Archive of SID

مهندسی صنایع و مدیریت شریف، (تابستان ۱۳۹۷)
دوره‌ی ۱-۳۴، شماره‌ی ۱/۱، ص. ۱۷-۲۸

Original Article

زمان‌بندی نگه‌داری و تعمیرات پیشگیرانه برای سیستم‌های سری، موازی، و جایگزینی تک‌قطعه براساس تحلیل‌های آماری

محمدصابر فلاح‌نژاد* **(دانشیار)**
الهام نجفیان (دانشجوی کارشناسی ارشد)
حسن حسینی‌نسب (استاد)
دانشکده‌ی مهندسی صنایع، دانشگاه یزد

در این پژوهش سه سیستم سری، موازی، و جایگزینی تک‌قطعه برای زمان‌بندی عملیات نگه‌داری و تعمیرات پیشگیرانه بررسی شده‌اند. برای هر سیستم یک مدل آماری از نوع هزینه در واحد زمان پیشنهاد شده‌است. یکی از نکات قابل تأمل در مبحث نگه‌داری و تعمیرات، توازن بین هزینه و زمان شروع عملیات نگه‌داری و تعمیرات پیشگیرانه است. با در نظرگرفتن این موضوع، اهداف پژوهش شامل تعیین بهترین زمان شروع عملیات نگه‌داری و تعمیرات پیشگیرانه در هر سیستم و همچنین یافتن تعداد قطعات یدکی و تجهیزات مورد نیاز به‌ترتیب در سیستم‌های جایگزینی تک‌قطعه و موازی است، به‌طوری‌که هزینه‌ی کل در واحد زمان کمینه شود. در هر یک از سیستم‌های مورد بررسی، تعداد خرابی‌های هر تجهیز از توزیع پواسون و نرخ شکست این توزیع از توزیع گاما پیروی می‌کند؛ همچنین عملیات تعمیر و نگه‌داری پیشگیرانه به‌طور منظم در فواصل زمانی مساوی انجام می‌گیرد.

واژگان کلیدی: نگه‌داری و تعمیرات پیشگیرانه، سیستم‌های سری، موازی، و جایگزینی تک‌قطعه، تحلیل آماری، هزینه.

fallahnezhad@yazd.ac.ir
e.najafian68@gmail.com
hhn@yazd.ac.ir

۱. مقدمه

در عصر حاضر، بدون تردید یکی از بنیان‌های اساسی در هر صنعتی تجهیزات، ماشین‌آلات، و نیروی انسانی است. یکی از مسائل مهم و ضروری در این صنایع، نحوه‌ی سرویس‌دهی و تعمیر و نگه‌داری ماشین‌آلات و تجهیزات یا به عبارت دیگر حفاظت فنی از دارایی‌های فیزیکی است. نگه‌داری و تعمیرات صحیح، علمی، و برنامه‌ریزی‌شده به‌طور مستقیم بر روی بهره‌وری، کیفیت، هزینه‌های تولید، قابلیت اطمینان، و سودآوری اثر می‌گذارد. عدم توجه به این مسئله، سبب بیشترشدن هزینه‌های تعمیر دستگاه‌ها، استهلاک بیش از حد آن‌ها، از کارافتادن ناگهانی، عدم توانایی در ارائه‌ی خدمات، و زیان‌های عظیم مالی خواهد شد. علاوه‌بر این تعمیر و نگه‌داری ماشین‌آلات و دستگاه‌ها، با توجه به استهلاک و فرسایش مداوم آن‌ها، بخش عمده‌یی از هزینه‌های تولید را در یک مجموعه‌ی صنعتی از آن خود می‌کنند. این هزینه‌ها بسته به نوع صنعت، ۱۵ تا ۷۰ درصد هزینه‌های تولید را شامل می‌شوند.[۱]

به‌طورکلی نگه‌داری و تعمیرات را می‌توان در دو دسته طبقه‌بندی کرد؛ دسته‌ی اول، نگه‌داری و تعمیرات مبتنی بر شکست است که بعد از خرابی تجهیز به‌کار گرفته می‌شود. دسته‌ی دوم، نگه‌داری و تعمیرات پیشگیرانه است که به‌منظور پیشگیری یا کاهش احتمال خرابی بر روی تجهیزات انجام می‌شود.[۲] در این پژوهش برنامه‌ریزی نگه‌داری و تعمیرات پیشگیرانه مورد نظر است که به‌طورگسترده‌یی در دهه‌های اخیر در مقالات مورد توجه محققان قرارگرفته‌است که از جمله می‌توان به پژوهش‌های دکر،[۳] پام و وانگ،[۴] میاموتو و همکاران،[۵] سای و همکاران،[۶] لین و همکاران[۷] و وانگ[۸] اشاره کرد. در پژوهش‌های زیادی، محققان به این نتیجه رسیده‌اند که اجرای نگه‌داری و تعمیرات پیشگیرانه در واحدهای تولیدی، یک راه مؤثر برای افزایش طول عمر تجهیزات و کاهش هزینه‌های عملیاتی است.[۹-۱۱]

یکی از روش‌های سنتی در تعیین هزینه‌های نگه‌داری و تعمیرات تجهیزات، تخمین هزینه بر اساس تجربه و آگاهی‌های شخصی است که این دیدگاه به‌دلیل ماهیت تصادفی وقوع خرابی در تجهیزات یک روش غیر قابل اعتماد است؛ به‌همین دلیل برای تخمین هزینه‌های نگه‌داری و تعمیرات، مدل‌های آماری مورد توجه قرار گرفتند. اغلب متخصصان صنعتی بر این باورند که مدل‌سازی آماری هزینه‌های نگه‌داری و تعمیرات تجهیزات، یک رویکرد کمّی مناسب برای پیش‌بینی هزینه‌های نگه‌داری و تعمیرات در افق برنامه‌ریزی مورد نظر را فراهم می‌کند.[۱۲] علاوه بر این، مدل‌های احتمالی برنامه‌ریزی نگه‌داری و تعمیرات پیشگیرانه برای کمینه‌کردن هزینه‌های تعمیر، جایگزینی، و تعمیرات پیشگیرانه در تابع هدف به‌کار می‌روند.[۱۳] مدل‌های احتمالی از توزیع احتمال برای توصیف و نشان‌دادن عدم قطعیت در پارامتر

* نویسنده مسئول
تاریخ: دریافت ۱۳۹۴/۶/۱۴، اصلاحیه ۱۳۹۴/۱۲/۱، پذیرش ۱۳۹۵/۲/۶.
DOI:10.24200/J65.2018.5544

www.SID.ir

Archive of SID

و مدل استفاده می‌کنند.[۱۴] توسعه‌ی مدل‌های خرابی احتمالی و انتخاب بهترین سیاست نگه‌داری و تعمیرات را می‌توان در مقالات ارائه شده[۱۳،۱۵-۱۹] یافت.

در ادامه‌ی این بخش، تمرکز بر روی پژوهش‌هایی است که از روش‌های آماری برای تعیین سیاست بهینه‌ی نگه‌داری و تعمیرات استفاده کرده‌اند. از جمله‌ی این پژوهش‌ها می‌توان به مقاله‌ی باربرا و همکارانش اشاره کرد که یک مدل نگه‌داری و تعمیرات به‌منظور کمینه‌کردن هزینه‌های نگه‌داری و تعمیرات پیشنهاد کردند. در این مدل، تابع چگالی زمان خرابی از توزیع نمایی پیروی می‌کند.[۲۰] هم‌چنین متا و همکارش با استفاده از روش‌های آماری و نمایی درنظرگرفتن زمان خرابی توانستند زمان مورد نیاز برای انجام نگه‌داری و تعمیرات پیشگیرانه را به‌دست‌آورند.[۲۱] چلبی وکادی به‌دنبال اتخاذ سیاست بهینه‌یی برای کمینه‌کردن هزینه در سیستم، مدلی را با استفاده از رویکرد آماری ارائه دادند که هدف آن یافتن زمان بهینه‌ی انجام عملیات نگه‌داری و تعمیرات پیشگیرانه و موجودی اطمینان در زمان انجام عملیات نت بر روی تجهیزات است.[۲۲] همچنین زکورا و همکارانش با درنظرگرفتن تابع چگالی زمان خرابی تجهیزات به‌صورت نمایی به تعیین زمان مناسب برای نت پیشگیرانه و موجودی اضافی که باید در سیستم در زمان انجام عملیات نگه‌داری برای پاسخگویی به تقاضای مشتریان موجود باشد، پرداختند.[۲۳]

سوفیا و جورج یک مدل اقتصادی برای انجام عملیات نگه‌داری و تعمیرات پیشگیرانه پیشنهاد دادند. زمان نت بهینه با این شرط محدود می‌شود و سیستم ممکن است قبل از آنکه زمان نگه‌داری و تعمیرات برسد، به حالت خارج از کنترل برود. در این مدل نیز زمان خرابی از توزیع‌های احتمالی پیروی می‌کند.[۲۴]

نصوحی و حجازی با نمایی درنظرگرفتن تابع طول عمر تجهیز، یک مدل نگه‌داری و تعمیرات چندهدفه را به‌منظور تعیین زمان مناسب برای انجام عملیات نگه‌داری و تعمیرات و همچنین تعداد بهینه‌ی قطعات یدکی مورد نیاز در افق زمانی مورد نظر، ارائه دادند.[۲۵]

از جمله مطالعات انجام‌شده در زمینه‌ی نگه‌داری و تعمیرات و پژوهش‌های آماری می‌توان به پژوهش گائو و همکارانش بر روی سیستم سری اشاره کرد. این پژوهش با هدف کمینه‌کردن هزینه‌های مربوط به نگه‌داری و تعمیرات پیشگیرانه و همچنین یافتن فاصله‌ی زمانی بهینه برای انجام عملیات نگه‌داری و تعمیرات پیشگیرانه انجام گرفت.[۲۶]

باروس و همکارانش به‌منظور کمینه‌سازی هزینه و با رویکرد آماری، یک سیستم موازی دو مؤلفه‌یی را درنظرگرفتند. در این سیستم، طول عمر هریک از مؤلفه‌ها از توزیع نمایی پیروی می‌کند و فرض بر این است که نرخ شکست یک مؤلفه به‌دلیل شکست مؤلفه‌ی دیگر افزایش می‌یابد.[۲۷] گلمکانی و همکاران به‌منظور کمینه‌سازی هزینه‌ها و یافتن روشی برای بهینه‌سازی فواصل بازرسی ثابت و غیرثابت، یک سیستم چندمؤلفه‌یی با وابستگی خرابی بین مؤلفه‌ها را مطالعه کردند. در این پژوهش، خرابی مؤلفه‌ها شامل دو بخش نرم و سخت است که خرابی نوع نرم طبق فرایند غیرهمگن پواسون با نرخ افزایشی و خرابی نوع سخت طبق فرایند پواسون با نرخ خرابی ثابت رخ می‌دهد.[۲۸]

بریچی و همکارانش با احتمالی درنظرگرفتن عمر تجهیزات به ارائه‌ی یک مدل نگه‌داری و تعمیرات در سیستم موازی پرداختند.

مدل پیشنهادی آن‌ها با دو هدف تخصیص بهینه‌ی کارها به ماشین‌های موازی و هم‌زمان با آن یافتن زمان مناسب انجام عملیات نگه‌داری و تعمیرات پیشگیرانه ارائه شده است.[۲۹]

فلاح‌نژاد و همکاران یک مدل نت پیشگیرانه مبتنی بر احتمال قابلیت اطمینان و تفکر بیزی پیشنهاد کردند. هدف این مدل کمینه‌سازی میانگین هزینه‌ی کل در واحد زمان و همچنین یافتن بهترین زمان برای انجام فعالیت‌های نت پیشگیرانه است.[۳۰]

اگر چه تاکنون مدل‌های نگه‌داری و تعمیرات زیادی توسط محققان توسعه داده شده‌است، اما پیچیدگی محیط‌های صنعتی و مشکل‌بودن جمع‌آوری داده در این حوزه، تعریف و تخمین هزینه‌های نت و انتخاب سیاست بهینه را مشکل ساخته است.[۳۱] همچنین برای افزایش قابلیت اطمینان و سطح امنیت و ایمنی با هزینه‌ی معقول، انتخاب راهبرد مناسب نگه‌داری و تعمیرات حیاتی است.[۳۲]

در این پژوهش سه سیستم موازی، سری، و جایگزینی تک‌قطعه برای انجام عملیات نگه‌داری و تعمیرات پیشگیرانه بررسی خواهد شد. در هرکدام از سیستم‌ها، یک مدل براساس تحلیل‌های آماری از نوع هزینه در واحد زمان پیشنهاد شده است. فرض شده است که تعداد خرابی‌ها برای یک تجهیز مشخص از توزیع پواسون پیروی می‌کند. همچنین نرخ شکست توزیع پواسون از توزیع گاما پیروی می‌کند. توزیع گاما برای مدل‌سازی فرایندهایی با خرابی احتمالی مناسب است.[۳۳-۳۷]

در این مقاله هدف‌های زیر به‌منظور اتخاذ سیاست بهینه‌ی نگه‌داری و تعمیرات پیشگیرانه برای کمینه‌سازی هزینه در واحد زمان دنبال می‌شود:

۱. یافتن زمان بهینه برای انجام عملیات نگه‌داری و تعمیرات پیشگیرانه در سیستم‌های سری، موازی، و جایگزینی تک‌قطعه؛

۲. یافتن تعداد قطعات یدکی و تجهیزات مورد نیاز به‌ترتیب در سیستم‌های جایگزینی تک‌قطعه و موازی.

ادامه‌ی مقاله به شرح زیر سازمان‌دهی شده‌است؛ در بخش دوم مسئله و فرضیات آن بیان می‌شود. بخش سوم به تعریف تابع هزینه برای سیستم‌های سری، موازی، و جایگزینی تک‌قطعه اختصاص یافته است و برای روشن‌شدن مدل پیشنهادی برای هر سیستم، از مثال عددی استفاده شده‌است و برای تعیین متغیرهای تصمیم در هر سیستم از نرم‌افزار MATLAB استفاده شده است. در بخش چهارم نتیجه‌گیری پژوهش بیان شده است.

۲. تعریف مسئله

در این پژوهش فرض شده است که تعداد خرابی‌ها برای یک تجهیز خاص از توزیع پواسون پیروی می‌کند. به‌کارگیری توزیع پواسون برای نشان‌دادن خرابی اجزای مختلف یک تجهیز منطقی است؛ اما در اغلب موارد نرخ شکست از یک تجهیز به تجهیز دیگر متفاوت است. حال اگر از یک تجهیز خاص اطلاعات جمع‌آوری شود و نتایج در مورد همان تجهیز به کار رود، نتایج توزیع پواسون قابل اطمینان است، اما به‌دلیل متفاوت بودن نرخ شکست تجهیزات با یکدیگر، نمی‌توان این نتایج را به تجهیزات دیگر تعمیم داد.[۳۸] برای رفع این مشکل، فرض شده است که نرخ شکست توزیع پواسون از توزیع گاما پیروی می‌کند.

بنابراین، تعداد شکست‌ها برای یک تجهیز خاص از توزیع پواسون با پارامترهای زیر پیروی می‌کند.

$$f_{x|\nu}(x) = \frac{e^{-\nu}\nu^{x}}{x!} \qquad x = 0, 1, \ldots, \quad 0 < \nu < \infty \qquad (1)$$

همچنین نرخ شکست توزیع پواسون از توزیع گاما پیروی می‌کند. $\mathrm{GAM}\left(k, \frac{1}{\gamma}\right)$

$$f_{\nu}(\nu) = \frac{v^{k-1}e^{\frac{-\nu}{\gamma}}}{\Gamma(k)\gamma^{k}} \qquad 0 < \nu < \infty, \quad 0 < k < \infty, \quad 0 < \gamma < \infty \qquad (2)$$

www.SID.ir

Archive of SID

توزیع گاما می‌تواند خانواده‌ی وسیعی از توزیع‌های پیشین را پوشش دهد. مثلاً وقتی پارامترهای آن به صفر میل می‌کند، این توزیع تبدیل به توزیع بدون اطلاع[1] $f_\nu(\nu)=\frac{1}{\nu}$ خواهد شد. همچنین در بیشتر محیط‌های عملی، از توزیع گاما برای مدل‌سازی نرخ شکست استفاده می‌شود.[30] خرابی‌های یک تجهیز خاص مطابق توزیع پواسون با نرخ شکست ν اتفاق می‌افتد؛ بنابراین، زمان بین خرابی‌ها از توزیع نمایی با تابع چگالی زیر پیروی می‌کند.

$$f_{t|\nu}(t)=\nu e^{-\nu t} \qquad 0<t<\infty,\ 0<\nu<\infty \tag{۳}$$

با درنظرگرفتن فرض $\nu \sim \mathrm{GAM}\left(k,\frac{1}{\gamma}\right)$، تابع چگالی زمان رسیدن به اولین خرابی تجهیزی که به‌صورت تصادفی انتخاب شده‌است، به‌صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$f_t(t)=\int_0^\infty f_{t|\nu}(t)f_\nu(\nu)d\nu = k\gamma(\gamma t+1)^{-(k+1)}$$
$$0<k<\infty,\ 0<t<\infty,\ 0<\nu<\infty \tag{۴}$$

در ادامه‌ی پژوهش، به‌منظور یافتن تابع هزینه برای هر یک از سیستم‌های موازی، سری، و جایگزینی تک‌قطعه به محاسبه‌ی تابع چگالی احتمال برای هرکدام از سیستم‌ها نیاز است. با استفاده از رابطه‌ی چهار، تابع چگالی احتمال برای هرکدام از سیستم‌ها محاسبه می‌شود و سپس با استفاده از آن، توابع هزینه‌ی هر سیستم بررسی خواهد شد.

۱.۲. فرضیات

فرضیات مسئله به شرح زیر است:

۱. هزینه‌ی نگه‌داری و تعمیرات پیشگیرانه کم‌تر از هزینه‌ی ناشی از خرابی‌های تحمیل شده به سیستم است.

۲. در ابتدای افق زمانی، همه‌ی تجهیزات سالم هستند.

۳. زمان‌های بازرسی و انجام عملیات نگه‌داری و تعمیرات پیشگیرانه نادیده‌گرفته شده‌اند.

۴. همه‌ی تجهیزات در سیستم‌های سری و موازی مشابه یکدیگرند.

۵. عملیات نگه‌داری و تعمیرات پیشگیرانه در فواصل زمانی یکسان انجام می‌گیرد.

۶. خرابی تجهیزات مستقل از یکدیگر است.

۳. مدل هزینه

مدل هزینه‌ی پیشنهادی بر اساس مدل مازوچی و سویر[39] با هدف کمینه‌سازی هزینه درواحد زمان است. تابع هزینه برای سه سیستم به‌صورت زیر تعریف می‌شود.

$$TC(T)=\frac{mC_B+\int_0^T \frac{C_F f(t)}{1-F(t)}dt+C_p}{T} \tag{۵}$$

در تابع هزینه‌ی معادله‌ی پنج، عملیات تعمیر یا تعویض یک تجهیز در زمان T یا هنگامی که خرابی زودتر از این زمان رخ دهد، انجام می‌گیرد. در ادامه به تعریف پارامترهای به‌کاررفته در مدل اشاره شده است.

m: تعداد قطعات یدکی و تجهیزات مورد نیاز به‌ترتیب در سیستم‌های جایگزینی تک‌قطعه و موازی؛

C_P: هزینه‌ی انجام عملیات نگه‌داری و تعمیرات پیشگیرانه؛

C_F: هزینه‌ی تحمیل‌شده از خرابی غیربرنامه‌ریزی شده‌ی یک تجهیز؛

C_B: هزینه‌ی خرید یک قطعه‌ی یدکی در سیستم جایگزینی تک‌قطعه و همچنین هزینه‌ی اضافه‌کردن یک تجهیز در سیستم موازی؛

T: زمان بهینه برای انجام عملیات نگه‌داری و تعمیرات پیشگیرانه؛

TC: هزینه‌ی کل نگه‌داری و تعمیرات پیشگیرانه در واحد زمان؛

$f(t)$: تابع چگالی احتمال زمان خرابی.

در این پژوهش فرض بر این است که تعداد تجهیزات در سیستم سری مشخص است، در نتیجه هزینه‌ی خرید تجهیزات در این سیستم برابر صفر است ($C_B=0$). همچنین در سیستم‌های مورد مطالعه، خرابی تجهیزات زودتر از زمان برنامه‌ریزی‌شده، باعث تحمیل هزینه‌ی زیادی به سیستم می‌شود که برای نشان‌دادن این محدودیت فرض شده است رابطه‌ی خطی بین C_F و زمان وجود دارد ($C_F=C_f\times t$). در ادامه تابع هزینه برای هرکدام از سیستم‌ها محاسبه می‌شود.

۱.۳. تابع هزینه‌ی سیستم سری

در اغلب واحدهای تولیدی، تولید یا به‌صورت سری یا موازی یا ترکیبی از این دو حالت است؛ در سیستم‌های تولیدی که تولید به‌صورت سری انجام می‌گیرد، خرابی یک تجهیز باعث توقف خط تولید می‌شود. در سیستم‌های تولیدی سری، به‌خصوص در بیشتر مجتمع‌های تولیدی، پالایشگاهی، گازی، پتروشیمی، و شرکت‌های مشابه خرابی یک تجهیز هزینه‌های سرسام‌آوری را به سیستم تحمیل می‌کند؛ در نتیجه توجه به مقوله‌ی نگه‌داری و تعمیرات پیشگیرانه در این سیستم‌ها کاملاً ضروری به نظر می‌رسد.

یکی از چالش‌های اصلی در سیستم‌های سری، تعیین بازه‌ی زمانی مناسب برای انجام نگه‌داری و تعمیرات پیشگیرانه است به‌نحوی که ضمن دستیابی به دسترس‌پذیری و قابلیت اطمینان قابل قبول، در مجموع برآیند هزینه‌های ناشی از تعمیرات اضطراری و تعمیرات پیشگیرانه کمینه شود؛ زیرا کوتاهی در انجام تعمیرات پیشگیرانه موجب افزایش هزینه‌های تعمیرات اضطراری شامل خرابی‌های پیش‌بینی‌نشده‌ی ماشین‌آلات و توقف‌های خارج از برنامه‌ی تولید را در پی دارد. از سوی دیگر زیاده‌روی در انجام تعمیرات پیشگیرانه، به‌دلیل توقف‌های پی‌درپی تولید سبب هدر رفتن منابع نیروی انسانی، توقف تولید، و افزایش هزینه می‌شود.

در این بخش سعی بر این است که علاوه‌بر تعریف تابع هدف سیستم، بهترین زمان انجام عملیات نگه‌داری و تعمیرات پیشگیرانه تعیین شود. اما برای ارزیابی تابع هزینه، ابتدا باید تابع چگالی احتمال محاسبه شود. تابع چگالی در سیستم سری برابر احتمال زمان اولین خرابی در سیستم است. زمان اولین خرابی در سیستم با $y_1=\min\left(t_1^{(1)},\ldots,t_1^{(m)}\right)$ نشان داده می‌شود که m معرف تعداد تجهیزات سری و $t_1^{(i)}$، نشان‌دهنده‌ی زمان اولین خرابی تجهیز iام است. برای محاسبه‌ی تابع چگالی سیستم سری، ابتدا تابع توزیع سیستم مطابق معادله‌ی شش تعریف می‌شود.

$$\begin{aligned}F_{y_1}(t)&=p\left(\min\left(t_1^{(1)},\ldots,t_1^{(m)}\right)\le t\right)\\&=1-p\left(\min\left(t_1^{(1)},\ldots,t_1^{(m)}\right)\ge t\right)\\&=1-p\left(t_1^{(1)}\ge t\right)p\left(t_1^{(2)}\ge t\right)\ldots p\left(t_1^{(m)}\ge t\right)\end{aligned} \tag{۶}$$

با استفاده از تابع چگالی معادله‌ی چهار، مقدار $p\left(t_1^{(i)}\ge t\right)$ به‌صورت زیر به

www.SID.ir

دست می‌آید.

$$p\left(t_1^{(i)} \geq t\right) = \int_t^{\infty} k\gamma\left(\gamma t_1^{(i)} + 1\right)^{-(k+1)} = (\gamma t + 1)^{(-k)} \qquad (۷)$$

با توجه به فرض مستقل‌بودن تجهیزات از یکدیگر، تابع توزیع سیستم به‌صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$F_{y_1}(t) = 1 - (\gamma t + 1)^{-(mk)} \qquad (۸)$$

حال با مشتق‌گرفتن از تابع توزیع سیستم، تابع چگالی سیستم سری به‌صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$f_{y_1}(t) = mk\gamma(\gamma t + 1)^{-(mk+1)} \quad 0 < t < \infty, \quad 0 < k < \infty, \quad 0 < \gamma < \infty \qquad (۹)$$

پس از به دست آوردن تابع چگالی زمان خرابی سیستم، می‌توان تابع هزینه را بررسی کرد. تابع هزینه در سیستم سری به‌صورت زیر تعریف می‌شود.

$$TC(T) = \frac{\int_0^T \frac{C_F f(t)}{1-F(t)} dt + C_p}{T} \qquad (۱۰)$$

اما با توجه به محدودیت $(C_F = C_f \times t)$، رابطه‌ی ۱۰ به صورت زیر بازنویسی می‌شود.

$$TC(T) = \frac{C_f \int_0^T \frac{tf(t)}{1-F(t)} dt + C_p}{T} \qquad (۱۱)$$

برای ارزیابی تابع هدف، ابتدا باید مقدار $\int_0^T \frac{tf(t)}{1-F(t)} dt$ محاسبه شود. با استفاده از تابع چگالی رابطه‌ی ۹، مقدار انتگرال مورد نظر به‌صورت زیر به دست می‌آید.

$$\int_0^T \frac{tf(t)}{1-F(t)} = -\frac{km(\log(\gamma T + 1) - \gamma T)}{\gamma} \qquad (۱۲)$$

پس از محاسبه‌ی انتگرال $\int_0^T \frac{tf(t)}{1-F(t)} dt$ مطابق رابطه‌ی ۱۲، تابع هدف به‌صورت زیر تبدیل می‌شود.

$$TC(T) = \frac{C_f \times (-km \times \log(\gamma T + 1))}{T \times \gamma} + km \times C_f + \frac{C_P}{T} \qquad (۱۳)$$

در سیستم سری هدف یافتن زمان بهینه برای انجام عملیات نگه‌داری و تعمیرات پیشگیرانه با درنظرگرفتن کمینه‌سازی هزینه است. در بخش بعد از یک مثال عددی برای روشن‌شدن مدل پیشنهادی استفاده شده است.

۱.۱.۳. مثال عددی و تحلیل حساسیت

در جدول ۱ مقادیر پارامترهای توزیع گاما، هزینه‌ها و تعداد تجهیزات مشخص شده‌اند. زمان بهینه‌ی انجام عملیات نگه‌داری و تعمیرات پیشگیرانه با توجه به پارامترهای مشخص‌شده برابر ۰٫۲۱ است. مقدار تابع هدف در این زمان برابر ۱۹۳٫۴۲۲ است که برابرکم‌ترین مقدار خود در چرخه‌ی زمانی مورد بررسی است.

در جدول ۲ مقادیر بهینه‌ی تابع هدف و زمان بهینه‌ی انجام عملیات نگه‌داری و تعمیرات پیشگیرانه به‌ازای پارامترهای مختلف هزینه و توزیع گاما نشان داده شده است. در هر تکرار مقادیر k و γ ثابت در نظرگرفته می‌شود و تأثیر هزینه‌ها و تعداد تجهیزات بر روی مقادیر تابع هزینه و زمان انجام نگه‌داری و تعمیرات پیشگیرانه مورد بررسی قرار می‌گیرد. نتیجه‌ی تحلیل حساسیت پارامترها بر روی متغیرهای تصمیم در جدول ۳ نشان داده شده است.

Archive of SID

جدول ۱. مقادیر بهینه‌ی تابع هدف و زمان عملیات نگه‌داری و تعمیرات پیشگیرانه به‌ازای مقادیر ثابت k و γ در سیستم سری.

پارامترهای توزیع گاما و هزینه			تعداد تجهیزات	زمان PM	تابع هزینه
k	γ	C_P	C_f	m	T^*	$TC^*(T)$
۱۰	۰٫۵	۲۰	۵۰	۴	۰٫۲۱	۱۹۳٫۴۲۲۲

۲.۳. تابع هزینه‌ی سیستم جایگزینی تک‌قطعه

در بسیاری از موارد به علت خرابی دستگاه‌ها و ماشین‌آلات و برای رفع نقص و راه‌اندازی خط تولید، نیاز به تعویض قطعه یا قطعاتی از تجهیز است. در این شرایط وجود قطعه‌ی یدکی مورد نیاز در انبار فنی شرکت بسیار مطلوب است و بدون از دست‌دادن وقت برای خرید و تأمین آن قطعه می‌توان با جایگزینی قطعه‌ی سالم، دستگاه را راه‌اندازی کرد و تحویل خط تولید داد. توقف دستگاه‌ها و خطوط تولید هزینه‌های بسیاری مانند بی‌کاری کاروَرها، تولید ازدست‌رفته، عدم تحویل به موقع سفارش به مشتری و نارضایتی مشتری و بسیاری از هزینه‌های دیگر را تحمیل می‌کند که با در اختیار داشتن میزان مناسب و به‌صرفه‌ی موجودی قطعات یدکی می‌توان زمان‌های تعمیر و تعویض قطعات یدکی و درکل زمان توقفات و تولیدات معوق را کاهش داد.

در بیشتر محیط‌های صنعتی معمولاً با وجود وابستگی و تأثیرگذاربودن موجودی قطعات یدکی و نگه‌داری و تعمیرات پیشگیرانه، این عوامل را به‌صورت جدا بررسی و بهینه می‌کنند. درصورتی‌که تعیین موجودی قطعات یدکی می‌تواند براساس پیش‌بینی و برآورد میزان فعالیت‌های نگه‌داری و تعمیرات صورت بگیرد؛ با افزایش زمان، کارکرد ماشین‌آلات افزایش می‌یابد و تجهیزات بیش‌تر مستهلک می‌شود و در نتیجه تجهیزات به قطعات یدکی بیش‌تری برای تعویض نیاز دارند. این بررسی هم‌زمان و یکپارچه سبب صرفه‌جویی در هزینه‌ی کل می‌شود. اما داشتن موجودی از تمام قطعات یدکی یک تجهیز، بنا به دلایلی از جمله فضای انبارش بزرگ، حجم زیاد سرمایه‌ی مورد نیاز، و احتمال عدم نیاز به برخی قطعات یدکی حتی در طولانی مدت به سادگی میسر نمی‌شود.

در این پژوهش منظور از بررسی سیستم جایگزینی تک‌قطعه، تعیین تعداد بهینه‌ی قطعات یدکی برای قطعه‌یی مشخص از یک تجهیز در افق زمانی مورد نظر است. اهداف مورد نظر در این سیستم علاوه‌بر تعیین تعداد قطعات یدکی مورد نیاز، تعیین زمان انجام عملیات نگه‌داری و تعمیرات پیشگیرانه نیز هست. برای به‌دست‌آوردن مقادیر مورد نظر در تابع هدف، ابتدا نیاز به محاسبه‌ی تابع چگالی زمان خرابی سیستم است. تابع چگالی احتمال در این سیستم برابر است با احتمال مجموع زمان عملیات تا هنگامی که mامین خرابی یا شکست در تجهیز رخ دهد. تابع چگالی احتمال جایگزینی تک‌قطعه با $(y_m = \sum_{i=1}^{m} t_i)$ نشان داده می‌شود که بین و رایت[۳۸] تابع چگالی احتمال y_m را به‌صورت زیر محاسبه کردند.

$$f(t) = \frac{\Gamma(k+m)(\gamma t)^{m-1}\gamma}{\Gamma(k)(m-1)!(\gamma t + 1)^{k+m}} \qquad (۱۴)$$

تابع هزینه در این سیستم به‌صورت زیر تعریف می‌شود.

$$TC(T) = \frac{mC_B + \int_0^T \frac{C_F f(t)}{1-F(t)} dt + C_p}{T} \qquad (۱۵)$$

www.SID.ir

Archive of SID

جدول ۲. مقادیر بهینه‌ی تابع هزینه و زمان عملیات نگه‌داری و تعمیرات پیشگیرانه به‌ازای مقادیر متفاوت k و γ در سیستم سری

شماره‌ی تکرار		پارامترهای توزیع گاما و هزینه				تعداد تجهیزات	زمان PM	تابع هزینه
		k	γ	C_P	C_f	m	T^*	$TC^*(T)$
۱		۱۰	۰/۵	۲۰	۵۰	۴	۰/۲۱	۱۹۳/۴۲۲۲
	C_P	۱۰	۰/۵	۱۰	۵۰	۴	۰/۱۵	۱۳۸/۱۱۵۷
		۱۰	۰/۵	۴۰	۵۰	۴	۰/۳۱	۲۶۹/۶۷۳۰
	C_f	۱۰	۰/۵	۲۰	۲۵	۴	۰/۳۱	۱۳۴/۸۳۶۵
		۱۰	۰/۵	۲۰	۱۰۰	۴	۰/۱۵	۲۷۶/۲۳۱۴
	m	۱۰	۰/۵	۲۰	۵۰	۲	۰/۳۱	۱۳۴/۸۳۶۵
		۱۰	۰/۵	۲۰	۵۰	۸	۰/۱۵	۲۷۶/۲۳۱۴
۲		۱۰	۰/۰۰۰۵	۲۰	۵۰	۴	۲/۰۱	۱۹/۹۳۳۴
	C_P	۱۰	۰/۰۰۰۵	۱۰	۵۰	۴	۱/۴۲	۱۴/۱۰۸۸
		۱۰	۰/۰۰۰۵	۴۰	۵۰	۴	۲/۸۶	۲۸/۱۵۱۱
	C_f	۱۰	۰/۰۰۰۵	۲۰	۲۵	۴	۲/۸۶	۱۴/۰۷۵۶
		۱۰	۰/۰۰۰۵	۲۰	۱۰۰	۴	۱/۴۲	۲۸/۲۱۷۶
	m	۱۰	۰/۰۰۰۵	۲۰	۵۰	۲	۲/۸۶	۱۴/۰۷۵۶
		۱۰	۰/۰۰۰۵	۲۰	۵۰	۸	۱/۴۲	۲۸/۲۱۷۶
۳		۵	۰/۰۰۰۵	۲۰	۵۰	۴	۲/۸۶	۱۴/۰۷۵۶
	C_P	۵	۰/۰۰۰۵	۱۰	۵۰	۴	۲/۰۱	۹/۹۶۶۷
		۵	۰/۰۰۰۵	۴۰	۵۰	۴	۴/۰۵	۱۹/۸۶۶۹
	C_f	۵	۰/۰۰۰۵	۲۰	۲۵	۴	۴/۰۵	۹/۹۳۳۴
		۵	۰/۰۰۰۵	۲۰	۱۰۰	۴	۲/۰۱	۱۹/۹۳۳۴
	m	۵	۰/۰۰۰۵	۲۰	۵۰	۲	۴/۰۵	۹/۹۳۳۴
		۵	۰/۰۰۰۵	۲۰	۵۰	۸	۲/۰۱	۱۹/۹۳۳۴
۴		۳۰	۰/۵	۲۰	۵۰	۴	۰/۱۲	۳۳۹/۷۷۵۹
	C_P	۳۰	۰/۵	۱۰	۵۰	۴	۰/۰۸	۲۴۱/۸۹۳۰
		۳۰	۰/۵	۴۰	۵۰	۴	۰/۱۷	۴۷۶/۷۰۶۸
	C_f	۳۰	۰/۵	۲۰	۲۵	۴	۰/۱۷	۲۳۸/۳۵۳۴
		۳۰	۰/۵	۲۰	۱۰۰	۴	۰/۰۸	۴۸۳/۷۸۶۱
	m	۳۰	۰/۵	۲۰	۵۰	۲	۰/۱۷	۲۳۸/۳۵۳۴
		۳۰	۰/۵	۲۰	۵۰	۸	۰/۰۸	۴۸۳/۷۸۶۱
۵		۳۰	۰/۰۰۰۵	۲۰	۵۰	۴	۱/۱۶	۳۴/۵۷۴۴
	C_P	۳۰	۰/۰۰۰۵	۱۰	۵۰	۴	۰/۸۲	۲۴/۴۶۱۶
		۳۰	۰/۰۰۰۵	۴۰	۵۰	۴	۱/۶۴	۴۸/۸۵۶۶
	C_f	۳۰	۰/۰۰۰۵	۲۰	۲۵	۴	۱/۶۴	۲۴/۴۲۸۳
		۳۰	۰/۰۰۰۵	۲۰	۱۰۰	۴	۰/۸۲	۴۸/۹۲۳۲
	m	۳۰	۰/۰۰۰۵	۲۰	۵۰	۲	۱/۶۴	۲۴/۴۲۸۳
		۳۰	۰/۰۰۰۵	۲۰	۵۰	۸	۰/۸۲	۴۸/۹۲۳۲

www.SID.ir

Archive of SID

ادامه‌ی جدول ۲.

شماره‌ی تکرار	پارامترهای توزیع گاما و هزینه k	γ	C_P	C_f	تعداد تجهیزات m	زمان PM T^*	تابع هزینه $TC^*(T)$
۶	۱۰	۵	۲۰	۵۰	۴	۰/۰۸	۵۶۷/۶۳۸۸
C_P	۱۰	۵	۱۰	۵۰	۴	۰/۰۵	۴۱۴/۸۵۱۶
	۱۰	۵	۴۰	۵۰	۴	۰/۱۲	۷۶۶/۶۵۴۶
C_f	۱۰	۵	۲۰	۲۵	۴	۰/۱۲	۳۸۳/۳۲۷۳
	۱۰	۵	۲۰	۱۰۰	۴	۰/۰۵	۸۲۹/۷۰۳۲
m	۱۰	۵	۲۰	۵۰	۲	۰/۱۲	۳۸۳/۳۲۷۳
	۱۰	۵	۲۰	۵۰	۸	۰/۰۵	۸۲۹/۷۰۳۲

جدول ۳. نتیجه‌ی تحلیل حساسیت پارامترها بر روی مقادیر $TC^*(T)$ و T^* در سیستم سری.

پارامترها	نوع تغییر	T^*	$TC^*(T)$	علت
C_P	افزایش	+	+	با افزایش C_P، منطقی است که زمان انجام عملیات نگه‌داری و تعمیرات پیشگیرانه به تأخیر بیفتد و $TC^*(T)$ افزایش یابد و برعکس.
	کاهش	−	−	
C_f	افزایش	−	+	طبق فرض C_F تابعی از زمان است، پس با خرابی یک تجهیز زودتر از زمان تعیین شده، هزینه‌ی زیادی به سیستم اعمال می‌شود. بنابراین، برای جلوگیری و کاهش خرابی‌های برنامه‌ریزی‌نشده، با افزایش C_f زمان بهینه‌ی انجام عملیات نگه‌داری و تعمیرات کاهش می‌یابد و در نتیجه هزینه افزایش می‌یابد و برعکس.
	کاهش	+	−	
m	افزایش	−	+	با افزایش تعداد تجهیزات، احتمال خرابی سیستم افزایش می‌یابد؛ بنابراین، زمان بهینه‌ی انجام عملیات نگه‌داری و تعمیرات کاهش می‌یابد که باعث افزایش هزینه‌های سیستم می‌شود و برعکس.
	کاهش			

اما با توجه به محدودیت $(C_F = C_f \times t)$، تابع هزینه به صورت زیر بازنویسی می‌شود.

$$TC(T) = \frac{mC_B + C_f \int_0^T \frac{tf(t)}{1-F(t)}dt + C_p}{T} \qquad (۱۶)$$

محاسبه‌ی انتگرال $F(t)$ و $\int_0^T \frac{tf(t)}{1-F(t)}dt$ پیچیده است و از روش‌های عددی برای محاسبه‌ی آن استفاده شده است.

۱.۲.۳. مثال عددی و تحلیل حساسیت

برای روشن شدن مدل پیشنهادی، از یک مثال عددی استفاده شده‌است که اطلاعات آن در جدول ۴ نمایش داده شده است. مقدار تابع هدف به‌ازای مقادیر هزینه و پارامترهای توزیع گاما ۱۳۸۹/۸ به‌دست آمده است؛ همچنین مقادیر بهینه‌ی تعداد قطعات یدکی و زمان شروع عملیات نگه‌داری و تعمیرات پیشگیرانه به‌ترتیب برابر ۶۸ و ۲/۱ است.

جدول ۵ نشان‌دهنده‌ی تأثیر پارامترهای هزینه و توزیع گاما بر روی مقادیر تابع هزینه، تعداد قطعات یدکی، و زمان انجام عملیات نگه‌داری و تعمیرات پیشگیرانه است. مقادیر متغیرهای تصمیم در این سیستم به شدت تحت تأثیر مقادیر متغیرهای توزیع گاما هستند؛ مثلاً تأثیر هزینه‌ها بر روی مقدار قطعات یدکی وابسته به میزان

جدول ۴. مقادیر بهینه تابع هدف و زمان عملیات نگه‌داری و تعمیرات پیشگیرانه به‌ازای مقادیر ثابت k و γ در سیستم جایگزینی تک‌قطعه.

پارامترهای توزیع گاما و هزینه k	γ	C_B	C_P	C_f	قطعات یدکی m^*	زمان PM T^*	تابع هزینه $TC^*(T)$
۱۵	۰/۵	۴۰	۱۰۰	۱۰۰۰	۶۸	۲/۱	۱۳۸۹/۸

مقادیر k و γ است و نمی‌توان تأثیر هرکدام از هزینه‌ها را به‌طور مستقل بر روی تعداد قطعات یدکی بیان کرد. همچنین تأثیر C_P بر روی زمان بهینه‌ی عملیات نگه‌داری و تعمیرات نیز وابسته به پارامترهای توزیع گاماست، به‌طوری‌که نمی‌توان روند کاهشی یا افزایشی مشخصی برای آن در نظرگرفت. اما به‌دلیل وابستگی C_F به زمان، منطقی است که با افزایش آن، زمان بهینه‌ی انجام عملیات نگه‌داری و تعمیرات کاهش یابد و برعکس.

۳.۳. تابع هزینه‌ی سیستم موازی

توقف خط تولید در سیستم موازی هنگامی اتفاق می‌افتد که همه‌ی تجهیزات

www.SID.ir

Archive of SID

جدول ۵. مقادیر بهینه‌ی تابع هزینه و زمان عملیات نگه‌داری و تعمیرات پیشگیرانه به‌ازای مقادیر متفاوت k و γ در سیستم جایگزینی تک قطعه

شماره‌ی تکرار	پارامترهای توزیع گاما و هزینه						قطعات یدکی	زمان PM	تابع هزینه
		k	γ	C_B	C_P	C_f	m^*	T^*	$TC^*(T)$
۱		۱	۰/۰۰۵	۴۰	۱۰۰	۱۰۰۰	۴۲	۱۱۱	۱۸/۶۶۴
	C_B	۱	۰/۰۰۵	۲۰	۱۰۰	۱۰۰۰	۵۰	۱۱۸	۱۰/۶۶۸۸
		۱	۰/۰۰۵	۸۰	۱۰۰	۱۰۰۰	۳۴	۱۰۲	۳۲/۷۷۴۵
	C_P	۱	۰/۰۰۵	۴۰	۵۰	۱۰۰۰	۳۷	۹۸	۱۸/۱۹۵۱
		۱	۰/۰۰۵	۴۰	۲۰۰	۱۰۰۰	۵۰	۱۳۰	۱۹/۴۸۱۱
	C_f	۱	۰/۰۰۵	۴۰	۱۰۰	۵۰۰	۳۸	۱۱۴	۱۶/۸۴۷۹
		۱	۰/۰۰۵	۴۰	۱۰۰	۲۰۰۰	۴۷	۱۱۱	۲۰/۴۷۸۷
۲		۱	۰/۵	۴۰	۱۰۰	۱۰۰۰	۷۴	۳۵	۱۰۹/۴۸۲۱
	C_B	۱	۰/۵	۲۰	۱۰۰	۱۰۰۰	۷۴	۳۰	۶۴/۳۷۸۲
		۱	۰/۵	۸۰	۱۰۰	۱۰۰۰	۷۴	۴۳	۱۸۴/۹۹۸۵
	C_P	۱	۰/۵	۴۰	۵۰	۱۰۰۰	۷۴	۳۵	۱۰۸/۰۵۳۵
		۱	۰/۵	۴۰	۲۰۰	۱۰۰۰	۷۴	۳۶	۱۱۲/۲۹۷۷
	C_f	۱	۰/۵	۴۰	۱۰۰	۵۰۰	۷۴	۴۳	۹۳/۶۶۲۰
		۱	۰/۵	۴۰	۱۰۰	۲۰۰۰	۷۴	۳۰	۱۲۵/۴۲۳۰
۳		۱۰	۰/۵	۴۰	۱۰۰	۱۰۰۰	۷۰	۴/۱	۷۴۸/۶۴۱۴
	C_B	۱۰	۰/۵	۲۰	۱۰۰	۱۰۰۰	۷۰	۳/۹	۴۰۱/۸۹۶۵
		۱۰	۰/۵	۸۰	۱۰۰	۱۰۰۰	۷۰	۴/۳	۱۴۱۶/۸
	C_P	۱۰	۰/۵	۴۰	۵۰	۱۰۰۰	۷۰	۴/۱	۷۳۶/۴۴۶۳
		۱۰	۰/۵	۴۰	۲۰۰	۱۰۰۰	۷۰	۴/۱	۷۷۳/۰۳۱۶
	C_f	۱۰	۰/۵	۴۰	۱۰۰	۵۰۰	۷۰	۴/۳	۷۲۰/۰۱۵۲
		۱۰	۰/۵	۴۰	۱۰۰	۲۰۰۰	۷۰	۳/۹	۷۷۸/۱۵۲۰
۴		۱۵	۰/۵	۴۰	۱۰۰	۱۰۰۰	۶۸	۲/۱	۱۳۸۹/۸
	C_B	۱۵	۰/۵	۲۰	۱۰۰	۱۰۰۰	۶۸	۲/۱	۷۴۲/۱۸۹۶
		۱۵	۰/۵	۸۰	۱۰۰	۱۰۰۰	۶۸	۲/۲	۲۶۷۲/۲
	C_P	۱۵	۰/۵	۴۰	۵۰	۱۰۰۰	۶۸	۲/۱	۱۳۶۶
		۱۵	۰/۵	۴۰	۲۰۰	۱۰۰۰	۶۸	۲/۱	۱۴۳۷/۴
	C_f	۱۵	۰/۵	۴۰	۱۰۰	۵۰۰	۶۸	۲/۲	۱۳۵۸/۸
		۱۵	۰/۵	۴۰	۱۰۰	۲۰۰۰	۶۸	۲/۱	۱۴۳۶/۸
۵		۱	۱	۴۰	۱۰۰	۱۰۰۰	۶۹	۱۹	۱۹۳/۳۱۴۱
	C_B	۱	۱	۲۰	۱۰۰	۱۰۰۰	۶۹	۱۶	۱۱۵/۶۹۸۵
		۱	۱	۸۰	۱۰۰	۱۰۰۰	۶۳	۲۱	۳۲۳/۰۹۹۸
	C_P	۱	۱	۴۰	۵۰	۱۰۰۰	۶۹	۱۹	۱۹۰/۶۸۲۵
		۱	۱	۴۰	۲۰۰	۱۰۰۰	۶۹	۲۰	۱۹۸/۴۱۲۴
	C_f	۱	۱	۴۰	۱۰۰	۵۰۰	۶۹	۲۵	۱۶۱/۵۳۵۳
		۱	۱	۴۰	۱۰۰	۲۰۰۰	۶۹	۱۶	۲۲۵/۱۴۷۱

www.SID.ir

Archive of SID

ادامه‌ی جدول ۵.

شماره‌ی	پارامترهای توزیع گاما و هزینه					قطعات یدکی	زمان PM	تابع هزینه
تکرار	k	γ	C_B	C_P	C_f	m^*	T^*	$TC^*(T)$
۶	۵	۱	۴۰	۱۰۰	۱۰۰۰	۶۸	۴/۱	۷۶۲/۸۵۱۶
C_B	۵	۱	۲۰	۱۰۰	۱۰۰۰	۶۸	۳/۸	۴۱۷/۹۸۶۸
	۵	۱	۸۰	۱۰۰	۱۰۰۰	۶۸	۴/۴	۱۴۰۸/۱
C_P	۵	۱	۴۰	۵۰	۱۰۰۰	۶۸	۴/۱	۷۵۰/۶۵۶۵
	۵	۱	۴۰	۲۰۰	۱۰۰۰	۶۸	۴/۱	۷۸۷/۲۴۱۹
C_f	۵	۱	۴۰	۱۰۰	۵۰۰	۶۸	۴/۴	۷۱۵/۴۳۴۱
	۵	۱	۴۰	۱۰۰	۲۰۰۰	۶۸	۳/۸	۸۰۹/۶۵۷۹

جدول ۶. مقادیر بهینه‌ی تابع هزینه و زمان عملیات نگه‌داری و تعمیرات پیشگیرانه به‌ازای مقادیر ثابت k و γ در سیستم موازی.

پارامترهای توزیع گاما و هزینه						تعداد تجهیزات	زمان PM	تابع هزینه
k	γ	C_B	C_P	C_f		m^*	T^*	$TC^*(T)$
۸	۰/۵	۴۰	۱۰۰	۱۰۰۰		۳	۰/۳۷	۹۷۰/۶۰۴۲

خراب شوند. بنابراین، برای به‌دست‌آوردن تابع چگالی احتمال سیستم، باید احتمال زمان آخرین خرابی سیستم محاسبه شود. زمان آخرین خرابی سیستم با $y_۲ = \max\left(t_۱^{(۱)}, ..., t_۱^{(m)}\right)$ نشان داده شده‌است که m نشان‌دهنده‌ی تعداد تجهیزاتی است که به‌صورت موازی قرار می‌گیرند و $t_۱^{(i)}$، نشان‌دهنده‌ی زمان اولین خرابی تجهیز iام است. در این سیستم نیز برای به‌دست‌آوردن تابع چگالی احتمال خرابی از تابع توزیع استفاده شده است که تابع توزیع سیستم به‌صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$\begin{aligned} F_{y_۲}(t) =& p\left(\max\left(t_۱^{(۱)}, ..., t_۱^{(m)}\right) \le t\right) \\ =& p\left(t_۱^{(۱)} \le t\right) p\left(t_۱^{(۲)} \le t\right) ... p\left(t_۱^{(m)} \le t\right) \end{aligned} \quad (۱۷)$$

با استفاده از رابطه‌ی ۴، مقدار $p\left(t_۱^{(i)} \le t\right)$ به‌صورت زیر به‌دست می‌آید.

$$p\left(t_۱^{(i)} \le t\right) = \int_۰^t k\gamma\left(\gamma t_۱^{(i)} + ۱\right)^{-(k+۱)} = ۱ - (\gamma t + ۱)^{(-k)} \quad (۱۸)$$

فرض مستقل‌بودن تجهیزات در این سیستم نیز درنظرگرفته شده است. بنابراین، تابع توزیع مطابق رابطه‌ی ۱۹ به‌دست می‌آید.

$$f_{y_۲}(t) = mk\gamma(\gamma t + ۱)^{-(k+۱)} \times \left(۱ - (\gamma t + ۱)^{(-k)}\right)^{m-۱} \quad (۱۹)$$

تابع هزینه در سیستم موازی به‌صورت زیر تعریف می‌شود.

$$TC(T) = \frac{mC_B + \int_۰^T \frac{C_F f(t)}{۱-F(t)} dt + C_p}{T} \quad (۲۰)$$

اما با توجه به محدودیت $(C_F = C_f \times t)$، رابطه‌ی ۲۰ به‌صورت زیر بازنویسی می‌شود.

$$TC(T) = \frac{mC_B + C_f \int_۰^T \frac{tf(t)}{۱-F(t)} dt + C_p}{T} \quad (۲۱)$$

هدف در این سیستم یافتن زمان و تعداد تجهیزات بهینه است به‌گونه‌یی که هزینه‌ی کل در واحد زمان کمینه شود. اما برای ارزیابی و محاسبه‌ی تابع هدف، باید مقدار $\int_۰^T \frac{tf(t)}{۱-F(t)} dt$ محاسبه شود که محاسبه‌ی این انتگرال پیچیده است و از روش‌های عددی برای محاسبه‌ی آن استفاده شده است.

۱.۳.۳. مثال عددی و تحلیل حساسیت

جدول ۶ به ارائه‌ی مثالی برای سیستم موازی اختصاص یافته است. با توجه به پارامترهای هزینه و توزیع گاما، حداقل مقدار تابع هدف در ۹۷۰/۶۰۴۲ رخ می‌دهد که مقادیر بهینه‌ی تعداد تجهیزات و زمان انجام عملیات نگه‌داری و تعمیرات پیشگیرانه در این مقدار تابع هدف به‌ترتیب برابر ۳ و ۰/۳۷ است. در جدول ۷ تحلیل حساسیت سیستم موازی با شش مرحله تکرار نشان داده شده است. نتیجه‌ی تحلیل حساسیت پارامترها بر روی متغیرهای تصمیم در جدول ۸ بیان شده است.

۴. نتیجه‌گیری

در این پژوهش سعی شده است تا مدلی کاربردی برای اتخاذ سیاست بهینه‌ی نگه‌داری و تعمیرات پیشگیرانه در سیستم‌های سری، موازی، و جایگزینی تک‌قطعه بر اساس تحلیل‌های آماری ارائه شود که مهم‌ترین نوآوری‌های مدل به شرح زیر است:

- در این پژوهش فرض شده است که خرابی تجهیزات در سه سیستم سری، موازی، و جایگزینی تک‌قطعه از توزیع پواسون پیروی می‌کند. همچنین نرخ شکست توزیع پواسون از توزیع گاما پیروی می‌کند.

www.SID.ir

Archive of SID

جدول ۷. مقادیر بهینه‌ی تابع هزینه و زمان عملیات نگه‌داری و تعمیرات پیشگیرانه به‌ازای مقادیر متفاوت k و γ در سیستم موازی.

شماره‌ی تکرار		پارامترهای توزیع گاما و هزینه					تعداد تجهیزات	زمان PM	تابع هزینه
		k	γ	C_B	C_P	C_f	m^*	T^*	$TC^*(T)$
۱		۵	۰/۰۵	۴۰	۱۰۰	۱۰۰۰	۱۰	۵/۰۹	۱۱۹/۲۶۰۵
	C_B	۵	۰/۰۵	۲۰	۱۰۰	۱۰۰۰	۱۴	۵/۸	۷۶/۵۲۹۴
		۵	۰/۰۵	۸۰	۱۰۰	۱۰۰۰	۷	۴/۵	۱۸۷/۴۶۱۵
	C_P	۵	۰/۰۵	۴۰	۵۰	۱۰۰۰	۸	۴/۲۳	۱۰۸/۲۰۲۰
		۵	۰/۰۵	۴۰	۲۰۰	۱۰۰۰	۱۲	۵/۹۴	۱۳۷/۴۶۵۲
	C_f	۵	۰/۰۵	۴۰	۱۰۰	۵۰۰	۸	۵/۱	۱۰۴/۲۳۹۵
		۵	۰/۰۵	۴۰	۱۰۰	۲۰۰۰	۱۱	۴/۷	۱۳۳/۹۸۱۵
۲		۸	۰/۵	۴۰	۱۰۰	۱۰۰۰	۳	۰/۳۷	۹۷۰/۶۰۴۲
	C_B	۸	۰/۵	۲۰	۱۰۰	۱۰۰۰	۷	۰/۴۴	۷۴۲/۲۴۲۴
		۸	۰/۵	۸۰	۱۰۰	۱۰۰۰	۱	۰/۳۲	۱۱۷۸/۲
	C_P	۸	۰/۵	۴۰	۵۰	۱۰۰۰	۲	۰/۲۸	۸۲۰/۶۹۳۵
		۸	۰/۵	۴۰	۲۰۰	۱۰۰۰	۵	۰/۵۱	۱۰۱۹/۷
	C_f	۸	۰/۵	۴۰	۱۰۰	۵۰۰	۲	۰/۴۷	۷۲۲/۰۹۱۳
		۸	۰/۵	۴۰	۱۰۰	۲۰۰۰	۵	۰/۳۵	۱۲۲۵/۹
۳		۱۰	۰/۵	۴۰	۱۰۰	۱۰۰۰	۳	۰/۳۲	۱۱۲۷/۴
	C_B	۱۰	۰/۵	۲۰	۱۰۰	۱۰۰۰	۶	۰/۳۵	۸۸۴/۵۳۵۴
		۱۰	۰/۵	۸۰	۱۰۰	۱۰۰۰	۱	۰/۲۸	۱۳۲۴/۵
	C_P	۱۰	۰/۵	۴۰	۵۰	۱۰۰۰	۲	۰/۲۴	۹۴۱/۴۳۸۵
		۱۰	۰/۵	۴۰	۲۰۰	۱۰۰۰	۴	۰/۴۱	۱۴۰۴/۱
	C_f	۱۰	۰/۵	۴۰	۱۰۰	۵۰۰	۱	۰/۳۶	۸۱۶/۵۹۵۴
		۱۰	۰/۵	۴۰	۱۰۰	۲۰۰۰	۴	۰/۲۷	۱۴۴۷/۵
۴		۱۰	۲	۴۰	۱۰۰	۱۰۰۰	۱	۰/۱۴	۲۲۵۶/۱
	C_B	۱۰	۲	۲۰	۱۰۰	۱۰۰۰	۲	۰/۱۳	۲۰۸۴/۹
		۱۰	۲	۸۰	۱۰۰	۱۰۰۰	۱	۰/۱۶	۲۵۲۹/۳
	C_P	۱۰	۲	۴۰	۵۰	۱۰۰۰	۱	۰/۱۰	۱۸۳۹/۳
		۱۰	۲	۴۰	۲۰۰	۱۰۰۰	۱	۰/۱۹	۲۸۷۸/۴
	C_f	۱۰	۲	۴۰	۱۰۰	۵۰۰	۱	۰/۲۱	۱۵۴۱/۱
		۱۰	۲	۴۰	۱۰۰	۲۰۰۰	۱	۰/۰۹	۳۲۶۶/۴
۵		۸	۲	۴۰	۱۰۰	۱۰۰۰	۱	۰/۱۵۴	۱۹۹۷/۵
	C_B	۸	۲	۲۰	۱۰۰	۱۰۰۰	۳	۰/۱۵۸	۱۸۱۶/۶
		۸	۲	۸۰	۱۰۰	۱۰۰۰	۱	۰/۱۸۰	۲۲۳۷/۱
	C_P	۸	۲	۴۰	۵۰	۱۰۰۰	۱	۰/۱۱۹	۱۶۳۰/۹
		۸	۲	۴۰	۲۰۰	۱۰۰۰	۱	۰/۲۱۵	۲۵۴۱/۴
	C_f	۸	۲	۴۰	۱۰۰	۵۰۰	۱	۰/۲۳۷	۱۳۵۹/۱
		۸	۲	۴۰	۱۰۰	۲۰۰۰	۲	۰/۱۱۶	۲۸۸۸/۲

www.SID.ir

Archive of SID

ادامه‌ی جدول ۷.

شماره‌ی تکرار	پارامترهای توزیع گاما و هزینه					تعداد تجهیزات	زمان PM	تابع هزینه
	k	γ	C_B	C_P	C_f	m^*	T^*	$TC^*(T)$
۶	۵	۲	۴۰	۱۰۰	۱۰۰۰	۱	۰/۲۰۶	۱۵۴۰/۹
C_B	۵	۲	۲۰	۱۰۰	۱۰۰۰	۵	۰/۲۴۷	۱۳۰۵/۳
	۵	۲	۸۰	۱۰۰	۱۰۰۰	۱	۰/۲۴۲	۱۷۱۹/۸
C_P	۵	۲	۴۰	۵۰	۱۰۰۰	۱	۰/۱۵۷	۱۲۶۴/۳
	۵	۲	۴۰	۲۰۰	۱۰۰۰	۲	۰/۳۰۸	۱۹۱۸/۵
C_f	۵	۲	۴۰	۱۰۰	۵۰۰	۱	۰/۳۲۵۰	۱۰۳۷/۲
	۵	۲	۴۰	۱۰۰	۲۰۰۰	۳	۰/۱۷۶۰	۲۱۳۱/۶

جدول ۸. نتیجه‌ی تحلیل حساسیت پارامترها بر روی مقادیر $TC^*(T)$، m^* و T^* در سیستم موازی.

پارامترها	نوع تغییر	T^*	m^*	$TC^*(T)$	علت
C_P	افزایش	+	+	+	با افزایش C_P، منطقی است که زمان انجام عملیات نگه‌داری و تعمیرات پیشگیرانه به تأخیر بیفتد و $TC^*(T)$ افزایش یابد و برعکس.
	کاهش	−	−	−	
C_f	افزایش	−	+	+	با افزایش C_F، برای جلوگیری و کاهش خرابه‌های برنامه‌ریزی‌نشده، زمان بهینه‌ی انجام عملیات نگه‌داری و تعمیرات کاهش و تعداد تجهیزات افزایش می‌یابد و در نتیجه هزینه‌ی کل نگه‌داری و تعمیرات پیشگیرانه افزایش می‌یابد و برعکس.
	کاهش	+	−	−	
C_B	افزایش	−	−	+	افزایش یا کاهش C_B تأثیر معکوس بر m^* دارد، به‌طوری‌که با افزایش C_B، تعداد تجهیزات کاهش می‌یابد و برعکس. همچنین با افزایش C_B و در نتیجه کاهش تعداد تجهیزات، زمان انجام عملیات نگه‌داری تعمیرات پیشگیرانه برای مقابله با خرابی‌های زودتر از زمان تعیین‌شده کاهش می‌یابد.
	کاهش	+	+	−	

- تابع هزینه‌ی مدل مازوچی و سویر[۳۹] برای سیستم جایگزینی تک‌قطعه با درنظرگرفتن هزینه‌ی خرید یک قطعه‌ی یدکی توسعه یافته است.
- هزینه‌ی اضافه‌کردن یک تجهیز به سیستم موازی در تابع هزینه[۳۹] لحاظ شده و واضح است که با اضافه‌کردن یک تجهیز به سیستم، هزینه و قابلیت اطمینان افزایش می‌یابد. تعیین متغیرهای تصمیم با توجه به توازن بین هزینه و قابلیت اطمینان یکی از نوآوری‌های پژوهش است.
- در سیستم‌های مورد مطالعه، فرض شده است که رابطه‌ی خطی بین C_F و زمان وجود دارد $(C_F = C_f \times t)$؛ زیرا با افزایش زمان، میزان خرابی و استهلاک تجهیز افزایش می‌یابد.

اهداف پژوهش شامل‌یافتن بهترین زمان شروع عملیات نگه‌داری و تعمیرات پیشگیرانه در هر سیستم و همچنین یافتن تعداد قطعات یدکی و تجهیزات مورد نیاز به‌ترتیب در سیستم‌های جایگزینی تک‌قطعه و موازی است به‌طوری که هزینه‌ی کل در واحد زمان کمینه شود. نتایج تحلیل حساسیت نشان می‌دهد که مدل پیشنهادی برای هر سه سیستم کارا و قابل اجراست.

پانوشت

1. non-informative

منابع (References)

1. Bevilacqua, M. and Braglia, M. "The analytic hierarchy process applied to maintenance strategy selection", *Reliability Engineering and System Safety*, **70**, pp. 71-83 (2000).
2. Chareonsuk, C., Nagarur, N. and Tabucanon, M. "A multicriteria approach to the selection of preventive maintenance intervals", *International Journal of Production Economics*, **49**(1), pp. 55-64 (1997).
3. Dekker, R. "Applications of maintenance optimization models: A review and analysis", *Reliability Engineering and System Safety*, **51**, pp. 229-240 (1996).
4. Pham, H. and Wang, H. "Imperfect maintenance", *European Journal of Operational Research*, **94**, pp. 425-438 (1996).
5. Miyamoto, A., Kawamura, K. and Nakamura, H. "Bridge

www.SID.ir

Archive of SID

management system and maintenance optimization for existing bridges", *Computer Aided Civil and Infrastructure Engineering*, **15**(1), pp. 45-55 (2000).

6. Tsai, Y.T., Wang, K.S. and Teng, H.Y. "Optimizing preventive maintenance for mechanical components using genetic algorithms", *Reliability Engineering and System Safety*, **74**, pp. 89-97 (2001).
7. Lin, D., Zuo, M. and Yam, R.C.M. "Sequential imperfect preventive maintenance models with two categories of failure modes", *Naval Research Logistics*, **48**(2), pp. 172-183 (2001).
8. Wang, H. "A survey of maintenance policies of deteriorating systems", *European Journal of Operational Research*, **139**(3), pp. 4690-489 (2002).
9. Barlow, R.E. and Proschan, F., *Mathematical Theory of Reliability*, John Wiley and Sons, New York, pp. 108-117 (1965).
10. Nakagawa, T. "A summary of periodic replacement with minimal repair at failure", *Journal of the Operations Research Society of Japan*, **24**(3), pp. 213-227 (1981).
11. Nakagawa, T. and Yasui, K. "Periodic replacement models with threshold levels", *IEEE Transactions of Reliability*, **40**(3), pp. 395-397 (1991).
12. Yip, H.L., Fan, H. and Chiang, Y.H. "Predicting the maintenance cost of construction equipment: Comparison between general regression neural network and Box–Jenkins time series models", *Automation in Construction*, **38**, pp. 30-38 (2014).
13. Zuo, M., Christianson, B. and Bartholomew-Biggs, M. "Optimizing preventive maintenance models", *Journal of Computational Optimization and Applications*, **35**, pp. 261-279 (2006).
14. Bedford, T. and Cook, R., *Probabilistic Risk Analysis: Foundations & Methods*, Cambridge University Press (2001).
15. Abdel-Hameed, M. "A gamma wear process", *IEEE Transactions on Reliability*, **24**(2), pp. 152-153 (1975).
16. Bogdanoff, J.L. and Kozin, F., *Probabilistic Models of Cumulative Damage*, New York: John Wiley & Sons (1985).
17. Frangopol, D.M., Kallen, M.J. and van Noortwijk, J.M. "Probabilistic models for life-cycle performance of deteriorating structures: Review and future directions", *Progress in Structural Engineering and Materials*, **6**(4), pp. 197-212 (2004).
18. Hong, H.P. "Inspection and maintenance planning of pipeline under external corrosion considering generation of new defects", *Structural Safety*, **21**(3), pp. 203-222 (1999).
19. van Noortwijk, J.M. "A survey of the application of gamma processes in maintenance", *Reliability Engineering and System Safety*, **94**, pp. 2-21 (2009).
20. Barbera, F., Schneider, H. and Kelle, P. "A condition based maintenance model with exponential failures and fixed inspection intervals", *Journal of the Operational Research Society*, **47**, pp. 1037-1045 (1996).
21. Metta, S.B. and Colosimo, E.A. "Determination of preventive maintenance periodicities of stand by devices", *Reliability Engineering and System Safety*, **76**, pp. 149-154 (2002).
22. Chelbi, A. and Kadi, D.A. "Analysis of a production/inventory system with randomly failing production unit submitted to regular preventive maintenance", *European Journal of Operational Research*, **156**, pp. 712-718 (2004).
23. Zequeira, R.I., Valdes, J.E. and Berenguer, CH. "Optimal buffer inventory and opportunistic preventive maintenance under random production capacity availability", *Journal Production Economics*, **111**, pp. 686-696 (2008).
24. Sofia, P. and George, T. "Optimal preventive maintenance for equipment with two quality states and general failure time distribution", *European Journal of Operational Research*, **180**, pp. 329-353 (2007).
25. Nosoohi, I. and Hejazi, S.R. "A multi-objective approach to simultaneous determination of spare part numbers and preventive replacement times", *Mathematical Modelling*, **35**, pp. 1157-1166 (2011).
26. Gao, Y., Feng, Y., Zhang, Z. and Tan, J. "An optimal dynamic interval preventive maintenance scheduling for series systems", *Reliability Engineering and System Safety*, **142**, pp. 19-30 (2015).
27. Barros, A., Berenguer, C. and Grall, A. "A maintenance policy for two-unit parallel systems based on imperfect monitoring information", *Reliability Engineering & System Safety*, **91**(2), pp. 131-136 (2006).
28. Golmakani, H.R and Moakedi, H., "Optimization of periodic and non periodic inspection intervals of a multi component rn repairable system with failure interaction", *SharifIndustrial Engineering and management*, **25**(1), pp. 41-51, (In Persian) (2013).
29. Berrichi, A., Amodeo, L., Yalaoui, F. and Chatelet, E. "Bi-objective optimization algorithm for joint production and maintenance scheduling: Application to the parallel machine problem", *Journal of Intelligent Manufacturing*, **20**(4), pp. 389-400 (2009).
30. Fallah Nezhad, M.S., Mostafaeipour, A. and Sajadieh, M.S. "Implementation of traditional (S-R)-based PM method with bayesian inference", *International Journal of Industrial Engineering & Production Research*, **25**(1), pp. 27-32 (2014).
31. Faccio, M., Persona, A., Sgarbossa, F. and Zanin, A. "Industrial maintenance policy development: A quantitative framework", *International Journal of Production Economics*, Part A, **147**, pp. 85-93 (2014).
32. Sadeghi, A. and Alborzi Manesh, R. "The application of fuzzy group analytic network process to selection of best maintenance strategy-A case study in mobarake steel compony", *Procardia-Social and Behavioral Sciences*, **62**, pp. 1378-1383 (2012).
33. Cheng, T. and Pandey, M.D. "An accurate analysis of maintenance cost of structures experiencing stochastic degradation", *Structure and Infrastructure Engineering*, **8**(4), pp. 329-339 (2012).
34. Cheng, T., Pandey, M.D. and van der Weide, J.A.M. "The probability distribution of maintenance cost of systems affected by the gamma process of degradation: finite time solution", *Reliability Engineering and System Safety*, **108**, pp. 65-76 (2012).

www.SID.ir

Archive of SID

35. Kallen, M.J. and van Noortwijk, J.M. "Optimal maintenance decisions under imperfect inspection", *Reliability Engineering and System Safety*, **90**, pp. 177-185 (2005).

36. Pandey, M.D., Cheng, T. and van der Weide, J.A.M. "Finite time maintenance cost by stochastic degradation", *Journal of Risk and Reliability*, **225**, pp. 241-250 (2011).

37. Park, K.S. "Optimal continuous-wear limit replacement under periodic inspections", *IEEE Transactions on Reliability*, **37**(1), pp. 97-102 (1988).

38. Bain, L.J. and Wright, F.T. "The negative binomial process with application to reliability", *Quality Technology*, **14**, pp. 60-65 (1982).

39. Mazzuchi, A. and Soyer, R. "A Bayesian perspective on some replacement strategies", *Reliability Engineering and System Safety*, **51**, pp. 295-303 (1996).

www.SID.ir