).