مهندسی صنایع و مدیریت شریف، (تابستان ۱۳۹۷)
دوره‌ی ۱-۳۴، شماره‌ی ۱/۱، ص. ۳-۱۵

Original Article

قیمت‌گذاری در یک زنجیره‌ی تأمین متمرکز دوسطحی شامل یک خرده‌فروش و دو حمل‌ونقل‌کننده با استفاده از رویکرد متمرکز در نظریه‌ی بازی‌ها

مسعود داداشی (دانشجوی کارشناسی ارشد)
مرتضی راستی برزکی * (دانشیار)
سیدرضا حجازی (استاد)
دانشکده‌ی مهندسی صنایع و سیستم‌ها، دانشگاه صنعتی اصفهان

یکی از موضوعات مهم در زنجیره‌ی تأمین، تعیین قیمت در سطوح مختلف است. اهمیت این موضوع زمانی که کالا خاص باشد و وسایل نقلیه‌ی ویژه‌یی برای حمل آن نیاز باشد، بیشتر است. وجود وسایل نقلیه که دارای ظرفیت ثابتی هستند، پیچیدگی این‌گونه مسائل را بیشتر می‌کند. در این مقاله یک زنجیره‌ی تأمین متمرکز دوسطحی شامل دو شرکت حمل‌ونقل انحصاری و یک خرده‌فروش بررسی می‌شود. در مدل ارائه‌شده هزینه‌های حمل‌ونقل مربوط به وسایل نقلیه منجر به یک تابع سود غیرخطی عدد صحیح شد. ابتدا قسمت پیوسته‌ی تابع سود تحلیل شد و سپس با یک روش ابتکاری نقاط شکستگی که در اثر متغیر عدد صحیح ایجاد شده بود، برای یافتن مقدار بهینه جست‌وجو شد. در نهایت تأثیر پارامترهای مختلف بر سود نهایی بررسی شد که نشان داد در این مسئله کاهش ظرفیت کامیون‌ها باعث کاهش سود، و افزایش هزینه‌ی ثابت هر وسیله‌ی نقلیه باعث کاهش محسوس سود می‌شود.

واژگان کلیدی: زنجیره‌ی تأمین، کانال حمل‌ونقل ـ خرده‌فروش، قیمت‌گذاری، نظریه‌ی بازی‌ها.

m.dadashi@in.iut.ac.ir
rasti@cc.iut.ac.ir
rehejazi@cc.iut.ac.ir

۱. مقدمه

مدیریت زنجیره‌ی تأمین یکی از موضوعات مهمی است که هم از نظر تئوری و هم از جنبه‌ی کاربردی سال‌ها مورد توجه بسیاری از محققان قرارگرفته است و با توجه به گستردگی و تنوع موضوع هم اکنون نیز تحقیقات فراوانی را به خود اختصاص داده است. به‌علت رقابت و مشارکت در مسائل زنجیره‌ی تأمین، نظریه‌ی بازی‌ها یکی از رویکردهای اساسی برای حل این نوع مسائل است.

موضوع قیمت‌گذاری که شامل تعیین قیمت عمده فروشی، حمل‌ونقل و خرده‌فروشی است نظر محققان زیادی را به خود جلب کرده است. به‌نظر می‌رسد نخستین پژوهشی که رقابت تولید/قیمت را بررسی کرده است مربوط به کورنو[۱] و برترند[۲] باشد. کورنو در سال ۱۸۳۸ تعادل تولید را در یک بازار با دو تولیدکننده که محصول مشابه تولید می‌کنند بررسی کرد. برترند در سال ۱۸۸۳ به بررسی تعادل در قیمت‌گذاری پرداخت.[۳] اقتصاددان استرالیایی، استاکلبرگ[۴] در سال ۱۹۵۲ با گسترش مدل کورنو، مدلی جدید ارائه کرد که در آن یکی از شرکت‌ها رهبر[۱] و دیگری پیرو[۲] است. در این مسئله شرکت اول میزان تولید خود (q_1) را مشخص و شرکت دوم بر مبنای میزان q_1 تولید خود را تعیین می‌کند. این مدل در بازارهایی که یکی از رقیبان قدرت بیشتری دارد، کاربرد دارد. لویتان و شوبیک[۵] در سال ۱۹۷۲ تعادل‌های کورنو و برترند را با فرض تقاضای خطی و تحت ظرفیت محدود بررسی کردند. اچ وید[۶] در سال ۱۹۹۱ تعادل برترند را در وضعیت ظرفیت محدود تحت تقاضای احتمالی و در بازار انحصار دوجانبه ارائه کرد. چوی[۷] در سال ۱۹۹۱ تأثیر وجود واسطه در شدت رقابت افقی را بین دو تولیدکننده بررسی کرد. او به بررسی سه ساختار مشارکتی، بین دو تولیدکننده و یک خرده‌فروش، پرداخت. چوی در تحقیقات خود به این نتیجه رسید که برای تولیدکننده بهتر است از خرده‌فروشان انحصاری استفاده کند در حالی‌که برای خرده‌فروشان استفاده از چندین تولیدکننده مناسب است. تریودی[۸] با گسترش مقاله‌ی چوی به بررسی دو تولیدکننده و دو خرده‌فروش پرداخت. گال-اور[۹] در سال ۱۹۹۱ یک مدل از بازی را بررسی کرد که در آن تولیدکننده برای قیمت خرده‌فروشی محدودیت قائل است. بوتز[۱۰] در سال ۱۹۹۷

* نویسنده مسئول

تاریخ: دریافت ۱۳۹۴/۳/۱۰، اصلاحیه ۱۳۹۵/۲/۱۹، پذیرش ۱۳۹۵/۳/۳۰.
DOI:10.24200/J65.2018.5554.

یک بازی ارائه داد که تولیدکننده با استفاده از اهرم‌های مختلفی روابط عمودی خود با خرده‌فروشان را کنترل می‌کند. در زنجیره‌ی دوسطحی که شامل فروشنده و خریدار است بانکز و همکاران[۱۱] در سال ۲۰۰۲ تأثیر شهرت شرکت‌ها را روی راهبردهای تعادلی قیمت‌گذاری بررسی کردند. لویتان و شوبیک[۵] تغییرات قیمت را در حالت دوجانبه با کالاهای مختلف و تابع تقاضای احتمالی بررسی کردند. در سال ۲۰۰۲ جین و کانان[۱۲] یک مدل برای مسئله‌ی قیمت‌گذاری با اطلاعات تولید برخط[۳] ارائه کردند.

شاید بتوان گفت نخستین مقاله درباره‌ی حالت هماهنگی را زوسمن و اتگر[۱۳] در سال ۱۹۸۱ ارائه کردند. در این پژوهش از ترکیب نظریه‌ی قرارداد اقتصادی و چانه‌زنی نش برای حل مسئله استفاده شد. مک گوئر و استالین[۱۴] در سال ۱۹۸۳ چهار ساختار صنعتی دارای دو نوع کانال شامل دو تولیدکننده را بررسی کردند و از تعادل نش برای تعیین قیمت‌های تعادلی استفاده کردند. سال ۱۹۸۶ لی و همکاران[۱۵] مدل هماهنگی خریدار و فروشنده را در بازار انحصاری با تقاضای ثابت و با رویکرد نظریه‌ی بازی‌ها بررسی کردند. آن‌ها با مقایسه‌ی مدل‌های مشارکتی و غیرمشارکتی نشان دادند که سود سیستم در حالت مشارکتی بیش از حالت غیرمشارکتی است. آباد[۱۶] در سال۱۹۹۴ هماهنگی میان خریدار و فروشنده را به‌عنوان یک بازی مشارکتی دوطرفه مورد بررسی قرار داد و حل کارای پارتو را برای آن به کار برد. او دو مدل قیمت‌گذاری برای هماهنگی میان یک فروشنده و چندین خریدار ارائه کرد. کریستی و گروت[۱۷] با استفاده از اصول نظریه‌ی بازی، یک مدل برای حفظ روابط میان خریدار و تأمین‌کننده در زنجیره‌ی تأمین ارائه دادند. دانگ و رودی[۱۸] در سال ۲۰۰۱ یک مدل بازی را که شامل تولیدکننده و تعدادی خرده‌فروش بود، برای تعامل در زنجیره‌ی تأمین ارائه کردند. ژائو و وانگ[۱۹] در سال ۲۰۰۲ بازی استاکلبرگ را در زنجیره‌ی تأمین دوسطحی که تولیدکننده رهبر و توزیع کننده/خرده‌فروش پیرو بود، بررسی کردند.

در سال ۲۰۰۶ ژی و آی[۲۰] در مقاله‌ی خود هماهنگی برای تبلیغات تولیدکننده و خرده‌فروش تحت بازی استاکلبرگ را بررسی کردند. در این مقاله فرض شده بود تولیدکننده از ساختار بازی حرکت همزمان[۴] استفاده می‌کند.

هنت و آرد[۲۱] در سال ۲۰۰۸ انواع مختلف کارایی یک زنجیره‌ی تأمین را بررسی کردند. این ارزیابی بر اساس روابط میان یک تولیدکننده با تقاضای تصادفی و یک تأمین‌کننده با زمان تحویل تصادفی انجام شد که از نظریه‌ی صف برای مفاهیم ارزیابی و از نظریه‌ی بازی‌ها برای تصمیم‌گیری استفاده شد. لنگ و همکاران،[۲۲] با توجه به عامل‌های رقابتی قیمتی و غیرقیمتی مدل‌های نظریه‌ی بازی‌ها و کاربرد آن در زنجیره‌ی تأمین را به پنج دسته تقسیم کردند. نوری دریان و طالعی‌زاده به بررسی یک زنجیره‌ی تأمین سه‌سطحی تولید و توزیع دارو پرداختند که شامل چندین توزیع‌کننده‌ی مواد اولیه، یک کارخانه‌ی تولیدی، و چندین شرکت توزیع‌کننده بود. در این زنجیره از بازی استاکلبرگ برای تحلیل رفتار همکارانه استفاده شد. آن‌ها در این پژوهش به بیشینه‌سازی تابع سود کلی به‌وسیله‌ی قیمت‌گذاری بهینه و سیاست‌گذاری سفارش‌دهی بهینه پرداختند.[۲۳]

در سال ۲۰۰۹ اسماعیلی و همکارانش[۲۴] با استفاده از نظریه‌ی بازی‌ها مدلی ارائه کردند که در آن پارامتر هزینه و هماهنگی میان فروشنده و خریدار درنظرگرفته شده بود. در این مدل قیمت پیشنهادی توسط خریدار، بر مقدار تقاضا اثرگذار بود. ارتباط میان فروشنده و خریدار توسط بازی‌های مشارکتی و غیرمشارکتی مدل‌سازی شد. در حالت غیرمشارکتی از بازی استاکلبرگ استفاده شد و دو حالت مجزا برای زمانی که فروشنده یا خریدار رهبر است، مورد بررسی قرارگرفت.

حمل‌ونقل سهم بالایی از هزینه‌های کل زنجیره دارد با وجود این در بیشتر مدل‌های ارائه‌شده به‌عنوان بخشی از هزینه‌ی ثابت سفارش‌دهی یا آماده‌سازی درنظر گرفته شده است. این فرض به‌طور کلی معتبر نیست؛ زیرا هزینه‌ی حمل‌ونقل در تصمیم‌گیری و مقدار سفارش‌دهی و اندازه‌ی محموله تأثیرگذار است و در واقعیت به مدل‌هایی نیاز است که هزینه‌ی حمل‌ونقل را به وضوح در تصمیم‌گیری‌ها لحاظ کنند. این نیاز در صنایعی که به حمل‌ونقل با وسایل نقلیه‌ی خاص و انحصاری وابستگی دارند، محسوس‌تر است.

در ۲۰۱۱ موتلو و شتینکا[۲۵] هماهنگی در کانال حمل‌کننده خرده‌فروش را برای برنامه‌ریزی بلندمدت بررسی کردند. آن‌ها در سال ۲۰۱۳ با در نظرگرفتن یک خرده‌فروش و یک شرکت حمل‌ونقل حالتی را که حمل‌ونقل‌کننده دارای وسایل نقلیه با ظرفیت محدود است، بررسی کردند.[۲۶]

لوزانو و همکاران اثر ادغام سفارشات شرکت‌های مختلف برای کاهش هزینه‌های حمل‌ونقل را بررسی کردند.[۲۷] آن‌ها کاهش اثر ادغام را با حالت‌های مختلف بازی‌های مشارکتی مقایسه کردند.

جیانگ و همکاران به بررسی یک زنجیره‌ی تأمین با یک تولیدکننده و دو خرده‌فروش که با یک شرکت لجستیکی ثالث کار می‌کنند، پرداختند. آن‌ها به‌بررسی حالتی پرداختند که در آن یکی از خرده‌فروش‌ها به‌عنوان رهبر و دیگری به‌عنوان پیرو قیمت‌گذاری انجام می‌دهد. آن‌ها برای هماهنگی اثرگذار این سیستم غیرمتمرکز سه نوع قرارداد ارائه کردند که شامل عضو ثالث زنجیره نیز بود. آن‌ها سود زنجیره را در دو حالت مختلف که شامل حضور یا عدم حضور شرکت لجستیکی بود، بررسی کردند.[۲۸]

وانگ و همکاران در تحقیق خود دو شرکت حمل‌ونقل دریایی را درنظرگرفتند. آن‌ها از نظریه‌ی بازی‌ها برای تحلیل رقابت در میزان حمل‌ونقل بین دو حمل‌کننده در بازارهای جدید استفاده کردند.[۲۹]

لورنتز یادیس در سال ۲۰۱۴ یک زنجیره‌ی تأمین را بررسی کرد که تولیدکننده یک مناقصه بین پیمانکاران برگزار می‌کند که با شرایط عدم اطلاع کامل انجام می‌شود.[۳۰]

یوآن و همکاران در سال ۲۰۱۵ مسئله‌ی تصمیم‌گیری درباره‌ی قیمت، تبلیغات، و سطح تولید در زنجیره‌ی تأمین را زمانی‌که تقاضا و تولید دارای اختلال در هزینه به‌صورت هم‌زمان هستند، بررسی کردند. آن‌ها زنجیره‌یی را بررسی کردند که دارای یک تولیدکننده و یک خرده‌فروش بود که در آن تقاضای نهایی مشتری به قیمت خرده‌فروشی و هزینه‌های تبلیغات بستگی داشت. آن‌ها این مسئله را به وسیله‌ی دو بازی همکارانه و استاکلبرگ مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها به این نتیجه رسیدند که در حالت همکاری کانال سود محبوبیت بیشتری را نسبت به حالت غیرهمکاری به‌دست می‌آورد. در این حالت قیمت خرده‌فروشی کمتر و تبلیغات بیشتر باعث افزایش تقاضا شد.[۳۱]

موداک و همکاران در مقاله‌ی خود به بررسی یک زنجیره‌ی تأمین سه‌سطحی پرداختند که شامل یک تولیدکننده، یک توزیع‌کننده، و خرده‌فروش انحصاری بود. آن‌ها با فرض این که تولیدکننده محصول خود را به‌صورت بسته‌یی، که شامل نسبت تصادفی از کالای بی‌کیفیت است، ارائه می‌کند به هماهنگ‌سازی کانال و نحوه‌ی تقسیم سود پرداختند. آن‌ها درحالتی‌که تولیدکننده در بازی استاکلبرگ رهبر باشد به بررسی سه بازی تبانی[۵]، کورنو، و استاکلبرگ پرداختند. در نهایت یک قرارداد برای زنجیره ارائه دادند.[۳۲]

ژائو و چن در مقاله‌ی خود یک زنجیره‌ی تأمین دوسطحی را بررسی کردند که شامل یک تولیدکننده به‌عنوان رهبر و دو خرده‌فروش است. در این مقاله میزان فروش به قیمت عمده‌فروشی تولیدکننده و قیمت خرده‌فروشی بستگی دارد. تصمیمات بهینه در سه حالت مختلف خرده‌فروش مورد بررسی قرارگرفت که شامل حالات

تبانی، کورنو، و استاکلبرگ بود. در این پژوهش نشان داده شد که خرده‌فروشان انحصاری در حالت تبانی قیمت بالاتری را به مشتری تحمیل می‌کنند و در نتیجه سود بیشتری نیز به‌دست می‌آورند. این نتیجه برای حالت کورنو برعکس به‌دست آمد.[۳۳]

با توجه به بررسی پژوهش‌های مرتبط مشخص شد هزینه‌های حمل‌ونقل و به‌ویژه این نگاه که ظرفیت وسایل نقلیه محدود و ثابت است و هزینه‌های ثابت و متغیر دارد کمتر مورد توجه قرار گرفته است. همچنین در مقاله‌ی بررسی‌شده با این محدودیت‌ها مدل به صورت کاملاً انحصاری بیان شده و نیاز است این مدل برای استفاده در دنیای واقعی تکمیل شود. در این نوشتار رقابت بین خرده‌فروش و دو شرکت حمل‌ونقل با درنظرگرفتن محدودیت حمل برای وسائل نقلیه که دارای هزینه‌ی حمل ثابت به‌ازای هر وسیله‌ی نقلیه هستند، مورد توجه قرار گرفته است. هدف از این پژوهش این است که مسئله‌ی قیمت‌گذاری در زنجیره‌ی تأمین یک گام به واقعیت نزدیک‌تر شود و هزینه‌های ثابت مربوط به حمل‌ونقل در مدل‌های قیمت‌گذاری وارد شود. گرچه این مسئله باعث شده است تابع سود ناپیوسته باشد و روش‌های معمول برای حل آن ناکارامد شود. در این مسئله فرض بر این است که دو شرکت حمل‌ونقل به‌صورت انحصاری فعالیت می‌کنند. این مسئله در دنیای واقعی می‌تواند کاربردهای زیادی داشته باشد. بیشترین کاربرد این مسائل مربوط به موقعیت‌هایی است که حمل‌ونقل‌کنندگان به‌علت خاص‌بودن کالا باید وسایل نقلیه‌ی خاصی را در اختیار داشته باشند که باعث انحصار می‌شود. برای مثال حمل سیمان، مواد خطرناک شیمیایی، قیر، گاز مایع، محموله‌های بزرگ ترافیکی و... نیازمند وسایل نقلیه‌ی مخصوصی‌اند که به‌صورت انحصاری در اختیار تعداد محدودی شرکت است. با توجه به توضیحات بیان‌شده نوآوری پژوهش حاضر نسبت به تحقیقات موجود عبارت است از:

۱. درنظرگرفتن هزینه‌ی هر واحد وسیله‌ی نقلیه به‌صورت تابع براکت برای دو شرکت حمل‌ونقل و ارائه‌ی راه حل دقیق در فضای سه‌بعدی؛

۲. ارایه‌ی یک روش جدید برای حل مسئله‌ی ناپیوسته در فضای سه‌بعدی؛

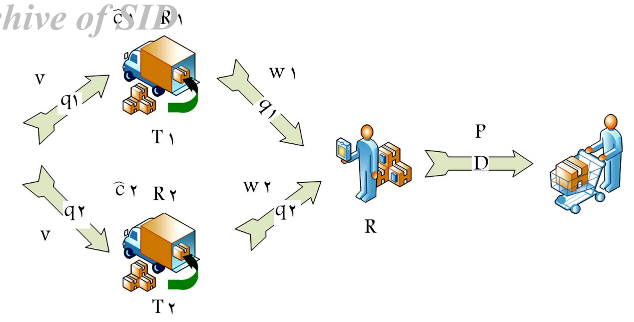
۳. استفاده از تابع تقاضای انحصار دوجانبه مک‌گوییر و استالین[۱۴] و تطبیق آن با ساختار مقاله.

برخی تفاوت‌ها و شباهت‌های این مقاله با تعدادی از مقالات مشابه را می‌توان در جدول ۱ مشاهده کرد. در بین مقالات موجود مقاله موتلو[۲۶] بیشترین شباهت را با پژوهش حاضر دارد. در این پژوهش تعداد اعضای زنجیره‌ی تأمین به سه بازیکن افزایش پیدا کرده و در نتیجه فضای جواب به حالت سه‌بعدی تبدیل شده است. همچنین با توجه به ساختار مسئله از تابع تقاضای انحصاری معرفی‌شده برای تعیین میزان تقاضا از حمل‌کنندگان ارائه شده است.

ساختار کلی مقاله‌ی حاضر به شرح زیر است: در بخش دوم به تعریف مسئله پرداخته می‌شود. بخش سوم شامل ارائه‌ی راه‌حل تحلیلی برای مسئله است. در بخش چهارم تحلیل پارامترها آورده شده است و در نهایت نتیجه‌گیری ارائه می‌شود.

۲. طرح مسئله

یکی از اثرگذارترین تصمیم‌گیری‌ها در فضای موجود بین اعضای زنجیره‌ی تأمین مسئله‌ی قیمت‌گذاری است. در این پژوهش با فرض ثابت‌بودن قیمت عمده‌فروشی تولیدکننده و درنظرگرفتن عوامل مختلف تأثیرگذار در دو سطح حمل‌ونقل و خرده‌فروش،



شکل ۱. طرح‌واره‌ی زنجیره‌ی تأمین مورد بررسی.

یک مدل قیمت‌گذاری ارائه خواهد شد. این مدل قیمت‌گذاری با تأکید بر این مهم انجام شده است که ظرفیت وسایل نقلیه ثابت است و در نتیجه برای حمل کالا باید هزینه‌ی ارسال وسایل نقلیه علاوه‌بر سایر هزینه‌هایی که به ازای هر واحد کالا در نظر گرفته می‌شود، مد نظر قرار گیرد.

شکل ۱ زنجیره‌ی تأمین مورد بررسی در این مقاله را نشان می‌دهد که تصمیم‌گیرندگان در این مدل شامل حمل‌کنندگان با نماد $T_{۱}$ و $T_{۲}$ و خرده‌فروش با نماد R است. در ادامه به توصیف آن پرداخته می‌شود.

نمادها و متغیرهای تصمیم مسئله به شرح زیر تعریف می‌شوند:

۱.۲. نمادها

T_i: شرکت حمل‌ونقل i، $i = \{۱, ۲\}$؛

D: میزان تقاضای مشتریان از زنجیره‌ی تأمین؛

π_R: تابع سود خرده‌فروش؛

π_{CT}: تابع سود کل زنجیره؛

π_{CC}: قسمت پیوسته‌ی تابع سود کل زنجیره؛

π_{CN}: قسمت گسسته‌ی تابع سود کل زنجیره.

۲.۲. پارامترها

a: تقاضای پایه بازار؛

b: ضریب زاویه تابع تقاضای مشتری نهایی؛

c_i: هزینه تمام شده برای یک واحد کالا در شرکت حمل‌ونقل i (شامل بارزدن، خالی کردن و... غیر از هزینه‌های حمل‌ونقل)؛

P: ظرفیت کامیون‌ها؛

R: هزینه حمل‌ونقل یک واحد کامیون که شامل هزینه سوخت، دستمزد رانندگان و...؛

β: ضریب تأثیر اختلاف قیمت‌های ارائه شده توسط دوشرکت حمل‌ونقل در میزان تقاضای خرده‌فروش از این دو شرکت؛

α: ضریب ترجیح شرکت حمل‌ونقل یک به دو در حالت تقاضای پایه.

۳.۲. متغیرهای تصمیم مستقل

w_i: قیمت فروش برای یک واحد کالای ارائه‌شده از طرف شرکت حمل‌ونقل i به خرده‌فروش؛

p: قیمت تعیین‌شده از طرف خرده‌فروش به مصرف‌کننده.

جدول ۱. مقایسه‌ی برخی ویژگی‌های مقالات منتشرشده و مقاله‌ی حاضر.

مقالات	تعداد اعضای تصمیم‌گیرنده زنجیره	نوع تابع سود	تعداد سطوح	روش مدل‌سازی و حل	تابع تقاضا
مقاله‌ی حاضر	۳	ناپیوسته	۲	متمرکز ـ ابتکاری	خطی (انحصار دو جانبه)
[۲۶]	۲	ناپیوسته	۲	متمرکز ـ ابتکاری و استاکلبرگ	خطی
[۳۳]	۳	پیوسته	۲	تبانی، کورنو و استاکلبرگ	خطی
[۳۱]	۲	پیوسته	۲	بازی همکارانه و استاکلبرگ	–
[۲۹]	۲	پیوسته	۱	سه نوع بازی	احتمالی
[۲۸]	۴	پیوسته	۳	استاکلبرگ و قرارداد	خطی
[۲۵]	۲	ناپیوسته و پیوسته	۲	متمرکز و استاکلبرگ	خطی
[۲۴]	۲	پیوسته	۲	بازی‌های مشارکتی (حل کارای پارتو) و غیرمشارکتی (استاکلبرگ)	غیرخطی
[۱۶]	یک فروشنده و چندین خریدار	پیوسته	۲	بازی نش و حل کارای پارتو	غیرخطی
[۲۳]	چندین تأمین‌کننده، یک کارخانه، چندین توزیع‌کننده	پیوسته	۳	استاکلبرگ	خطی

۴.۲. متغیرهای تصمیم وابسته

q_i: میزان تقاضای تأمین‌شده (کالای حمل شده) توسط شرکت حمل‌ونقل i؛

w: اختلاف قیمت ارائه شده توسط دو حمل‌ونقل‌کننده؛

k_i: تعداد کامیون‌ها یا وسایل نقلیه‌ی حمل‌کننده کالا.

در این پژوهش فرض شد شرکت‌های حمل‌ونقل دارای تعدادی وسائل نقلیه با ظرفیت محدود و ثابت هستند. قیمت عمده‌فروشی ثابت درنظر گرفته شد. حمل‌کنندگان، کالا را با قیمت ثابت v از تولیدکننده دریافت و با قیمت w_1 و w_2 به خرده‌فروش ارائه می‌کنند. خرده‌فروش نیز با توجه به تقاضای خود کالا را با قیمت p به مصرف‌کننده عرضه می‌کند. فرض بر این است که میزان تقاضایی که مصرف‌کننده از خرده‌فروش دارد به‌صورت کامل برآورده خواهد شد. خرده‌فروش نیز از طریق دو شرکت T_1 و T_2 نیاز خود را بر طرف می‌کند و در واقع بازار در انحصار این دو شرکت است؛ پس می‌توان گفت:

$$D = q_1 + q_2 \tag{1}$$

D بیانگر تقاضای مصرف‌کنندگان از خرده‌فروش و q_1 و q_2 هرکدام نشان‌دهنده‌ی میزان کالایی است که شرکت‌های حمل‌ونقل انتقال می‌دهند.

تقاضای مصرف‌کننده از خرده‌فروش با قیمت رابطه‌ی معکوس دارد که به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$D = a - bp \tag{2}$$

p متغیر تصمیم است و بیانگر قیمت تعیین‌شده از طرف خرده‌فروش به مصرف‌کننده است. aعرض از مبدأ تابع تقاضا و b ضریب زاویه‌ی مربوط به تابع تقاضا است.

تابع سود خرده‌فروش (π_R) را به‌صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$\pi_R = q_1(p - w_1) + q_2(p - w_2) \tag{3}$$

در این عبارت w_1 و w_2 قیمت فروش یک واحد کالای ارائه‌شده از طرف شرکت‌های حمل‌ونقل یک و دو به خرده‌فروش است. در این پژوهش بدون کاستن از کلیت، فرض شد شرکت حمل‌ونقل به‌صورت یک شرکت واسط کالا را از عمده‌فروش خریداری می‌کند و آن را به فروش می‌رساند. q_1 و q_2 میزان کالای انتقالی شرکت‌های حمل‌ونقل یک و دو را نشان می‌دهند.

تابع سود حمل‌کنندگان در معادلات زیر نشان داده شده‌اند:

$$\pi_{T_1} = q_1\left(w_1 - c_1\right) - \left\lceil \frac{q_1}{P} \right\rceil R \tag{4}$$

$$\pi_{T_2} = q_2\left(w_2 - c_2\right) - \left\lceil \frac{q_2}{P} \right\rceil R \tag{5}$$

در روابط ۴ و ۵، c_1 و c_2 هزینه‌ی تمام‌شده برای یک واحد کالا در شرکت‌های حمل‌ونقل یک و دو است که شامل بار زدن، خالی کردن، و... است. این هزینه‌ها شامل کرایه‌ی حمل‌ونقل مربوط به کامیون‌ها نمی‌شود. P ظرفیت کامیون‌ها و R هزینه‌ی حمل‌ونقل یک واحد کامیون است که شامل هزینه‌ی سوخت، دستمزد رانندگان، و... است.

مک‌گوییر و استالین[۱۴] تابع تقاضای انحصار دوجانبه‌ی خطی را به‌صورت رابطه‌ی زیر بیان کردند:

$$q_1 = a - \beta\, w_1 + \gamma\, w_2 \tag{6}$$

$$q_2 = a - \beta\, w_2 + \gamma\, w_1 \tag{7}$$

در این رابطه a تقاضای پایه‌ی بازار است. β ضریب تأثیر w_i بر میزان تقاضای q_i، و γ ضریب تأثیر w_j یا همان میزان تأثیر قیمت پیشنهادی رقیب بر میزان تقاضای شرکت iام است. در این پژوهش فرض شد که تمام تقاضای مشتریان برآورده می‌شود؛ در نتیجه حمل‌کنندگان باید تمام تقاضا (D) را تأمین کنند. این میزان با نسبتی بین دو شرکت تقسیم می‌شود که قیمت‌گذاری هرکدام بر این میزان اثر می‌گذارد. با فرض این که قیمت پیشنهادی هر دو شرکت برابر با صفر درنظر گرفته شود، هرکدام یک تقاضای پایه‌ی مجزا از طرف خرده‌فروش دارند که باید برآورده کنند. پارامتر α به‌عنوان نسبت حمل‌ونقل در حالت پایه درنظر گرفته می‌شود. این پارامتر ضریب ترجیح نام‌گذاری شده است و توسط خرده‌فروش تعیین می‌شود. این ضریب، تأثیر عواملی چون سابقه‌ی همکاری قبلی، اعتماد، رانت موجود بین خرده‌فروش و حمل‌کننده، و...

را نشان می‌دهد. بدیهی است از آن‌جایی‌که همه‌ی تقاضا باید توسط این دو شرکت برآورده شود، یکی از شرکت‌ها با نسبت α و دیگری با نسبت $1-\alpha$ در تعیین تقاضا نقش دارند؛ پس تقاضای پایه برای هرکدام از شرکت‌ها متفاوت است. با توجه به رابطه‌ی ۱ تمام تقاضا باید برآورده شود. با جمع دو رابطه‌ی ۶ و ۷ این تساوی زمانی اتفاق می‌افتد که γ, β برابر باشند. این تساوی بیان می‌کند که میزان کاهش حملی که با افزایش قیمت توسط یک حمل‌کننده رخ می‌دهد، توسط حمل‌کننده‌ی رقیب جبران می‌شود. در نهایت q_1 و q_2 از روابط زیر پیروی می‌کنند:

$$q_1 = \alpha D - \beta(w_1 - w_2) \tag{8}$$

$$q_2 = (1-\alpha)D - \beta(w_2 - w_1) \tag{9}$$

پس β ضریب تأثیر اختلاف قیمت‌های پیشنهادی دو شرکت در میزان تقاضای خرده‌فروش از این شرکت‌ها را نشان می‌دهد. در روابط ۸ و ۹ با توجه به اینکه مقادیر انتقال کالا به اختلاف قیمت ارائه‌شده توسط دو حمل‌ونقل‌کننده بستگی دارد اختلاف دو قیمت به صورت $w = w_1 - w_2$ تعریف شد.

۳. حل تحلیلی مدل

برای حل تحلیلی مدل از رویکرد متمرکز استفاده شد. زنجیره‌ی تأمین متمرکز، زنجیره‌ی تأمینی است که در آن یک تصمیم‌گیرنده‌ی مرکزی وجود دارد که به تمام اطلاعات لازم برای بهینه‌شدن سیستم دسترسی دارد.[۳۴] در حالت متمرکز سود کل زنجیره باید بیشینه شود. این کار با استفاده از جمع توابع سود هرکدام از اعضا و در نهایت بیشینه‌سازی سود کل زنجیره انجام می‌شود.

با استفاده از روابط ۸ و ۹ می‌توان w و p را به‌صورت تابعی از دو متغیر q_1 و q_2 به‌دست آورد که در رابطه‌ی زیر به آن اشاره شده است.

$$\begin{aligned} p &= \frac{-q_1 - q_2 + a}{b} \\ w &= \frac{-(1-\alpha)q_1 + \alpha q_2}{\beta} \end{aligned} \tag{10}$$

با توجه به رویکرد حل متمرکز، توابع مربوط به خرده‌فروش و حمل‌کنندگان باهم جمع می‌شود. با جایگذاری ۲ در ۸ و ۹ و در نهایت جایگذاری در ۳، معادله‌ی زنجیره با استفاده از رابطه‌ی ۱۰ به‌صورت تابعی از دو متغیر q_1 و q_2 به‌دست می‌آید:

$$\begin{aligned} \pi_{CT} =& q_1\Big(\frac{-q_1 - q_2 + a}{b} - c_1\Big) + q_2\Big(\frac{-q_1 - q_2 + a}{b} - c_2\Big) \\ & - \Big(\Big\lceil \frac{q_1}{P} \Big\rceil R + \Big\lceil \frac{q_2}{P} \Big\rceil R\Big) \end{aligned} \tag{11}$$

رابطه‌ی ۱۱ از دو بخش پیوسته و گسسته تشکیل شده است. می‌توان این تابع را به‌صورت $\pi_{CT} = \pi_{CC} - \pi_{CN}$ نوشت. π_{CC} قسمت پیوسته‌ی تابع و π_{CN} قسمت گسسته‌ی تابع است.

$$\begin{aligned} \pi_{CC} &= -\frac{1}{b}\left((bc_1 - a)q_1 + (bc_2 - a)q_2 + (q_1 + q_2)^2\right) \\ \pi_{CN} &= \Big(\Big\lceil \frac{q_1}{P} \Big\rceil + \Big\lceil \frac{q_2}{P} \Big\rceil\Big)R \end{aligned} \tag{12}$$

شناخت ویژگی‌های تابع π_{CC} از اهمیت خاصی برخوردار است؛ زیرا تقعر، تحدب، و صعودی یا نزولی بودن تابع π_{CT} در بازه‌هایی که پیوسته است بستگی به آن دارد. تابع براکت باعث ایجاد پرش و پله در تابع می‌شود و می‌توان آن را مانند متغیر عدد صحیح درنظر گرفت ولی نقشی در خواص تقعر تابع در نواحی پیوسته ندارد. به‌عبارت دیگر تابع سود کل π_{CT} قطعه‌یی پیوسته است و هرکدام از قطعات پیوسته همان خواص π_{CC} را دارند؛ زیرا اختلاف π_{CC} و π_{CT} در نواحی پیوسته یک عدد ثابت است و این عدد ثابت در این نواحی خاص تأثیری بر تقعر و صعودی یا نزولی بودن ندارد. در نتیجه بررسی دقیق ویژگی‌های تابع π_{CC} تحلیل خوبی از تابع سود کل به‌دست می‌دهد.

برای یافتن نقطه‌ی بیشینه‌ی آزمون مشتق دوم راه حل مناسبی است ولی تابع π_{CC} از نظر تقعر به‌وسیله‌ی آزمون مشتق دوم قابل بررسی نیست زیرا ماتریس هسین آن برابر رابطه‌ی ۱۳ است.

$$\begin{bmatrix} -\frac{1}{b} & -\frac{1}{b} \\ -\frac{1}{b} & -\frac{1}{b} \end{bmatrix} \tag{13}$$

با توجه به این‌که این ماتریس نه مثبت‌معین است نه منفی‌معین در مورد تقعر تابع بر اساس آزمون مشتق دوم نمی‌توان اظهار نظر کرد. قضیه وایرشتراس[۶] که یک قضیه اساسی در برنامه‌ریزی ریاضی است شرایط کافی برای بیشینه‌ی مطلق را بیان می‌کند. بر اساس این قضیه اگر مجموعه فضای ممکن A، فشرده[۷] (یعنی بسته و کراندار) باشد و A زیر مجموعه‌یی از E^n (فضای اقلیدسی n بعدی است) ناتهی و تابع هدف $F(x)$ در A پیوسته باشد، در این صورت $F(x)$ دارای بیشینه‌ی مطلق در داخل یا نقاط مرزی X خواهد بود. با توجه به این قضیه‌ی اساسی، در خصوص مسئله‌ی مورد بررسی قضیه‌ی زیر ثابت می‌شود.

قضیه ۱. اگر تابع π_{CC} دارای فضای ممکن $(q_1, q_2) \in A$، که فشرده و ناتهی است، باشد اکسترمم تابع π_{CC} یا روی مرز قرار دارد یا به‌صورت خطی است که از فضای A عبور می‌کند و با مرز تلاقی دارد.

اثبات: از آن‌جایی‌که تابع π_{CC} دارای فضای ممکن فشرده و ناتهی $(q_1, q_2) \in A$ است، نقاط اکسترمم تابع در نقاط بحرانی تابع قرار دارند. تابع π_{CC} پیوسته و مشتق‌پذیر است پس نقاط بحرانی شامل مرز و نقاطی است که بردار گرادیان تابع برابر بردار صفر باشد.

$$\begin{aligned} \nabla \pi_{CC} = \Big(& -\frac{1}{b}(-a + bc_1 + 2q_1 + 2q_2), \\ & -\frac{1}{b}(-a + bc_2 + 2q_1 + 2q_2)\Big) \end{aligned} \tag{14}$$

پس از محاسبه‌ی بردار گرادیان در ۱۴، این بردار برابر با بردار صفر قرار داده می‌شود.

$$\nabla \pi_{CC} = (0, 0) \Rightarrow \begin{cases} q_1 + q_2 = \frac{a - bc_1}{2} \\ q_1 + q_2 = \frac{a - bc_2}{2} \end{cases} \tag{15}$$

یک دستگاه دو معادله دو مجهولی به‌دست می‌آید که بیان‌گر دو خط موازی است. اگر هرکدام از خطوط مذکور با فضای امکان‌پذیر تلاقی نداشته باشند، معادلات جواب ندارند و نقاط بحرانی فقط روی مرز قرار دارند؛ پس برای یافتن اکسترمم باید نقاط مرزی جست‌وجو شود. در صورتی‌که هر دو خط در شرایط مرز صدق کنند باید دو حالت بررسی شود. اگر $c_1 \neq c_2$ دستگاه معادلات جواب ندارد و اکسترمم موضعی نداریم، پس اکسترمم مطلق روی مرز قرار دارد. اگر $c_1 = c_2$ آنگاه دو خط بر هم منطبق می‌شوند و اکسترمم به‌صورت یک خط است. مقدار اکسترمم در طول این خط ثابت است. این خط نامحدود است و با فضای امکان‌پذیر که فشرده است تلاقی دارد؛ در نتیجه حتماً دارای نقطه‌ی تلاقی با مرز است.

در این قضیه به‌بررسی خواص تابع π_{CC} پرداخته شد ولی همان‌طور که بیان شد تابع سود کل π_{CT} یک تابع قطعه‌یی پیوسته است. برای درک صحیح از رفتار تابع π_{CT} به مثال ۱. توجه کنید.

مثال ۱. یک زنجیره‌ی تأمین با مؤلفه‌های معرفی‌شده در مسئله متمرکز و با پارامترهای مشخص‌شده در جدول ۲ درنظرگرفته می‌شود. شکل ۲ بیانگر تابع سود کل زنجیره است. این نمودار تابعی از دو متغیر q_1 و q_2 است.

R در تابع سود کل بیانگر هزینه‌ی ارسال یک وسیله‌ی نقلیه است، این مقدار بر میزان پرش تابع تأثیر می‌گذارد. هرکدام از حمل کنندگان دارای کامیون‌ها با ظرفیت‌های ثابت P هستند، این دو مقدار بیانگر طول و عرض مستطیل‌هایی است که مرزهای شکستگی و ناپیوستگی را تشکیل می‌دهند. پارامترهای دیگر بر خواص تابع π_{CC} تأثیر می‌گذارند.

در ادامه به‌بررسی دقیق‌تر مسئله پرداخته می‌شود. مسئله بیشینه‌سازی سود را می‌توان به‌صورت زیر بیان کرد. این مسئله دارای محدودیت‌های منطقی است که باید برقرار باشد.

$$\max := \pi_{CT} = -\frac{1}{b}\left(-aq_1 + bc_1q_1 + q_1^2 - aq_2 + bc_2q_2 + 2q_1q_2 + q_2^2\right) - \left(\left\lceil\frac{q_1}{P}\right\rceil + \left\lceil\frac{q_2}{P}\right\rceil\right)R \quad (16)$$

s.t.

$$q_1 \geq 0 \quad (17)$$

$$q_2 \geq 0 \quad (18)$$

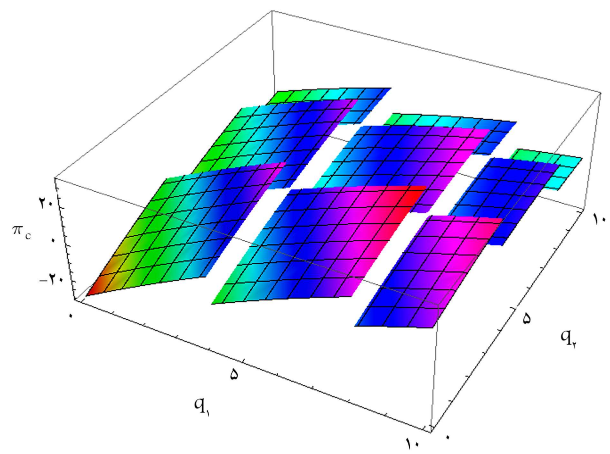
$$q_1 + q_2 \leq a \quad (19)$$

محدودیت‌های ۱۷ و ۱۸ بیانگر این هستند که میزان انتقال کالا از شرکت‌های حمل‌ونقل نباید منفی باشد. محدودیت ۱۹ نیز با توجه به تغییر متغیر ۱۰، بیانگر این است که قیمت نهایی نمی‌تواند منفی باشد $(p \geq 0)$. یادآوری می‌شود تمام پارامترهای موجود در مسئله مثبت هستند.

در ادامه برای حل پارامتریک و دقیق مسئله یک قضیه و سپس یک روش

جدول ۲. مقداردهی به پارامترها.

پارامتر	a	b	R	P	c_1	c_2
مقدار	۷۰	۵	۱۵	۴	۴	۷



شکل ۲. مثالی از نمودار سود زنجیره‌ی تأمین.

ابتکاری مبتنی بر این قضیه ارائه می‌شود. در این روش، مسئله‌ی اصلی به مسائل کوچکتر تبدیل شده و در نهایت با جمع‌بندی نتایج، نقطه‌ی بیشینه‌ی تابع حاصل می‌شود.

با توجه به قضیه‌ی ۱، تابع سود کل مقدار بیشینه خود را روی مرزهای فضایی که تابع در آن پیوسته است یا خط $q_1 + q_2 = \frac{a-bc_i}{2}$ (که صفحات فوق را قطع می‌کنند) اختیار می‌کند. این مرزها شامل صفحات $q_1 = k_1P$ و $q_2 = k_2P$ است به‌طوری‌که $k_1, k_2 \in \{0\} \cup N$ (k_1 و k_2 تعداد کامیون‌ها یا وسایل نقلیه‌یی هستند که کالا را حمل می‌کنند). علت این امر پیوسته‌بودن تابع در هرکدام از بازه‌های مشخص شده است. بر همین مبنا می‌توان روشی برای جست‌وجو ارائه کرد، که در ادامه به آن پرداخته می‌شود.

۱.۳. روش پیشنهادی دقیق برای یافتن بیشینه‌ی تابع سود

بیشینه‌سازی سود در حالت متمرکز در این مسئله، غیرپیوسته و غیرخطی است. برای حل دقیق این مسئله یک روش ابتکاری ارائه شده است. ابتدا دو متغیر عدد صحیح k_1 و k_2 معرفی می‌شود. این دو متغیر برای تعیین تعداد کامیون‌ها یا وسایل نقلیه‌یی که هرشرکت به وسیله‌ی آن‌ها کالا را حمل می‌کنند، استفاده می‌شود. در گام بعدی فضای حل مسئله با توجه به براکت‌های موجود تقسیم‌بندی می‌شود. این تقسیم‌بندی خطوط شکست را نشان می‌دهد که رویه مورد نظر در این خطوط دارای پرش است. لبه‌های مشخص‌شده در قسمت‌های ناپیوستگی شکل ۲ بیانگر این تقسیم‌بندی هستند. مثالی از این تقسیم‌بندی در شکل ۳ مشخص شده است.

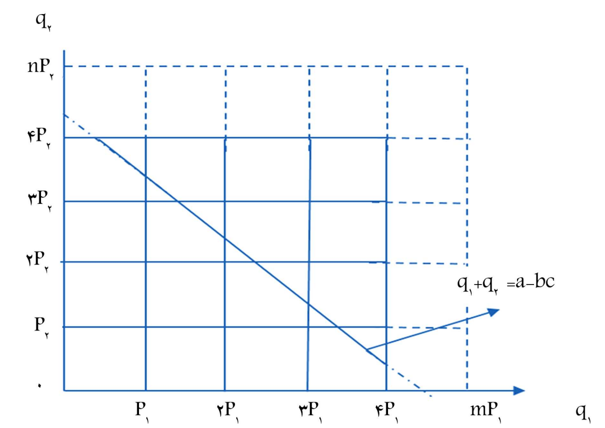
در شکل ۳ نقطه‌ی تقاطع هرکدام از این خطوط با محورهای مختصات ضریب صحیحی از مقدار q_1 و q_2 است. در این مثال $(k_1 = 0, ..., m)$ و $(k_2 = 0, ..., n)$ در نظر گرفته شده است. مقدار بیشینه‌ی تابع هدف یا روی این مرزها قرار دارد یا روی خط $q_1 + q_2 = \frac{a-bc_i}{2}$ است؛ پس در نتیجه کافی است این مرزها مورد جست‌وجو قرار گیرند.

در ادامه با ارائه‌ی یک الگوریتم جست‌وجو روی مرزهای مذکور مقدار بیشینه تعیین خواهد شد.

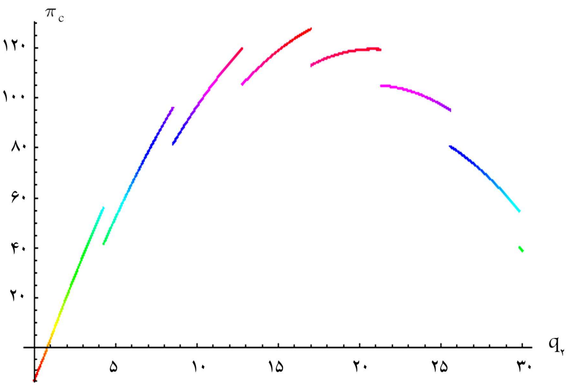
گام اول: ابتدا جست‌وجو روی صفحات:

$$(q_1 = k_1P \text{ s.t. } k_1 \in \{0, 1, 2, ..., \left\lceil\frac{a}{P}\right\rceil\})$$

انجام می‌شود ($\lceil\frac{a}{P}\rceil$ حد بالای k_1، ناشی از محدودیت $q_1 + q_2 \leq a$ است.)



شکل ۳. تقسیم‌بندی بر اساس نقاط شکست.



شکل ۴. یک برش از نمودار تابع سود کل زنجیره.

- هرکدام از صفحات $q_1 = k_1 p$ یک برش از تابع π_{CT} ایجاد می‌کند (شکل ۴) که در واقع همان لبه‌های ناپیوستگی شکل ۲ هستند. روی این صفحات، مقدار بیشینه به‌وسیله‌ی الگوریتم پیشنهادی برای جست‌وجو، که در قسمت بعد ارائه خواهد شد، یافته و $M^*_{k_1}$ نامیده می‌شود. ${q_2^*}^{k_1}$ مقادیر بهینه‌ی تقاضا از حمل‌کننده‌ی دوم و ${k_2^*}^{k_1}$ تعداد کامیون مورد نیاز برای حمل این تقاضا نیز استخراج می‌شود.
- در این مرحله با مقایسه‌ی مقدار بیشینه‌ی به‌دست‌آمده از هرکدام از صفحات، مقدار بیشینه‌ی نهایی گام یک $M^* = \underset{k_1 \in \{0,1,2,\dots,\lceil \frac{a}{P_1} \rceil\}}{\text{Max}} \{M^*_{k_1}\}$ و مقدار بهینه‌ی k_1 که عبارت است از ${k_1^*}^{k_1} = \underset{k_1 \in 0,1,2,\dots,\lceil \frac{a}{P_1} \rceil\}}{\arg\text{Max}} \{M_{k_1}\}$ یافته می‌شود.

گام دوم: مراحل قبل برای جست‌وجو روی صفحات:

$$q_2 = k_2 P \text{ s.t. } k_2 \in \{0, 1, 2, \dots, \left\lceil \frac{a}{P} \right\rceil\}$$

تکرار می‌شود. روی هر کدام از این صفحات، که یک برش از تابع π_{CT} ایجاد می‌کند، مقدار بیشینه به‌وسیله‌ی الگوریتم پیشنهادی برای جست‌وجو روی صفحات به‌دست می‌آید و $N^*_{k_2}$ نامیده می‌شود. مقادیر بهینه‌ی ${q_1^*}^{k_2}$ و ${k_1^*}^{k_2}$ مربوط به هر یک از صفحات نیز استخراج می‌شود.

در این مرحله با مقایسه‌ی مقدار بیشینه‌ی هر کدام از صفحات، مقدار بیشینه‌ی نهایی گام دوم $N^* = \underset{k_2 \in \{0,1,2,\dots,\lceil \frac{a}{P_2} \rceil\}}{\text{Max}} \{N^*_{k_2}\}$ و مقدار بهینه‌ی k_2 که عبارت است از ${k_2^*}^{k_2} = \underset{k_2 \in \{0,1,2,\dots,\lceil \frac{a}{P_2} \rceil\}}{\arg\text{Max}} \{M^*_{k_2}\}$ نیز مشخص می‌شود.

گام سوم: M^* و N^* با هم مقایسه می‌شوند:

- اگر $M^* = N^*$ و $({k_1^*}^{k_2}, {k_2^*}^{k_2}) \neq ({k_1^*}^{k_1}, {k_2^*}^{k_1})$ باشد مقدار بهینه به‌صورت یک خط به‌دست می‌آید؛ زیرا عدم تساوی تعداد کامیون‌ها نشان می‌دهد که نقاط بیشینه در دو نقطه‌ی متفاوت رخ می‌دهد و تنها حالتی که دو نقطه‌ی متفاوت می‌توانند مقدار برابر داشته باشند حالتی است که روی خط مذکور در قضیه‌ی ۱ قرار داشته باشند.
- اگر $M^* = N^*$ و $({k_1}^{*k_2}, {k_2}^{*k_2}) = ({k_1}^{*k_1}, {k_2}^{*k_1})$ باشد، مقدار بهینه به‌صورت یک نقطه به‌دست می‌آید. باتوجه به اینکه تعداد کامیون‌های بهینه در هر دو حالت برابر است، نقطه‌ی بهینه روی تقاطع مرزها قرار دارد و ظرفیت دو کامیون تکمیل است.
- اگر $N^* \neq M^*$ باشد دو مقدار بهینه مساوی نیست و مقدار بیشتر به‌عنوان مقدار بهینه‌ی مسئله انتخاب و (k_1^*, k_2^*) تعیین می‌شود.

۳.۲. الگوریتم جست‌وجو برای یافتن بیشینه روی هر یک از صفحات

این الگوریتم برای یافتن مقدار بیشینه روی برش صفحات $q_1 = k_1 P$ (که $k_1 \in \{0, 1, 2, \dots, \lceil \frac{a}{P} \rceil\}$) ارائه می‌شود. به‌همین روش می‌توان مقدار بیشینه را روی صفحات $q_2 = k_2 P \;\; s.t. \;\; k_2 \in \{0, 1, 2, \dots, \lceil \frac{a}{P} \rceil\}$ نیز پیدا کرد. این الگوریتم برگرفته از روشی است که موتلو و شتینکا[26] برای حل مسئله در حالت یک حمل‌ونقل‌کننده و یک خرده‌فروش ارائه کردند، که در فضای دوبعدی و با تابع تقاضای $D = a - bp$ به حل مسئله پرداخته بودند.

ابتدا مقادیر $q_1 = k_1 P \;\; s.t. \;\; k_1 \in \{0, 1, 2, \dots, \lceil \frac{a}{P} \rceil\}$ در تابع سود π_{CT} جایگذاری می‌شود. تابع سود کل به صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$\pi^{k_1}_{CT} = -\frac{1}{b}(-ak_1P + bc_1k_1P + (k_1P)^2 - aq_2 + bc_2q_2 + 2k_1Pq_2 + q_2^2) - k_1R - \left\lceil \frac{q_2}{P} \right\rceil R \qquad (20)$$

در این حالت هر برش از سود کل توسط صفحات $q_1 = k_1 P$ یک تابع دو بعدی درجه دو است. این تابع شامل دو قسمت است. یکی پیوسته که نسبت به q_2 مقعر است و با $\pi^{k_1}_{CC}$ نشان داده می‌شود و دیگری تابع پله‌یی است که با $\pi^{k_1}_{CN} = \lceil \frac{q_2}{P} \rceil R$ نشان داده می‌شود و عامل عدم پیوستگی تابع است. تابع سود به‌صورت $\pi^{k_1}_{CT} = \pi^{k_1}_{CC} - \pi^{k_1}_{CN}$ نشان داده می‌شود. شکل ۴ یک مثال از این تابع است. $\pi^{k_1}_{CC}$ مقعر است و مقدار q_2 که تابع را بیشینه می‌کند، به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$q_2^\circ = \frac{a - bc_2 - 2k_1P}{2} \qquad (21)$$

در این قسمت $q_2^{k_2}$ تعریف می‌شود، که بیان می‌کند حمل‌کننده‌ی دوم مقدارکالایی با ضریب صحیح از ظرفیت کامیون انتقال می‌دهد، به عبارت دیگر $q_2^{k_2} = k_2 P$ است. وقتی میزان حمل از $q_2^{k_2}$ به $q_2^{k_2-1}$ کاهش می‌یابد مقدار $\pi^{k_1}_{CN}$ به میزان R کاهش پیدا می‌کند. به‌همین دلیل در نقاط $q_2^{k_2}$ پرش به مقدار R در $\pi^{k_1}_{CT}$ مشاهده می‌شود. این مفهوم دارای خواصی است که اولین خاصیت آن به این صورت تعریف می‌شود:

لم ۳-۱: مقداری که $\pi^{k_1}_{CT}$ را بیشینه می‌کند کمتر یا مساوی q_2° است.

اثبات: تابع $\pi^{k_1}_{CN}$ به‌صورت قطعه‌یی پیوسته و مقعر است و در هرکدام از ناپیوستگی‌ها به میزان R پرش دارد. تابع $\pi^{k_1}_{CC}$ به ازای $q_2 > q_2^\circ$ نزولی و $-\pi^{k_1}_{CN}$ نیز همواره نزولی است. درنتیجه تابع $\pi^{k_1}_{CT}$ نیز نزولی است و مقدار بیشینه بیشتر از q_2° نیست. باید ثابت شود این امکان وجود دارد که مقدار بیشینه در نقطه‌یی کمتر از q_2° باشد. توجه به شکل ۴ درک خوبی از مسئله می‌تواند ارائه کند. فرض می‌شود k_2° میزان کامیون مورد نیاز برای حمل q_2° واحد کالاست. در نقاط ناپیوستگی میزان کالای حمل‌شده توسط کامیون ضریب صحیحی از ظرفیت آن است و با افزایش اندک (ε) این مقدار، یک کامیون دیگر به زنجیره تحمیل می‌شود که باعث کاهش سود به میزان R می‌شود. می‌توان ادعا کرد $\pi_{CT}({q_2}^{k_2^\circ-1}) > \pi_{CT}({q_2}^{k_2^\circ-1} + \varepsilon)$ و نیز می‌توان گفت $\pi_{CT}(q_2^\circ) > \pi_{CT}({q_2}^{k_2^\circ-1} + \varepsilon)$؛ بنابراین ممکن است $\pi_{CT}({q_2}^{k_2^\circ-1}) > \pi_{CT}(q_2^\circ)$. همچنین این امکان نیز با استدلال مشابه وجود دارد که $\pi_{CT}({q_2}^{k_2^\circ-2}) > \pi_{CT}(q_2^{k_2^\circ-1})$ و... . پس در نتیجه اثبات تمام است.

(تفسیر این نامساوی‌ها با مقایسه‌ی مقدار پارامتر R_2 که میزان پرش است و میزان افزایش مقدار تابع در بازه‌های پیوسته امکان‌پذیر است.)□

در ادامه، قضیه‌ی ۲ بر اساس لم ۳-۱ و مقایسه‌ی نقاطی که امکان دارد بیشینه باشند، میزان بهینه‌ی حمل کالا توسط شرکت حمل‌ونقل را تعیین می‌کند.

قضیه ۲. مقدار بهینه‌ی تابع سود روی هرکدام از صفحات:

$$q_1 = k_1 P \text{ s.t. } k_1 \in \{0, 1, 2, ..., \left\lceil \frac{a}{P} \right\rceil\}$$

با توجه به محدودیت $q_1 + q_2 \leq a$ به‌صورت زیر است:

– اگر $q_2^\circ > a - k_1 P$: تعریف می‌شود $q_2^\circ = a - k_1 P$ و k_2° تعداد کامیون مورد نیاز برای حمل $a - k_1 P$ واحد کالا.

– اگر $q_2^\circ \leq a - k_1 P$، q_2° همان بیشینه‌ساز تابع $\pi_{CC}^{k_1}$ است که $q_2^\circ = \frac{a - bc_2 - 2k_1 P}{2}$ و k_2° تعداد کامیون مورد نیاز برای حمل q_2° واحد کالا.

و در نهایت:

$$q_2^{*k_1} = \begin{cases} q_2^\circ & k_2^* = k_2^\circ \\ \arg\max\{\pi'_{CT}(q_2^\circ), \pi'_{CT}(k_2^* P)\} & k_2^* < k_2^\circ \end{cases} \tag{22}$$

به‌طوری‌که:

$$k_2^* = \max_{k_2 \in \{0\} \cup} \{k_2 : k_2 < \frac{1}{2}(\frac{b - bc_2}{P} - \frac{Rb}{P^2} - 2k_1 + 1)\} \tag{23}$$

اثبات: در لم ۳-۱ بیان شد که میزان پرش به اندازه‌ی R_2 است. به‌عبارت دیگر برای π_{CN}:

$$\begin{aligned} \Delta_{\pi_{CN}}(k_2) &= \pi_{CN}(q_2^{k_2}) - \pi_{CN}(q_2^{k_2 - 1}) \\ &= \pi_{CN}(k_2 P) - \pi_{CN}((k_2 - 1)P) = R \end{aligned} \tag{24}$$

برای π_{CC} نیز اختلاف دو مقدار به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$\begin{aligned} \Delta_{\pi_{CC}}(k_2) &= \pi_{CC}(q_2^{k_2}) - \pi_{CC}(q_2^{k_2 - 1}) \\ &= \frac{a - bc_2}{b} P - (\frac{2k_2}{b} - (2k_1 - 1))P^2 \end{aligned} \tag{25}$$

در نتیجه تغییر خالص در تابع π_{CT} به این صورت است:

$$\begin{aligned} \Delta_{\pi_{CT}}(k_2) &= \Delta_{\pi_{CC}}(k_2) - \Delta_{\pi_{CN}}(k_2) \\ &= \frac{a - bc_2}{b} P - (\frac{2k_2}{b} + (2k_1 - 1))P^2 - R \end{aligned} \tag{26}$$

اگر $\Delta_{\pi_{CT}}(k_2) > 0$ یعنی مقدار تابع در نقطه‌ی شکست فعلی بزرگتر از نقطه‌ی شکست قبلی باشد، آنگاه:

$$k_2 < \frac{b - bc_2}{2P} - \frac{bR}{2P^2} - \frac{(2k_1 - 1)}{2} \tag{27}$$

$\Delta_{\pi_{CT}}(k_2)$ نسبت به k_2 نزولی است. پس به ازای k_2 بزرگتر از k_2^* (بیشینه مقدار k_2 برای $\Delta_{\pi_{CT}}(k_2) > 0$)، $\Delta_{\pi_{CT}}(k_2)$ منفی است. پس اگر $0 < k_2^* < k^\circ$ باشد این نقطه می‌تواند به عنوان یک کاندید برای بیشینه‌سازی تابع π_{CT} استفاده شود.

این جست‌وجو روی صفحات $q_1 = k_1 P$ ادامه می‌یابد تازمانی‌که شرط $k_1 \leq \left\lceil \frac{a}{P} \right\rceil$ برقرار شود.□

۳.۳. جمع‌بندی روش حل

در حالت کلی به‌صورت خلاصه می‌توان روندنمای زیر را برای حل مسئله ارائه کرد.

- تعیین w و p بر حسب q_1 و q_2
- به‌ازای مقادیر $k_1 \in \{0, 1, 2, ..., \left\lceil \frac{a}{P} \right\rceil\}$
  - قرار داده می‌شود $q_1 = k_1 P$
  - مقدار بیشینه به ازای هر k_1 به‌وسیله‌ی الگوریتم جست‌وجو در قسمت ۲.۳. و قضیه‌ی ۲ یافته و در $M_{k_1}^*$ قرار داده می‌شود.
  - $q_2^{*k_1}$ و $k_2^{*k_1}$ متناظر استخراج می‌شود.
- یافتن بزرگترین

$$M^* = \underset{k_1 \in \{0,1,2,...,\left\lceil \frac{a}{P_1} \right\rceil\}}{\text{Max}} \{M_{k_1}^*\}, \qquad k_1^{*k_1} = \underset{k_1 \in \{0,1,2,...,\left\lceil \frac{a}{P_1} \right\rceil\}}{\arg\text{Max}} \{M_{k_1}^*\}$$

- به‌ازای مقادیر $k_2 \in \{0, 1, 2, ..., \left\lceil \frac{a}{P} \right\rceil\}$
  - قرار داده می‌شود $q_2 = k_2 P$
  - مقدار بیشینه به ازای هر k_2 به‌وسیله‌ی الگوریتم جست‌وجو در قسمت ۲.۳. و قضیه‌ی ۲ یافته و در $N_{k_2}^*$ قرار داده می‌شود.
  - $q_1^{*k_2}$ و $k_1^{*k_2}$ متناظر استخراج می‌شود.
- یافتن بزرگترین

$$N^* = \underset{k_2 \in \{0,1,2,...,\left\lceil \frac{a}{P_2} \right\rceil\}}{\text{Max}} \{N_{k_2}^*\}, \qquad k_2^{*k_2} = \underset{k_2 \in \{0,1,2,...,\left\lceil \frac{a}{P_2} \right\rceil\}}{\arg\text{Max}} \{M_{k_2}^*\}$$

- مقایسه‌ی M^* و N^*:
  1. اگر $M^* \neq N^*$ مقدار بیشینه‌ی مسئله مقدار بزرگتر است.
  2. اگر $M^* = N^*$ و $(k_1^{*k_2}, k_2^{*k_2}) \neq (k_1^{*k_1}, k_2^{*k_1})$ باشد مقدار بهینه به‌صورت یک خط است.
  3. اگر $M^* = N^*$ و $(k_1^{*k_2}, k_2^{*k_2}) = (k_1^{*k_1}, k_2^{*k_1})$ باشد، مقدار بهینه به‌صورت یک نقطه به‌دست می‌آید.
- پایان

برای حل مسئله و پیاده‌سازی مدل ارائه‌شده، محاسبات این مقاله توسط نرم‌افزار ولفریم متمتیکا ۹/۰[۸] انجام شد. همچنین تمام نمودارها نیز با استفاده از این نرم‌افزار رسم شده‌اند.

مثال: در این مثال برای درک بهتری از الگوریتم ارائه‌شده حالت ساده‌یی از مسئله که دارای دو خط شکست $q_2 = 0$ و $q_1 = 0$ است، حل می‌شود. با استفاده از الگوریتم مقادیر بهینه‌ی تابع سود π_{CT} به صورت پارامتریک به‌دست می‌آید.

مرز $q_1 = 0$: با قراردادن $k_1 = 0$ مقدار بهینه برای q_2 با اجرای الگوریتم ارائه‌شده به‌صورت زیر به‌دست آمد:

$$q_2 = \begin{cases} \frac{a - bc_2}{2} & 0 < b \leq \frac{a}{c_2} \\ 0 & b > \frac{a}{c_2} \\ \text{Indeterminate} & \text{O.W.} \end{cases}$$

در این حالت با توجه به فرمول ۱۰ مقدار بهینه برای p به‌صورت زیر به‌دست آمد:

$$p = \begin{cases} \frac{a-bc_2}{2b} & 0 < b < \frac{a}{c_2} \\ \frac{a}{b} & b \geq \frac{a}{c_2} \\ \text{Indeterminate} & \text{O.W.} \end{cases}$$

مقدار بهینه برای قسمت پیوسته نیز به‌دست آمد:

$$\pi C^* = \begin{cases} 0 & b \geq \frac{a}{c_2} \\ \frac{(a-bc_2)^2}{4b} & 0 < b < \frac{a}{c_2} \\ -\infty & \text{O.W.} \end{cases}$$

مرز $q_2 = 0$: در این حالت میزان بهینه برای Q_1 نیز به‌دست می‌آید. در واقع در این حالت مرزی فقط شرکت حمل‌ونقل اول کالا حمل می‌کند.

$$q_1 = \begin{cases} \frac{a-bc_1}{2} & 0 < b < \frac{a}{c_1} \\ 0 & b \geq \frac{a}{c_1} \\ \text{Indeterminate} & \text{O.W.} \end{cases}$$

مقدار بیشینه‌ی p نیز به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$p = \begin{cases} \frac{a+bc_1}{2b} & 0 < b < \frac{a}{c_1} \\ \frac{a}{b} & b \geq \frac{a}{c_1} \\ \text{Indeterminate} & \text{O.W.} \end{cases}$$

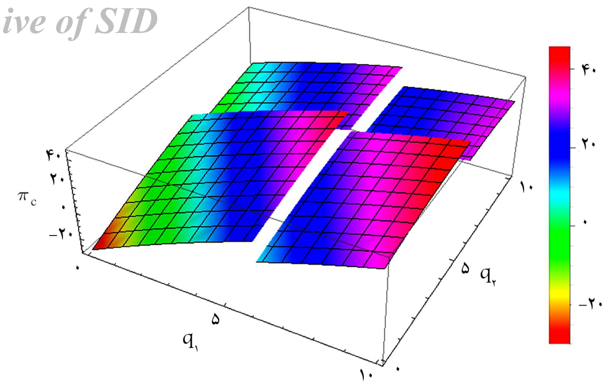
بیشینه‌ی تابع سود در حالت پیوسته به‌صورت زیر به‌دست آمد:

$$\pi c^* = \begin{cases} 0 & b \geq \frac{a}{c_1} \\ \frac{(a-bc_1)^2}{4b} & 0 < b < \frac{a}{c_1} \\ -\infty & \text{O.W.} \end{cases}$$

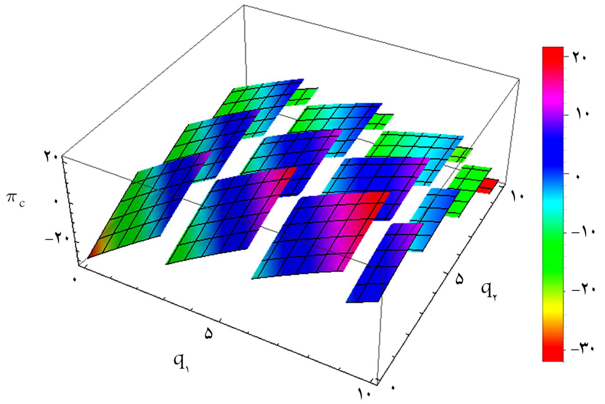
برای یافتن بیشینه‌ی کل تابع طبق الگوریتم پیشنهادی باید کل خطوط شکست مورد بررسی قرارگیرند و با هم مقایسه شوند. در این مثال برای درک عمیق‌تری از مسئله، با فرض عدم وجود نقاط شکست دیگر فقط به‌بررسی دو صفحه‌ی $q_2 = 0$ و $q_1 = 0$ پرداخته شد.

۴. تحلیل پارامترها

در ادامه به‌صورت مختصر به تحلیل پارامترها پرداخته خواهد شد. پارامتر P، که مربوط به ظرفیت هرکدام از وسایل نقلیه است، مساحت مقاطع پیوسته را تحت تأثیر قرار می‌دهد. شکل ۵ اثر تغییر P بر تابع سود را زمانی‌که همه‌ی پارامترهای دیگر ثابت هستند، نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که با کاهش مقدار P تعداد خطوط شکست افزایش و میزان سود نیز کاهش یافته است. R هزینه‌ی حمل هر واحد کامیون است که باعث اختلاف ارتفاع بین دو رویه‌ی پیوسته می‌شود. شکل ۶ اثر R روی تابع سود را نشان می‌دهد. افزایش R در نمودار این شکل باعث شده است، میزان تقاضا از حمل‌ونقل‌کنندگان کاهش و در نتیجه سود کاهش یابد. این اختلاف را در شکل ۴ نیز می‌توان مشاهده کرد.

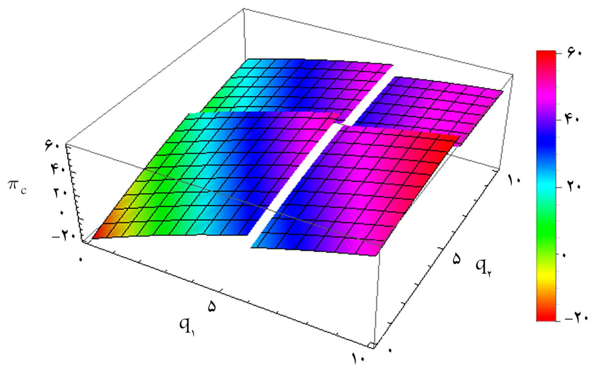


الف) (P=۶)؛

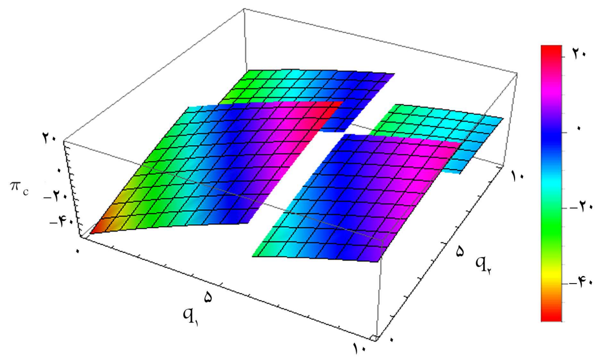


ب) (P=۳).

شکل ۵. تحلیل تأثیر پارامتر P بر نمودار تابع سود.

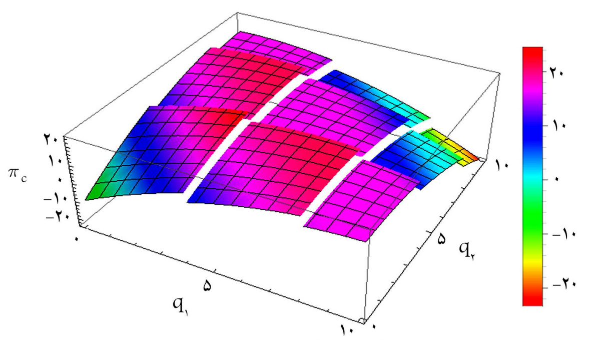


الف) (R=۱۰)؛

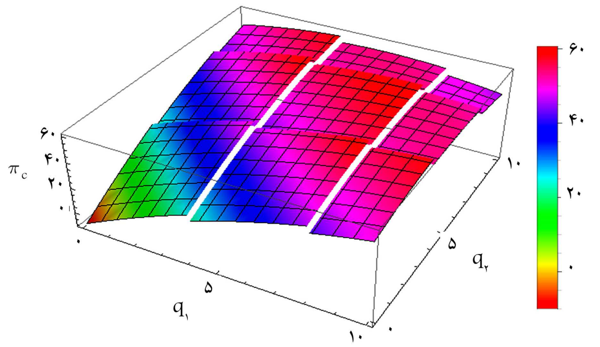


ب) (R=۲۵).

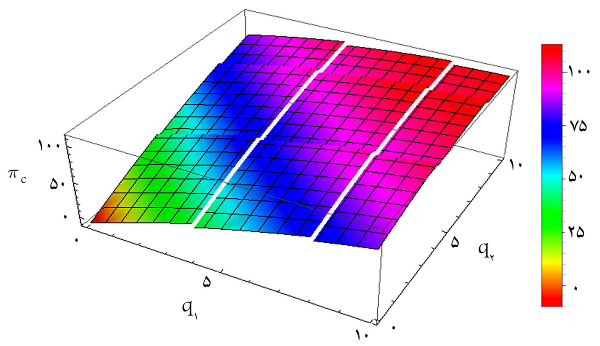
شکل ۶. تحلیل تأثیر پارامتر R بر تابع سود.



الف) (a=۳۰)؛

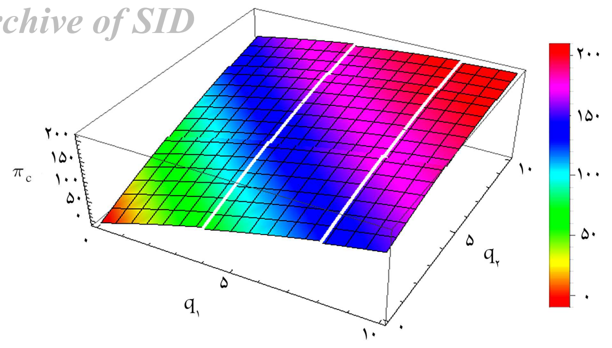


ب) (a=۴۰)؛

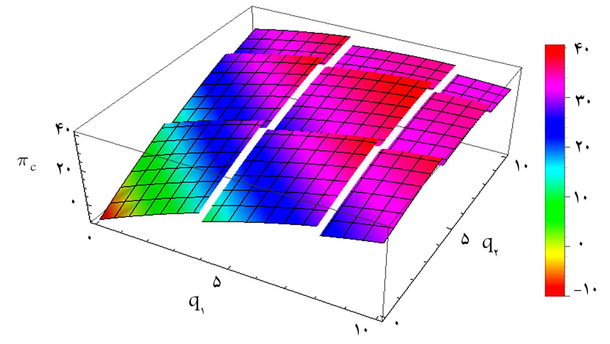


ج) (a=۵۰).

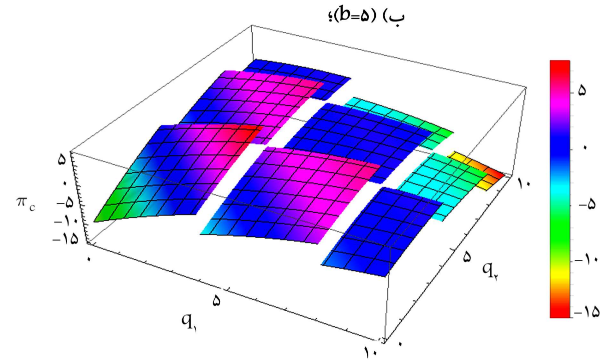
شکل ۷. بررسی تأثیر a بر تابع سود.



الف) (b=۲)؛



ب) (b=۵)؛



ج) (b=۸).

شکل ۸. بررسی تأثیر b روی تابع سود.

جدول ۳. تحلیل پارامتر a.

پارامتر	a	b	R	P	c_1	c_2
شکل ۷الف	۵	۳	۵	۴	۳	۳
شکل ۷ب	۳۰	۳	۵	۴	۳	۳
شکل ۷ج	۴۰	۳	۵	۴	۳	۳
شکل ۷د	۵۰	۳	۵	۴	۳	۳

به ازای $bc_1 \geq a$ یا $bc_2 \geq a$ مقدار بهینه‌ی تابع سود برابر صفر است. با توجه به مقادیر مربوط به پارامترهای موجود در جدول ۳ مقادیر مختلف a بررسی شد که در شکل ۷ آورده شده است. در حالت الف میزان بیشینه‌ی تابع سود منفی است و $q_2 = 0$ و $q_1 = 0$. با افزایش a مقدار تقاضای کل افزایش و در نتیجه تقاضا از حمل‌ونقل‌کنندگان هم افزایش می‌یابد. با افزایش تقاضا سود نیز افزایش می‌یابد.

برای بررسی b همان مقادیر جدول ۳ درنظرگرفته شد. مقدار a نیز ۵۰ درنظر گرفته شد.

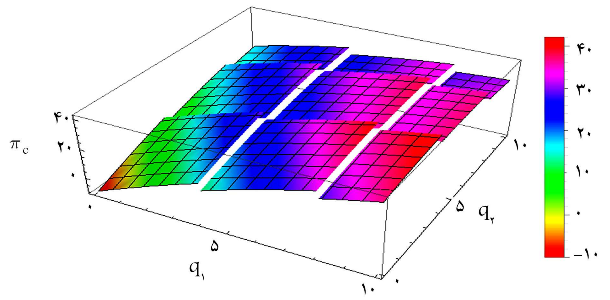
جدول ۴. تحلیل پارامتر c_1.

مقدار پارامتر c_1	۱	۳	۵	۷
نام شکل	الف	ب	ج	د

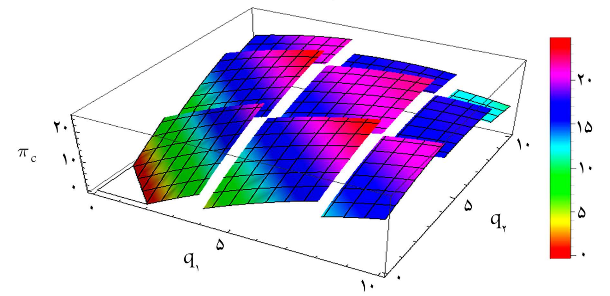
در شکل ۸ سه حالت مختلف برای تحلیل پارامتر b ارائه شده است. باافزایش b میزان تقاضای مشتری کاهش و در نتیجه تقاضا از حمل‌ونقل‌کنندگان نیز کاهش می‌یابد. کاهش تقاضا نیز باعث کاهش سود می‌شود. همان‌گونه که در شکل ۸ مشخص است نقاط قرمز رنگ که نشان‌دهنده‌ی مقدار بیشینه‌ی تابع سود هستند، با افزایش a از q_1 و q_2 بزرگتر به سمت مقادیر کوچکتر آن‌ها تغییر کرده است.

دو پارامتر دیگر که تأثیر زیادی بر تابع سود دارند پارامترهای c_1 و c_2 هستند. برای بررسی اثر این پارامترها ابتدا c_1 بررسی می‌شود. مقادیر c_1 طبق جدول ۴ تغییر می‌کنند. در این جدول نام شکل متناظر با هر مقدار از c_1 مشخص شده است.

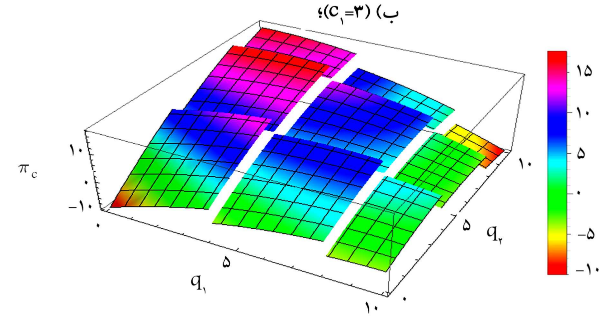
شکل ۹ نشان‌دهنده‌ی تأثیر پارامتر c_1 روی نمودار تابع سود کل زنجیره است.



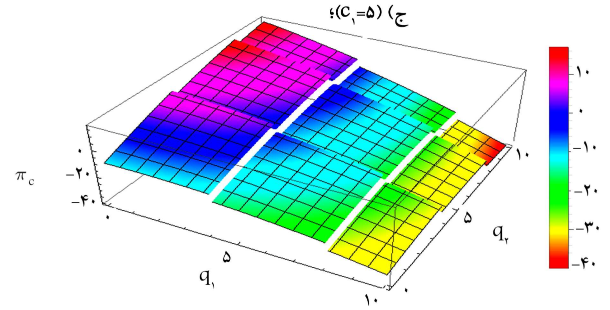
الف) $(c_1=1)$؛



ب) $(c_1=3)$؛



ج) $(c_1=5)$؛



د) $(c_1=7)$.

شکل ۹. تأثیر پارامتر c_1 روی نمودار تابع سود.

شکل ۹ نشان می‌دهد که با افزایش c_1 مقدار بهینه‌ی تقاضا از q_1 کاهش و تقاضا از حمل‌ونقل‌کننده‌ی دوم افزایش می‌یابد. همچنین با افزایش مقدار این پارامتر میزان سود کل زنجیره نیز کاهش پیدا می‌کند.

مرور تحلیل پارامترها نشان می‌دهد که ظرفیت وسایل نقلیه و هزینه‌ی هر واحد وسیله‌ی نقلیه تأثیر به‌سزایی در تابع سود دارد.

۵. نتیجه‌گیری

امروزه مسئله‌ی قیمت‌گذاری در زنجیره‌ی تأمین اهمیت فراوانی دارد. قیمت‌گذاری در زنجیره‌ی تأمینی که شامل شرکت‌های حمل‌ونقل برای حمل کالاهای خاص هستند، تأثیر زیادی در مبادلات تجاری دارد. شرکت‌های حمل‌ونقل با وجود وسایل نقلیه با ظرفیت‌های ثابت باید هزینه‌های حمل‌ونقل خود را تعیین کنند. در بیشتر تحقیقات انجام‌شده هزینه‌های حمل‌ونقل به‌ازای هر واحد کالا درنظرگرفته شده یا به‌عنوان یک هزینه‌ی ثابت به هزینه‌های تولید اضافه شده است. در این پژوهش تأثیر پارامترهای هزینه‌یی مختلف و به‌ویژه پارامترهای مربوط به ظرفیت و هزینه‌ی هرکامیون بررسی شد. در همین راستا در این پژوهش قیمت‌گذاری با فرض زنجیره‌ی تأمین دوسطحی با یک خرده‌فروش و دو شرکت حمل‌ونقل بررسی شد. تصمیمات مربوط به تعیین میزان بهینه‌ی قیمت در هر یک از سطوح، تقاضای نهایی را تحت تأثیر قرار خواهد داد که عامل کلیدی برای بیشینه‌سازی سود زنجیره است. در این تحقیق به بررسی بیشنه‌سازی سود زنجیره با استفاده از رویکرد متمرکز پرداخته شد. هزینه‌های حمل هر واحد کامیون علاوه‌بر هزینه‌های هر واحد کالا برای تحلیل بهتر و نزدیک‌شدن به واقعیت در تابع سود نهایی وارد شد. این امر باعث پیچیده‌شدن مسئله و داخل‌شدن متغیر عدد صحیح در آن شد. با ارائه‌ی یک روش تحلیلی، ابتدا قسمت پیوسته بررسی شد و سپس با یک روش ابتکاری نقاط شکستگی که در اثر متغیر عدد صحیح ایجاد شده بود، مورد بررسی قرارگرفت. این روش یک روش ابتکاری مناسب برای حل آن دسته از مسئله‌های ناپیوسته‌ی غیرخطی است که تقعر مؤلفه‌ی پیوسته‌ی تابع را نمی‌توان با استفاده از آزمون مشتق دوم به‌دست آورد. تحلیل حساسیت پارامترها نشان داد که هزینه‌ی هر واحد وسیله‌ی نقلیه و ظرفیت آن نقش به‌سزایی در سود زنجیره دارد و عدم توجه به آن‌ها باعث تحلیل غیردقیق از زنجیره می‌شود.

در نهایت پیشنهادهایی که برای بهبود کار و کاربردی‌کردن مدل می‌توان ارائه داد عبارت‌اند از:

- چندسطحی درنظرگرفتن میزان ظرفیت وسایل نقلیه؛
- محدودکردن ظرفیت و درنظرگرفتن کمبود در برآورده‌کردن تقاضا و درنظرگرفتن جریمه برای آن در تابع تقاضا؛
- چنددوره‌یی درنظرگرفتن زنجیره؛
- افزایش تعداد خرده‌فروشان و شرکت‌های حمل‌ونقل؛
- درنظرگرفتن محدودیت برای قیمت‌های ارائه‌شده توسط شرکت‌های حمل‌ونقل بر مبنای قیمت بازار؛
- بررسی اثر ادغام سفارش‌های شرکت‌های حمل‌ونقل بر افزایش سود آن‌ها؛
- استفاده از یک قرارداد به جای استفاده ازکامیون‌های با ظرفیت ثابت برای کاهش هزینه‌ها به‌طوری که تقاضای کمتر از یک میزان مشخص از ظرفیت وسیله‌ی نقلیه از طریق قرارداد با دیگر شرکت‌ها ارسال شود؛
- تقسیم سود حاصل از زنجیره‌ی تأمین با یک فروشنده و چندین خریدار؛
- درنظرگرفتن تبلیغات، خدمات پس از فروش، حمل‌ونقل و... برای قیمت‌گذاری به‌طور هم‌زمان؛
- استفاده از بازی‌های رقابتی و همکارانه در یک سطح از زنجیره‌ی تأمین زمانی‌که دو فروشنده قیمت کالاهای جانشین را هم‌زمان تعیین می‌کنند؛
- اضافه‌کردن تصمیمات تولیدکننده به محاسبات و استفاده از دو شرکت آمادی ثالث به‌جای دو حمل‌کننده در زنجیره‌ی تأمین؛
- درنظر گرفتن هزینه‌های موجودی، مسیریابی، و حمل‌ونقل در مدل‌ها.

پانوشت‌ها

1. leader
2. follower
3. online
4. simultaneous move games
5. collusion
6. Weierstrasss
7. compact
8. Wolfram Mathematica 9.0

منابع (References)

1. Cournot, A., *Researches into the Mathematical Principles of the Theory of Wealth Macmillan*, Harvard University, London (1838).
2. Bertrand, J. "Recherches sur la theorie mathematique de la richesse", *Journal des Savants*, **48**, pp. 499-508 (1883).
3. Avsar, Z.M. and M. Baykal-Gürsoy, M. "Inventory control under substitutable demand: A stochastic game application", *Naval Research Logistics (NRL),* **49**(4), pp. 359-375 (2002).
4. Stackelberg, H.V., *Theory of the Market Economy*, Oxford University Press, Oxford (1952).
5. Levitan, R. and Shubik, M. "Price duopoly and capacity constraints", *International Economic Review*, **13**(1), pp. 111-122 (1972).
6. Hviid, M. "Capacity constrained duopolies, uncertain demand and non-existence of pure strategy equilibria", *European Journal of Political Economy*, **7**(2), pp. 183-190 (1991).
7. Choi, S.C. "Price competition in a channel structure with a common retailer", *Marketing Science*, **10**(4), pp. 271-296 (1991).
8. Trivedi, M. "Distribution channels: An extension of exclusive retailership", *Management Science,* **44**(7), pp. 896-909 (1998).
9. Gal-Or, E. "Duopolistic vertical restraints", *European Economic Review*, **35**(6), pp. 1237-1253 (1991).
10. Butz, D.A. "Vertical price controls with uncertain demand 1", *The Journal of Law and Economics,* **40**(2), pp. 433-460 (1997).
11. Banks, D.T., Hutchinson, J.W. and Meyer, R.J. "Reputation in marketing channels: Repeated-transactions bargaining with two-sided uncertainty", *Marketing Science*, **21**(3), pp. 251-272 (2002).
12. Jain, S. and Kannan, P. "Pricing of information products on online servers: Issues, models, and analysis", *Management Science,* **48**(9), pp. 1123-1142 (2002).
13. Zusman, P. and Etgar, M. "The marketing channel as an equilibrium set of contracts", *Management Science*, **27**(3), pp. 284-302 (1981).
14. McGuire, T.W. and Staelin, R. "Effects of channel member efficiency on channel structure", *Productivity and Efficiency in Distribution Systems*, hrsg. v. Gautschi, David A., New York et al. 1983a, pp. 3-15 (1983).
15. Lee, C.-Y. "The economic order quantity for freight discount costs", *IIE Transactions*, **18**(3), pp. 318-320 (1986).
16. Abad, P.L. "Supplier pricing and lot sizing when demand is price sensitive", *European Journal of Operational Research,* **78**(3), pp. 334-354 (1994).
17. Christy, D.P. and Grout, J.R. "Safeguarding supply chain relationships", *International Journal of Production Economics,* **36**(3), pp. 233-242 (1994).
18. Dong, L. and Rudi, N. "Supply chain interaction under transshipments", Washington University Working Paper (2001).
19. Zhao, W. and Wang, Y. "Coordination of joint pricing-production decisions in a supply chain", *IIE Transactions,* **34**(8), pp. 701-715 (2002).
20. Xie, J. and Ai, S. "A note on: Cooperative advertising, game theory and manufacturer-retailer supply chains", *Omega,* **34**(5), pp. 501-504 (2006).
21. Hennet, J.-C. and Arda, Y. "Supply chain coordination: A game-theory approach", *Engineering Applications of Artificial Intelligence,* **21**(3), pp. 399-405 (2008).
22. Leng, M. and Parlar, M. "Game theoretic applications in supply chain management: A review", *Journal Information Systems and Operational Research (INFOR)*, bf43(3), pp. 187-220 (2005).
23. Noori- daryan; M., Taleizadeh, A. "Coordinating pricing and ordering decisions in a multi-echelon pharmacological supply chain under different market power using game theory", *Journal of Industrial and Systems Engineering,* **9**(1), pp. 35-56 (2016).
24. Esmaeili, M., Aryanezhad, M.-B. and Zeephongsekul, P. "A game theory approach in seller—buyer supply chain", *European Journal of Operational Research*, **195**(2), pp. 442-448 (2009).
25. Mutlu, F. and Çetinkaya, S. "Coordination in retailer–carrier channels for long term planning", *International Journal of Production Economics*, **133**(1), pp. 360-369 (2011).
26. Mutlu, F. and Çetinkaya, S. "Pricing decisions in a carrier–retailer channel under price-sensitive demand and contract-carriage with common-carriage option", *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review,* **51**, pp. 28-40 (2013).
27. Lozano, S., Moreno, P., Adenso-Dıaz, B. and Algaba, E. "Cooperative game theory approach to allocating benefits of horizontal cooperation", *European Journal of Operational Research,* **229**(2), pp. 444-452 (2013).
28. Jiang, L., Wang, Y. and Yan, X. "Decision and coordination in a competing retail channel involving a third-party logistics provider", *Computers & Industrial Engineering,* **76**, pp. 109-121 (2014).
29. Wang, H., Meng, Q. and Zhang, X. "Game-theoretical models for competition analysis in a new emerging liner container shipping market", *Transportation Research Part B: Methodological,* **70**, pp. 201-227 (2014).
30. Lorentziadis, P.L. "Pricing in a supply chain for auction bidding under information asymmetry", *European Journal of Operational Research*, **237**(3), pp. 871-886 (2014).

31. Yuer, L., Yang, C. and Li, T. "Advertising and pricing decisions in a manufacturer-retailer channel with demand and cost disruptions", *International Journal of Information Systems and Supply Chain Management (IJISSCM)*, **8**(3), pp. 44-66. (2015).

32. Modak, N.M., Panda, S. and Sana, S.S. "Three-echelon supply chain coordination considering duopolistic retailers with perfect quality products", *International Journal of Production Economics*, **182**, pp. 564-578 (2015).

33. Zhao, N. and Chen, L. "Price decision models of a manufacturer-retailer supply chain based on game theory", *AASRI International Conference on Industrial Electronics and Applications*, pp. 1-4 (2015).

34. Mehrjerdi, Y.Z., Fallahnejad, M.S. and Rasay, H. "Modeling and sensitivity analysis of vendor managed inventory system based upon stackelberg game theory, assuming that the producer is the leader", *Industrial Engineering & Management Sharif*, **29-1**(2), pp. 93-103 (2014).