

## روشی مرکب از اقتصادسنجی و شبکه‌های عصبی مصنوعی برای پیش‌بینی پدیده‌های اقتصادی

حامد هاشمی‌نیا (کارشناس ارشد)

سیدنقی اخوان‌نیاکی (استاد)

دانشکده‌ی مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی شریف

یکی از مهم‌ترین اهداف علم اقتصاد پیش‌بینی دقیق و قابل اطمینان پدیده‌های اقتصادی است. اقتصاددانان سال‌ها است که از روش‌های اقتصادسنجی برای پیش‌بینی و تحلیل ساختاری پدیده‌های اقتصادی استفاده می‌کنند. اخیراً نیز با پیدایش مباحثت جدیدی همچون شبکه‌های عصبی، منطق فازی و الگوریتم‌های ژنتیکی، روش‌هایی برای توجیه و پیش‌بینی رفتار پدیده‌های اقتصادی به علم اقتصاد معرفی شده است. در تحقیق حاضر با استفاده از ترکیب روش اقتصادسنجی و شبکه‌های عصبی، روشی نوین برای پیش‌بینی ارائه شده است که دقیق‌تر و قابل اطمینان‌تر از کاربرد مجرای روش اقتصادسنجی یا شبکه‌های عصبی است. اطمینان مورد اشاره برگرفته از شیوه اقتصادسنجی، و دقت آن برگرفته از روش شبکه‌های عصبی است. با استفاده از این روش، مدل اقتصادی «پیش‌بینی تعداد تقاضای اخذ تشهیلات از یکی از بانک‌های توسعه‌یی کشور» ارائه، و نتایج حاصل از آن با مدل‌های پیشین مقایسه شده است. مقایسه‌ی مذکور نشان‌گر کارایی مدل معرفی شده است.

hasheminia@mehr.sharif.edu  
niaki@sharif.edu

واژگان کلیدی: اقتصادسنجی، شبکه‌های عصبی، پیش‌بینی.

### ۱. مقدمه

ارائه، وسیس در بخش ۳ از مدل‌سازی اقتصادسنجی کوتاه خواهیم گفت. متدولوژی جدید در بخش ۴ معرفی، و آنگاه در بخش ۵ کاربرد این متدولوژی را در یک مطالعه‌ی موردنی واقعی مورد مقایسه و بررسی قرار خواهیم داد.

### ۲. شبکه‌های عصبی مصنوعی

شبکه‌های عصبی یکی از قدرتمندترین ابزار در حل مسائل دسته‌بندی الگویی و نگاشت توابع هستند. در این شبکه‌ها از ساختار مغز که با ساختار ریانه‌های امروزی تفاوت بسیار دارد، استفاده می‌شود. زمانی که برای نخستین بار در سال ۱۹۱۱ میلادی شخصی به نام سگال<sup>۵</sup> اعلام کرد که مغز از عناصر اصلی ساختاری به نام «نورون» تشکیل یافته، تلاش برای بهکارگیری این شبکه‌ها قوت گرفت. هر نورون زیست‌شناختی، به عنوان اجتماعی از مواد آلی، علی‌رغم برخورداری از پیچیدگی‌های یک ریزپردازندۀ سرعت محاسباتی برابر با ریزپردازندۀ راندار. بعضی از ساختارهای نورونی در هنگام تولد ساخته می‌شوند و قسمت‌های دیگر در طول حیات، به‌ویژه در اوایل زندگی، شکل می‌گیرند. دانشمندان زیست‌شناختی به تازگی دریافت‌های در عملکرد نورون‌های زیست‌شناختی — از قبیل ذخیره‌سازی و حفظ اطلاعات — در خود نورون‌ها و ارتباطات بین نورون‌ها نهفته است. به عبارت فنی، یادگیری به مثابه ایجاد ارتباط جدید بین نورون‌ها و تنظیم مجدد ارتباطات موجود استنبط می‌شود. استخراج نتایج تحلیلی از یک نگاشت خطی که با چند مثال مشخص شده، کار

مسائل بهینه‌سازی ترکیبی به علمت ساده‌بودن مدل‌سازی و سخت‌بودن حل آنها، در زمرة‌ی زمینه‌های جدید تحقیقاتی قرار دارند. حل بسیاری از مدل‌های بهینه‌سازی ترکیبی که برای مسائل کاربردی مطرح شده‌اند، با استفاده از الگوریتم‌های دقیق چنان پیچیده و زمان‌بر است که اعتقاد بر این است که در زمان‌های قابل قبول نمی‌توان به جواب بهینه رسید. به همین دلیل، معمولاً برای حل مسائل نسبتاً بزرگ از روش‌هایی تقریبی استفاده می‌شود که در زمانی کوتاه‌تر به جوابی نزدیک به پاسخ بهینه‌سازی منجر می‌شوند. این روش‌ها را «روش‌های ابتکاری» می‌نامند.<sup>[۱]</sup>

به طور کلی مسائل تخمین‌زنی و مدل‌سازی، نظری روش‌های «کم‌ترین مرباعات خط» و «بزرگ‌ترین درست‌نمایی»<sup>[۲]</sup>، را می‌توان نوع خاصی از مسائل بهینه‌سازی برشمرد. در حالات دیگر، ممکن است جنبه‌های بهینه‌سازی در تعاریف عمومی تر مسئله‌ی مدل‌سازی نهفته باشد. با تمامی این اوصاف، حل مسائل بهینه‌سازی در رأس تخمین‌های آماری و مدل‌سازی کاربردی قرار دارد.<sup>[۲]</sup>

در مقوله‌های مختلف علمی و مهندسی، روش‌های ابتکاری در حل مسائل بسیار پیچیده‌ی بهینه‌سازی کاربرد موقفيت‌آمیزی داشته‌اند. روش‌های ابتکاری به کار برده شده عبارت‌اند از: آبکاری (بازپخت) شبیه‌سازی شده<sup>[۳]</sup>، پذیرش ترشح‌لده<sup>[۴]</sup>، جست‌وجوی تابو<sup>[۵]</sup>، روش‌های ژنتیک<sup>[۶]</sup>، شبکه‌های عصبی<sup>[۷]</sup>، بهینه‌سازی اجتماعی مورچه‌ها<sup>[۸]</sup>،

از آنجا که در این نوشتار روشی نو برای تخمین ارائه می‌شود و برای این منظور روشی مرکب از ایده‌ی شبکه‌های عصبی مصنوعی و مدل‌سازی اقتصادسنجی به کار گرفته می‌شود، ابتدا در بخش ۲ شرح مختصری از شبکه‌های عصبی مصنوعی

گذرنده از اکسون خواهد بود. نکته‌یی که باید به آن توجه شود اهمیت و تأثیر بایاس  $b$  است. این جمله را می‌توان مانند وزنه‌ی  $w$  در نظر گرفت، با این فرض که میزان تأثیر ورودی ثابت ۱ را روی نورون منعکس می‌کند. باید توجه داشت که پارامترهای  $b$  و  $w$  قابل تنظیم‌اند وتابع محرك  $f$  نیز توسعه طراح انتخاب می‌شود. براساس انتخاب  $f$  و نوع الگوریتم یادگیری، پارامترهای  $b$  و  $w$  تنظیم می‌شوند. یادگیری بدین معنی است که  $b$  و  $w$  طوری تغییر می‌کنند که رابطه‌ی ورودی و خروجی نورون با هدف خاصی مطابقت کنند.

تابع محرك  $f$  می‌تواند خطی یا غیرخطی باشد. یک تابع محرك براساس نیاز خاص حل یک مسئله -- مسئله‌ی که قرار است توسعه شبکه‌ی عصبی حل شود -- انتخاب می‌شود. در عمل تعداد محدودی از توابع محرك مورد استفاده قرار می‌گیرند. در این نوشتار از یکی از معروف‌ترین توابع فعال‌ساز به نام «تابع فعال‌ساز سیگموئید»<sup>۷</sup> استفاده شده است. این تابع چنین بیان می‌شود:

$$a = f_s(n) = \frac{1}{1 + e^{-cn}}; \quad c > 0 \quad (2)$$

مقدار  $c$  وسعت ناحیه‌ی خطی بودن تابع را تعیین می‌کند. مثلاً اگر  $c$  خیلی بزرگ باشد، شبکه‌ی منحنی به تابع محرك آستانه‌یی دو مقداری حدی نزدیک‌تر می‌شود. شکل این تابع به ازای  $c = 1$  در شکل ۲ آمده است. این تابع در شبکه‌های عصبی کاربرد زیادی دارد.

شبکه‌های عصبی چندلایه یک یا چند لایه با واحدهای مخفی دارند که نمونه‌یی از آن در شکل ۳ نشان داده شده است. این شبکه بسیاری از مشکلاتی را که شبکه‌های تک لایه با آن مواجه‌اند حل کرده است و الگوهای را که نمی‌توان با شبکه‌های تک لایه آموزش داد، می‌توان با این شبکه به خوبی آموزش داد. رابطه‌ی بین تعداد لایه‌های میانی و زمان لازم برای آموزش این شبکه یک رابطه‌ی نمایی است. به همین دلیل در طراحی این‌گونه شبکه‌ها عملاً یعنی از دو لایه‌ی مخفی به کار نمی‌رود. به طور کلی لازم است این نوع شبکه‌ها با تعداد لایه‌ها و واحدهای مختلف در هر لایه آزمایش شوند و سپس ترکیب بهینه براساس عملکرد به دست آمده مورد استفاده قرار گیرد. به طور کلی خصوصیات اصلی شبکه‌های شبکه‌های چندلایه عبارت‌اند از:

- بسیار قوی هستند و توانایی تحمل انحرافات<sup>۸</sup> را دارند؛

- در مقایسه با شبکه‌های تک لایه قادر به ذخیره‌سازی الگوهای بیشتری هستند؛ - در عمومی‌سازی و درون‌بایانی توانا هستند.

در میان شبکه‌های عصبی چندلایه شبکه‌ی پس‌انتشار<sup>۹</sup> متدالول‌ترین نوع شبکه‌های عصبی است. یکی از خصوصیات بسیار بالرزش این شبکه عملکرد بسیار خوب آن در مسائل دسته‌بندی الگویی<sup>۱۰</sup> و نیز در مسائل نگاشت توابع<sup>۱۱</sup> (نگاشت الگوها از یک دامنه به دامنه‌ی دیگر) است.<sup>[۱]</sup> در شبکه‌های پس‌انتشار همانند بازخوانی در شبکه‌های تک لایه با واحدهای سیگموئیدی، ورودی خالص از طریق معادله‌ی ۳ به دست می‌آید.

$$Net_j = \sum_i I_i \cdot W_{ji} + bias \quad (3)$$

معمول‌آ از بایاس قابل تنظیم نیز در واحدها استفاده می‌شود. سپس از تابع فعال‌ساز سیگموئید برای به وجود آوردن مقادیر خروجی استفاده می‌شود. با توجه به ورودی به دست آمده از معادله‌ی ۳، خروجی با استفاده از معادله‌ی ۴ محاسبه می‌شود.

$$Out(Net) = f(Net) = \frac{1}{1 + e^{-Net}} \quad (4)$$

ساده‌یی نیست. زیرا نورون یک دستگاه غیرخطی است و درنتیجه یک شبکه‌ی عصبی که از اجتماع این نورون‌ها تشکیل می‌شود نیز سیستمی کاملاً پیچیده و غیرخطی است. به علاوه، خاصیت غیرخطی عناصر پردازش، در کل شبکه توسعه می‌شود. پیاده‌سازی این نتایج با یک الگوریتم معمولی و بدون قابلیت یادگیری، نیاز به دقت و مراقبت بسیار دارد.

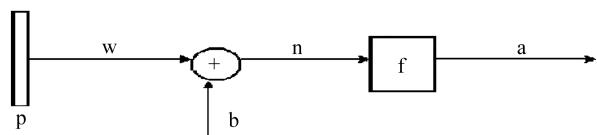
قابلیت یادگیری یعنی توانایی تنظیم پارامترهای شبکه (وزن‌های سیناپسی<sup>۱۲</sup>) در مسیر زمان که محیط شبکه تغییر می‌یابد و شبکه شرایط جدید را تجربه می‌کند، با این هدف که اگر شبکه برای یک وضعیت خاص آموزش دید و غیرکوچکی در شرایط محيطی آن وضعیت خاص رخ داد، شبکه بتواند با آموزش مختصر برای شرایط جدید نیز کارآمد باشد. دیگر این‌که اطلاعات در شبکه، به صورت بالقوه از فعالیت کلی سایر نورون‌ها متأثر می‌شود. درنتیجه، اطلاعات از هم مجزا نیستند بلکه متأثر از کل شبکه‌اند.

نورون کوچک‌ترین واحد پردازندۀ اطلاعات است که اساس عملکرد یک شبکه‌ی عصبی را تشکیل می‌دهد. شکل ۱ ساختار یک نورون تک‌ورودی را نشان می‌دهد ( $p$  و  $a$  به ترتیب ورودی و خروجی هستند).

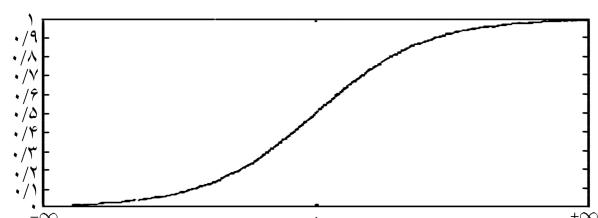
میزان تأثیر  $p$  روی  $a$  به وسیله‌ی مقدار عددی  $w$  تعیین می‌شود. ورودی دیگر که مقدار ثابت ۱ است، در جمله‌ی بایاس  $b$  ضرب شده و سپس با مقدار  $wp$  جمع می‌شود. این حاصل جمع، ورودی خالص  $n$  برای تابع محرك (یا تابع تبدیل)  $f$  خواهد بود. بدین ترتیب خروجی نورون از طریق یک مدل‌سازی ریاضی به وسیله‌ی معادله‌ی ۱ تعریف می‌شود:

$$a = f(wp + b) \quad (1)$$

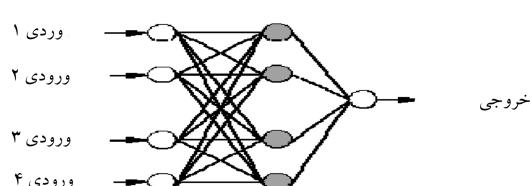
در مقایسه‌ی این مدل تک‌ورودی با یک نورون زیست‌شناختی،  $w$  معادل شدت سیناپس، مجموعه‌ی جمع‌کننده وتابع محرك معادل هسته‌ی سلو و  $a$  معادل سینکنال



شکل ۱. ساختار یک نورون تک‌ورودی.



شکل ۲. تابع محرك سیگموئید.



شکل ۳. شبکه‌های عصبی چندلایه.

می شود.

$$\delta_{jk} = \left( \sum_{p=1}^{N_{out}} \delta_{pk} W_{pj} \right) \cdot f'(Net_{jk}) \quad (16)$$

$$\Rightarrow \delta_{jk} = \left( \sum_{p=1}^{N_{out}} (T_{pk} - O_{pk}) \cdot O_{pk} \cdot (1 - O_{pk}) \cdot W_{pj} \right) \times f'(Net_{ik}) \quad (17)$$

$$\text{با داشتن } \delta_{jk} \text{ تغییرات وزن ها توسط معادله } 18 \text{ به دست می آید.}$$

$$\Delta W_{jk} = \varepsilon \cdot \delta_{jk} \cdot I_{jk} \quad (18)$$

آموزش یعنی معرفی الگو به شبکه در مسیری رو به جلو که خروجی را به وجود می آورد. سپس وزن ها و بایاس ها در مسیر بازگشت تغییر می کنند و در این مسیر از آخرین گره به لایه دیگر در این نوع شبکه ها، معرفی الگو از مسیر اولین لایه به آخرین لایه و اصلاح وزن ها در مسیر آخرین لایه به اولین لایه صورت می گیرد. به همین دلیل این شبکه ها را (شبکه های پس انتشار) می نامند. برای شروع آموزش شبکه، وزن ها به صورت اعداد کوچک تصادفی انتخاب می شوند. تعداد الگوهای آموزشی و میزان آموزش آن شبکه نیز باید از ابتدا مشخص شود. بدین ترتیب که ممکن است تعداد اندکی الگو داشته باشیم و در حین فرایند آموزش، یک الگو را بارها به صورت تصادفی از میان این الگوهای انتخاب، و آن را به شبکه معرفی کنیم، و با استفاده از خروجی به دست آمده وزن ها را اصلاح کنیم و سپس به تابع دلخواه نزدیکتر شویم. تعیین نزخ آموزش ( $\varepsilon$ )، دما ( $T$ ) و بازه بی که در آن اعداد تصادفی انتخاب می شوند، تأثیر به سزایی بر عملکرد شبکه دارد. متأسفانه هیچ الگوی دقیقی برای انتخاب این پارامترها وجود ندارد و انتخاب به صورت تجربی یا به روش سعی و خطأ صورت می گیرد.<sup>[۱۰]</sup>

یکی از مهم ترین مشکلات شبکه های عصبی، پیچیدگی شبکه است. به علت روابط پیچیده ریاضی در شبکه های عصبی، این شبکه ها مانند کارخانه پیچیده کار می کنند که در آن داده هایی به عنوان ورودی وارد و از آن داده هایی به عنوان خروجی خارج می شود. یافتن روابط بین ورودی ها و خروجی ها به عنوان پیچیدگی ارتباطات میان ساختاری شبکه ها ممکن نیست و به همین دلیل اگر در مسائل تخمینی یا رگرسیونی، یک متغیر اشتباه انتخاب شود امکان شناسایی متغیر اضافی تقریباً غیرممکن است. به همین دلیل در این نوشتار استفاده هی هم زمان از مدل های اقتصادسنجی پیشنهاد می شود.

### ۳. مدل اقتصادسنجی

چنان که گفته شد، مسائل تخبیزی و مدل سازی را می توان اساساً نوع خاصی از مسائل بهینه سازی برشمرد. مدل سازی اقتصادسنجی نیز این قاعده مستثنی نیست. به طور معمول مدل های اقتصادسنجی گونه خاصی از مدل های جبری و آماری اند که بر یک یا چند متغیر تصادفی مشتمل اند. این مدل ها هر سیستم را با مجموعه روابط آماری بین متغیرهای آن سیستم مشخص می کنند. یک مدل اقتصادسنجی ممکن است خطی یا غیرخطی باشد. در حالت خطی، پارامترهای مدل حالتی خطی دارند. فرض خطی بودن هم به دلیل سهولت محاسبات ریاضی و هم به دلیل ساده بودن از نقطه نظر بررسی های آماری دارای اهمیت است.<sup>[۱۱]</sup> یکی از مزایای استفاده از مدل های اقتصادسنجی، استفاده از آزمون های آماری در بررسی متغیرهای مورد استفاده است. بدین ترتیب که با استفاده از این آزمون ها

با معرفی این تابع، خروجی به بازه هی  $(0, 1)$  و  $Out \in \mathbb{R}$  تعلق خواهد داشت. معمولاً از پارامتر «دما» برای تغییر شیب در تابع سیگموئید استفاده می شود. با استفاده از دما، شکل ظاهری خروجی به شکل معادله ۵ تغییر می کند.

$$Out(Net) = f(Net) = \frac{1}{1 + e^{\frac{-Net}{T}}} \quad (5)$$

در حین فرایند آموزش از قانون آموزش دلتا که با استفاده از روش گرادیان و تغییردادن وزن ها خطای کل سیستم را کاهش می دهد، استفاده می شود. اگر فرض کنیم هدف ما رسیدن به بردار  $T$  است ولی خروجی  $O$  باشد، تابع خطأ به صورت رابطه ۶ محاسبه می شود:

$$E(w) = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{N_{out}} \sum_{k=1}^{N_{pat}} (T_{jk} - O_{jk})^2 \quad (6)$$

حال اگر بخواهیم خطای کل را با توجه به وزن های سیناپسی  $w_{ji}$  در شبکه کمینه کنیم، باید داشته باشیم:

$$\Delta W_{ji} = -k \frac{\partial E}{\partial W_{ji}} \quad (7)$$

از سوی دیگر اگر فرض کنیم  $r_j = T_j - O_j$  آنگاه،

$$\frac{\partial E}{\partial W_{ji}} = \frac{\partial E}{\partial e_j} \cdot \frac{\partial e_j}{\partial O_j} \cdot \frac{\partial O_j}{\partial Net_j} \cdot \frac{\partial Net_j}{\partial W_{ji}} \quad (8)$$

$$\Rightarrow \frac{\partial E}{\partial W_{ji}} = e_j \cdot (-1) \cdot f'(Net_j) \cdot I_i \quad (9)$$

و با استفاده از دو معادله ۸ و ۹ به قانون دلتا می رسیم که در آن:

$$\Delta W_{ij} = \varepsilon \delta_{jk} I_{ik} \quad (10)$$

$$\delta_{jk} = (T_{jk} - O_{jk}) \cdot f'(Net_{jk}) \quad (11)$$

است. با توجه به تابع فعال ساز سیگموئید که در آن:

$$O_{jk} = f(Net_{jk}) = \frac{1}{1 + e^{-Net_{jk}}} \quad (12)$$

خواهیم داشت:

$$f'(Net_{jk}) = f(Net_{jk}) \cdot (1 - f(Net_{jk})) \quad (13)$$

$$\Rightarrow \delta_{jk} = (T_{jk} - O_{jk}) \cdot O_{jk} \cdot (1 - O_{jk}) \quad (14)$$

$$\Rightarrow \Delta W_{jk} = \varepsilon \cdot (T_{jk} - O_{jk}) \cdot O_{jk} \cdot (1 - O_{jk}) \cdot I_{ik} \quad (15)$$

در معادله ۱۵،  $\varepsilon$  معرف نزخ آموزش،  $T$  هدف،  $O$  خروجی و  $I$  ورودی است. براساس معادله ۱۵ وزن ها تنها براساس واحد های خروجی تغییر می کنند  $T_{jk}$  و  $I_{ik}$  ثابت اند و تنها  $O_{jk}$  در هر بار اجرا تغییر می کند.

باید توجه داشت که لایه های مخفی را نمی توان با به کار بردن معادلات فوق آموزش داد، چرا که عدم وجود خروجی صحیح یا هدف مناسب مانع انجام این کار می شود. بنابراین برای آموزش لایه های داخلی یا به عبارت دیگر لایه های مخفی از قانون دلتای تعیین داده شده استفاده می کنیم که از طریق معادلات ۱۶ و ۱۷ تعریف

$$H_0 : b_1 = b_2 = \dots = b_k = 0 \quad (24)$$

$$H_A : b_j \neq 0 \quad (25)$$

رد فرض  $H_0$  بدین معناست که حداقل یکی از متغیرهای مستقل نقش قابل توجهی در مدل مورد نظر دارد. شیوه ای آزمون، با فرض نرمال بودن عناصر خطأ در مدل رگرسیون، تجزیه واریانس کل موجود در مشاهدات به دست آمده (SST) به دو واریانس است که یکی از طریق مدل توضیح داده می شود (SSR) و دیگری واریانس خطاست (SSE).

اگر  $H_0$  درست باشد آنگاه آماره  $\sigma^2 / SSR$  از یک توزیع مرتعی کای با درجه ای آزادی بخوردار است. به علاوه می توان نشان داد که آماره  $\sigma^2 / SSE$  نیز از یک توزیع مرتعی کای با  $n - k - 1$  درجه ای بخوردار است و این که  $SSE$  مستقل از هم اند. در نتیجه اگر مقدار آماره  $\sigma^2$  مرتبط باشد.

$$F = \frac{\frac{SSR}{k}}{\frac{SSE}{n-k-1}} = \frac{MSR}{MSE} \quad (26)$$

از مقدار بحرانی  $F_{\alpha, k, n-k-1}$  بزرگ تر باشد، فرض  $H_0$  را رد می کنیم. رد فرض  $H_0$  به مفهوم معنادار بودن مدل رگرسیون به کار رفته است. آزمون های مربوط به ضرایب انفرادی رگرسیون در تعیین ارزش هریک از متغیرهای مستقل در مدل رگرسیون مفید است. مثلاً می توان مدل مورد نظر را با گنجانیدن متغیرهای اضافی در آن، یا شاید با حذف یک یا چندمتغیر موجود در آن مؤثر نکرد. فرض های مربوط به آزمودن معنادار بودن هر ضرایب رگرسیون، مثل  $\beta_j$  عبارت است از:

$$H_0 : \beta_j = 0 \quad (27)$$

اگر  $\beta_j = 0$  رد نشود دلیلی است بر آن که  $x_j$  را می توان از مدل حذف کرد. آماره ای آزمون برای این فرض استفاده از آماره  $F$  جزئی  $12$  است.<sup>[۱۲]</sup>

#### ۴. معرفی راه حل پیشنهادی

شبکه های عصبی دقت قابل قبولی در پیش بینی دارند ولی به لحاظ آماری نمی توان برای آنها اطمینان و صحت تعیین کرد. از طرف دیگر معمولاً دقت مدل های اقتصادسنجی از شبکه های عصبی کمتر است ولی می توان برای آنها اطمینان و صحت تعیین کرد. چنانچه دقیقاً دانایم که کدام متغیر بر متغیر پاسخ تأثیرگذار است، با استفاده از فرض های آماری در مدل های اقتصادسنجی و رگرسیونی می توان صحت مدل ها و متغیرهای مورد نظر را ارزیابی کرد و در صورت لزوم می توان متغیرهای را که از نظر آماری بر متغیر اصلی مابی تأثیرند حذف و مدلی جدید به دست آورد. از طرف دیگر شبکه های عصبی چنان بیجیده اند که نمی توان به سهولت متغیرهای را که بر مدل بی تأثیرند و اضافه کردن آنها به ورودی ها فقط باعث کم کردن صحت شبکه می آموزش دیده می شود را شناسایی کرد. در عین حال چنانچه کاملاً مطمئن باشیم که

می توان متغیرهای تأثیرگذار بر مدل را شناسایی و با آن صحبت مدل و متغیرها را مورد تأیید قرار داد. در ادامه به معرفی مدل های اقتصادسنجی (رگرسیونی) و آزمون های مربوط به آن می پردازیم.

مدل رگرسیونی که شامل بیش از یک متغیر مستقل باشد، مدل رگرسیون چندمتغیره نامیده می شود. مثلاً اگر فرض کنیم تابع تقاضای کالای به خصوصی به قیمت و درآمد بستگی داشته باشد، مدل رگرسیون چندمتغیره بی که می تواند این رابطه را تشریح کند عبارت است از:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \varepsilon \quad (19)$$

که در آن  $Y$  معرف تقاضا برای آن کالا  $X_1$  معرف قیمت،  $X_2$  معرف درآمد است. مدل فوق یک مدل رگرسیون خطی با دو متغیر مستقل است. واژه خطی بدین دلیل به کار گرفته شده است که معادله ای فوق، تابعی خطی از پارامترهای مجهول  $\beta_0$ ،  $\beta_1$  و  $\beta_2$  است. متغیرهای مستقل  $X_1$  و  $X_2$  را اغلب متغیرهای دخلی در رگرسیون یا حامل می نامند. باید توجه داشت که مدل، صفحه بی در فضای دو بعدی متغیرهای مستقل  $X_1$  و  $X_2$  را توصیف می کند. به طور کلی متغیر وابسته یا پاسخ  $Y$  ممکن است به  $k$  متغیر مستقل از طریق معادله  $2^0$  مرتبط باشد.

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_k X_k + \varepsilon \quad (20)$$

رابطه فوق، رگرسیون چندمتغیره با  $k$  متغیر مستقل نامیده می شود. این مدل ابرصفحه بی از متغیرهای مستقل  $\{X_j\}$  را در فضای  $k$  بعدی توصیف می کند. پارامترهای  $\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_k$  را غالباً ضرایب جزیی رگرسیون می نامند، زیرا اثر جزیی یک متغیر مستقل را، هنگامی که دیگر متغیرهای مستقل موجود در مدل ثابت نگه داشته شوند، بر متغیر پاسخ توصیف می کنند. مدل های رگرسیون خطی چندمتغیره اغلب به عنوان تابع تقریب زننده به کار می روند. یعنی رابطه ای تابعی حقیقی بین متغیرهای مستقل  $\{X_j\}$  و متغیر پاسخ  $Y$  مجهول است اما در امتداد دامنه های مشخصی از متغیرهای مستقل، مدل رگرسیون خطی یک تقریب قابل قبول است.

به منظور برآورد ضرایب رگرسیون معادله  $2^0$  از روش حداقل مربعات خط استفاده می شود. با در دست داشتن  $n$  مشاهده ( $n > k$ )، و تعریف  $X_{ij}$  به عنوان  $X_i$  به عنوان  $y_i$  به عنوان  $\beta_0$  مقدار از متغیر پاسخ، و با فرض  $E(\varepsilon) = 0$  و  $\sigma^2 = Var(\varepsilon)$  تابع حداقل مربعات عبارت است از:

$$L = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2 = \sum_{i=1}^n (Y_i - \beta_0 - \sum_{j=1}^k \beta_j X_{ij})^2 \quad (21)$$

با کمینه کردن تابع  $L$  نسبت به پارامترهای مدل، برآورده کننده حداقل مربعات  $b_0, b_1, \dots, b_k$  در معادلات  $22$  و  $23$  صدق می کنند.

$$\frac{\partial L}{\partial \beta_0} \Big|_{\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_k} = -2 \sum_{i=1}^n (Y_i - b_0 - \sum_{j=1}^k b_j X_{ij}) = 0 \quad (22)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \beta_j} \Big|_{\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_k} = -2 \sum_{i=1}^n (Y_i - b_0 - \sum_{j=1}^k b_j X_{ij}) X_{ij} = 0 \quad (23)$$

توجه به این نکته ضروری است که در روابط  $22$  و  $23$  تعداد  $p = k + 1$  معادله نرمال، هریک به ازای یک ضرایب رگرسیونی وجود دارد. جواب معادلات نرمال، برآورده کننده حداقل مربعات ضرایب رگرسیون خواهد بود.

تعديلی شده‌ی بانک (NCAP) به عنوان متغیرهای عادی و متغیرهای تبلیغات (ADV) و بحران مالی (PC) به عنوان متغیرهای صفر و یک (بایزی) در نظر گرفته شدند. اطلاعات ۱۶ سال اخیر مربوط به تعداد تقاضای اخذ تسهیلات براساس گزارش عملکرد ۲۵ ساله‌ی بانک، به دست آمد. سال‌های ۱۳۷۲ و ۱۳۷۳ به عنوان سال‌های بحران مالی شناسایی شدند.<sup>[۱۸]</sup> به متغیر مربوط به این سال‌ها عدد ۱، و برای بقیه‌ی سال‌ها عدد صفر اختصاص داده شد. آمار مربوط به متغیرهای تولید ناچالص داخلی و سرمایه‌ی بانک براساس نیز تورم در سال‌های مختلف بر مبنای سال ۱۳۶۸ تعديل شد. آمار و اطلاعات مذکور در جدول ۱ آورده شده است.

ابتدا مدل اقتصادسنجی با ۷ متغیر: تورم، نیز سود، NCAP، NGDP، نیز بیکاری، تبلیغات و بحران مالی اجرا شد. پس از اجرا، هیچ تابعی متشکل از این متغیرها که ضرایب آن در فروض آماری معنادار باشد، به دست نیامد. سپس این مدل با ۶ متغیر اجرا شد؛ در این حالت نیز هیچ ترکیب ۶ متغیرهای معناداری به دست نیامد. با به دست آوردن مدل‌های اقتصادسنجی برای ترکیب‌های مختلف ۵ متغیره، مدل به دست آمده به لحاظ آماری نتیجه داد و بهترین ترکیب به صورت:

$$NA = ۷۹,۳۴۱ NCAP^{۱/۴} + ۹۳۱,۰ ADV - ۸۹۵,۶۵ PC + ۴,۲۶ UR^1 - ۸۵,۲ INT \quad (۲۸)$$

به دست آمد. نمودار مدل برحسب زمان را در شکل ۴ می‌توان مشاهده کرد. توجه به این نکته ضروری است که در اجرای برنامه، برای سادگی محاسبات مقدار متغیرهای NCAP و NGDP با ضریب  $\alpha = ۱/۱۰۰۰$  به کار گرفته شد. این مدل در تمام روابط آماری به ازای  $\%2$  معنادار است و ضریب تعیین چندگانه ( $R^2$ ) آن برابر  $\%88$  به دست آمد. شایان ذکر است که این مدل بهترین مدل خطی به دست آمده بین تمام مدل‌های خطی آزمایش شده (نقریباً  $۱۰۰۰۰۰$  مدل، بوده است. برای مدل‌سازی با استفاده از شبکه‌های عصبی از متغیرهایی استفاده شد که از نظر آماری در مدل‌های اقتصادسنجی پذیرفته شده بودند. بدین ترتیب برای پیش‌بینی تعداد تقاضای متغیرهای NCAP، ADV، PC، UR و INT در شبکه‌ی عصبی به کار گرفته شدند. برای رسیدن به جواب مناسب، متغیرها با نگاشت خطی ساده به بازه‌ی [۱ و ۰] و [۰ و ۰,۲۵] نگاشته شدند. این شبکه با ۱ لایه‌ی مخفی و ۶

کدام متغیرها بر مدل تأثیرگذارند، مدل شبکه‌های عصبی نتایج بهتر و قابل قبول‌تری خواهد داد. از آنجا که در کاربردهای عملی شبکه‌های مصنوعی نمی‌توان به طور کلی یک مجموعه‌ی ایده‌آل از متغیرهای موثر بر مدل را پیش‌بینی کرد، استفاده از این شبکه‌ها معمولاً با محدودیت همراه است. عموماً در کاربردهای عملی با توجه به ادبیات مسئله، تعدادی متغیر شناسایی می‌شوند و سپس با مدل‌سازی اقتصادسنجی و فرض‌های آماری، تأثیر این متغیرها بر متغیر پاسخ شناسایی می‌شود. سپس مدلی که از تمام لحاظ از فروض آماری سر بلند بیرون بیاید به کار می‌رود.

روشی که در این نوشتار پیشنهاد شده است، ترکیبی از روش اقتصادسنجی و شبکه‌های عصبی است. در این روش پیشنهاد شده تا در مسائل مختلف پس از شناسایی متغیرهای احتمالی تأثیرگذار بر متغیر پاسخ، مدل‌های مختلف اقتصادسنجی به دست آورده شود و متغیرهای مدلی که از تمامی فروض آماری سر بلند بیرون آمده باشد به عنوان بردارهای ورودی شبکه‌های عصبی به کار برد شود. بدین ترتیب، اولاً کاملاً مطمئن می‌شویم که متغیرهای اضافی و ناکارآمد که باعث ایجاد خطای در مدل شبکه‌ی عصبی می‌شوند، در آموختش شبکه به کار برد نمی‌شوند؛ ثانیاً با استفاده از آموزش شبکه‌ی عصبی، از مدل‌هایی بهتر و کارآتر برای پیش‌بینی استفاده می‌کشیم. این متداول‌تری در مطالعه‌ی موردی زیر به کار رفته است.

## ۵. کاربرد راه حل پیشنهادی، یک مطالعه‌ی موردی

ارائه‌ی یک مدل رگرسیونی برای پیش‌بینی تعداد تقاضای اخذ تسهیلات از یکی از بانک‌های توسعه‌ی کشور به عنوان مطالعه‌ی موردی در نظر گرفته شد. برای حل این مسئله ابتدا عوامل احتمالی مؤثر بر تعداد تقاضای اخذ تسهیلات، براساس مقالات مختلف و نظر صاحب نظران بانک مشخص شدند. سرمایه‌ی تعديل شده‌ی داخلی بانک، تورم<sup>[۱۳]</sup>، تبلیغات، بحران مالی<sup>[۱۴]</sup>، تولید ناچالص داخلی تعديل شده<sup>[۱۵]</sup>، نیز بهره‌ی تسهیلات<sup>[۱۶]</sup> و نیز بیکاری<sup>[۱۷]</sup> متغیرهای شناسایی شده بودند. لازم به ذکر است که پنج متغیر تولید ناچالص داخلی تعديل شده (NG DP)، تورم (INF)، نیز بهره‌ی تسهیلات در سیستم بانکی کشور (INT)، نیز بیکاری (UR) و سرمایه‌ی

جدول ۱. آمار و اطلاعات استخراج شده.

تبلیغات مالی	بحران مالی	نیز بیکاری (هزار میلیارد ریال)	تولید ناچالص داخلی تعديل شده	سود	تعداد تقاضا	سرمایه‌ی تعديل شده (میلیون ریال)	سال	تورم
۰	۰	۲۱,۹۴۶۰۸	۲۱,۹۴۶۰۸	۱۰,۹	۴۲۷	۶۸۷۹۹	۱۳۶۸	۱۷,۴
۰	۰	۲۷,۵۹۷۰۹	۲۷,۵۹۷۰۹	۱۲,۷	۳۱۴	۶۲۱۱۸,۳۲	۱۳۶۹	۹,۰
۰	۰	۳۲,۲۲۳۷	۳۲,۲۲۳۷	۱۲,۷	۳۱۶	۱۷۲۵۰۰	۱۳۷۰	۲۰,۷
۰	۰	۲۴,۵۸۶۲۵	۲۴,۵۸۶۲۵	۱۳,۴	۱۲۶	۸۰۳۰۰,۵	۱۳۷۱	۲۴,۴
۱	۰	۲۲,۳۶۷۲۱	۲۲,۳۶۷۲۱	۱۶,۴	۳۹	۵۴۲۰۴۵,۶۲	۱۳۷۲	۲۲,۹
۱	۰	۴۰,۸۹۵۳۵	۴۰,۸۹۵۳۵	۱۶,۴	۶۲	۴۰۰۹۲۱,۳۱	۱۳۷۳	۳۵,۲
۰	۰	۳۸,۹۸۰۱۳	۳۸,۹۸۰۱۳	۱۶,۷	۱۵۳	۲۶۸۳۵۴,۳	۱۳۷۴	۹۴,۴
۰	۰	۲۲,۲۶۱۸۳	۲۲,۲۶۱۸۳	۱۷,۶	۲۲۹	۲۱۷۸۲۰,۰۴	۱۳۷۵	۲۲,۲
۰	۰	۴۲,۴۵۹۹۶	۴۲,۴۵۹۹۶	۱۷,۲	۱۶۸	۱۸۵۶۹۴,۸۳	۱۳۷۶	۱۷,۳
۰	۰	۴۰,۴۳۰۸۳	۴۰,۴۳۰۸۳	۱۷,۵	۱۵۳	۲۵۷۲۲۵,۲۵	۱۳۷۷	۱۸,۱
۰	۰	۴۴,۶۵۸۵۴	۴۴,۶۵۸۵۴	۱۷,۱	۴۱۲	۱۳۰۹۲۰,۲۸	۱۳۷۸	۲۰,۱
۱	۰	۵۲,۶۳۴۴۲	۵۲,۶۳۴۴۲	۱۷,۸	۱۰۹۶	۱۴۶۲۸۹,۰۶	۱۳۷۹	۱۲,۸
۱	۰	۵۴,۶۷۶۵۷	۵۴,۶۷۶۵۷	۱۷,۴	۹۲۳	۱۲۳۲۷۹,۳۹	۱۳۸۰	۱۱,۴
۱	۰	۶۷,۳۵۴۲۶	۶۷,۳۵۴۲۶	۱۶,۵	۹۰۶	۹۹۵۶۲,۶۹	۱۳۸۱	۱۵,۸
۱	۰	۷۰,۱۲۸۶۸	۷۰,۱۲۸۶۸	۱۶,۲	۲۰۸۰	۲۶۳۹۰,۸۷۵	۱۳۸۲	۱۵,۲

جدول ۲. پیش بینی آمار سال ۱۳۸۴.

YEAR	NGDP	NCAP	PC	ADV	UR	INT	INF
۱۳۸۴	۷۳۲۰۰	۲۹۹۴۸۸,۸۶	۰	۱	۱۰,۷	۱۶	۱۵

مؤثر باشد از روش کنارگذاری یک الگو استفاده شد. این روش یکی از زمان برترین روش های آزمایش شبکه های آموزش دیده است. در این روش اگر فرض کنیم تعداد الگوها  $n$  باشد، شبکه را با  $1 - n$  الگو آموزش می دهیم و با الگویی که در آموزش شبکه نقشی نداشته، آن را می آزماییم. این فرایند را  $n$  مرتبه و با  $n$  دسته الگوی متفاوت تکرار می کنیم و خطای میانگین حاصل از این  $n$  شبکه به عنوان معیاری برای اندازه گیری خطای کلی یا ضربی اطمینان شبکه به کار می رود.

باید توجه داشت که برای آموزش صحیح شبکه، تا زمانی که به نتایج دلخواه نرسیده ایم شبکه را با پارامترهای مختلف آموزش می دهیم. وقتی به حالتی رسیدیم که شبکه از خود رفتار قابل قبول نشان می دهد، متوقف می شویم و وزن ها و اریب های مربوط به آن را ذخیره می کنیم.

ممکن است در چند بار آموزش با پارامترهای یکسان به نتایج کاملاً متفاوتی برسیم، بنابراین می بایست برای هر ترکیب از ترکیب های مختلف پارامترها، چندین مرتبه شبکه را آموزش داد تا از مناسب بودن پارامترها، برای آموزش شبکه مطمئن شویم. پس از آن که شبکه آزمایش شد و از این آزمون ها سر بلند بیرون آمد، می توان با توجه به وزن ها و اریب های ذخیره شده، از شبکه برای پیش بینی یا درون یابی داده های جدید استفاده کرد.

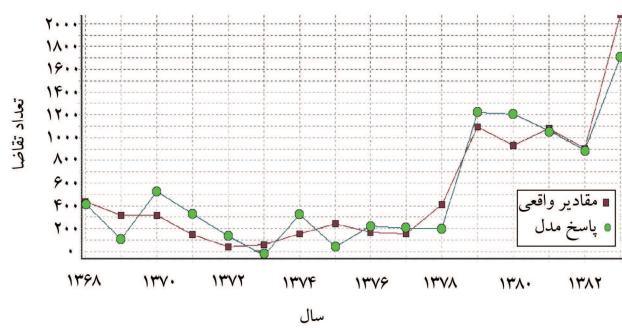
برای پیش بینی میزان تقاضای اخذ تسهیلات در سال ۱۳۸۴ به ناتچار باید از اطلاعات و آمار پیش بینی شده سال ۱۳۸۴ استفاده می شد. نرخ تورم، نرخ سود، نرخ بیکاری و تولید ناخالص داخلی تعديل شده با استفاده از پیش بینی های معاونت اقتصادی بانک مرکزی و پیش بینی های برنامه ای چهارم توسعه به دست آمدند. این آمار و اطلاعات در جدول ۲ آمده است.

با استفاده از مدل اقتصادسنجی، امید ریاضی تعداد تقاضای سال ۱۳۸۴ معادل ۲۵۸ پیش بینی شد. در حالی که این عدد با استفاده از روش پیشنهادی ۱۲۷۲ به دست آمد. توجه شود این اعداد با توجه به تداوم داشتن تبلیغات در سال جاری معتبرند.

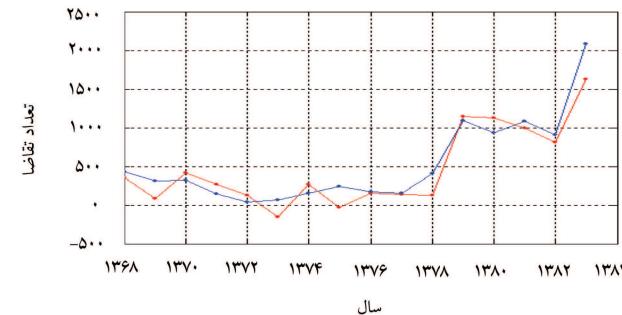
## ۶. نتیجه گیری

هدف اصلی این نوشتار ارائه یک روش عمومی براساس به کارگیری شبکه های عصبی برای پیش بینی بهتر در مدل های اقتصادسنجی بوده است. در روش پیشنهادی استفاده هی همزمان از مدل اقتصادسنجی (رگرسیونی) و شبکه های عصبی به کار بر این قدرت را می دهد که از خصوصیت صحبت مدل اقتصادسنجی و دقت شبکه های عصبی به طور همزمان استفاده کند. در موضوع مطالعاتی مطرحه، ضریب اطمینان ۵٪ افزایش یافت.

در عین حال، صحبت متغیرهای به کار برده شده و شبکه های عصبی نیز به طور علمی مورد تأیید قرار گرفت. بدین ترتیب استفاده از شبکه های عصبی در پیش بینی های اقتصادی، همواره مقدور است و تنها به موارد خاص محدود نمی شود. تنها کاستی روش ارائه شده در مقایسه با روش های ساده ای اقتصادسنجی یا شبکه های عصبی، زمان بیشتری است که برای استفاده از این روش نسبت به روش های مشروطه باید صرف کرد.



شکل ۴. تعداد تقاضا بر حسب زمان (نمودار قرمز مقادیر واقعی و نمودار آبی پاسخ مدل را نشان می دهد).



شکل ۵. تعداد تقاضا بر حسب زمان (نمودار آبی مقادیر واقعی و نمودار قرمز پاسخ مدل را نشان می دهد).

گره در  $T = ۱۳$  با  $۰,۰۵ = \epsilon$  آموزش دید. پس از آموزش، شبکه با روش کنارگذاری  $^{14}$  یک الگو آزمایش شد و برای آن ضربی اطمینان  $۹۳\%$  به دست آمد که  $۵\%$  از ضربی اطمینان بهترین مدل اقتصادسنجی به دست آمده بهتر است. نمودار مدل بر حسب زمان را در شکل ۵ می توان مشاهده کرد.

پارامترهای شبکه های عصبی آموزش دیده عبارت اند از:

$$W1 = \begin{bmatrix} ۰,۰۴۵۳ & -۰,۰۰۳۷ & -۰,۰۵۳۱ & -۰,۰۴۸۸ & ۰,۰۶۱۴ \\ ۰,۰۵۶۹ & -۰,۰۰۱۹۰ & -۰,۰۷۶۴ & -۰,۰۶۹۸ & ۰,۰۸۵۱ \\ ۰,۰۱۶۴ & ۰,۰۳۱۴ & ۰,۰۵۷۳ & -۰,۰۰۰۸ & -۰,۰۱۲۰ \\ ۰,۰۰۷۱ & ۰,۰۲۷۸ & ۰,۰۵۵۱ & ۰,۰۰۷۲ & -۰,۰۱۳۷ \\ -۰,۰۱۲۰ & -۰,۰۶۰۳ & ۰,۱۳۶۷ & ۰,۰۵۵۹ & -۰,۰۶۳۸ \\ ۰,۰۷۶۲ & -۰,۰۵۷۵ & ۰,۱۲۸۱ & ۰,۱۳۷۴ & \end{bmatrix}$$

ماتریس وزن اول (وزن ها از لایه های ورودی به لایه های مخفی)

$$W2 = [-0,2560, 0,3269, 0,1126, 0,2757]$$

ماتریس وزن دوم (از لایه های مخفی به لایه های خروجی)

$$Bias1 = [-0,3290, 0,4202, -0,3508]$$

ماتریس اریب در گره های لایه های مخفی

$$Bias2 = [9,1887] \times 10^{-5}$$

همان طور که پیش تر گفته شد، پیدا کردن تعداد لایه های مخفی و تعداد گره های کاری است کاملاً تجربی، و به سعی و خطا بستگی دارد. تعداد بهینه ای تکرار برای آموزش نیز کاملاً تجربی است و برای پیدا کردن بهترین مدل که بتواند در پیش بینی

## پابلوشت

1. maximum likelihood
2. simulated annealing algorithm
3. tabu search
4. ant colony optimization
5. Segal
6. synaptic weights
7. sigmoid activation function
8. noise
9. back propagation
10. pattern classification
11. function mapping
12. partial f-test
13. epoch
14. leave one out

## منابع

1. Dorigo, M. and Stutzle, T. "Ant colony optimization", MIT Press, Boston, U.S.A. (2004).
2. Winter, P. and Manfred, G. "Application of optimization heuristic to estimation and modelling problems", *Computational Statistics & Data Analysis*, **47**, pp. 211-223 (2004).
3. Goffe, W.L.; Ferrier, G. and Rogers, J. "Global optimization of statistical functions with simulated annealing", *Journal of Economics*, **60**, pp. 65-99 (1994).
4. Dueck, G. and Scheuer, T. "Threshold accepting: a general purpose algorithm appearing cityplace superior to simulated annealing", *Journal of Computational Physics*, **90**, pp. 161-175 (1990).
5. Joo, S.J. and Bong, J.Y. "Construction of exact d-optimal designs by tabu search", *Computational Statistics & Data Analysis*, **21**, pp. 181-191 (1996).
6. Dorsey, B. and Mayer, W.J. "Genetic algorithms for estimation problems with multiple optima: non-differentiability and other irregular features", *Journal of Business Economics and Statistics*, **13**, pp. 53-66 (1995).
7. Luxh, J.T.; Riss, J.O.; and Stensballe, B. "A hybrid econometric neural network modelling approach for sales forecasting", *International Journal of Production Economics*, **43**, pp. 175-192 (1996).
8. Colorni, A.; Dorigo, M.; and Maniezzo, V. "Distributed optimization by ant colonies", *Proceedings of the First European Conference on Artificial Life*, Paris, France, F. Varela and P. Bourgine (Eds.), Elsevier Publishing, pp. 134-142 (1992).
9. Menhaj, M.B. "Fundamentals of neural Networks," (In Farsi), Amir-Kabir University Press, (2002).
10. Haykin, Simon. "Neural networks: a comprehensive foundation", Prentice Hall PTR, Upper Saddle River, NJ, U.S.A., (1994).
11. Greene, William H. "Econometric analysis", 5th Ed., Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ, U.S.A., (2002).
12. Bowker, A.H. and Liberman, G.J., "Engineering Statistics", Translated in Farsi by Mahlooji, H., University Press Center, (1996).
13. Evans, Gary R. "The budget, deficit, and dept. of the U.S. Government", Academic Press, San Diego, California, (1999).
14. Escandón, Julio R. and Alejandro Díaz-Bautista, "A simple dynamic model of credit and aggregate demand", Departamento de Estudios Económicos, El Colegio de la Frontera Norte, Cuadernos de Trabajo, (2000).
15. Vera, Leonardo V. "The demand for bank loans in Venezuela: a multivariate co-integration analysis", Project Report, classification number JEL: E44, E51, University of Latin American Centre, (2002).
16. Calzaet, A. "Modelling the demand for loans to the private sector in the euro area", European central bank, Working Paper (55), (2001).
17. Ashley, David W. "The demand for consumer credit", Virginia Polytechnic Institute and State University, in partial fulfilment of the requirements for the degree of Master of Arts in Economics, (2002).
18. Naderi, M., "Evaluating the effects of financial crises on the real sectors of economics," (In farsi), Ph.D. Thesis in Economical Science, Faculty of Economic, Allameh-Tabatabaei University Tehran, (2003).