

کاربرد روش شناسی سطحی پاسخ (RSM) در تعیین بهینه‌ی میزان ترکیبات اصلی تشکیل دهنده‌ی سیمان

مقصود امیری (استاد)

دانشکده‌ی مدیریت و حسابداری، دانشگاه علامه طباطبائی

کهیل قشلاقی (کارشناس ارشد)

دانشکده‌ی مهندسی صنایع، دانشگاه آزاد قزوین

جمشید صالحی صدقیانی (استاد)

دانشکده‌ی مدیریت و حسابداری، دانشگاه علامه طباطبائی

به دلیل کاربرد حساس سیمان و استفاده از این کالا در ساخت بناهایی نظیر پل‌ها، سدها، اسکله‌ها، منازل مسکونی و ... انجام آزمایشات کنترل کیفی چه در مرحله‌ی قبل از تولید (بر روی مواد خام، خاک رس، سنگ آهک استخراج شده از معادن و مواد خوراک کوره) و چه در مرحله‌ی تولید و بعد از آن روی کالینکر و محصول نهایی (سیمان پرتلند) از اهمیت بالایی برخوردار است. در این نوشتار با توجه به اهمیت زیاد چهار ترکیب اصلی سیمان CaO - (اکسید کلسیم)، SiO_2 (اکسید سیلیسیم)، Al_2O_3 (اکسید آلومینیوم)، Fe_2O_3 (اکسید آهن) - که ۹۶ درصد ترکیبات موجود در سیمان را تشکیل می‌دهند سعی شده با کمک مبحث «روش شناسی سطحی پاسخ» (RSM) درصدهای بهینه‌ی این چهار ترکیب و میزان مطلوب عامل یکنواختی و اشیاع آهک L.S.F در مراحل قبل از تولید کالینکر (قبل از رسیدن مواد اولیه به کوره) تعیین شود. در نهایت جواب بهینه با استفاده از روش LP سنجی بررسی شده است.

واژگان کلیدی: کنترل کیفیت، طرح آزمایش، روش شناسی رویه پاسخ RSM

نقطه مانا، فاکتور اشیاع آهک L.S.F.

مقدمه

اصلاح می‌شود. نمونه‌های حاصل از آسیاب مواد بعد از آنالیز با دستگاه به سیلوی هم‌وزن انتقال می‌یابند و بعد از هم‌نواسیون، وارد سیلوهایی ذخیره می‌شوند. در این مرحله نیز یک دستگاه نمونه‌گیری کار نمونه‌برداری از خوراک کوره را انجام می‌دهد. این مرحله، مرحله‌ی نهایی کنترل بر روی مواد اولیه است که کوره‌پز را در چگونگی کیفیت پخت مواد راهنمایی می‌کند.^[۱] نمونه‌ها در این مرحله هر دو ساعت یک‌بار، و در دو مرحله‌ی قبل (سنگ شکن و آسیاب مواد) هر ۱ ساعت یک‌بار اخذ می‌شوند. بنابراین طبق موارد یادشده، نمونه‌برداری از مواد خام و کسب درصدهای بهینه‌ی ترکیبات اصلی تشکیل دهنده‌ی سیمان در سه مرحله‌ی قبل از تولید کالینکر می‌تواند یکی از راه‌های مهم در تولید محصول مرغوب و کاهش دوباره‌کاری‌ها و افزودن مواد اصلاحی در مراحل بعد از تولید آن باشد. برای پیدا کردن درصد بهینه‌ی این ترکیبات، و بهینه‌سازی متغیر پاسخ می‌توان از شیوه‌ی به‌نام روش شناسی سطح پاسخ^[۱] استفاده کرد.

هنگامی که عوامل و روابط زیادی روی متغیر پاسخ تأثیر داشته باشند، روش شناسی سطحی پاسخ (RSM) یکی از ابزارهای مؤثر برای بهینه‌سازی فرایند است.^[۱] RSM روش آماری مؤثری است که با کم‌ترین منابع و داده‌های کمی، و با طرح آزمایشی مناسب هم‌زمان چندین متغیر را تعیین می‌کند. مزیت اصلی RSM کاهش تعداد

برای کنترل محصول سیمان پرتلند نظارت و کنترل از معدن آغاز می‌شود و طی آن، شناسایی شبکه‌های ایجاد شده و آنالیز نمونه‌ی اخذ شده از چاه‌های حفاری به‌دقت در آزمایشگاه انجام می‌شود. درصد مصرف از هر معدن با توجه به شناسایی‌های انجام شده تعیین می‌شود.

در «سنگ شکن» که ورودی مواد اولیه به کارخانه است، بیشینه اندازه‌ی سنگ‌های درشت معدنی به ابعاد ۲ سانتی‌متر می‌رسد. نمونه‌های خروجی از سنگ شکن توسط ایستگاه نمونه‌گیری اخذ می‌شود که به‌صورت پودر درآمده و از طریق ایرپست خودکار به بخش اشعه‌ی ایکس واحد آزمایشگاه ارسال می‌شود. در این مرحله نمونه به‌صورت یک قرص فشرده درمی‌آید و درصد ترکیبات موجود در نمونه توسط دستگاه‌های اشعه‌ی ایکس یا X-Met به‌دقت اندازه‌گیری می‌شود. این اولین گام در کنترل کیفیت مواد خام است.

مواد خروجی از سنگ شکن بعد از وارد شدن به انبار خاک توسط دستگاهی به‌نام ریکلایمر به آسیاب مواد منتقل می‌شوند. در آسیاب مواد، ابعاد تا ۲ سانتی‌متر در خروجی سنگ شکن به ابعاد میکرونی تبدیل می‌شوند. یک دستگاه نمونه‌گیری نیز در خروجی آسیاب مواد قرار دارد که کار نمونه‌برداری را در فواصل زمانی معین انجام می‌دهد، و در صورت انحراف از معیار مطلوب با افزودنی‌های پیش‌بینی شده

تکرارهای آزمایشات برای ارزیابی پارامترهای چندگانه و روابط متقابل آنهاست.^[۳] این شیوه مجموعه‌ی از تکنیک‌های آماری و ریاضی است که برای مدل‌کردن و نیز تجزیه و تحلیل متغیر پاسخ -- که تحت تأثیر چندین متغیر مستقل است -- و بهینه‌سازی هدف کاربرد بسیاری دارد. بنابراین با بهره‌گیری از این شیوه، تعیین شرایط بهینه‌ی عملیاتی برای سیستم تحت بررسی یا ناحیه‌ی از فضای جواب که در آن فرایندی صورت می‌گیرد می‌تواند رضایت‌بخش باشد.^[۴]

در سال ۲۰۰۶ محققین با استفاده از روش شناسی سطحی پاسخ به بسط مدل‌های تجربی برای تجزیه و تحلیل عوامل مستقل و مؤثر -- از جمله نسبت آب به سیمان (W/C)، حجم خمیر سیمان، درصد شن به کار رفته و ... -- روی استحکام فشاری و چگالی بتن (محصول ترکیب سیمان، شن، آب، و ...) پرداخته‌اند.^[۵] همچنین عده‌ی دیگری از محققین با کمک طرح مرکب مرکزی، به منظور پیش‌بینی استحکام فشاری ترکیبات شنی، هنگامی که ۵/۵ تا ۷/۵ درصد ملاس (نوعی الیاف ارزان قیمت که می‌تواند جایگزین الیاف شیمیایی شود) و ۲ تا ۴ درصد سیمان دارند، ضمن طرح معادلات غیرخطی مرتبه‌ی دوم آن را به یک شبکه‌ی تکثیر عصبی (BPNN) برگردانده و نتایج را تحلیل و با نتایج به دست آمده از طرح مرکب مرکزی مقایسه کرده‌اند.^[۶]

در سال ۲۰۰۴ نیز برای بررسی تأثیر عواملی چون نسبت آب به سیمان، مقدار ملامین مؤثر در خاصیت خمیری سیمان، و مقادیر C_2A (تری‌کلسیم آلومینات) روی برخی از خواص سیمان از شیوه‌ی RSM بهره جستند.^[۷] پیش از این، پژوهش‌گران میزان سختی‌پذیری و تقویت سیمان با توجه ویژه بر چهار ترکیب اثر بخش (برات، کلرات، سولفات و فسفات) و با کمک متدولوژی طراحی آزمایشات روی سیمان هیدراته (ترکیب شده با آب) آزمایش کرده بودند. همچنین با استفاده از شیوه‌ی RSM مدل‌های مکعبی متعارفی برای یک توصیف رضایت‌بخش از متغیرهای پاسخ (گران‌روی یا ویسکوزیته‌ی ترکیب، حرارت گرمایی سیمان هیدراته‌شده و میزان استحکام فشاری و انبساطی $16 \times 4 \times 4$ سانتی‌متری نمونه بعد از ۹۰ روز مرطوب بودن) تشکیل دادند.^[۸]

با استفاده از طرح RSM مقالات زیاد دیگری در زمینه‌های مختلف علوم تغذیه و صنایع غذایی، مهندسی شیمی، مهندسی صنایع و ... ارائه شده است. در این نوشتار نیز با استفاده از این طرح، مقدار بهینه‌ی ترکیبات اصلی تشکیل‌دهنده‌ی سیمان در سه مرحله‌ی قبل از تولید تعیین شده است.

۱. شناخت عوامل مؤثر

- اکسید کلسیم (آهک): این ترکیب جزء اصلی و غالب تشکیل‌دهنده‌ی سیمان‌های ساختمانی مورد بحث است. این اکسید از تجزیه‌ی سنگ آهک به دست می‌آید. در جدول ۱ حدود سطح بالا و پایین این ترکیب در مراحل نمونه‌گیری (براساس نظر کارشناسان کارخانه) آمده است.

- اکسید سیلیسیم (سیلیس): این ترکیب، عمده‌ترین جزء تشکیل‌دهنده‌ی کانی‌ها،

جدول ۱. حدود سطح بالا و پایین اکسید کلسیم.

مراحل نمونه‌گیری	سطح بالا (+۱)	سطح پایین (-۱)
۱. سنگ شکن	۴۰ تا ۴۴ درصد	۳۰ تا ۳۲ درصد
۲. آسیاب مواد	۴۱ تا ۴۲ درصد	۳۸ تا ۴۰ درصد
۳. خوراک کوره	۴۰/۵ تا ۴۱/۵ درصد	۳۸ تا ۳۹ درصد

جدول ۲. حدود سطح بالا و پایین اکسید سیلیسیم.

مراحل نمونه‌گیری	سطح بالا (+۱)	سطح پایین (-۱)
۱. سنگ شکن	۱۸ تا ۲۴ درصد	۶ تا ۱۲ درصد
۲. آسیاب مواد	۱۳ تا ۱۴ درصد	۱۱ تا ۱۲ درصد
۳. خوراک کوره	۱۴ تا ۱۴/۶۶ درصد	۱۲/۹۶ تا ۱۳/۵ درصد

جدول ۳. حدود سطح بالا و پایین اکسید آلومینیم.

مراحل نمونه‌گیری	سطح بالا (+۱)	سطح پایین (-۱)
۱. سنگ شکن	۴/۸ تا ۶/۴ درصد	۱/۶ تا ۳/۲ درصد
۲. آسیاب مواد	۳/۵ تا ۴ درصد	۲/۰۲ تا ۳ درصد
۳. خوراک کوره	۴ تا ۴/۵ درصد	۳/۱۱ تا ۳/۵ درصد

جدول ۴. حدود سطح بالا و پایین اکسید آهن.

مراحل نمونه‌گیری	سطح بالا (+۱)	سطح پایین (-۱)
۱. سنگ شکن	۲/۴ تا ۳/۲ درصد	۰/۸ تا ۱/۶ درصد
۲. آسیاب مواد	۳/۱ تا ۳/۸ درصد	۱/۵۹ تا ۲/۵ درصد
۳. خوراک کوره	۲/۵ تا ۳ درصد	۱/۹۸ تا ۲/۱۱ درصد

سیلیکات‌ها و ... است. سیلیس به صورت ترکیب در سیمان وجود دارد و منشاء آن خاک رس مصرفی در مواد خام است. در جدول ۲ حدود سطح بالا و پایین این ترکیب در مراحل نمونه‌گیری آمده است.

- اکسید آلومینیم: اکسید آلومینیم یا آلومینا در طبیعت به صورت کوراندوم وجود دارد. آلومینا به صورت ترکیبات گوناگون (با آهک، سیلیس و قلیایی‌ها) یکی از اجزاء اصلی سیمان پرتلند است و در سیمان نقش اسیدی دارد (جدول ۳).

- اکسید آهن: در سیمان پرتلند اکسیدهای مختلف آهن به مقدار چندان زیادی وجود ندارد. منشاء آن خاک رس مصرفی است (جدول ۴).

۲. تعیین متغیر پاسخ

کلینکر پیکره‌ی اصلی سازه‌ی سیمان است، و بنابراین توجه به کیفیت آن اهمیت فراوان دارد. هرگونه نقص احتمالی در کلینکر موجب تغییر در بافت مواد خوراک کوره می‌شود تا محصول مطلوب حاصل شود. ضرایب مورد توجه در کلینکر عبارت‌اند از SIM (ضریب سیلیسی)، ALM (ضریب آلومینا)، یکنواختی و اشباع آهک^۲ (LSF)، فازهایی نظیر C_2S (آلیت)، C_3S (بلیت)، C_2A (سه کلسیم آلومینات)، C_2AF (چهار کلسیم آلومینو فریت).

در میان فاکتورهای فوق، یکنواختی و اشباع آهک مهم‌ترین فاکتوری است که در مراحل قبل و بعد از تولید کلینکر از اهمیت فراوانی برخوردار است و نمونه‌برداری‌های بسیاری به تکرار برای تحت کنترل درآمدن آن انجام می‌شود، و در آزمایشگاه طی مراحل مختلف اندازه‌گیری می‌شود. این استاندارد مفهومی مهم در صنعت سیمان پرتلند است و معرف نسبت مقدار آهک (اکسید کلسیم) واقعی موجود در سیمان، به مقدار آهک لازم برای ترکیب با اکسیدهای اسیدی است تا ترکیبات اصلی کلینکر تعیین شوند. پس به دست آوردن مقدار بهینه‌ی آن کمکی مهم در راستای بهبود محصول تولیدی خواهد بود. با توجه به این که متغیر پاسخ باید در بردارنده‌ی

جدول ۵. سطوح ترکیبات در مرحله ی سنگ شکن.

ترکیبات / سطوح	۲	۱	۰	-۱	-۲
CaO	۵۴٫۱۵٪	۴۴٪ - ۴۰	۳۲ - ۴۰٪	۳۰ - ۳۲٪	۱۳٫۴۷٪
SiO_2	۳۲٫۲۹٪	۲۴٪ - ۱۸	۱۲ - ۱۸٪	۶ - ۱۲٪	۰٫۵۲٪
Al_2O_3	۷٫۷۸٪	۶٫۴٪ - ۴٫۸	۳٫۲ - ۴٫۸٪	۱٫۶ - ۳٫۲٪	۱٫۶۸٪
Fe_2O_3	۳٫۶۵٪	۳٫۲٪ - ۲٫۴	۱٫۶ - ۲٫۴٪	۰٫۸ - ۱٫۶٪	۰٫۵۵٪

جدول ۶. سطوح ترکیبات در مرحله ی آسیاب مواد.

ترکیبات / سطوح	۲	۱	۰	-۱	-۲
CaO	۴۲٫۲٪	۴۲٪ - ۴۱	۴۰ - ۴۱٪	۳۸ - ۴۰٪	۳۷٫۹٪
SiO_2	۱۴٫۷۵٪	۱۴٪ - ۱۳	۱۳ - ۱۴٪	۱۱ - ۱۲٪	۱۰٫۴۴٪
Al_2O_3	۴٫۰۱٪	۴٪ - ۳٫۵	۳ - ۳٫۵٪	۲٫۰۲ - ۳٪	۲٫۰۲٪
Fe_2O_3	۳٫۸۲٪	۳٫۸٪ - ۳٫۱	۲٫۵ - ۳٫۱٪	۱٫۶ - ۲٫۵٪	۱٫۵۹٪

جدول ۷. سطوح ترکیبات در مرحله ی خوراک کوره.

ترکیبات / سطوح	۲	۱	۰	-۱	-۲
CaO	۴۱٫۷۳٪	۴۱٫۵٪ - ۴۰٫۵	۴۰٫۵ - ۳۹	۳۸ - ۳۹	۳۸٪
SiO_2	۱۴٫۶۶٪	۱۴٪ - ۱۴٫۶۶	۱۳٫۵ - ۱۴	۱۲٫۹۶ - ۱۳٫۵	۱۲٫۹۶٪
Al_2O_3	۴٫۵۱٪	۴٪ - ۴٫۵	۳٫۵ - ۴	۳٫۱۱ - ۳٫۵	۳٫۱۱٪
Fe_2O_3	۳٫۰۶٪	۳٪ - ۲٫۵	۲٫۵ - ۲٫۱۱	۲٫۱۱ - ۲٫۵	۱٫۹۸٪

۴. انجام آزمایش

در بخش اشعه ی ایکس واحد آزمایشگاه، ابتدا نمونه ی برداشته شده در مرحله ی سنگ شکن (در حدود ۱۰۰ گرم) را به علت وجود ذرات درشت در آن در هاون می کوبند تا به صورت پودر درآید. سپس مقدار ۳۰ گرم از آن را به دقت با ترازوی دیجیتال وزن کرده و به آن ۱۰۰ میلی لیتر الکل صنعتی اضافه می کنند. سپس ترکیب حاصله را در یک دستگاه مخلوطکن، که رینگ و هاونی متحرک دارد، می ریزند و در نتیجه ترکیبی خمیری به دست می آید. انجام این عملیات در این دستگاه برای هر نمونه ۳ دقیقه به طول می انجامد. پس از آن مقداری از ماده ی خمیری را درون قالبی استوانه یی به شعاع ۲ سانتی متر ریخته و با یک جسم تیز سطح آن را صاف می کنند. قالب را داخل دستگاه پرس، و تحت فشاری در حدود ۲۰ تن قرار می دهند. خروجی، قرصی سخت از نمونه ی برداشته شده است. این قرص را درون بخش اشعه ی ایکس گذارده و با کمک دستگاهی که با اشعه ی X کار می کند درصد ترکیبات تشکیل دهنده ی نمونه و ضریب LSF در آن نمایان می شود.

به علت اهمیت آگاهی از درصد عناصر تشکیل دهنده، این کار در دو مرحله ی دیگر (آسیاب مواد و مرحله ی پیش از رسیدن مواد به کوره) نیز انجام می شود، با این تفاوت که این کار در مراحل سنگ شکن و آسیاب مواد هر ۱ ساعت یک بار و در قسمت خوراک کوره هر ۲ ساعت یک بار انجام می شود. داده های ارائه شده در جدول ۸ مربوط به مرحله ی سنگ شکن است که با توجه به نمونه های بسیار زیاد گرفته

اطلاعات و خصوصیات مهمی از ترکیبات و فرایند باشد، ضریب LSF توسط رایانه و دستگاه X-Ray با استفاده از درصد ترکیبات تشکیل دهنده محاسبه می شود. این معیار در سه مرحله ی قبل از تولید -- یعنی سنگ شکن، آسیاب مواد و خوراک کوره -- اندازه گیری شده است که طبق نظر کارشناسان کارخانه باید مقدار بهینه ی این فاکتور بین ۸۵ تا ۹۰ برای خروجی مرحله ی سوم (خوراک کوره) برسد. در این نوشتار در هر مرحله از فرایند مقدار بهینه ی این فاکتور با توجه به مقدار بهینه ی ترکیبات اصلی محاسبه می شود.

۳. طرح آزمایش

گام مهم دیگر در انجام تحقیق انتخاب طرحی برای آزمایش است. برآزش و تحلیل سطح های پاسخ با انتخاب صحیح طرح آزمایش بسیار ساده است. در اکثر مسائل مربوط به RSM، برای برآزش مدل از چند جمله یی ها و توابع خطی استفاده می شود. اگر پاسخ به خوبی به وسیله ی یک تابع خطی از متغیرهای مستقل مدل بندی شده باشد آنگاه تابع تقریب کننده ی مدل، مدل مرتبه ی اول است. اگر در سیستم خمیدگی وجود داشته باشد آنگاه باید از چند جمله یی های درجه بالاتر، مانند مدل مرتبه ی دوم، استفاده کرد.^[۱۹]

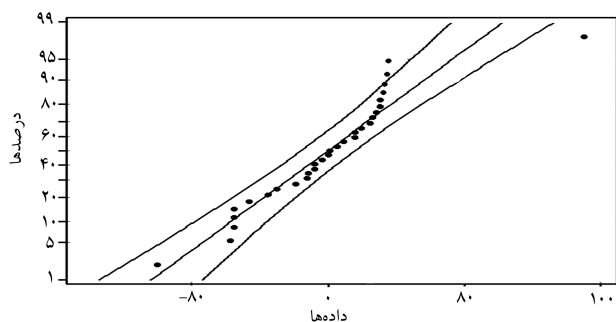
$$\hat{Y} = \beta_0 + \sum \beta_i X_i + \sum \beta_{ii} X_i^2 + \sum \beta_{ij} X_i X_j$$

دوران پذیری خاصیتی بسیار مهم برای انتخاب طرح سطح پاسخ است. طرح دارای چنین خاصیتی، وقتی آن را حول مرکز $(0, 0, \dots, 0)$ دوران دهیم واریانس \hat{Y} در آن تغییر نمی کند. از آنجا که هدف RSM بهینه سازی است و به دلیل این که جایگاه نقطه ی بهینه قبل از اجرای آزمایش نامعلوم است، از طرحی که در تمام امتداد دقتی یکسان در برآورد دارد استفاده می شود.

در این نوشتار از مدل مرتبه ی دوم برای برآزش مدل استفاده شده است زیرا علاوه بر موارد یاد شده، این مدل نسبت به مدل مرتبه ی اول یا مدل مرتبه ی اول با روابط متقابل دارای مقدار R^2 (ضریب تعیین چندگانه) بیشتری است و همچنین میانگین مجذور خطا (MSE) آن کم تر از دو مدل یاد شده است.

یکی از طرح های به کار رفته برای برآزش مدل مرتبه ی دوم، طرح مرکب مرکزی است، و آن عبارت است از عامل 2^k (کد بندی شده با نماد معمول ± 1) با الحاق $2k$ نقطه ی محوری $(0, \pm \alpha_1, 0, \dots, 0)$ ، $(\pm \alpha_1, 0, 0, \dots, 0)$ ، $(0, 0, \pm \alpha_2, 0, \dots, 0)$ ، $(0, 0, 0, \dots, \pm \alpha_n, 0)$ و $(\pm \alpha_1, \pm \alpha_2, \dots, \pm \alpha_n)$ ، طرح مرکب مرکزی با انتخاب مناسب α دوران پذیر می شود. مقدار α برای دوران پذیری بستگی دارد به تعداد نقاط در بخش عاملی طرح. در واقع با انتخاب $\alpha = (n_f)^{1/2}$ معلوم می شود که طرح مرکب مرکزی دوران پذیر است؛ در این رابطه n_f تعداد نقاط استفاده شده در بخش عاملی طرح است.

در این نوشتار ۴ عامل مورد بررسی قرار گرفته است و بنابراین بخش عاملی شامل ۱۶ نقطه $(n_f = 2^4 = 16)$ است. پس مقدار α برای دوران پذیری طرح برابر ۲ است. $2 = (16)^{1/2} = \alpha$. خواص دیگر طرح مرکب مرکزی را می توان با انتخاب تعداد نقاط مرکزی n_c کنترل کرد. با انتخاب درست n_c می توان طرح مرکب مرکزی را متعامد ساخت یا می توان از آن طرحی با دقت یکنواخت درست کرد. در این نوشتار تعداد نقاط مرکزی برای ایجاد طرحی با دقت یکنواخت، ۷ نقطه در نظر گرفته شده است. حدود سطوح و حدود نقاط محوری و مرکزی برای ۴ ترکیب ذکر شده، در جداول ۵ تا ۷ مشخص شده است:



نمودار ۱. نمودار نقطه‌یی احتمال نرمال مانده‌ها برای مدل برازش شده از نمونه‌های مرحله‌ی سنگ‌شکن.

با دقت در جدول آنالیز واریانس مدل ارائه شده مشاهده می‌شود که مقدار میانگین مجذور خطا در آن مدل ۱۴۴۸/۹۲۶ است و به نظر می‌رسد مقدار زیادی باشد. همچنین ضریب تعیین $R^2 = 0.7927$ و $F \text{ value} = 4.37$ است. با توجه به جدول تخمین پارامترها در خروجی SAS و آزمون t - student مشخص می‌شود که اثر ترکیب Sio_2 در این مرحله از فرایند بیشتر است؛ با این حال این ترکیبات درصدی بیشتری از حد انتظار دارند که در مراحل بعدی به مقدار مطلوب خود نزدیک خواهد شد.

۱.۱.۴. پذیره‌ی نرمال بودن

شیوه‌ی مفید برای بررسی پذیره‌ی نرمال بودن، رسم نمودار احتمال نرمال مانده‌هاست. در صورتی که توزیع زیربنایی خطا نرمال باشد، این نمودار شبیه یک خط مستقیم است (نمودار ۱).

با توجه به نمودار نقطه‌یی احتمال نرمال مانده‌ها، به دلیل این که مرحله‌ی اول (مرحله‌ی سنگ‌شکن) شروع ورودی مواد اولیه به کارخانه است نمونه‌های گرفته شده در این مرحله به علت وجود ناخالصی‌ها و عناصر فرعی دیگر مانند اکسید منیزیم، قلیایی‌ها و... فاقد درصد مناسبی از ترکیبات نام برده هستند. بنابراین، مدل ارائه شده از کفایت مناسبی برخوردار نیست زیرا تعداد مانده‌های دورافتاده بسیار زیاد است. این مدل -- چنان‌که در ادامه ملاحظه خواهد شد -- در مرحله‌ی دوم از طریق نمونه‌گیری مجدد و تغییر میزان ترکیبات، اصلاح شده و در مرحله‌ی سوم (خوراک کوره) که مرحله‌ی قبل از تولید کلینکر سیمان است و حتماً باید دارای درصد مناسبی از ترکیبات تشکیل دهنده‌ی سیمان باشد با توجه به نمودارهای ارائه شده با کم‌ترین خطا به کفایتی مناسب رسیده است. باید توجه داشت که بعد از این مرحله (خوراک کوره) هرگونه تغییر در ترکیبات مذکور بسیار هزینه‌زا است و امکان تولید محصولی مرغوب را از تولیدکننده می‌گیرد.

۲.۱.۴. به دست آوردن نقطه‌ی مانا^۴

اگر بخواهیم نقاطی از x_1, x_2, x_3, x_4 را بیابیم که پاسخ پیش‌بینی شده را همیشه کنند این نقاط -- در صورت وجود -- از مساوی صفر قراردادن مشتقات جزئی به دست می‌آید. چنین نقطه‌یی را نقطه‌ی مانا می‌نامند. برای به دست آوردن نقطه‌ی مانا در مدل مرتبه‌ی دوم مربوط به مرحله‌ی سنگ‌شکن داریم:

$$\begin{aligned} \delta \hat{Y}_1 / \delta x_1 = 0 &\rightarrow -46,543 + 60,208x_1 + 0,4588x_2 - \\ 3,0175x_3 - 6,4113x_4 &= 0 \\ \delta \hat{Y}_1 / \delta x_2 = 0 &\rightarrow -1,4833 - 0,4588x_1 - 8,3770x_2 + \\ 0,7512x_3 - 0,7875x_4 &= 0 \end{aligned}$$

جدول ۸. نتایج حاصل از آزمایشات در مرحله‌ی سنگ‌شکن.

Sio_2 $x_1 (X_1)$	Al_2O_3 $x_2 (X_2)$	Fe_2O_3 $x_3 (X_3)$	CaO $x_4 (X_4)$	L.S.F Y_1
-1(8,81)	-1(2,70)	-1(0,88)	-1(30,44)	107,08
-1(6,75)	1(5,13)	1(3,02)	1(43,37)	161,13
1(19,83)	-1(2,75)	1(2,68)	1(41,96)	69,34
1(23,55)	1(4,87)	-1(1,21)	1(42,76)	59,00
1(20,33)	1(4,85)	1(2,53)	-1(30,78)	47,87
-1(8,97)	-1(2,88)	1(2,43)	1(42,84)	142,35
1(20,20)	-1(2,69)	-1(1,36)	1(43,02)	70,97
1(18,97)	1(5,09)	-1(1,48)	-1(40,72)	67,77
-1(11,06)	1(4,87)	1(2,68)	-1(31,02)	81,13
1(20,68)	-1(2,96)	1(3,27)	-1(31,42)	49,46
-1(11,61)	1(4,92)	-1(0,88)	1(42,8)	110,06
-1(11,39)	-1(2,29)	-1(1,27)	1(41,95)	118,43
1(23,18)	-1(2,85)	-1(1,11)	-1(31,60)	45,80
-1(8,68)	1(4,89)	-1(0,98)	-1(30,72)	100,02
-1(11,32)	-1(2,22)	1(2,56)	-1(31,51)	87,57
1(20,62)	1(5,99)	1(3,20)	1(43,60)	65,18
-2(0,52)	0(4,65)	0(2,33)	0(32,19)	380,60
2(32,29)	0(4,61)	0(1,80)	0(37,14)	38,28
0(15,27)	-2(1,68)	0(1,71)	0(37,35)	81,46
0(15,06)	2(7,78)	0(1,75)	0(33,11)	63,08
0(12,44)	0(3,35)	-2(0,55)	0(35,40)	90,43
0(12,32)	0(3,62)	2(3,65)	0(39,10)	95,04
0(13,41)	0(4,06)	0(1,99)	-2(13,47)	30,89
0(17,21)	0(3,23)	0(1,68)	2(54,15)	101,57
0(16,10)	0(3,92)	0(1,82)	0(33,31)	65,45
0(15,29)	0(3,41)	0(1,62)	0(32,50)	65,93
0(12,51)	0(4,11)	0(2,30)	0(38,90)	94,02
0(15,55)	0(3,21)	0(1,68)	0(33,15)	68,46
0(14,50)	0(4,25)	0(2,29)	0(35,32)	73,48
0(16,73)	0(3,37)	0(1,95)	0(37,11)	71,24
0(16,71)	0(3,40)	0(2,00)	0(38,50)	73,89

شده در این قسمت، و نیز طبقه‌بندی داده‌ها در سطوح مورد نظر نسبت به تعیین نقاط عاملی، نقاط محوری و نقاط مرکزی اقدام شده است.

۱.۴. مرحله‌ی اول

مدل مرتبه‌ی دوم برازش شده طبق متغیرهای کد شده (جدول ۸) و با استفاده از نرم‌افزار SAS^{۱۰۱} در زیر نشان داده شده است:

$$\begin{aligned} \hat{Y}_1 = 73,21 - 46,543x_1 - 1,4833x_2 + 1,4217x_3 + \\ 14,63x_4 + 30,104x_1^2 - 4,1885x_2^2 + 0,9277x_3^2 - \\ 5,6985x_4^2 + 0,4588x_1x_2 - 3,0175x_1x_3 - 6,4113x_1x_4 + \\ + 0,7512x_2x_3 - 0,7875x_2x_4 + 8,3862x_3x_4 \end{aligned}$$

جدول ۹. نتایج حاصل از آزمایشات در مرحله ی آسیاب مواد.

SiO ₂ x ₁ (X ₁)	Al ₂ O ₃ x ₂ (X ₂)	Fe ₂ O ₃ x ₃ (X ₃)	CaO x ₄ (X ₄)	L.S.F Y ₁
-۱(۱۱,۴۰)	-۱(۲,۳۰)	-۱(۱,۶۸)	-۱(۳۹,۶۲)	۱۱۰,۸۹
-۱(۱۱,۸۰)	۱(۳,۵۸)	۱(۳,۵۲)	۱(۴۱,۰۵)	۱۰۳,۷۵
۱(۱۳,۵۴)	-۱(۲,۲۲)	۱(۳,۰۱)	۱(۴۱,۰۶)	۹۶,۶۳
۱(۱۳,۹۵)	۱(۳,۵۵)	-۱(۱,۷۱)	۱(۴۱,۰۱)	۹۲,۴۴
۱(۱۴,۴۴)	۱(۳,۶۲)	۱(۳,۱۱)	-۱(۳۹,۴۱)	۸۴,۳۴
-۱(۱۱,۹۹)	-۱(۲,۰۲)	۱(۳,۰۰)	۱(۴۱,۱۰)	۱۰۸,۴۲
۱(۱۴,۶۶)	-۱(۲,۱۳)	-۱(۱,۶۹)	۱(۴۰,۵۰)	۹۰,۶۸
۱(۱۳,۹۹)	۱(۳,۵۴)	-۱(۱,۸۰)	-۱(۳۸,۴۳)	۸۶,۳۲
-۱(۱۱,۵۳)	۱(۳,۹۹)	۱(۳,۲۰)	-۱(۳۸,۱۰)	۹۷,۵۱
۱(۱۴,۰۲)	-۱(۲,۰۲)	۱(۳,۱۱)	-۱(۳۸,۴۱)	۸۷,۹۷
-۱(۱۱,۲۰)	۱(۳,۹۹)	-۱(۱,۶۱)	۱(۴۱,۵۳)	۱۱۱,۸۹
-۱(۱۱,۹۱)	-۱(۲,۳۸)	-۱(۱,۷۹)	۱(۴۱,۰۱)	۱۰۹,۸۸
۱(۱۴,۴۱)	-۱(۲,۲۱)	-۱(۲,۲۰)	-۱(۳۸,۰۰)	۸۵,۶۱
-۱(۱۰,۵۰)	۱(۳,۵۵)	-۱(۱,۶۰)	-۱(۳۸,۳۹)	۱۱۰,۸۶
-۱(۱۱,۹۱)	-۱(۲,۸۲)	۱(۳,۱۰)	-۱(۳۸,۴۳)	۹۹,۳۲
۱(۱۴,۵۲)	۱(۳,۶۱)	۱(۳,۴۳)	۱(۴۱,۰۹)	۸۷,۱۵
-۲(۱۰,۴۴)	۰(۳,۵۰)	۰(۲,۹۸)	۰(۴۰,۰۹)	۱۱۳,۵۷
۲(۱۴,۷۵)	۰(۳,۳۱)	۰(۲,۵۱)	۰(۴۰,۴۰)	۸۶,۲۵
۰(۱۲,۷۵)	-۲(۲,۰۲)	۰(۲,۶۳)	۰(۴۰,۰۲)	۱۰۰,۵۷
۰(۱۲,۷۱)	۲(۴,۰۱)	۰(۲,۶۳)	۰(۴۰,۳۹)	۹۶,۰۹
۰(۱۳,۰۰)	۰(۳,۳۰)	-۲(۱,۵۹)	۰(۴۰,۷۶)	۹۸,۶۲
۰(۱۲,۹۹)	۰(۳,۲۹)	۲(۳,۸۲)	۰(۴۱,۰۰)	۹۵,۹۳
۰(۱۲,۹۱)	۰(۳,۰۶)	۰(۳,۰۱)	-۲(۳۷,۹۰)	۹۰,۸۵
۰(۱۲,۹۵)	۰(۳,۱۱)	۰(۲,۲۲)	۲(۴۲,۲۰)	۱۰۱,۹۹
۰(۱۲,۳۱)	۰(۳,۱۶)	۰(۲,۵۰)	۰(۴۰,۳۱)	۹۷,۴۹
۰(۱۲,۹۱)	۰(۳,۰۰)	۰(۳,۰۰)	۰(۴۰,۱۰)	۹۶,۳۰
۰(۱۲,۵۸)	۰(۳,۹۰)	۰(۲,۸۱)	۰(۴۰,۰۵)	۹۶,۱۵
۰(۱۲,۹۳)	۰(۳,۳۳)	۰(۲,۵۱)	۰(۴۰,۶۵)	۹۷,۳۳
۰(۱۲,۹۵)	۰(۳,۱۴)	۰(۲,۶۳)	۰(۴۰,۴۱)	۹۶,۹۶
۰(۱۲,۹۸)	۰(۳,۲۰)	۰(۲,۷۷)	۰(۴۰,۳۴)	۹۶,۲۲
۰(۱۲,۹۷)	۰(۳,۲۹)	۰(۲,۷۰)	۰(۴۰,۳۵)	۹۷,۲۳

$$\delta \hat{Y}_1 / \delta x_1 = 0 \rightarrow 1,4217 + 3,175x_1 + 0,7512x_2 + 1,8554x_3 + 8,3862x_4 = 0$$

$$\delta \hat{Y}_1 / \delta x_2 = 0 \rightarrow 14,630 - 6,4113x_1 - 0,7875x_2 + 8,3862x_3 - 11,396x_4 = 0$$

از حل دستگاه معادلات بالا خواهیم داشت:

$$x_1 = 0,7678;$$

$$x_2 = -0,2325;$$

$$x_3 = -0,7735;$$

$$x_4 = 0,2987$$

همچنین میزان متغیرهای اصلی را می توان با استفاده از روابط زیر به دست آورد.

$$0,7678 = (X_1 - 14,965) / 8,215 \rightarrow X_1 = 21,272$$

$$(\%SiO_2) = 21,272$$

$$-0,2325 = (X_2 - 4,105) / 1,885 \rightarrow X_2 = 3,667$$

$$(\%Al_2O_3) = 3,667$$

$$-0,7735 = (X_3 - 2,04) / 1,16 \rightarrow X_3 = 1,142$$

$$(\%Fe_2O_3) = 1,142$$

$$0,2987 = (X_4 - 37,02) / 6,58 \rightarrow X_4 = 38,98$$

$$(\%CaO) = 38,98$$

با استفاده از معادله $\hat{Y}_1 = \beta_0 + 0,5x_1'b$ می توانیم پاسخ پیش بینی شده در نقطه ی مانا را به دست آوریم (جدول ۹).

$$\hat{Y}_1 = 57,15$$

۲.۲.۴. مرحله ی دوم

مدل مرتبه ی دوم برازش شده طبق متغیرهای کدبندی شده (جدول ۹) با استفاده از نرم افزار SAS در زیر نشان داده شده است:

$$\hat{Y}_1 = 96,811 - 8,1675x_1 - 1,042x_2 - 1,6192x_3 + 2,5125x_4 + 0,7321x_1^2 + 0,3371x_2^2 + 0,734x_3^2 - 0,1404x_1x_2 - 0,3838x_1x_3 + 2,2225x_1x_4 + 0,4562x_2x_3 - 1,5025x_2x_4 - 0,3512x_3x_4 + 0,975x_4^2$$

با توجه به جدول آنالیز واریانس، میانگین مجذور خطا (MSE) به طرز چشمگیری کاهش یافته است. همچنین ضریب تعیین R^2 به ۹۶,۹۵ درصد افزایش یافته که نشان دهنده ی این است که مدل برازش یافته از توصیف تنها ۳,۰۵ درصد کل متغیرهای به کار رفته عاجز است. همچنین میزان $F - Value$ با توجه به مدل قبلی بسیار افزایش یافته و به مقدار ۳۶,۳۱ رسیده است. با توجه به جدول تخمین پارامترها و آزمون t-student هر چهار ترکیب دارای مقدار فوق هستند، همچنین اثر متقابل ترکیبات سیلیس و اکسید فریک، آلومینا و اکسید فریک، و آهک و اکسید فریک در این مرحله مؤثرند.

۱.۲.۴. بررسی پذیره ی نرمال بودن

همان طور که در نمودار ۲ مشاهده می شود تنها دو نقطه ی دور افتاده وجود دارد که بیشتر از ۳ برابر انحراف معیار از صفر فاصله دارند. می توان گفت که مدل برازش یافته در مرحله ی دوم به علت اصلاحات انجام شده حین عملیات کنترلی بسیار مناسب تر از مدل برازش یافته در مرحله ی اول است.

۲.۲.۴. به دست آوردن نقطه ی مانا

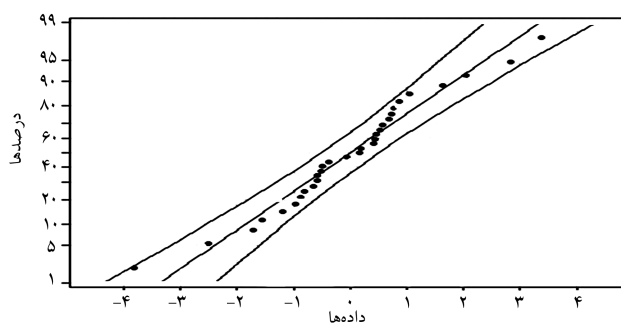
نقطه ی مانا برای مدل مربوط به داده های آسیاب مواد:

$$\delta \hat{Y}_1 / \delta x_1 = 0 \rightarrow -8,1675 + 1,4642x_1 - 0,3838x_2 + 2,2225x_3 + 0,4562x_4 = 0$$

$$\delta \hat{Y}_1 / \delta x_2 = 0 \rightarrow -1,042 - 0,3838x_1 + 0,6742x_2 - 1,5025x_3 - 0,3512x_4 = 0$$

جدول ۱۰. نتایج حاصل از آزمایشات در مرحله‌ی خوراک کوره.

Sio _۲ x _۱ (X _۱)	Al _۲ O _۳ x _۲ (X _۲)	Fe _۲ O _۳ x _۳ (X _۳)	Cao x _۴ (X _۴)	L.S.F Y _۲
-۱(۱۳,۴۴)	-۱(۳,۱۲)	-۱(۲,۰۱)	-۱(۳۸,۱۴)	۸۹,۴۸
-۱(۱۳,۲۳)	۱(۴,۱۷)	۱(۲,۹۱)	۱(۴۰,۶۱)	۹۲,۵۹
۱(۱۴,۰۹)	-۱(۳,۲۱)	۱(۲,۹۰)	۱(۴۰,۵۶)	۸۹,۸۸
۱(۱۴,۱۱)	۱(۴,۰۰)	-۱(۱,۹۹)	۱(۴۰,۵۱)	۸۸,۹۹
۱(۱۳,۶۱)	۱(۴,۳۳)	۱(۲,۵۶)	-۱(۳۸,۷۰)	۸۶,۲۲
-۱(۱۲,۹۹)	-۱(۳,۱۱)	۱(۲,۶۰)	۱(۴۰,۵۲)	۹۷,۰۹
۱(۱۴,۴۱)	-۱(۳,۳۱)	-۱(۲,۱۰)	۱(۴۱,۰۵)	۸۹,۹۸
۱(۱۴,۰۰)	۱(۴,۰۱)	-۱(۲,۰۲)	-۱(۳۸,۰۱)	۸۴,۰۰
-۱(۱۲,۹۷)	۱(۴,۰۳)	۱(۲,۵۰)	-۱(۳۸,۲۱)	۸۹,۴۹
۱(۱۴,۱۲)	-۱(۳,۱۴)	۱(۲,۵۲)	-۱(۳۸,۲۵)	۸۵,۲۲
-۱(۱۳,۳۹)	۱(۴,۰۲)	-۱(۲,۰۰)	۱(۴۰,۹۹)	۹۴,۱۵
-۱(۱۳,۲۱)	-۱(۳,۱۲)	-۱(۲,۰۱)	۱(۴۰,۵۶)	۹۶,۶۲
۱(۱۴,۴۳)	-۱(۳,۱۱)	-۱(۲,۰۱)	-۱(۳۸,۱۱)	۸۳,۹۷
-۱(۱۳,۰۰)	۱(۴,۰۰)	-۱(۲,۰۶)	-۱(۳۸,۱۷)	۸۹,۸۹
-۱(۱۳,۰۳)	-۱(۳,۴۹)	۱(۲,۶۳)	-۱(۳۸,۲۹)	۹۰,۴۹
۱(۱۴,۶۱)	۱(۴,۲۰)	۱(۲,۷۰)	۱(۴۱,۰۱)	۸۶,۱۲
-۲(۱۲,۹۶)	۰(۳,۸۱)	۰(۲,۲۱)	۰(۳۹,۵۰)	۹۳,۵۵
۲(۱۴,۶۶)	۰(۳,۷۳)	۰(۲,۱۲)	۰(۳۹,۶۱)	۸۴,۵۸
۰(۱۳,۵۱)	-۲(۳,۱۱)	۰(۲,۱۷)	۰(۳۹,۷۸)	۹۲,۷۰
۰(۱۳,۶۳)	۲(۴,۵۱)	۰(۲,۳۳)	۰(۳۹,۸۱)	۸۸,۴۶
۰(۱۳,۵۱)	۰(۳,۸۰)	-۲(۱,۹۸)	۰(۳۹,۱۳)	۸۹,۷۴
۰(۱۳,۹۲)	۰(۳,۹۱)	۲(۳,۰۶)	۰(۳۹,۴۷)	۸۶,۵۹
۰(۱۳,۷۱)	۰(۳,۹۹)	۰(۲,۳۱)	-۲(۳۸,۰۰)	۸۵,۲۰
۰(۱۳,۶۶)	۰(۳,۸۸)	۰(۲,۲۹)	۲(۴۱,۷۳)	۹۴,۱۶
۰(۱۳,۵۸)	۰(۳,۹۴)	۰(۲,۱۵)	۰(۳۹,۱۰)	۸۸,۷۲
۰(۱۳,۹۳)	۰(۳,۹۵)	۰(۲,۲۰)	۰(۳۹,۹۹)	۸۸,۶۷
۰(۱۳,۹۹)	۰(۳,۵۳)	۰(۲,۳۹)	۰(۴۰,۱۶)	۸۹,۴۶
۰(۱۳,۵۰)	۰(۳,۵۹)	۰(۲,۳۶)	۰(۴۰,۳۱)	۹۲,۵۱
۰(۱۳,۵۰)	۰(۳,۶۱)	۰(۲,۴۹)	۰(۴۰,۴۴)	۹۲,۵۸
۰(۱۳,۶۷)	۰(۳,۶۳)	۰(۲,۱۹)	۰(۳۹,۹۸)	۹۰,۸۹
۰(۱۳,۵۷)	۰(۳,۶۱)	۰(۲,۲۰)	۰(۴۰,۰۱)	۹۱,۵۸



نمودار ۲. نمودار نقطه‌یی احتمال نرمال مانده‌ها برای مدل بازنده شده از نمونه‌های مرحله‌ی آسیاب مواد.

$$\delta \hat{Y}_2 / \delta x_3 = 0 \rightarrow -1,6192 + 2,2225x_1 - 1,5025x_2 +$$

$$0,1468x_3 + 0,975x_4 = 0$$

$$\delta \hat{Y}_2 / \delta x_4 = 0 \rightarrow 2,5125 + 0,4562x_1 - 0,3512x_2 +$$

$$0,975x_3 - 0,2808x_4 = 0$$

از حل دستگاه معادلات ذکر شده خواهیم داشت:

$$x_1 = 0,1830;$$

$$x_2 = -0,0523;$$

$$x_3 = 0,1883;$$

$$x_4 = 0,0738$$

میزان متغیرهای اصلی نیز از روابط زیر به دست می‌آید:

$$0,1830 = (X_1 - 12,58) / 2,08 \rightarrow X_1 = 12,96$$

$$(\%SiO_2) = 12,96$$

$$-0,0523 = (X_2 - 3,05) / 0,985 \rightarrow X_2 = 2,95$$

$$(\%Al_2O_3) = 2,95$$

$$0,1883 = (X_3 - 2,6) / 0,92 \rightarrow X_3 = 2,77$$

$$(\%Fe_2O_3) = 2,77$$

$$0,0738 = (X_4 - 39,765) / 1,765 \rightarrow X_4 = 39,89$$

$$(\%Cao) = 39,89$$

پاسخ پیش‌بینی شده در نقطه‌ی مانا عبارت است از:

$$\hat{Y}_2 = 96,03$$

۳.۴. مرحله‌ی سوم

مدل مرتبه‌ی دوم برازش یافته طبق متغیرهای کد شده (جدول ۱۰) و با استفاده از نرم‌افزار SAS عبارت است از:

$$\hat{Y}_2 = 90,63 - 2,64x_1 - 0,8233x_2 - 0,2617x_3 +$$

$$2,2742x_4 - 0,3473x_1^2 + 0,315x_2^2 - 0,5723x_3^2 -$$

$$0,1935x_4^2 + 0,24x_1x_2 + 0,0613x_1x_3 - 0,3463x_1x_4 -$$

$$0,3275x_2x_3 - 0,76x_2x_4 - 0,5088x_3x_4$$

با توجه به جدول تحلیل واریانس، میزان میانگین مجذور خطا (MSE) باز هم کاهش یافته و به مقدار ۱,۶۷ رسیده است. میزان ضریب تعیین نیز به علت افزودن ترکیبات دیگر تشکیل دهنده مانند *Mgo* و قلیایی‌ها و... در مرحله‌ی آخر (خوراک کوره) اندکی کاهش یافته و به ۹۲,۶۸٪ رسیده است و همچنین $F - value = 14,48$ شده است. با توجه به آزمون *t - student* اهمیت ترکیبات آهک و سیلیس در این مرحله مشخص می‌شود.

۱.۳.۴. بررسی پذیره‌ی نرمال بودن

با توجه به نمودار ۳ برای مدل برازنده شده در مرحله‌ی سوم نمونه برداری، مشاهده می‌شود که ۱۰ درصد نمونه‌ها بین ± 3 هستند و توزیع تجمعی نرمال در آنها تقریباً به شکل خط مستقیم است. بنابراین می‌توان در مورد مانده‌ها چنین گفت: مانده‌ها استاندارد، تقریباً نرمال با میانگین صفر، و واریانس یکسان هستند. همچنین نتیجه می‌گیریم که مدل سوم برای توصیف داده‌ها از کفایت کافی برخوردار است.

$$0,1806 = (X_r - 3,72) / 0,61 \rightarrow X_r = 3,83$$

$$(\%Al_{tor}) = 3,83$$

$$0,0582 = (X_r - 2,45) / 0,46 \rightarrow X_r = 2,47$$

$$(\%Fe_{tor}) = 2,47$$

$$-0,0615 = (X_r - 39,53) / 1,52 \rightarrow X_r = 39,43$$

$$(\%CaO) = 39,43$$

پاسخ پیش‌بینی شده در نقطه‌ی مانا عبارت است از: $\hat{Y}_r = 90,56$ با استفاده از دستگاه $X - Ray$ و درصدهای به دست آمده، یک آزمایش عملی صورت می‌گیرد. ضریب اشباع آهک (LSF) برابر با $88,46$ نشان داده می‌شود که با مقدار پیش‌بینی شده‌ی آن در نقطه‌ی مانا $0,2$ اختلاف دارد که اختلافی ناچیز است.

۵. بررسی جواب با روش LP سنجی

شمای کلی روش LP سنجی: [۱۱]

$$MIN : Z = \sum_{j=1}^n w_j ((y_j^* - y_j) / y_j^*)^p \geq 1$$

$$ST : g_i(x_1, x_2, \dots, x_n) \geq b_i \quad i = 1, 2, \dots, m$$

در عبارت فوق، از آنجاکه سه مرحله‌ی یادشده در مراحل قبل از تولید اهمیت یکسانی دارند، وزن (w_j) را برای هر سه مرحله، معادل ۱ در نظر می‌گیریم. با استفاده از نرم‌افزار Lingo ۷ و با تغییر دادن مقدار P میزان تابع هدف بالا و متغیرهای مسئله، و با استفاده از آنها مقادیر ($j = 1, 2, 3$) y_j را به دست می‌آوریم تا این که جواب مؤثر پیدا شود.

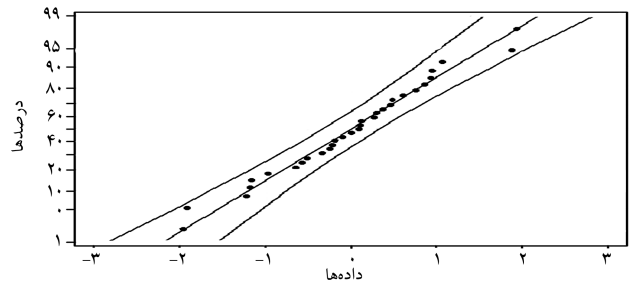
- برنامه‌ی Lingo مربوطه عبارت است از:

$$\begin{aligned} Min = & ((57,15 - (73,21 - 46,543x_1 - 1,4833x_2 \\ & + 1,4217x_3 + 14,63x_4 + 30,104x_5 - 4,1885x_6 \\ & + 0,9277x_7 - 5,6985x_8 + 0,4588x_9x_{10} - 3,0175x_{11}x_{12} \\ & - 6,4113x_{13}x_{14} + 0,7512x_{15}x_{16} - 0,7875x_{17}x_{18} + \\ & 8,3862x_{19}x_{20})) / 57,15) \hat{P} + ((96,03 - (96,811 - \\ & 8/1675x_1 - 1,0042x_2 - 1,6192x_3 + 2,5125x_4 + \\ & 0,7321x_5 + 0,3371x_6 + 0,0734x_7 - 0,1404x_8 - \\ & 0,3828x_9x_{10} + 2,2225x_{11}x_{12} + 0,4562x_{13}x_{14} - 1,5025x_{15}x_{16} \\ & - 0,3512x_{17}x_{18} + 0,975x_{19}x_{20})) / 96,03) \hat{P} + ((90,56 - \\ & (90,63 - 2/64x_1 - 0,8223x_2 - 0,2617x_3 + 2,2742x_4 \\ & - 0,3473x_5 + 0,0315x_6 - 0,5723x_7 - 0,1935x_8 + \\ & 0,24x_9x_{10} + 0,613x_{11}x_{12} - 0,3463x_{13}x_{14} - 0,3275x_{15}x_{16} \\ & - 0,76x_{17}x_{18} + 0,5088x_{19}x_{20})) / 90,56) \hat{P}; \end{aligned}$$

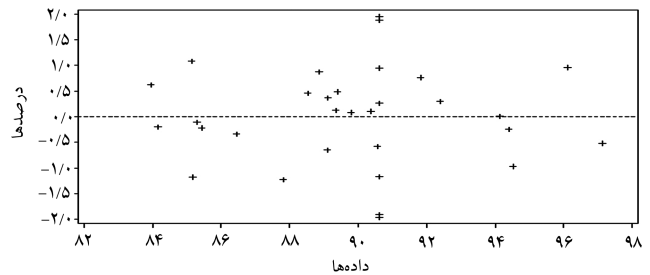
S.T :

$$x_1 \leq 1;$$

$$x_2 \leq 1;$$



نمودار ۳. نمودار نقطه‌ی احتمال نرمال مانده‌ها برای مدل برازنده شده از نمونه‌های مرحله‌ی خوراک کوره.



نمودار ۴. نمودار براکتش مشاهده شده (e_i) در مقابل مقادیر پیش‌بینی شده (\hat{Y}_r) متغیر پاسخ.

۲.۳.۴. بررسی واریانس خطا

اگر مدل صحیح، و پذیره‌ها برقرار باشند مانده‌ها باید بی‌ساختار باشند و نیز به هیچ متغیر دیگری از جمله متغیر پاسخ وابسته نباشند. با توجه به نمودار براکتش خطا در مقابل مقادیر پیش‌بینی شده در مرحله‌ی سوم، خطاها هم‌واریانس‌اند (نمودار ۴).

۳.۳.۴. به دست آوردن نقطه‌ی مانا

نقطه‌ی مانا برای مدل مربوط به داده‌های خوراک کوره عبارت است از:

$$\delta \hat{Y}_r / \delta x_1 = 0 \rightarrow -2,64 - 0,6946x_1 + 0,24x_2 +$$

$$0,0615x_3 - 0,3463x_4 = 0$$

$$\delta \hat{Y}_r / \delta x_2 = 0 \rightarrow -0,8223 + 0,24x_1 + 0,063x_2 -$$

$$0,3275x_3 - 0,76x_4 = 0$$

$$\delta \hat{Y}_r / \delta x_3 = 0 \rightarrow -0,2617 + 0,613x_1 - 0,3275x_2 -$$

$$1,1446x_4 - 0,5088x_5 = 0$$

$$\delta \hat{Y}_r / \delta x_4 = 0 \rightarrow 2,2742 - 0,3463x_1 - 0,76x_2$$

$$-0,5088x_3 - 0,387x_4 = 0$$

از حل دستگاه معادلات بالا خواهیم داشت:

$$x_1 = -0,646, \quad x_2 = 0,1806, \quad x_3 = 0,0582,$$

$$x_4 = -0,0615$$

و مقدار متغیرهای اصلی چنین به دست می‌آید:

$$-0,646 = (X_1 - 13,79) / 0,82 \rightarrow X_1 = 13,73$$

$$(\%SiO_2) = 13,73$$

جدول ۱۱. نتایج به دست آمده با استفاده از روش LP سنجی.

	Y_1	Y_2	Y_3	x_1	x_2	x_3	x_4	مقدار تابع هدف
$P = 1$	۹۲,۸۷	۹۸,۶۱	۹۲,۳۸	۰	۰	۱	۱	-۰,۶۷۲۲
$P = 2$	۵۷,۴۱	۹۳,۹۲	۸۹,۱۷	۰,۲۶۶	۱	۰	۰	۰,۷۳۶*۱۰ ^۳
$P = 3$	۹۲,۸۷	۹۸,۶۱	۹۲,۳۸	۰	۰	۱	۱	-۰,۲۴۴
$P = 4$	۵۷,۸۳	۹۴,۰۳	۸۹,۲۱	۰,۲۵۲	۱	۰	۰	۰,۲۵۶*۱۰ ^۶
$P = 5$	۹۲,۸۷	۹۸,۶۱	۹۲,۳۸	۰	۰	۱	۱	-۰,۰۹۵۶
$P = 6$	۵۸,۵۱	۹۱,۱۹	۸۸,۴۳	۰,۸۴	۰,۳۷۲	۰,۴۶۲	۰,۴۱۴	۰,۱۷۱*۱۰ ^۷
$P = 7$	۹۲,۸۷	۹۸,۶۱	۹۲,۳۸	۰	۰	۱	۱	-۰,۰۳۷۳
$P = 8$	۶۳,۳۸	۹۲,۷۹	۸۸,۹۹	۰,۹۴	۰,۰۰۹۹	۰,۷۴	۰,۷۴۶	۰,۲۱۱*۱۰ ^۷
$P = 9$	۹۲,۸۷	۹۸,۶۱	۹۲,۳۸	۰	۰	۱	۱	-۰,۰۱۴۵
$P = 10$	۶۴,۲۷	۹۲,۷۷	۸۸,۸۵	۱	۰	۰,۷۹۱	۰,۷۹۲	۰,۹۱۸*۱۰ ^۹
$P = 11$	۹۲,۸۷	۹۸,۶۱	۹۲,۳۸	۰	۰	۱	۱	-۰,۰۰۵۷
$P = 12$	۶۴,۲۷	۹۲,۷۷	۸۸,۸۵	۱	۰	۰,۷۹۱	۰,۷۹۲	۰,۱۴*۱۰ ^{-۱۰}

۶. نتیجه‌گیری

در این پژوهش درصد بهینه‌ی ترکیبات تشکیل دهنده‌ی سیمان پرتلند در سه مرحله‌ی قبل از تولید کلینکر با استفاده از طرح روش شناسی سطحی پاسخ (RSM) مورد بررسی قرار گرفته است. چهار ترکیب اصلی مورد بررسی عبارت‌اند از: سیلیس x_1 ، آلومینا x_2 ، اکسید فریک x_3 و آهک x_4 ، که سطوح بالا و پایین و نقاط مرکزی و محوری در آنها طی آزمایشاتی مشخص شده‌اند.

با توجه به مقدار $F - value$ در هر سه مرحله‌ی آزمایش، مشخص می‌شود که در سطح معنی‌دار $\alpha = 0.05$ تمام عوامل اصلی روی متغیر پاسخ مؤثرند. در مرحله‌ی سوم (مرحله‌ی ورودی مواد به کوره) باید بهترین ساختار از ترکیبات فوق را داشته باشیم تا از اصلاحات و دوباره‌کاری‌ها در حین یا بعد از تولید بی‌نیاز باشیم. مدل مرتبه‌ی دوم ارائه شده در مرحله‌ی خوراک کوره به علت داشتن میانگین مجذور خطا (MSE) بسیار پایین، میزان ضریب تعیین مناسب، و مقادیر نرمال با میانگین صفر و واریانس یکسان، که نمودار نقطه‌ی احتمال نرمال مانده‌های آن در دامنه ۳ برابر انحراف معیار از میانگین هستند، برای توصیف داده‌ها کفایتی مناسب دارد. با رسیدن به یک مدل با کفایت (با توجه به نمودارهای ارائه شده) در مرحله‌ی خوراک کوره درصد‌های بهینه‌ی ترکیبات به دست آمده‌اند که پاسخ پیش‌بینی شده برای آن، چنان‌که ذکر شد ۹۰/۵۶ است. اما با استفاده از دستگاه $X - Ray$ و درصد‌های بهینه‌ی به دست آمده، ضریب اشباع آهک (LSF) برابر با ۸۸,۴۶ شده است که با مقدار پیش‌بینی شده‌ی آن اختلاف قابل اغماض ۰/۰۲ را دارد. همچنین میزان این ترکیبات با روش LP سنجی نیز بررسی شده است که با اعمال مقادیر به دست آمده طی یک آزمایش عملی به کمک دستگاه $X - Ray$ میزان LSF آن ۸۵/۵۶ به دست آمده است که با مقدار پیش‌بینی شده ۰/۰۵ اختلاف دارد.

$$x_2 \leq 1;$$

$$x_3 \leq 1;$$

$$x_1 \geq -1;$$

$$x_2 \geq -1;$$

$$x_3 \geq -1;$$

$$x_4 \geq -1;$$

تکرارهای بیشتر از ۱۲ به دلیل ایجاد مقادیر X_i مشابه نشان داده نشده است. با توجه به جدول ۱۱، تکرار $p = 6$ به علت ایجاد مقادیر Y_2 و Y_3 مطابقت (با توجه به موارد گفته شده در نوشتار) و نیز مقدار مورد قبول تابع هدف می‌تواند به عنوان جوابی مؤثر انتخاب شود. بنابراین برای پیدا کردن درصد‌های بهینه‌ی ترکیبات با استفاده از روش LP سنجی در مرحله‌ی آخر داریم:

$$0.84 = (X_1 - 13.79) / 0.82 \rightarrow X_1 = 14.48$$

$$(\%SiO_2) = 14.48$$

$$0.372 = (X_2 - 3.72) / 0.61 \rightarrow X_2 = 3.94$$

$$(\%Al_2O_3) = 3.94$$

$$0.462 = (X_3 - 2.45) / 0.46 \rightarrow X_3 = 2.67$$

$$(\%Fe_2O_3) = 2.67$$

$$0.414 = (X_4 - 39.53) / 1.52 \rightarrow X_4 = 40.16$$

$$(\%CaO) = 40.16$$

پانویس

1. response surface methodology
2. lime saturation factor
4. stationary point

منابع

1. Bye, G.C. "Portland cement, composition, production and properties", Pergamon Perss, (1983).
2. Myers, R.H. and Montgomery, D. C. "Response surface

- methodology: process and optimization using designed experiment", John Wiley and sons Inc, (1995).
3. Khuri, A.I. , Cornell, J.A. "Response surface: design and analysis", 2ed Marcel Dekker, Inc, New York, (1996).
 4. Montgomery, D.C. "Design and analysis of experiments", 6th ed. John Wiley and sons, New York, (2005).
 5. Kunhanandan Nambiar, E.K. and Ramamurthy, K. "Models relating mixture composition to the density and strength of foam concrete using response surface methodology", *Cement & Concrete composites*, **28**, pp. 752-760 (2006).
 6. Mandal, A. and Roy, P. "modeling the compressive strength of molasses-cement sand system using design of experiments and back propagation neural network", *Journal of materials processing technology*, **180**, pp. 167-173 (2006).
 7. Grabiec, Anna. M. and Piasta, Z. "Study on compatibility of cement-super plasticiser assisted by multi criteria statistical optimization", *Journal of materials processing technology*, **152**, pp. 197-203 (2004).
 8. Citcoumes, C. and Courtois, S. "Cementation of low-level radioactive waste of complex chemistry investigation of the combined action of borate, chloride, sulfate and phosphate on cement hydration using response surface methodology", *Cement and Concrete research*, **33**, pp. 305-316 (2003).
 9. Neter, J., Kunter, M.H. & et all. *Applied Linear Statistical Methods*, 4th ed. McGraw-Hill, New York, (1996).
 10. "SAS / STAT , User's Guide", V7, 5ed ed., SAS Institute Inc. , Cary, NC, USA, (1998).
 11. M.G.Asgharpour. *Multiple objective decision making* 2th ed. Tehran University publishes (2002).

Archive of SID