Archive of SID

فصلنامه‌ی علمی و پژوهشی شریف
زمستان ۱۳۸۵، شماره‌ی سی و ششم، ص. ۹-۲۰

بررسی روش‌های کنترل آماری فرایند برای داده‌های خودهمبسته: مطالعه‌ی موردی

محمدصابر فلاح‌نژاد (دانشجوی کارشناسی ارشد)
سید تقی اخوان‌نیاکی (استاد)
دانشکده‌ی مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی شریف

کنترل آماری فرایند به بهبود کیفیت از طریق کاهش تغییرات می‌پردازد و بهترین ابزار شناخته شده در این زمینه «نمودار کنترل» است. اگرچه در عمل با موارد بسیاری مواجه‌ایم که در آنها داده‌های ناشی از فرایند هم‌بسته‌اند، ولی یک فرض اساسی در این نمودارها مستقل بودن مشاهدات ناشی از فرایند است. با نقض فرض استقلال، عملکرد این نمودارها دچار اختلال می‌شود و برای کنترل داده‌های هم‌بسته، کارایی نمودارهای کنترل استاندارد برای مشاهدات مستقل بسیار پایین است. به همین دلیل، شناسایی و توسعه‌ی نمودارهای کنترلی که در کنترل این گونه داده‌ها کاربرد داشته باشد، از اهمیت ویژه‌یی برخوردار است. در این نوشتار، راهکارهای کنترل داده‌های هم‌بسته از طریق نمودارهای کنترلی بررسی و توسعه داده شده و توسط منحنی‌های متوسط طول دنباله مقایسه شده‌اند و یک الگوریتم ساده برای کنترل داده‌های خودهم‌بسته ارائه شده است. سپس کاربرد این الگوریتم در یک مطالعه‌ی موردی در کارخانه‌ی کابل‌های مخابراتی شهید قندی مطرح شده است.

۱. مقدمه و بررسی ادبیات

یک روش علمی برای به تصویر کشاندن و بهبود کیفیت، کنترل آماری فرایند است که طی آن تحت کنترل بودن یک فرایند، از حیث میانگین و نیز از حیث واریانس، با استفاده از نمودارهای کنترل[۱] بررسی می‌شود. این نمودارها بعد از آن که در قرن بیستم توسط شوهارت[۲] معرفی شدند، توسط دمینگ[۳]، به یک راهکار بهبود کیفیت، به‌نام «مدیریت کیفیت جامع»[۴]، (TQM) توسعه داده شد. این راهکار نه تنها در محیط‌های تولیدی بلکه در قسمت‌های مختلف سازمان‌ها ـ از مدیریت تا فروش ـ کارایی دارد.

در استفاده از نمودارهای کنترلی دو فرض اساسی وجود دارد. اولاً فرض می‌شود که تابع توزیع احتمالِ مشاهدات ناشی از یک مشخصه‌ی کیفی نرمال است. ثانیاً فرض می‌شود که داده‌های فرایند به‌طور مستقل توزیع شده‌اند. اما در عمل، یک یا هر دو این فرض‌ها مکرراً نقض می‌شود. در ادبیات کنترل آماری کیفیت برای به کارگیری داده‌های غیر نرمال روش‌هایی وجود دارد.[۱] در این زمینه محققان روشی برای آنالیز داده‌های کیفیتی غیر نرمال با کاربرد در تحلیل قابلیت فرایند ارائه داده‌اند.[۲] همچنین اثر داده‌های غیرنرمال بر نمودارهای $\bar{X}$ و R را بررسی،[۳و۴] روشی برای طراحی اقتصادی نمودارهای جمع تجمعی[۵] برای کنترل میانگین داده‌های غیرنرمال ارائه داده‌اند.[۵] درمورد عدم کارایی نمودارهای کنترل استاندارد برای داده‌های هم‌بسته، نیز نشان داده شده است که برای ۲۳۵ نمونه از داده‌ها، در ۸۵ درصد از موارد حدود کنترل به‌طور اشتباه محاسبه شده که بیش از ۵۰ درصد آن به‌دلیل نقض فرض استقلال بوده است.[۶] به‌عبارت دیگر، با نقض فرض استقلال عملکرد نمودارهای کنترل استاندارد دچار اختلال می‌شود؛ به‌طوری که نقاط رسم شده روی این نمودارها دیگر قابل تعبیر و تفسیر نخواهند بود و نتایج نامطلوبی ارائه می‌دهند.

در این نوشتار، در حالی که فرض می‌کنیم داده‌ها از توزیع نرمال برخوردارند، تمرکز روی مواردی است که استقلال مشاهدات متوالی نقض می‌شود. در این خصوص شناساییِ نمودارهای کنترلی که قابلیت کاربرد برای کنترل اینگونه داده‌ها را دارا باشند از اهمیت ویژه‌یی برخوردار است. بدین‌منظور راهکارهای کنترل داده‌های هم‌بسته به وسیله‌ی نمودارهای کنترلی بررسی و توسعه داده شده و از طریق منحنی‌های متوسط طول دنباله مقایسه می‌شوند و در نهایت، یک الگوریتم ساده برای کنترل داده‌های هم‌بسته ارائه خواهد شد. سپس کاربرد این الگوریتم برای یک مطالعه‌ی موردی در کارخانه‌ی کابل‌های مخابراتی شهید قندی مطرح می‌شود.

در بخش دوم ابتدا روش‌های کنترل آماری فرایند برای داده‌های ناشی از فرایندهای اتورگرسیو[۶](۱) یا (۱) AR بررسی شده، کارایی آنها از طریق متوسط طول دنباله سنجیده شده، و موارد به کارگیری آنها مشخص می‌شود. سپس در بخش سوم همین کار برای فرایندهای اتورگرسیو (۲) توسعه داده می‌شود، و آنگاه در بخش چهارم یک الگوریتم ساده در نحوه‌ی به‌کارگیری این روش‌ها ارائه می‌شود. در پایان

www.SID.ir

Archive of SID

این الگوریتم در یک مطالعه‌ی موردی به‌کار گرفته خواهد شد و نتایج آن گزارش می‌شود.

۲. روش‌های کنترل آماری فرایند برای داده‌های خود همبسته‌ی AR (۱)

فرض می‌کنیم داده‌های فرایند از همبستگی برخوردارند و نوع همبستگی آن‌ها از نوع AR(۱) است. بدین ترتیب اگر X_t نشان‌دهنده‌ی مشاهده‌یی از مشخصه‌ی کیفی در زمان t باشد، آنگاه رابطه‌ی بین X_t و X_{t-1} به‌صورت

$$X_t - \mu = \phi(X_{t-1} - \mu) + \epsilon_t \quad ; \quad t \in Z \qquad (1)$$

است که در آن μ میانگین فرایند، ε_t خطای تصادفی در زمان t به‌طوری که $\epsilon_t \sim N(0, \sigma_\epsilon^2)$ و ϕ پارامتر مدل AR (۱) است. در این مدل می‌توان نشان داد که واریانس یک مشاهده، σ_x^2، طبق رابطه‌ی ۲ محاسبه می‌شود:

$$\sigma_x^2 = var(X_t) = \frac{\sigma_\epsilon^2}{1 - \phi^2} \qquad (2)$$

حال چنانچه در داده‌های ناشی از یک فرایند هم‌بستگی نوع AR (۱) وجود داشته باشد و از نمودار شوهارت استاندارد برای کنترل این مجموعه داده استفاده کنیم، بررسی‌های انجام شده با استفاده از شبیه‌سازی نشان داده است که این نمودار به ازای $\phi < 0$ بسیار کم‌اثر است و به‌ازای $\phi > 0$ نمودار مرتباً زنگ خطرهای اشتباهی[۷] ایجاد می‌کند.[۷] برای حل این مشکل روش‌های مختلفی در ادبیات موجود است که در ادامه بررسی خواهند شد.

۱.۲. نمودار کنترل شوهارت اصلاح شده

در تصحیح نمودارهای کنترل شوهارت، دانشمندان با تغییر حدود کنترل روشی برای کنترل داده‌های خودهم‌بسته از نوع AR (۱) ارائه داده‌اند.[۸] و در پژوهشی دیگر، طول دنباله‌ی داده‌های داخل محدوده‌ی کنترل در نمودار شوهارت را برای داده‌های خودهم‌بسته تخمین زده‌اند.[۹] همچنین برای داده‌های ناشی از سری‌های زمانی و برای بررسی میانگین و واریانس فرایندهای هم‌بسته نمودارهای کنترل ارائه داده‌اند.[۱۰ و ۱۱] در روش اخیر، که در این نوشتار از آن استفاده خواهد شد، از دو نوع تطبیق در مورد نمودار کنترلی استفاده می‌شود. در اولین تطبیق از واریانس واقعی موجود در فرایند، که برابر $\frac{\sigma_\epsilon^2}{1-\phi^2}$ است، استفاده می‌شود؛ و در دومین تطبیق ضریب انحراف معیار واقعی موجود در فرایند در محدوده‌ی کنترل تعدیل می‌شود به‌گونه‌یی که متوسط طول دنباله‌ی نمودار کنترلی در حالت خودهم‌بستگی، و نیز در حالت استقلال در زمانی که هیچ تغییری در فرایند ایجاد نشده، برابر باشد. (به عبارت دیگر محدوده‌ی کنترل طوری تغییر داده می‌شود که خطای نوع اول در هر دو نمودار برابر باشد، و سپس با توجه به خطای نوع دوم نمودارها مقایسه می‌شوند).

۲.۲. نمودار کنترل باقی‌مانده‌ها[۸]

در نمودار کنترل باقی‌مانده‌ها از این واقعیت استفاده می‌شود که باقی‌مانده‌های مشاهداتی که به‌وسیله‌ی مدل AR (۱) ایجاد شده‌اند مستقل خطی‌اند. بنابراین می‌توان ϵ_t را به دست آورد و با آنها مانند داده‌یی مستقل رفتار کرد و برای کنترل آن‌ها از نمودارهای کنترلی استاندارد استفاده کرد.

پژوهشگران در اولین تحقیقی که در این زمینه مطرح شده روشی برای کنترل باقی‌مانده‌های مدل‌های AR و (۱ و۲) ARMA[۹] ارائه داده‌اند.[۱۲-۱۴] این در حالی است که دیگر محققان برای کنترل باقیمانده‌های مدل ARMA از درجه‌ی چهارم روشی جدید ارائه داده‌اند.[۱۵] بررسی‌های انجام شده در خصوص متوسط طول دنباله در نمودار باقی‌مانده‌ها نیز قابل دسترس است.[۹ و ۱۰]

ویرینگا[۷] نشان داده است که کارایی نمودار باقی‌مانده‌ها نسبت به نمودار شوهارت اصلاح شده به‌ازای مقادیر $\phi < 0$ بهتر است. در حالت خودهم‌بستگیِ مثبت فقط نسبتی از تغییرات به باقی‌مانده‌ها منتقل می‌شود که این خود باعث کاهش کارایی نمودار باقی‌مانده‌ها می‌شود. در این حالت، چنانچه تغییری به اندازه‌ی $\delta\sigma_x$ در میانگین فرایند به وجود آید، مقدار تغییر انتقال یافته به باقی‌مانده‌ی فرایند برابر $(1-\phi)\delta\sigma_x$ خواهد بود. بنابراین کارایی نمودار باقی‌مانده‌ها در زمانی که ϕ مثبت و بزرگ باشد کاهش می‌یابد. البته ثابت می‌شود که به‌ازای مقادیر ϕ به‌اندازه‌ی کافی نزدیک به ۱ کارایی نمودار باقی‌مانده‌ها افزایش می‌یابد.[۷]

۳.۲. اصلاح نمودار کنترل باقی‌مانده‌ها

چنان‌که عنوان شد در نمودار کنترل باقی‌مانده‌ها در حالت خودهم‌بستگیِ مثبت فقط نسبتی از تغییرات به باقی‌مانده‌ها منتقل می‌شود که این باعث کاهش کارایی این نمودار در حالت خودهم‌بستگی مثبت خواهد شد. برای رفع این مشکل از یک تخمین‌گر قوی میانگین، که معمولاً تخمین‌گر میانگین متحرک موزون نمایی است، استفاده می‌شود. سپس این تخمین در مقدار ϕ ضرب می‌شود و به باقی‌مانده‌ها اضافه می‌شود. در نتیجه چنانچه در میانگین فرایند به‌اندازه‌ی $\delta\sigma_x$ تغییر به وجود آید، مقدار تغییر انتقال یافته به باقیمانده‌ی فرایند برابر $(1-\phi)\delta\sigma_x + \phi\delta\sigma_x = \delta\sigma_x$ خواهد بود. یعنی در حالی که فرض استقلال کماکان برقرار است، تمام تغییرات به باقی‌مانده‌ها منتقل می‌شود و مسئله تبدیل به به‌کارگیری نمودار شوهارت ساده می‌شود. نمودار باقی‌مانده‌های اصلاح شده هنگامی که ϕ مثبت باشد، نسبت به نمودار باقی‌مانده‌ها و نمودار شوهارت

www.SID.ir

Archive of SID

اصلاح شده عملکرد بهتری دارد، اما هنگامی که ϕ منفی باشد نمودار باقی‌مانده‌ها نسبت به دو نمودار قبلی عملکرد بهتری دارد.[۷]

۴.۲. نمودار میانگین متحرک موزون نمایی اصلاح شده

آماره‌ی میانگین متحرک موزون نمایی (EWMA) که در زمان t با $W_{x,t}$ نشان داده می‌شود، از طریق رابطه‌ی ۳ به دست می‌آید که در آن λ پارامتر مدل است.

$$W_{x,t} = \lambda X_t + (1-\lambda) W_{x,t-1} \qquad (3)$$

حال اگر X_tها مستقل از هم باشند، واریانس $W_{x,t}$ از رابطه‌ی ۴ به‌دست می‌آید.

$$Var(W_{x,t}) = \left(\frac{\lambda}{2-\lambda}\right)\sigma_x^2 \qquad (4)$$

بنابراین برای کنترل یک فرایند می‌توان به‌سادگی از آماره‌ی EWMA مربوط به آن استفاده کرد. این نمودار توسط رابرتس پیشنهاد،[۱۶] و توسط هانتر توسعه داده شده است.[۱۷] همین‌طور کرودر روشی ساده برای محاسبه‌ی متوسط طول دنباله‌ی داخل محدوده‌ی کنترل در این نمودار ارائه داده است.[۱۸]

نمودار EWMA نسبت به تغییرات در میانگین، در صورتی که این تغییر مقدار خیلی زیاد نباشد، ($\delta < 2/6$)، در مقایسه با نمودار شوهارت حساس‌تر است.[۷] البته در نمودارکنترلی EWMA مقدار بهینه‌ی انحراف معیارِ فرایند متناسب با تغییر در میانگین، طوری تعیین می‌شود که نمودار بتواند سریع‌تر آن را شناسایی کند.[۷]

حال چنانچه هم‌بستگی موجود در داده‌ها از نوع (۱) AR باشد، اثر آن بر نمودار EWMA استاندارد (نسبت به نمودار شوهارت استاندارد) بیشتر است؛ به‌ازای $\phi < 0$ این نمودار بسیارکم اثرتر عمل می‌کند و به‌ازای $\phi > 0$ نمودار زنگ خطرهای اشتباه بیشتری تولید می‌کند.

در نمودار EWMA اصلاح شده نیز با استفاده از استدلال مربوط به نمودار شوهارت اصلاح شده، ابتدا واریانس واقعی موجود در فرایند در حضور هم‌بستگی نوع اول[۱۰] محاسبه می‌شود. در این حالت ابتدا واریانس تقریبی آماره‌ی $W_{x,t}$ از رابطه‌ی ۵ به دست می‌آید.[۷]

$$Var(W_{x,t}) \approx \frac{\sigma^2}{1-\phi^2}\left(\frac{\lambda}{2-\lambda}\right)\left(\frac{1+\phi(1-\lambda)}{1-\phi(1-\lambda)}\right) \qquad (5)$$

سپس محدوده‌ی کنترل طوری اصلاح می‌شود که نمودار EWMA برای داده‌های مستقل و نیز برای داده‌های هم‌بسته دارای خطای نوع اول برابر باشد. آنگاه با توجه به خطای نوع دوم دو نمودار، مقایسه‌ی نمودارها صورت می‌گیرد.[۱۹]

۵.۲. نمودار میانگین متحرک موزون نمایی باقی‌مانده‌ها

در این روش ابتدا باقی‌مانده‌های مشاهداتی که به‌وسیله‌ی مدل AR(۱) به دست آمده‌اند با استفاده از رابطه‌ی ۶ محاسبه می‌شوند.

$$e_t = X_t - \mu - \phi(X_{t-1} - \mu) \qquad (6)$$

چون e_tها مستقل‌اند، می‌توان از نمودار میانگین متحرک موزون نمایی استاندارد برای آنها استفاده کرد. برای این کار آماره‌ی $W_{e,t}$ را از رابطه‌ی ۷ محاسبه می‌کنیم.

$$W_{e,t} = \lambda e_t + (1-\lambda) W_{e,t-1} \qquad (7)$$

همچنین واریانس $W_{e,t}$ را از رابطه‌ی ۸ محاسبه می‌کنیم.

$$Var(W_{e,t}) \approx \sigma_\epsilon^2\left(\frac{\lambda}{2-\lambda}\right) \qquad (8)$$

بنابراین به‌سادگی می‌توانیم نمودار EWMA استاندارد را برای کنترل باقی‌مانده‌ها به‌کار بریم. در حالتی‌که $\phi < 0$ عملکرد این نمودار نسبت به نمودار EWMA اصلاح شده بهتر است، ولی در حالت $\phi > 0$ نمودار EWMA اصلاح شده عملکرد بهتری خواهد داشت.[۷]

۶.۲. نمودار میانگین متحرک موزون نمایی باقی‌مانده‌های اصلاح شده

در نمودارکنترل EWMA باقی‌مانده‌ها در حالت خودهم‌بستگی مثبت نیز فقط نسبتی از تغییرات به باقی‌مانده‌ها منتقل می‌شود که این باعث کاهش کارایی این نمودار در حالت خودهم‌بستگی مثبت می‌شود.[۷] بنابراین می‌توان از یک تخمین‌گر قوی میانگین استفاده کرد و مضرب ϕ از آن را به باقی‌مانده‌ها اضافه کرد تا همه‌ی تغییرات به باقی‌مانده‌ها منتقل شوند. حال با این مقادیر مانند داده‌های مستقل رفتار می‌کنیم و نمودار EWMA استاندارد را برای آنها ترسیم می‌کنیم. در به‌کارگیری ایده‌ی فوق ابتدا مقدار $W_{u,t}$ را از رابطه‌ی ۹ محاسبه می‌کنیم:

$$W_{u,t} = \lambda u_t + (1-\lambda) W_{u,t-1} \quad ; \quad t = 1, 2, \ldots. \qquad (9)$$

و سپس واریانس $W_{u,t}$ را از رابطه‌ی ۱۰ به دست می‌آوریم.

$$\sigma^2_{W_{u,t}} \approx \sigma_\epsilon^2\left(\frac{\lambda}{2-\lambda}\right) \qquad (10)$$

به این ترتیب می‌توان نمودارکنترلی EWMA را به‌سادگی پیاده کرد. در حالت $\phi > 0$ نمودار EWMA باقی‌مانده‌های اصلاح شده عملکرد بهتری نسبت به نمودارهای EWMA اصلاح شده و EWMA باقی‌مانده‌ها دارد، اما در حالت $\phi < 0$ نمودار EWMA باقی‌مانده‌ها همچنان بهترین انتخاب خواهد بود.[۷]

www.SID.ir

Archive of SID

۳. روش‌های کنترل آماری فرایند برای داده‌های خود همبسته‌ی AR (۲)

در بخش دوم فرض شده که هم‌بستگی موجود در داده‌های ناشی از فرایند از نوع AR (۱) است. اما در این بخش فرض می‌کنیم که هم‌بستگی داده‌ها از نوع AR (۲) باشد و به توسعه‌ی الگوریتم‌هایی می‌پردازیم که در بخش دوم برای داده‌های خودهم‌بسته‌ی نوع AR (۱) مطرح شد.

برای داده‌های خودهم‌بسته‌ی یک فرایند که از مدل AR (۲) می‌آیند، داریم:

$$X_t - \mu = \phi_1(X_{t-1} - \mu) + \phi_2(X_{t-2} - \mu) + \epsilon_t \;\; ; \;\; t \in Z \qquad (11)$$

که در آن $\epsilon_t \sim N(0, \sigma_\epsilon^2)$ عناصر تصادفی خطا، ϕ_1 و ϕ_2 پارامترهای مدل، μ میانگین فرایند، و X_t مشاهده‌ی فرایند در زمان t هستند. در این صورت در پیوست A نشان داده‌ایم که واریانس مشاهدات مدل فوق از رابطه‌ی ۱۲ به دست می‌آید.

$$\sigma_x^2 = \frac{\sigma_\epsilon^2}{1 - \phi_1^2 - \phi_2^2 - 2\phi_2\phi_1^2(1-\phi)_2^{-1}} \qquad (12)$$

آنگاه با استفاده از این رابطه روش‌های مطرح شده در بخش‌های قبلی را مطابق روش‌های زیر توسعه می‌دهیم.

۱.۳. نمودار کنترل شوهارت اصلاح شده

برای تصحیح نمودار کنترل شوهارت که برای داده‌های خودهم‌بسته‌ی AR (۲) به کار می‌رود نیز می‌توان از دو نوع تطبیق استفاده کرد. در تطبیق اول از واریانس مشاهدات (رابطه‌ی ۱۲) استفاده می‌شود و در تطبیق دوم محدوده‌ی کنترلی را طوری اصلاح می‌کنیم که متوسط طول دنباله‌ی نمودار کنترلی در حالت خودهم‌بستگی و در حالت استقلال، هنگامی که هیچ تغییری در فرایند ایجاد نشده، برابر باشد.

۲.۳. نمودار کنترل باقی‌مانده‌ها

همانند نمودار کنترل باقی‌مانده برای مشاهداتی که از مدل AR (۱) می‌آیند، در این روش نیز از این واقعیت استفاده می‌شود که باقیمانده‌های مشاهداتی که به‌وسیله‌ی مدل AR (۲) ایجاد شده‌اند مستقل‌اند. به‌عبارت دیگر می‌توان آن‌ها از رابطه‌ی ۱۱ محاسبه، و با استفاده از نمودارهای کنترلی استاندارد پایش کرد.

۳.۳. نمودار کنترل باقی‌مانده‌های اصلاح شده

در نمودار کنترل باقی‌مانده‌ها در حالتی که هم‌بستگی مثبت وجود داشته باشد، فقط نسبتی از تغییرات که برابر $\delta(1 - \phi_1 - \phi_2)\sigma_x$ است، به باقی‌مانده‌ها منتقل می‌شود که این موجب کاهش کارایی این نمودار می‌شود. برای رفع این مشکل از نمودار کنترل باقی‌مانده‌های اصلاح شده استفاده می‌کنیم. در این نمودار مقادیر u_t را به‌صورت

$$u_t = y_t - \phi_1 y_{t-1} - \phi_2 y_{t-2} + (\phi_1 + \phi_2)\hat{\mu}_t \qquad (13)$$

تعریف می‌کنیم که در آن $\hat{\mu}_t$ تخمین‌گر میانگین متحرک موزون نمایی برای میانگین فرایند است. بنابراین با این روش همه‌ی تغییرات را به باقی‌مانده‌ها منتقل می‌کنیم.

۴.۳. نمودار میانگین متحرک موزون نمایی اصلاح شده

در این روش محدوده‌ی کنترل طوری تعدیل می‌شود که هر دو نمودار EWMA برای داده‌های مستقل و داده‌های خودهم‌بسته دارای خطای نوع اول برابر باشند.

۵.۳. نمودار میانگین متحرک موزون نمایی باقی‌مانده‌ها

در این روش ابتدا باقی‌مانده‌های مشاهداتی که به‌وسیله‌ی مدل AR(۲) ایجاد شده‌اند، محاسبه می‌شود و سپس با آنها مانند داده‌های مستقل رفتار می‌شود و نمودار EWMA استاندارد برای آنها به دست می‌آید.

۶.۳. نمودار میانگین متحرک موزون نمایی باقی‌مانده‌های اصلاح شده

در نمودار کنترل EWMA باقی‌مانده‌ها در حالتی که هم‌بستگی‌ها از نوع مثبت باشند فقط نسبتی از تغییرات به باقی‌مانده‌ها منتقل می‌شود که به کاهش کارایی این نمودار منجر می‌شود. برای رفع این مشکل از نمودار کنترل EWMA باقی‌مانده‌های اصلاح شده چنان استفاده می‌شود که همه‌ی تغییرات به باقی‌مانده‌ها منتقل شود. در این روش ابتدا از یک تخمین‌گر قوی میانگین استفاده می‌شود و سپس مضرب $\phi_1 + \phi_2$ از آن به باقی‌مانده‌ها اضافه می‌شود. در این حالت، هرگونه تغییر احتمالی در میانگین فرایند عیناً به باقی‌مانده‌ها منتقل می‌شود. سپس از نمودار EWMA استاندارد برای کنترل آن استفاده می‌شود.

۴. مقایسه‌ی متوسط طول دنباله برای روش‌های توسعه یافته

کرودر برای محاسبه‌ی متوسط طول دنباله‌ی نمودارهای شوهارت اصلاح شده و EWMA اصلاح شده و EWMA باقی‌مانده‌ها، با استفاده از روش انتگرال فردهلم[11]، روشی ارائه داده است.[8] لانگ‌نکر و ریان نیز متوسط طول دنباله‌ی نمودار باقی‌مانده‌ها را از روشی که در ذیل به شرح آن می‌پردازیم، به دست آورده‌اند.[20]

فرض کنید برای $t > T$ احتمال آنکه باقی‌مانده بین محدوده‌ی کنترلی قرار گیرد $P(\delta)$ و احتمال آنکه باقیمانده در لحظه‌ی T بین محدوده‌ی کنترلی قرار گیرد $P_1(\delta)$ باشد. در این صورت متوسط طول

www.SID.ir

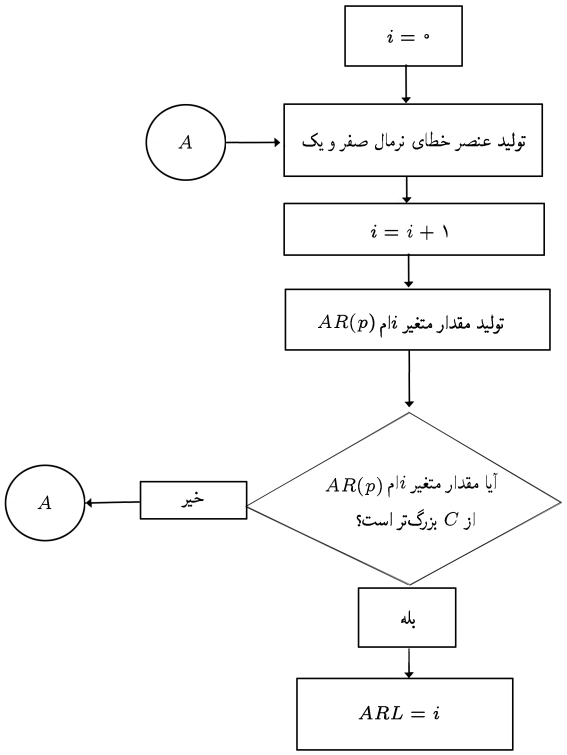
Archive of SID

دنباله برای نمودار باقی‌مانده‌ها ($\mathrm{ARL}_{rc}(\delta)$) از رابطه‌ی ۱۴ به دست می‌آید.

$$ARL_{rc}(\delta) = ۱ + \frac{۱}{۱ - P(\delta)} P_۱(\delta) \qquad (۱۴)$$

از طریق شبیه‌سازی نیز می‌توان متوسط طول دنباله‌ی نمودار شوهارت باقی‌مانده‌های اصلاح شده و EWMA باقی‌مانده‌های اصلاح شده را به دست آورد.

در این تحقیق متوسط طول دنباله‌ی همه‌ی نمودارهای مطرح شده از



شکل ۱. الگوریتم تولید مقدار برای محاسبه‌ی متوسط طول دنباله‌ی نمودارهای کنترل.

طریق شبیه‌سازی به دست آمده است. هر مقدار از متوسط طول دنباله، نتیجه‌ی ۱۰۰۰۰ بار اجرای الگوریتمی است که از طریق آن داده‌های خودهم‌بسته تولید می‌شوند (شکل ۱). مقدار C در این الگوریتم چنان تعیین می‌شود که مقدار خطای نوع اول نمودار مورد نظر برابر مقدار خطای نمودار شوهارت استاندارد باشند.

جداول ۱ تا ۳ نتایج شبیه‌سازی را برای مدل AR(۱) به‌ازای $\phi = -۰/۶, ۰/۶, ۰/۹۵$ و جداول ۴ و ۵ این نتایج را برای مدل AR(۲) در بر دارند. نتایج ارائه شده در جدول ۱ نشان می‌دهد که به‌ازای $\phi = -۰/۶$، نمودار EWMA باقی‌مانده‌ها، نسبت به سایر نمودارها عملکرد بهتری دارد. از جدول ۲ می‌توان به این نتیجه رسید که به ازای ϕ مثبت و کوچکتر از ۰/۹۵، نمودار EWMA باقی‌مانده‌های اصلاح شده نسبت به سایر نمودارها عملکرد بهتری دارد. به‌ازای ϕ مثبت و بزرگ‌تر از ۰/۹۵، نمودار شوهارت باقی‌مانده‌های اصلاح شده در جدول ۳ عملکرد بهتری دارد. نتایج جدول ۴ نشان می‌دهد که به‌ازای $\sum_{i=۱}^{۲} \phi_i$ مثبت، نمودار EWMA باقیمانده‌های اصلاح شده عملکرد بهتری دارد. همچنین از جدول ۵ می‌توان به این نتیجه رسید که به‌ازای $\sum_{i=۱}^{۲} \phi_i$ منفی، نمودار EWMA باقی‌مانده‌ها عملکرد بهتری دارد.

به‌صورت خلاصه این مطالعه‌ی شبیه‌سازی نشان داده است که برای داده‌های خودهم‌بسته از نوع AR(۱) روش EWMA باقی‌مانده‌ها به‌ازای $\phi < ۰$ نسبت به سایر نمودارها دارای ARL بهتری است. به‌ازای $۰ < \phi < ۰/۹۵$ نیز نمودار EWMA باقی‌مانده‌های اصلاح شده نسبت به سایر نمودارها دارای ARL بهتری است، ولی برای $\phi \leq ۰/۹۵$ نمودار شوهارت باقی‌مانده‌های اصلاح شده نسبت به سایر نمودارها دارای ARL بهتری است. استفاده از این نمودارها به‌دلیل سهولت کاربرد، توصیه می‌شود. این مطالعه نشان داده است که در مورد مدل AR(۲) چنانچه $\sum_{i=۱}^{۲} \phi_i$ مثبت باشد بهتر است از نمودار EWMA باقی‌مانده‌های اصلاح شده استفاده کنیم (چنانچه تغییر در میانگین

جدول ۱. مقایسه‌ی ARL روش‌های مختلف به‌ازای $\phi = -۰/۶$.

تغییر در میانگین (مضرب سیگما)	شوهارت اصلاح شده	باقی‌مانده	باقی‌مانده‌ی اصلاح شده	EWMA اصلاح شده	EWMA باقی‌مانده‌ی	EWMA باقی‌مانده‌ی اصلاح‌شده
۰/۱	۳۵۱	۳۰۲/۱۹	۳۳۶/۵۹	۱۳۲/۵۸	۱۲۳/۷۳	۱۴۹/۸۶
۰/۲	۳۰۷/۲۶	۱۹۴/۵۷	۲۶۸/۴۴	۴۳/۸۲	۴۱/۸۸	۴۹/۸۴
۰/۲۵	۲۸۱/۲	۱۵۱/۲۸	۲۲۸/۸۴	۳۰/۵۰	۲۸/۳۴	۳۲/۱۷
۰/۴	۱۹۵/۳۴	۶۸/۶۳	۱۳۵/۰۷	۱۴/۲	۱۳/۳۵	۱۳/۷۶
۰/۶	۱۱۷/۴۹	۲۷/۹۴	۶۰/۱۶	۸/۰۱	۷/۶	۷/۴۱
۰/۸	۱۲۷/۱	۱۲/۶۷	۲۵/۷۸	۵/۵۳	۵/۳۴	۵/۰۶
۱	۴۳/۰۶	۶/۲۷	۱۰/۶۷	۴/۲۷	۴/۱۳	۳/۸۹
۱/۵	۱۲/۹۲	۲/۰۱۷	۲/۱۸	۲/۷۳	۲/۷۶	۲/۵۲

www.SID.ir

Archive of SID

جدول ۲. مقایسه‌ی **ARL** روش‌های مختلف به‌ازای $\phi = ۰/۶$.

تغییر در میانگین (مضرب سیگما)	شوهارت اصلاح شده	باقی‌مانده	باقی‌مانده‌ی اصلاح شده	EWMA اصلاح شده	EWMA باقی‌مانده‌ی	EWMA باقی‌مانده‌ی اصلاح‌شده
۰/۱	۳۶۳/۲۸	۳۶۷/۰۲	۳۵۵/۳	۳۲۷/۸۵	۳۲۹/۰۹	۳۱۸/۷۲
۰/۲	۳۱۹/۰۷	۳۴۸/۹۵	۳۰۸/۱۷	۲۴۳/۹۴	۲۴۷/۹۱	۲۶/۰۱
۰/۲۵	۲۹۴/۸۳	۳۴۲/۸۳	۲۷۸/۳۲	۲۰۲/۴۳	۲۱۰/۴۴	۱۸۶/۷۴
۰/۴	۲۱۹/۷۱	۳۰۷/۸۳	۱۹۹/۴۲	۱۱۷/۴۸	۱۲۴/۵۶	۱۰۶/۳۸
۰/۶	۱۴۱/۲۲	۲۵۳/۰۷	۱۱۹/۷۸	۶۴/۴۷	۶۷/۳۸	۵۷/۸۱
۰/۸	۹۰/۲۳	۱۹۸/۵۵	۷۶/۳۴	۳۹/۹۶	۴۲/۱۵	۳۶/۸۴
۱	۵۹/۳۴	۱۵۸/۱۸	۵۱/۴۲	۲۷/۷۵	۲۸/۳۹	۲۶/۳۳
۱/۵	۲۴/۶۲	۸۱/۷	۲۴/۴۱	۱۴/۸۳	۱۴/۸	۱۵/۴۷

جدول ۳. مقایسه‌ی **ARL** روش‌های مختلف به‌ازای $\phi = ۰/۹۵$.

تغییر در میانگین (مضرب سیگما)	شوهارت اصلاح شده	باقی‌مانده	باقی‌مانده‌ی اصلاح شده	EWMA اصلاح شده	EWMA باقی‌مانده‌ی	EWMA باقی‌مانده‌ی اصلاح‌شده
۰/۱	۳۶۷/۲۴	۳۷۰/۹۱	۳۶۱/۹۸	۳۶۲/۴۴	۳۶۷/۵	۳۶۳/۵۴
۰/۲	۳۴۶/۴۱	۳۶۹/۲۵	۳۴۵/۲۸	۳۴۵/۹	۳۵۱/۲	۳۴۷/۶
۰/۲۵	۳۳۳/۳۲	۳۶۸/۱۸	۳۲۸/۶۲	۳۲۹/۵۹۳	۳۴۴/۳۸	۳۲۸/۷۷
۰/۴	۲۹۰/۰۷	۳۶۴/۷۲	۲۷۹/۱۷	۲۸۳/۴	۳۰۶/۹۴	۲۷۸/۱۵
۰/۶	۲۳۱/۵۷	۳۵۵/۲۳	۲۱۲/۵	۲۱۷/۵۸	۲۵۵/۸۳	۲۱۳/۶۹
۰/۸	۱۷۶/۲۳	۳۴۳/۲۹	۱۶۲/۱۸	۱۶۶/۴۹	۲۰۶/۰۹	۱۶۰/۱۸
۱	۱۳۵/۵۵	۳۲۹/۷۴	۱۲۵/۴۷	۱۲۷/۳	۱۶۴/۴۷	۱۲۵/۷۶
۱/۵	۷۸/۵۲	۲۸۷/۵۲	۷۵/۸	۷۵/۰۸	۹۵/۳۵	۷۴/۷

جدول ۴. مقایسه‌ی **ARL** روش‌های مختلف به‌ازای $\phi_۱ = ۰/۴$ و $\phi_۲ = ۰/۲$.

تغییر در میانگین (مضرب سیگما)	شوهارت اصلاح شده	باقی‌مانده	باقی‌مانده‌ی اصلاح شده	EWMA اصلاح شده	EWMA باقی‌مانده‌ی	EWMA باقی‌مانده‌ی اصلاح‌شده
۰/۱	۳۵۱/۲۹	۳۶۰/۰۲	۳۴۸/۲۶	۳۳۴/۱۸	۳۳۶/۰۱	۳۲۴/۷۲
۰/۲	۳۲۱/۳۹	۳۳۹/۲۷	۳۰۵/۷۱	۲۵۴/۸۲	۲۵۵/۹۸	۲۴۱/۶۳
۰/۲۵	۲۹۸/۰۴	۳۳۱/۶۴	۲۸۰/۸۰	۲۱۳/۵۶	۲۱۸/۵۲	۱۹۸/۱۴
۰/۴	۲۱۷/۴۶	۳۰۳/۶۴	۲۰۶/۹۲	۱۲۷/۷۸	۱۳۲/۴۱	۱۱۶/۰۵
۰/۶	۱۳۹/۲۷	۲۵۹/۳۴	۱۲۸/۲۷	۶۹/۸۹	۷۳/۹۱	۶۳/۴۷
۰/۸	۹۱/۴۵	۲۰۹/۱۵	۸۵/۱۹	۴۴/۰۴	۴۵/۶۲	۴۰/۳۲
۱	۵۹/۷۱	۱۶۲/۷۹	۵۷/۴۱	۳۰/۰۱	۳۱/۵	۲۹/۳
۱/۵	۲۵/۹۱	۸۷/۳۴	۲۷/۹۵	۱۵/۸	۱۶/۳۳	۱۶/۵۷

بیشتر از ۱/۵ برابر انحراف معیار باشد نمودار EWMA نسبت به سایر نمودارها اصلاح شده‌کارایی بالاتری دارد)، در غیر این‌صورت بهتر است از نمودار EWMA باقی‌مانده‌ها استفاده کنیم. به‌این ترتیب می‌توان الگوریتمی پیشنهاد داد که در آن با تخمین خودهم‌بستگیِ موجود در داده‌های ناشی از فرایند، نمودار مناسب برای پایش آن مطرح می‌شود.

۵. الگوریتم پیشنهادی

با فرض اینکه خودهم‌بستگی موجود در داده‌ها حداکثر تا فاصله‌ی زمانی دو (۲ lag) مورد نظر است، و با توجه به توضیحات قبلی برای کنترل آماری یک فرایند با اندازه‌ی نمونه‌ی ۱گام‌های زیر پیشنهاد می‌شود:

www.SID.ir

Archive of SID

جدول ۵. مقایسه‌ی ARL روش‌های مختلف به‌ازای $\phi_1 = -0/4$ و $\phi_2 = 0/2$.

تغییر در میانگین (مضرب سیگما)	شوهارت اصلاح شده	باقی‌مانده	باقی‌مانده‌ی اصلاح شده	EWMA اصلاح شده	EWMA باقی‌مانده‌ی	EWMA باقی‌مانده‌ی اصلاح‌شده
۰/۱	۳۴۹/۱	۳۲۳/۶۹	۳۴۵/۹۵	۱۵۵/۳۶	۱۴۹/۱۸	۱۵۰/۳۱
۰/۲	۳۰۵/۸۱	۲۳۲/۲۱	۲۹۵/۹۶	۵۵/۳۵	۵۳/۷۱	۵۳/۹۵
۰/۲۵	۲۷۶/۶۹	۱۸۷/۲۳	۲۵۸/۳۵	۳۷/۷۷	۳۶/۸۶	۳۶/۲۲
۰/۴	۱۹۹/۳۹	۹۶/۱۸	۱۶۶/۰۸	۱۷/۳	۱۶/۶۹	۱۶/۸۳
۰/۶	۱۱۶/۷۶	۴۰/۳۳	۸۴/۶۶	۹/۶۵	۹/۲۴	۹/۲۷
۰/۸	۶۸/۸۶	۱۸/۷۶	۴۲/۳۵	۶/۶۴	۶/۳۶	۶/۴۹
۱	۴۱/۲۶	۹/۷۶	۲۰	۴/۹۹	۴/۹۵	۴/۹۳
۱/۵	۱۱/۵۵	۲/۹۵	۴/۵۶	۳/۱۴	۳/۲	۳/۱۹

۱. بعد از جمع‌آوری داده نمودار خودهم‌بستگی را رسم کنید.

۲. مقدار خودهم‌بستگی فاصله‌ی زمانی یک (۱ lag) و دو (۲ lag) را برای مشخصه‌ی کیفی به دست آورید. چنانچه این مقادیر داخل محدوده‌ی کنترل بودند به گام ۳ بروید، و چنانچه فقط مقدار خودهم‌بستگی فاصله‌ی زمانی ۱ خارج از محدوده‌ی کنترل بود، به گام ۴ بروید. اگر هر دو مقدار خودهم‌بستگی فاصله‌ی زمانی ۱ و ۲ خارج از محدوده‌ی کنترل بودند به گام ۵ بروید.

۳. از نمودار استاندارد برای پایش‌های انفرادی استفاده کنید.

۴. دراین حالت به وسیله‌ی نرم‌افزارهای آماری مدل AR(۱) مناسب را تخصیص دهید. چنانچه باقی‌مانده‌های مدل تخصیصی ناهم‌بسته باشند و از توزیع نرمال برخوردار باشند، آنگاه به‌ازای خودهم‌بستگی $0 < \phi < 0/95$، از نمودار EWMA باقی‌مانده‌های اصلاح شده برای پایش فرایند استفاده کنید. چنانچه$\phi \leq 0/95$ باشد از نمودار شوهارت باقی‌مانده‌های اصلاح شده استفاده کنید، و اگر خودهم‌بستگی منفی بین داده‌ها وجود داشته باشد، برای کنترل فرایند از نمودار EWMA باقی‌مانده‌ها استفاده کنید.

۵. به وسیله‌ی نرم‌افزارهای آماری مدل AR(۲) مناسب را تخصیص دهید و سپس چنانچه باقی‌مانده‌های مدل تخصیصی ناهم‌بسته و برخوردار از توزیع نرمال باشند و $\phi_1 + \phi_2 \geq 0$ باشد از نمودار EWMA باقی‌مانده‌های اصلاح شده برای پایش فرایند استفاده کنید؛ چنانچه $\phi_1 + \phi_2 < 0$ باشد استفاده از نمودار EWMA باقی‌مانده‌ها برای این کار لازم است.

۶. مطالعه‌ی موردی

در این بخش به کاربرد واقعی الگوریتم پیشنهادی می‌پردازیم. برای این کار ابتدا به خصوصیات کلی سیستم موجود، و سپس فرایند تولید، مشخصه‌های کیفی فرایند، روش جمع‌آوری داده و به‌کارگیری الگوریتم خواهیم پرداخت.

۱.۶. معرفی کارخانه

کارخانجات کابل‌های مخابراتی شهید قندی، تحت پوشش وزارت ارتباطات و فنّاوری اطلاعات، در راستای نیل به خودکفایی صنعتی و تأمین نیازهای روزافزون شبکه‌ی مخابراتی کشور به کابل‌های مخابراتی، در سال ۱۳۶۳ و در شهر یزد تأسیس شد. این مجتمع عظیم صنعتی در زمینی به مساحت یکصد هکتار، و زیربنایی معادل ۲۰۰ هزار متر مربع و با سرمایه‌ی ریالی معادل ۳۰ میلیارد ریال و سرمایه‌ی ارزی معادل ۹۳ میلیون دلار افتتاح و بهره‌برداری شد. عملیات ساختمانی این کارخانجات که با پیشرفت بسیار سریع همراه بود در فروردین ۱۳۶۷ آغاز شد و در ۲۲ بهمن همان سال، فاز اول (سالن تولید کابل نوری) به بهره‌برداری رسید.

تولید انبوه کابل مسی، در قالب فاز دوم، در سال ۱۳۶۹ آغاز شد و در هفتم آذر ماه ۱۳۷۱، فاز ۱ و ۲ آن افتتاح شد. ظرفیت تولید سالانه‌ی فاز یک ۵۰۰۰ کیلومتر از انواع کابل نوری، و میزان تولید انواع کابل مسی فاز دو سالانه MCM ۴۰۰۰، معادل چهار میلیارد متر هادی مخابراتی است. همچنین این کارخانه قادر به تولید سالانه ۴۰۰۰۰ کیلومتر سیم دوبل هوایی و ۲۰۰۰۰ کیلومتر کابل ساده‌ی هوایی است، که در شبکه‌ی مخابرات کشور مصرف بالایی دارد.

ویژگی بارز این مجتمع صنعتی به‌کارگیری پیشرفته‌ترین ماشین‌آلات کابل‌سازی جهان، انجام عملیات نصب توسط متخصصین داخلی، و نیز ساخت بخشی از ماشین‌آلات مورد نیاز توسط نیروهای متعهد و متخصص کارخانه است. در این کارخانه همه‌ی مراحل تولید و پردازش مواد توسط مدرن‌ترین دستگاه‌های رایانه‌یی و خودکار تحت کنترل است. به‌کارگیری این نوع سیستم کنترل نه‌تنها باعث افزایش کیفیت تولید شده،

www.SID.ir

Archive of SID

بلکه در تقلیل ضایعات تولیدی نیز نقش به‌سزایی داشته است. در همین راستا، استفاده از سیستم ربات در خطوط تولید، که در نوع خود در سطح کشور منحصر به فرد است، باعث افزایش تولید و نیز افزایش بهره‌وری در این کارخانه شده است. ربات‌های هوشمند قادر به تشخیص رنگ، تهیه‌ی آمار تولید، جابه‌جایی قرقره‌ها هستند و در افزایش میزان تولید و بالا رفتن کیفیت محصول جایگاه ارزشمندی را به خود اختصاص داده‌اند.

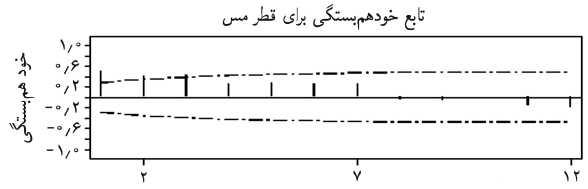
۲.۶. مراحل تولید کابل‌های مسی

مراحل تولید کابل‌های تک‌رشته عبارت‌اند از: ۱. کشش اولیه؛ ۲. کشش و عایق‌زنی (تاندم)؛ ۳. زوج‌کردن؛ ۴. گروپ توئینر؛ ۵. تابنده‌ی کوچک (استرندر ۱۶۰۰)؛ ۶. تابنده‌ی بزرگ (استرندر ۲۵۰۰)؛ و ۷. روکش زنی. از آنجا که پارامترهای کیفی قطر مس، قطر عایق و ازدیاد طول از مهم‌ترین پارامترهای کابل‌های تک‌رشته‌اند، و نامطلوب بودن آنها در مراحل بعدی منجر به پیدایش مشکلات مضاعفی می‌شود؛ لذا این سه پارامتر برای بررسی و تجزیه و تحلیل انتخاب شدند. در نمونه‌گیری، از میان این سه پارامتر ابتدا عوامل مؤثر بر تغییرِ آنها در خط شناسایی و در هنگام نمونه‌گیری، تحت کنترل درآمدند. برای عمل نمونه‌گیری از اندازه‌گیری‌های انفرادی استفاده شده است، چرا که فرایند تولیدی مورد بررسی از نوع پیوسته است و در آن محصول دسته‌های تولیدی (قرقره کابل‌های تولیدی) به‌لحاظ سه پارامتر کیفی مورد نظر، از کیفیتِ تقریباً یکسانی برخوردارند.[۲۱] نمونه‌گیری بدین صورت انجام گرفت که با جداکردن مقداری تک‌رشته از انتهای هر قرقره (به‌ترتیبِ تولید)، برای هر پارامتر یک نمونه مورد بررسی قرار گرفت. جمعاً ۵۰ نمونه‌ی انفرادی برای هر پارامتر اندازه‌گیری شد و سپس توسط نرم‌افزار Minitab تجزیه و تحلیل شد. در ادامه نتایج حاصل از نرم‌افزار به‌ازای هر یک از مشخصه‌های کیفی تشریح می‌شود.

۳.۶. قطر مس

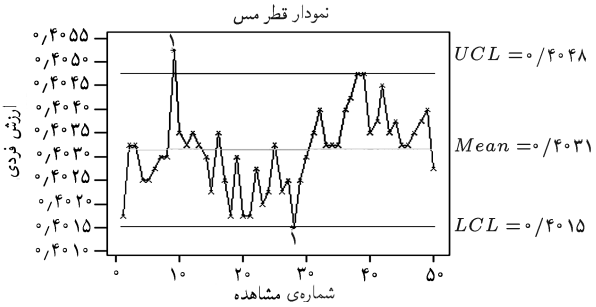
با استفاده از آزمایش‌های انجام شده برای نمونه‌های به دست آمده، ابتدا نمودار خودهم‌بستگی برای بررسی و تشخیص وجود و میزان همبستگی داده‌ها رسم شد. برای فاصله‌ی زمانیِ ۱ مقدارِ خودهم‌بستگی ۰٫۵۱۹ و برای فاصله‌ی زمانیِ ۲، این مقدار ۰٫۴۱۰ به دست آمد. برای فواصل زمانی دیگر نیز به‌همین ترتیب مقادیر خودهم‌بستگی محاسبه و بر روی نمودار شکل ۲ ترسیم شد. این نمودار نشان می‌دهد که مقادیر خودهم‌بستگی نوع اول و دوم از محدوده‌ی استاندارد خارج شده‌اند. بنابراین مدل AR(۲) مدل مناسبی است. نمودار کنترلی شوهارت معمولی مربوط به اندازه‌گیری‌های انفرادی برای داده‌های خود همبسته نیز در شکل ۳ آورده شده است. همان طورکه از شکل ۳ پیداست، چندین نقطه از محدوده‌ی کنترلی خارج‌اند و نمودار وضعیت خارج از کنترل را نشان می‌دهد. اما از آنجا که این نمودار کنترلی با استفاده از داده‌های خودهم‌بسته رسم شده، نقاط خارج از محدوده نمی‌تواند دال بر خارج از کنترل بودن فرایند باشد. بررسی مدل سری زمانی داده‌ها، با استفاده از نرم‌افزار و تجزیه و تحلیل ARIMA صورت گرفت و مدل حاصل برای X_t به‌صورت $X_t = ۰/۴۱۷۷X_{t-۱} + ۰/۱۹۶۴X_{t-۲} + ۰/۱۵۶۲$ به دست آمد.

شکل ۴ نمودار احتمال نرمال باقی‌مانده‌های قطر مس، و شکل۵ نمودار خودهم‌بستگی باقی‌مانده‌های مربوط به قطر مس را نشان

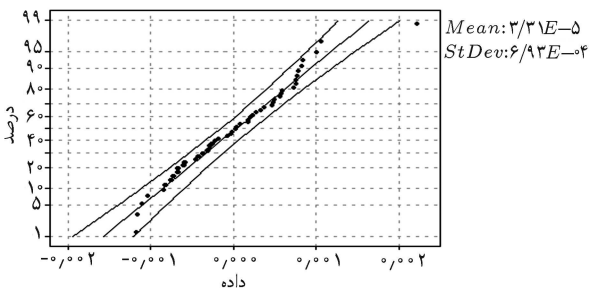


Lag	Corr	T	LBQ	Lag	Corr	T	LBQ
۱	۰٫۵۱	۳٫۵۸	۱۳٫۶۳	۸	-۰٫۰۴	-۰٫۱۶	۵۰٫۶۴
۲	۰٫۴۱	۲٫۳۷	۲۲٫۸۸	۹	-۰٫۰۶	-۰٫۲۷	۵۰٫۹۰
۳	۰٫۴۴	۲٫۲۸	۳۳٫۵۳	۱۰	۰٫۰۰	۰٫۰۲	۵۰٫۹۰
۴	۰٫۲۶	۱٫۲۴	۳۷٫۴۳	۱۱	-۰٫۱۶	-۰٫۶۷	۵۲٫۶۱
۵	۰٫۲۹	۱٫۳۲	۴۲٫۲۴	۱۲	-۰٫۱۹	-۰٫۷۹	۵۵٫۰۹
۶	۰٫۲۸	۱٫۲۲	۴۶٫۷۲				
۷	۰٫۲۵	۱٫۰۸	۵۰٫۵۵				

شکل ۲. نمودار خودهم‌بستگی قطر مس.



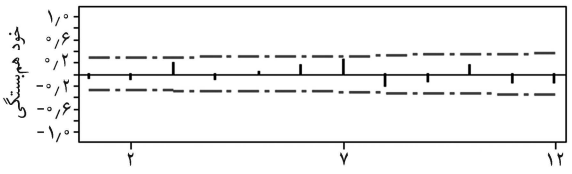
شکل ۳. نمودار شوهارت استاندارد قطر مس برای مشاهدات انفرادی.



شکل ۴. نمودار احتمال نرمال باقی‌مانده‌ها برای قطر مس.

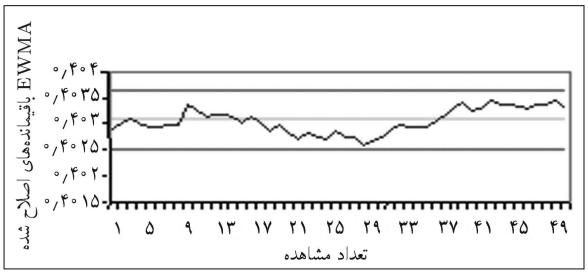
www.SID.ir

Archive of SID



Lag	Corr	T	LBQ	Lag	Corr	T	LBQ
۱	-۰٫۰۶	-۰٫۴۴	۰٫۲۰	۸	-۰٫۲۱	-۱٫۳۱	۱۲٫۲۷
۲	-۰٫۰۹	-۰٫۶۲	۰٫۶۲	۹	-۰٫۱۳	-۰٫۷۵	۱۳٫۲۷
۳	۰٫۲۰	۱٫۴۳	۲٫۹۲	۱۰	۰٫۱۷	۱٫۰۱	۱۵٫۱۹
۴	-۰٫۰۹	-۰٫۶۲	۳٫۴۰	۱۱	-۰٫۱۴	-۰٫۸۰	۱۶٫۴۶
۵	۰٫۰۵	۰٫۳۳	۳٫۵۵	۱۲	-۰٫۱۴	-۰٫۸۰	۱۷٫۸۲
۶	۰٫۱۶	۱٫۰۴	۴٫۹۹				
۷	۰٫۲۷	۱٫۷۷	۹٫۴۵				

شکل ۵. نمودار خودهم‌بستگی باقی‌مانده‌ها برای قطر مس.

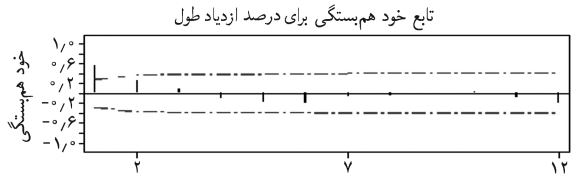


شکل ۶. نمودار **EWMA** باقیمانده‌های اصلاح شده برای قطر مس.

می‌دهد. همان طورکه از شکل‌ها پیداست باقی‌مانده‌ها از توزیع نرمال برخوردارند و بین آنها خودهم‌بستگی وجود ندارد. بنابراین براساس الگوریتم پیشنهادی از نمودار EWMA باقی‌مانده‌های اصلاح شده استفاده شد. برای استفاده از این الگوریتم توسط نرم‌افزار Excel برنامه‌یی نوشته شد و سپس پارامترهای مورد نیاز این برنامه توسط نرم‌افزار Minitab به به‌دست آمد (شکل ۶). همان طورکه از این شکل مشاهده می‌شود پارامترکیفی قطر مس تحت کنترل آماری قرار دارد و نمودار EWMA باقی‌مانده‌های اصلاح شده هیچ نقطه‌ی خارج ازکنترلی را نشان نمی‌دهد.

۴.۶. درصد ازدیاد طول

برای مشخصه‌ی کیفیِ درصد ازدیاد طول، ابتدا نمودار خودهم‌بستگی برای بررسی و تشخیص وجود و میزان هم‌بستگیِ داده‌ها رسم شد. برای فاصله‌ی زمانی ۱ مقدار خودهم‌بستگی ۰٫۵۷ و برای فواصل زمانی دیگر نیز به‌همین ترتیب مقادیر خودهم‌بستگی محاسبه و روی نموداری ترسیم شد (شکل ۷). این نمودار نشان می‌دهد که مقدار خودهم‌بستگی نوع اول از محدوده‌ی استاندارد خارج شده است، اما بقیه‌ی مقادیر خودهم‌بستگی داخل محدوده‌ی کنترل قرار دارند. بنابراین مدل (۱) AR مدل مناسبی است. نمودار کنترلی شوهارت معمولی

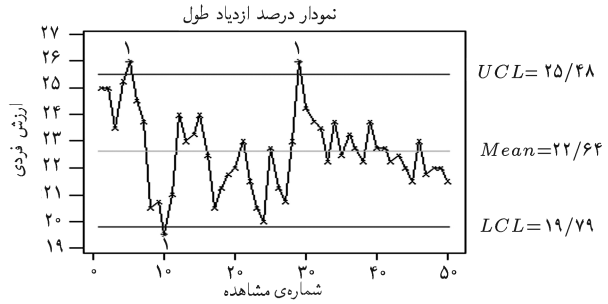


Lag	Corr	T	LBQ	Lag	Corr	T	LBQ
۱	۰٫۵۷	۴٫۰۳	۱۷٫۲۸	۸	-۰٫۰۳	-۰٫۱۷	۲۵٫۹۳
۲	۰٫۲۵	۱٫۴۰	۲۰٫۷۸	۹	۰٫۰۲	۰٫۰۸	۲۵٫۹۴
۳	۰٫۱۰	۰٫۵۲	۲۱٫۳۱	۱۰	۰٫۰۴	۰٫۱۸	۲۶٫۰۳
۴	-۰٫۱۰	-۰٫۵۱	۲۱٫۸۵	۱۱	-۰٫۰۹	-۰٫۴۶	۲۶٫۵۷
۵	-۰٫۱۷	-۰٫۹۱	۲۳٫۵۹	۱۲	-۰٫۲۰	-۱٫۰۱	۲۹٫۳۵
۶	-۰٫۱۹	-۰٫۹۶	۲۵٫۶۴				
۷	-۰٫۰۶	-۰٫۳۰	۲۵٫۸۶				

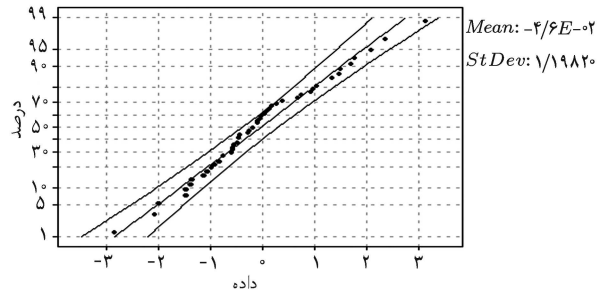
شکل ۷ نمودار خودهم‌بستگی درصد ازدیاد طول.

مربوط به اندازه‌گیری‌های انفرادی برای داده‌های هم‌بسته (شکل ۸)، نشان می‌دهد که چندین نقطه از محدوده‌ی کنترلی خارج‌اند. اما چون نمودارکنترلی با استفاده از داده‌های هم‌بسته رسم شده، نقاط خارج از محدوده نمی‌تواند دال بر خارج ازکنترل بودن فرایند باشد.

برای بررسی مدل سری زمانی داده‌ها، تجزیه و تحلیل ARIMA صورت گرفت و مدل حاصل برای X_t با استفاده از نرم‌افزار به‌صورت $X_t = ۰/۶۰۸۸X_{t-۱} + ۸/۸۶۹$ به دست آمد. همین‌طور نمودار احتمال نرمال باقی‌مانده‌های درصد ازدیاد طول (شکل ۹) و نمودار خودهم‌بستگی باقی‌مانده‌های درصد ازدیاد طول (شکل ۱۰) رسم شد.



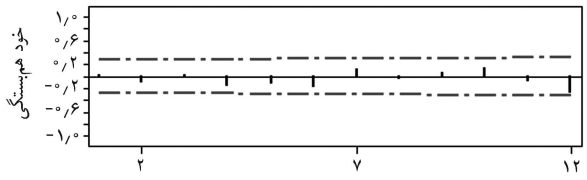
شکل ۸. نمودار شوهارت استاندارد برای درصد افزایش طول.



شکل ۹. نمودار احتمال نرمال باقی‌مانده‌ها برای درصد ازدیاد طول.

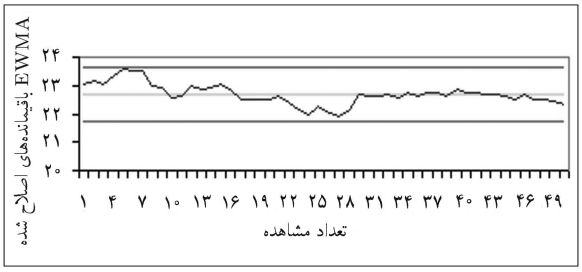
www.SID.ir

Archive of SID



Lag	Corr	T	LBQ	Lag	Corr	T	LBQ
۱	۰٫۰۲	۰٫۱۷	۰٫۰۳	۸	-۰٫۰۳	-۰٫۱۷	۵٫۱۰
۲	-۰٫۰۸	-۰٫۵۸	۰٫۳۹	۹	۰٫۰۶	۰٫۴۰	۵٫۳۴
۳	۰٫۰۳	۰٫۲۳	۰٫۴۶	۱۰	۰٫۱۴	۰٫۹۴	۶٫۷۰
۴	-۰٫۱۵	-۱٫۰۵	۱٫۷۲	۱۱	-۰٫۰۶	-۰٫۳۸	۶٫۹۴
۵	-۰٫۱۱	-۰٫۷۷	۲٫۴۵	۱۲	-۰٫۲۷	-۱٫۶۹	۱۱٫۷۶
۶	-۰٫۱۷	-۱٫۱۶	۴٫۱۹				
۷	۰٫۱۲	۰٫۷۹	۵٫۰۶				

شکل ۱۰ نمودار خودهم‌بستگی باقی‌مانده‌ها برای درصد ازدیاد طول.



شکل ۱۱. نمودار **EWMA** باقی‌مانده‌های اصلاح شده برای درصد ازدیاد طول.

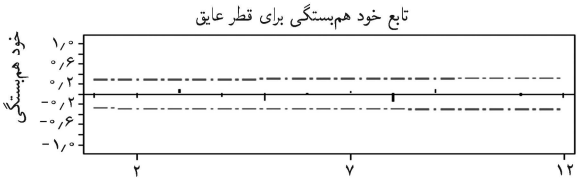
این نمودارها نشان می‌دهند که باقی‌مانده‌ها از توزیع نرمال برخوردارند و بین آنها خودهم‌بستگی وجود ندارد.

بنابراین براساس الگوریتم پیشنهادی، چون $\phi < ۰/۹۵$، از نمودار EWMA باقی‌مانده‌های اصلاح شده استفاده شد. برای استفاده از این الگوریتم ابتدا به‌وسیله‌ی نرم‌افزار Excel برنامه‌یی نوشته شد و سپس پارامترهای مورد نیاز این برنامه به‌وسیله‌ی نرم‌افزار Minitab به دست آمد.

شکل ۱۱ نشان‌دهنده‌ی نمودار EWMA باقی‌مانده‌های اصلاح شده برای درصد ازدیاد طول است. همان‌طور که مشاهده می‌شود پارامتر کیفی درصد ازدیاد طول تحت کنترل آماری قرار دارد و نمودار EWMA باقی‌مانده‌های اصلاح شده هیچ نقطه‌ی خارج از محدوده‌ی کنترلی را نشان نمی‌دهد.

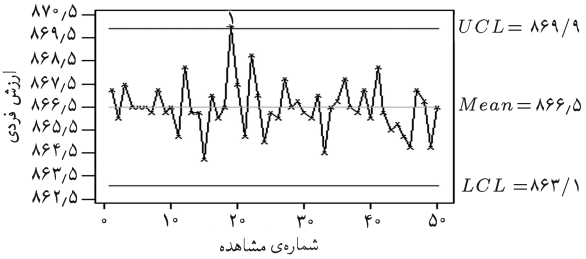
۵.۶. قطر عایق

برای قطر عایق نیز مقدار خودهم‌بستگی فاصله‌ی زمانی ۱ برابر ۰٫۰۹- به دست آمد. همچنین سایر مقادیر خودهم‌بستگی نیز خارج از محدوده‌ی مورد انتظار واقع نشدند (شکل ۱۲). بنابراین می‌توان از نمودار کنترلی معمولی شوهارت برای اندازه‌گیری‌های انفرادی برای کنترل این پارامتر



Lag	Corr	T	LBQ	Lag	Corr	T	LBQ
۱	-۰٫۰۹	-۰٫۶۳	۰٫۴۳	۸	-۰٫۱۶	-۱٫۰۸	۴٫۲۰
۲	-۰٫۰۹	-۰٫۶۰	۰٫۸۲	۹	۰٫۱۰	۰٫۶۸	۴٫۸۸
۳	۰٫۰۹	۰٫۶۵	۱٫۳۰	۱۰	۰٫۰۱	۰٫۰۹	۴٫۸۹
۴	-۰٫۰۶	-۰٫۳۹	۱٫۴۸	۱۱	-۰٫۰۴	-۰٫۲۵	۴٫۹۸
۵	-۰٫۱۳	-۰٫۹۱	۲٫۴۹	۱۲	-۰٫۰۷	-۰٫۴۵	۵٫۳۱
۶	-۰٫۰۲	-۰٫۱۰	۲٫۵۰				
۷	۰٫۰۵	۰٫۳۱	۲٫۶۳				

شکل ۱۲. نمودار خودهمبستگی قطر عایق.



شکل ۱۳. نمودار شوهارت استاندارد قطر عایق.

استفاده کرد (شکل ۱۳). از نمودار شکل ۱۳ پیداست که فرایند تقریباً تحت کنترل آماری است.

۷. نتیجه‌گیری

نمودارهای کنترل یکی از قوی‌ترین ابزارکنترل آماری یک فرایند هستند، ولی اگر فرایندی، داده‌های خودهم‌بسته تولید کند، نمودارهای کنترل بسته به نوع هم‌بستگی زنگ خطرهای اشتباهی تولید می‌کنند یا بسیار کم‌اثر عمل می‌کنند. بنابراین برای حصول اطمینان از عملکرد صحیح نمودارهای کنترل، باید ابتدا به تحلیل خودهم‌بستگی آن‌ها بپردازیم؛ چنانچه داده‌ها خودهم‌بسته بودند از الگوریتم ارائه شده در این نوشتار استفاده می‌کنیم. برای این کار در این نوشتار یک مطالعه‌ی موردی انجام شد و مراحل موجود در الگوریتم پیشنهادی برای این مورد به کار گرفته شد.

در این نوشتار فقط مدل‌های AR (۱) و AR (۲) در نظر گرفته شده‌اند، در حالی که ممکن است در عمل با هم‌بستگی‌های درجه‌ی بالاتر مواجه باشیم که در این زمینه باید الگوریتم‌های مشابه توسعه داده شود، و نیز مقادیر مناسب محدوده‌ی کنترلیِ نمودار کنترل با استفاده روش‌های تحلیلی یا شبیه‌سازی تعیین شود. همچنین می‌توان روش‌هایی

www.SID.ir

Archive of SID

را توسعه داد که به وسیله‌ی آنها یک مدل AR (p) را چنان به یک مدل AR(p) دیگر تبدیل کند که کارایی فرایند درکشفِ «تغییرات در میانگین» افزایش یابد.

پیوست

برای σ_x^2، واریانس مشاهدات ناشی از یک مدل AR (۲)، داریم:

$$\sigma_x^2 = Var(X_t) = \phi_1^2\sigma_x^2 + \phi_2^2\sigma_x^2 +$$
$$2\phi_1\phi_2 Cov(x_{t-1}, x_{t-2}) + \sigma_\epsilon^2 \rightarrow A = Cov(x_t, x_{t-1}) =$$
$$Cov(\mu + \phi_1(x_{t-1} - \mu) + \phi_2(x_{t-2} - \mu) + \epsilon_t, x_{t-1})$$
$$= cov(\phi_l x_{t-1}, x_{t-1}) + cov(\phi_2 x_{t-2}, x_{t-1}) +$$
$$cov(\epsilon_t, x_{t-1}) + cov(\mu(1 - \phi_1 - \phi_2), x_{t-1}) = \phi_1\sigma_x^2 +$$
$$\phi_2 A \rightarrow A = \phi_1\sigma_x^2 + \phi_2 A \rightarrow A = \frac{\phi_1\sigma_x^2}{1 - \phi_2}$$
$$\sigma_x^2 = var(X_t) = \phi_1^2\sigma_x^2 + \phi_2^2\sigma_x^2 + 2\phi_1\phi_2 A +$$
$$\sigma_\epsilon^2 = \phi_1^2\sigma_x^2 + \phi_2^2\sigma_x^2 + 2\frac{\phi_1\phi_2\phi_1\sigma_x^2}{1 - \phi_2} + \sigma_\epsilon^2$$
$$\sigma_x^2 = \frac{\sigma_\epsilon^2}{1 - \phi_1^2 - \phi_2^2 - 2\frac{\phi_2\phi_1^2}{1-\phi_2}}$$

پانوشت

1. control charts
2. Walter A.Shewhart
3. W. Edwards Deming
4. total quality management
5. Cumulative Sum (CUSUM)
6. Auto-Regressive (AR)
7. False Alarm
8. Residuals Control Charts
9. Auto-Regressive Moving Average
10. Lag-One Correlation
11. Fredholm Integral

منابع

1. Chou, Y.M., A. M. Polansky, and R. L. Mason, "Transforming nonnormal data to normality in statistical process control", *Journal of Quality Technology,* **30** (2), pp. 133-141 (1998).
2. Shore, H. "A new approach to analyzing non-normal quality data with application to process capability analysis", *International Journal of Production Research,* **36** (7), pp. 1917-1934 (1998).
3. Burr, I. W. "The effect of non-normality on constants for X and R charts", *Industrial Quality Control,* **23** (11), pp. 563-569 (1967).
4. Schilling, E. G. and P. R. Nelson, "The effect of non-normality on the control limits of X charts", *Journal of Quality Technology,* **8** (4), pp. 183-188 (1976).
5. Haridy, A. M. A. and A. Z. El-Shabrawy, "The economic design of cumulative sum charts used to maintain current control of non-normal process means", *Computers & Industrial Engineering,* **31**, pp. 783-790 (1996).
6. Alwan, L. C. and H. V. Roberts, "The problem of misplaced control limits", *Journal of the Royal Statistical Society, Series C,* **44** (3), pp. 269-306 [With Discussion and Reply] (1995).
7. Wieringa, Jakob Edo, Statistically Process Control For Serially Correlated Data, Rijksuniversiteit Groningen, (February 1999).
8. Vasilopoulos, A. V. and A. P. Stamboulis, "Modifcation of control chart limits in the presence of data correlation", *Journal of Quality Technology,* **10** (1), pp. 20-30 (1978).
9. Schmid, W., "On the run length of a Shewhart chart for correlated data", Statistical Papers, **36**, pp. 111-130 (1995b).
10. Kramer, H. and W. Schmid, "The influence of parameter estimation on the ARL of Shewhart type charts for time series", Arbeitsbericht 60, Europa-Universit.. at Viadrina Frankfurt (Oder), Fakult.. at f.. ur Wirtschaftswissenschaften (1996a).
11. Lu, C.W. and M. R. Reynolds, Jr., "Control charts for monitoring the mean and variance of autocorrelated processes", Technical report,Virginia Polytechnic Institute and State University (1997).
12. Berthouex, P.M., W.G. Hunter, and L. Pallesen, "Monitoring sewage treatment plants: Some quality control aspects", *Journal of Quality Technology*, **10** (4), pp. 139-149 (1978).
13. Ermer, D. S., M. C. Chow, and S. M. Wu, "A time series control chart for a nuclear reactor", in Proceedings 1979 Annual Reliability and Maintainability Symposium, pp. 92-98 (1979).

www.SID.ir

Archive of SID

14. Ermer, D. S., "A control chart for dependent data", in ASQC Technical Conference Transactions, ASQC, pp. 121-128 (1980).

15. Notohardjono, B. D. and D. S. Ermer, "Time series control charts for correlated and contaminated data", *Journal of Engineering for Industry,* **108**, pp. 219-226 (1986).

16. Roberts, S. W., "Control chart tests based on geometric moving averages", *Technometrics,* **1** (3), pp. 239-250 (1959).

17. Hunter, S. J., "The exponentially weighted moving average", *Journal of Quality Technology,* **18** (4), pp. 203-210 (1986).

18. Crowder, S. V., "A simple method for studying run-length distributions of exponentially weighted moving average charts", *Technometrics,* **29** (4), pp. 401-407 (1987).

19. Longnecker, M. T. and T. P. Ryan, "Charting correlated process Data", Technical Report 166, Texas A&M University, Department of Statistics (1992).

20. Lucas, J. M. and M. S. Saccucci, "Exponentially weighted moving average control schemes: Properties and enhancements", *Technometrics,* **32** (1), pp. 1-29 (1990).

21. Montgomery, D. C., Introduction to Statistical Quality Control, third edition, John Wiley & Sons, New York (1996).

www.SID.ir