Archive of SID

مهندسی صنایع و مدیریت شریف، (تابستان ۱۳۹۷)
دوره‌ی ۱-۳۴، شماره‌ی ۱/۲، ص. ۴۳-۵۳

Original Article

تعیین اندازه‌ی دسته‌ی تولید اقتصادی در زنجیره‌ی تأمین دوسطحی ـ دوکالایی با وجود دوباره‌کاری

محبوبه قاسمی (کارشناسی ارشد)
سید حمید میره‌محمدی* (دانشیار)
دانشکده مهندسی صنایع و سیستم‌ها، دانشگاه صنعتی اصفهان

در سیستم‌های تولیدی با تولید معیوب در زنجیره‌ی تأمین، محصولات معیوب به سطوح اولیه‌ی تولید بازگردانده می‌شوند و با فرایند دوباره‌کاری به چرخه‌ی مصرف برمی‌گردند. در این مقاله، مسئله‌ی تعیین اندازه‌ی دسته‌ی اقتصادی تولید برای یک محصول که شامل دو قطعه است، بررسی می‌شود. محصول نهایی قطعات دارای نرخ معیوب شدن در فرایند تولیدشان هستند. در این مطالعه نرخ تولید و نرخ دوباره‌کاری محدود، تقاضا پیوسته و کمبود غیرمجاز است. این مسئله با رویکرد هزینه‌ی متوسط کل مدل‌سازی و مقدار بهینه‌ی اندازه‌ی دسته برای تأمین‌کنندگان و تولیدکننده تعیین می‌شود. اعتبار مدل با استفاده از مثال‌های عددی بررسی می‌شود و در نهایت به تحلیل حساسیت هزینه‌های کل موجودی و اندازه‌ی دسته‌ی تولید بر اساس تغییرات نرخ معیوب شدن قطعات و محصول نهایی و نرخ تولید و دوباره‌کاری پرداخته خواهد شد.

واژگان کلیدی: تعیین اندازه‌ی دسته، زنجیره‌ی تأمین، دوباره‌کاری، کنترل موجودی، تحلیل حساسیت.

mahboobe.ghasemi@in.iut.ac.ir
h_mirmohammadi@cc.iut.ac.ir

۱. مقدمه

در مدل‌های کلاسیک تعیین اندازه‌ی دسته‌ی اقتصادی فرض می‌شود تمام محصولات تولید شده کیفیت استاندارد دارند. اما در دنیای واقعی اغلب تمام محصولات ۱۰۰٪ باکیفیت نیستند و درصدی از اقلام با بازرسی کنترل کیفیت یا توسط مشتری برگشت داده می‌شوند. سابقه‌ی مطالعه در سیستم‌های تولیدی با دوباره‌کاری به مطالعه‌ی اس چاردی[۱] در سال ۱۹۶۷ باز می‌گردد؛ او مدلی را مطالعه کرد که در آن تقاضا، پارامترهای نرخ کالای بازگردانده شده، مدت تحویل قطعی، هزینه‌ی راه‌اندازی همگی ثابت و هزینه‌ی نگهداری کالاهای قابل ارائه خطی، اندازه‌ی دسته ثابت و تأمین تقاضا توسط تولید و بازتولید ممکن است.

در سال‌های اخیر پژوهش‌های زیادی در مورد کنترل موجودی در سیستم‌های تولید و سفارش‌دهی با وجود اقلام معیوب انجام شده است (رجوع کنید به مقاله‌ی مروری یو و همکاران در سال‌های ۲۰۰۹ و ۲۰۰۲[۲و۳]) در این سیستم‌ها به دلیل معیوب بودن بخشی از تولید با دوباره‌کاری روی قطعات معیوب، آنها را به چرخه‌ی تولید و مصرف باز می‌گردانیم. یاسین و همکاران،[۴] تأثیر اقلام معیوب را بر سیاست تعیین اندازه‌ی دسته‌ی اقتصادی تولید بررسی کردند. تیونتر،[۵] یک مدل EOQ [۱] را با در نظرگرفتن اقلام قابل بازیافت برای مسئله‌ی اس چاردی[۱] فرمول‌بندی کرد.

روسن بلات و لی[۶] یک مدل EPQ [۲] را با تولید اقلام معیوب بررسی کردند. آنها فرض کردند اقلام معیوب باید بلافاصله دوباره‌کاری شوند. مطالعه‌ی آنها نشان داد که افزایش درصد اقلام معیوب منجر به کوچک‌تر شدن اندازه‌ی دسته‌ی اقتصادی می‌شود. باسچر و لیندر[۷] یک مدل تعیین اندازه‌ی دسته‌ی بهینه در شرایط وجود دوباره‌کاری را با هدف کمینه کردن هزینه‌های موجودی برای هر واحد کالا ارائه دادند.

هنگامی که تقاضا و محصول بازگشت داده شده هر دو ثابت و قطعی باشند، معمولاً از مدل‌های کلاسیک EOQ و EPQ استفاده می‌شود. یکی از طبقه‌بندی‌های اصلی برای مدل‌های موجودی برای سیستم‌های شامل دوباره‌کاری طبقه‌بندی بر اساس احتمالی و قطعی بودن تقاضا و کالای بازگشت داده شده است. در این زمینه مطالعات زیادی انجام شده است که از جمله‌ی آن می‌توان به مطالعات هایور[۸] و سایولین و لی[۹] اشاره کرد. چیو و همکاران[۱۰] یک مدل با نرخ تولید محدود و دوباره‌کاری و سفارش عقب افتاده را بررسی کردند که متغیرهای تصمیم مسئله بر اساس مقدار سطح خدمت معین می‌شوند. سالمه و جابر[۱۱] یک مدل EPQ را با فرض اینکه اقلام با تابع احتمالی معینی معیوب می‌شوند و اقلام معیوب به صورت ضایعات در پایان هر دوره به فروش می‌رسند، بررسی کردند. مداح و جابر[۱۲] مدل سالمه و جابر را در حالتی که درآمد حاصل از فروش اقلام اصلاح شده به صورت پاداش به سود سالیانه افزوده می‌شود، بررسی کردند. طالعی‌زاده و همکاران[۱۳] یک سیستم تولید چند محصولی تک‌ماشینی با تابع معیوب شدن احتمالی، سفارش عقب افتاده، و با در نظرگرفتن سطح خدمت ارائه دادند.

* نویسنده مسئول
تاریخ: دریافت ۱۳۹۴/۱۱/۲۸، اصلاحیه ۱۳۹۵/۷/۴، پذیرش ۱۳۹۵/۷/۱۹.
DOI:10.24200/J65.2018.5604

www.SID.ir

Archive of SID

در بیشتر مطالعات انجام شده کیفیت محصول معیوبی که دوباره‌کاری و اصلاح شده است، معادل کیفیت محصول تولید شده در نظرگرفته شده است و برای مشتری تفاوتی در کیفیت این دو وجود ندارد؛ اما گاهی کالاهای دوباره کاری شده از نظر کیفیت و قیمت ارزش متفاوتی دارند (عملیات دوباره‌کاری گاهی موجب افت کیفیت محصول می‌شود.) مطالعات متعددی در زمینه‌ی تأثیر معیوب شدن و دوباره‌کاری اقلام بر قیمت و تقاضای مشتری صورت گرفته است؛ از جمله می‌توان به مطالعات جابر و بونی،[۱۴] پال و همکاران[۱۵] و رضایی و سلیمی[۱۶] اشاره کرد. رضایی و سلیمی به بررسی اندازه‌ی بهینه‌ی سفارش اقتصادی با در نظرگرفتن ارتباط کیفیت و قیمت فروشنده با تقاضای خریدار پرداختند. در صورتی که کالاهایی که نیاز به دوباره‌کاری دارند طی سیستم پردازش مجزایی از تولید، دوباره‌کاری شوند و از همان منابع تولیدی شامل نیروی انسانی و ماشین‌آلات برای دوباره‌کاری استفاده نکنند، آنگاه فرایند تولید و دوباره‌کاری از هم مستقل‌اند. اما در برخی موارد، از جمله آنچه ما در این مقاله در نظرگرفته‌ایم، بررسی محصولات قبل از ارسال محصول نهایی به مشتری انجام می‌شود و محصولات معیوب مجدداً به سیستم بازگشت داده می‌شوند تا دوباره‌کاری روی آنها انجام شود. پس در این شرایط کیفیت محصول دوباره کاری شده و تولید شده یکسان است و برای بررسی و تعیین اندازه‌ی دسته‌ی اقتصادی تولید از یک مدل هماهنگ برای دوباره‌کاری و تولید استفاده می‌شود؛ مانند مطالعات ژئو و چن،[۱۷] رد و همکاران،[۱۸] ها مینگ وی،[۱۹] مهدویان و همکاران[۲۰] و روسن‌بلات و لی.[۶] هامینگ وی و همکاران[۲۱] یک تحلیل جایگزین و رویکرد حل برای مسئله‌ی EPQ با فرایند دوباره‌کاری در یک سیستم تولیدی تک‌ایستگاه و در نظر گرفتن سفارش عقب افتاده ارائه کردند. ادنان کورام[۲۲] و همکاران در سال ۲۰۱۴ سیستم موجودی را با تولید اقلام معیوب، تقاضا و نرخ بازگشت محصول متفاوت، مدت تحویل تولید و دوباره‌کاری متفاوت، و با در نظرگرفتن هزینه‌ی راه‌اندازی در سیستم‌های فشاری و کششی بررسی و مقایسه کردند.

در مدل‌های کنترل موجودی پویا که تقاضا و محصولات بازگشتی پویا هستند، مدل‌های برنامه‌ریزی پویای قطعی کاربرد دارد. نعیم و همکاران[۲۳] بر اساس الگوریتم واگنر و ویتین الگوریتمی برای حالتی که سیستم دوباره‌کاری داشته باشد، ارائه دادند.

در مسائل تولید با دوباره‌کاری دو سیاست وجود دارد. دوباره‌کاری می‌تواند در هر دوره انجام شود (مشابه آنچه در این مطالعه در نظرگرفته‌ایم) یا می‌توان قطعات معیوب را انباشته کرد و هنگامی که به یک حد معین برسند دوباره‌کاری را انجام داد. در حالت دوم یکی از متغیرهای تصمیم مسئله تعداد دفعات دوباره‌کاری نسبت به تولید است. مطالعات زیادی برای حالت اول وجود دارد، مشابه مطالعه‌ی هامینگ وی و همکاران[۲۴] که مسئله‌ی تعیین اندازه‌ی دسته‌ی اقتصادی تولید را در شرایطی که محصول تولیدی با نرخی معین معیوب است و دوباره‌کاری و تولید هم‌زمان انجام می‌شود، بررسی کردند. تای[۲۵] یک مدل EPQ ارائه داد که در آن محصول معیوب طی همان چرخه‌ی تولید اولیه برای رفع عیب دوباره‌کاری می‌شود. همچنین برای حالت دوم مسائل زیادی بررسی شده است. با این رویکرد ژو و چن[۱۷] مدلی برای تعیین مقدار بهینه‌ی تولید و سیاست بهینه‌ی تولید و دوباره‌کاری با در نظرگرفتن اثر زوال ارائه دادند. در این مدل سیاست تولید و دوباره‌کاری به صورت (m,۱) (m مرتبه‌ی تولید و ۱ مرتبه‌ی دوباره‌کاری) تعریف می‌شود. سونگ هو یو و همکاران[۲۶] بسامد بهینه‌ی دوباره‌کاری و تولید و اندازه‌ی دسته‌ی بهینه‌ی تولید را در یک سیستم موجودی با تولید معیوب بررسی کردند. در جدول ۱ خلاصه کارهای انجام شده دراین حوزه به همراه سال انتشار آمده است.

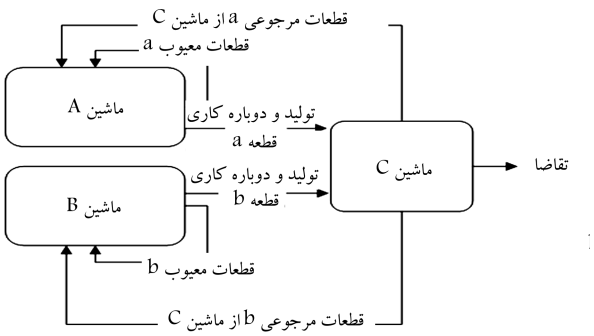
در این پژوهش به بررسی اندازه‌ی دسته‌ی اقتصادی تولید یک سیستم تولیدی با تولید معیوب می‌پردازیم. زنجیره‌ی تأمین مورد بررسی شامل تولیدکنندگان قطعات، تولیدکننده‌ی محصول نهایی و مصرف‌کننده است. محصول نهایی متشکل از دو قطعه است که توسط تأمین‌کنندگان قطعات تولید می‌شود. در هر دو سطح تولید قطعه و تولید محصول نهایی بخشی از تولید معیوب می‌شود. نرخ معیوب شدن قطعات و محصول نهایی در هر سطح محدود و ثابت است. مقاله‌ی پایه‌یی این مطالعه، مقاله‌ی وان در لان و گروبستروم[۲۷] در سال ۲۰۰۷ است، با یک تفاوت عمده و آن اینکه در این مطالعه امکان معیوب شدن قطعه در سطح دوم (ماشین C) و مرجوع شدن کالا به سطح اول (ماشین A و B) وجود دارد و این فرض باعث تغییرات عمده‌یی می‌شود؛ مهم‌ترین آن اینکه اولاً در دنیای واقعی و در شرایط رقابتی بین تأمین‌کنندگان این حالت جزء حالات مرسوم است که تأمین‌کننده، قطعات مرجوعی را از تولید کننده‌ی سطح بالا بازپس بگیرد و نسبت به اصلاح و ارسال قطعه‌ی سالم اقدام کند؛ دوم اینکه از نظر پیچیدگی مسئله وجود حالت برگشتی از سطح دوم به سطح اول باعث وابستگی بیشتر ماشین‌های A و B و همچنین سطح اول و دوم به یکدیگر می‌شود. در واقع موجودی‌های سطح اول (ماشین‌های A و B) علاوه بر تولید مستقیم از منابع اولیه از بازتولید قطعات مرجوعی نیز تغذیه می‌شوند و این باعث پیچیدگی مسئله می‌شود.

در واقع با اضافه کردن فرضیات جدید برکاروان در لان و گروبستروم (۲۰۰۷) بر جنبه‌ی کاربردی شدن کار ایشان اضافه شده است. در شرایط رقابتی بین تأمین‌کنندگان برای افزایش رضایتمندی تولیدکنندگان (که برای ایشان مشتری هستند) خدمات مربوط به اصلاح و دوباره‌کاری روی قطعات مرجوعی را مد نظر قرار می‌دهند. همچنین از نظر اقتصادی، برای تولیدکننده‌ی سطح دوم (ماشین C) همکاری با تأمین‌کنندگانی که چنین خدماتی را عرضه می‌کنند، اولویت بیشتری دارد.

در بخش دوم این مقاله فرضیات و شرایط مسئله تعریف می‌شود. در بخش سوم برای حل بهینه با رویکرد هزینه‌ی متوسط مسئله فرمول‌بندی می‌شود. اندازه‌ی دسته‌ی اقتصادی تولید و دوباره‌کاری برای محصول نهایی و قطعات با استفاده از روابط ریاضی بر حسب سایر پارامترهای مسئله محاسبه می‌شود. در بخش چهارم با استفاده از مثال‌های عددی و تحلیل مدل، اعتبار روابط بررسی و حساسیت متغیرهای مسئله نسبت به پارامترهای مسئله (نرخ تولید، نرخ دوباره‌کاری، نرخ معیوب‌شدن قطعات و محصول نهایی) تحلیل خواهد شد. در بخش ۵ جمع‌بندی و نتیجه‌گیری ارائه می‌شود.

۲. بیان مسئله

یک سیستم تولیدی تک محصولی را در نظر بگیرید که محصولی متشکل از دو قطعه را تولید می‌کند. در هر دوره به اندازه‌ی Q_c واحد محصول نهایی تولید می‌شود تا بتواند تقاضای مشتری برای محصول را پاسخ دهد. همان‌طور که در شکل ۱



شکل ۱. شرح مدل تولید با دوباره‌کاری مورد بررسی.

www.SID.ir

Archive of SID

جدول ۱. خلاصه مرور ادبیات مسئله.

ردیف	مولف و پژوهشگر	مسئله	فرضیات	زمان
۱	اس چاردی[۱]	مدل قطعی (غیر احتمالی)	تقاضا ثابت، نرخ کالای بازگردانده شده ثابت، لیدتایم برای تولید و بازتولید قطعی و ثابت، هزینه‌ی راه‌اندازی ثابت، هزینه‌ی نگهداری کالاهای قابل ارائه خطی، اندازه‌ی دسته ثابت، و تأمین تقاضا توسط تولید و بازتولید.	۱۹۶۷
۲	روسن بلات و لی[۶]	مدل EPQ	اقلام معیوب باید بلافاصله دوباره‌کاری شوند.	۲۰۰۶
۳	چیو و همکاران[۱۰]	مدل EPQ	دوباره‌کاری با وجود سفارش عقب افتاده که متغیرهای تصمیم مسئله بر اساس مقدار سطح خدمت معین می‌شوند.	۲۰۰۷
۴	گروبستروم و وان در لان[۲۷]	تعیین پارامترهای هزینه نگهداری در یک سیستم دومحصولی با امکان دوباره‌کاری	سیستم کنترل مرور دائم، دوکالایی دو رده‌یی با امکان معیوب شدن قطعات در رده‌ی پایین، بررسی پارامترهای هزینه در رویکرد ارزش خالص فعلی و رویکرد متوسط هزینه. دوباره‌کاری توأم با تولید انجام می‌شود.	۲۰۰۷
۵	سالمه و جابر[۱۱]	مدل EPQ	اقلام با تابع احتمالی معینی معیوب می‌شوند و اقلام معیوب به صورت ضایعات در پایان هر دوره بفروش می‌رسند.	۲۰۰۰
۶	مداح و جابر[۱۲]	مدل سالمه و جابر[۱۱]	درآمد حاصل از فروش اقلام اصلاح شده به صورت پاداش به سود سالیانه افزوده می‌شود.	۲۰۰۸
۷	طالعی زاده و همکاران[۱۳]	مدل EPQ	سیستم تولید چندمحصولی تک ماشینی با تابع معیوب شدن احتمالی، سفارش عقب افتاده و با در نظرگیری سطح خدمت.	۲۰۱۳
۸	رضایی و سلیمی[۱۶]	مدل EPQ	اندازه‌ی بهینه‌ی سفارش اقتصادی با در نظرگرفتن ارتباط کیفیت و قیمت فروشنده با تقاضای خریدار.	۲۰۱۲
۹	ژئو و همکاران،[۱۷] رد و همکاران،[۱۸] ها مینگ وی[۱۹]		بررسی محصولات قبل از ارسال محصول نهایی به مشتری انجام می‌شود و محصولات معیوب مجدداً به سیستم بازگشت داده می‌شوند تا مورد دوباره‌کاری قرار گیرند.	
۱۰	ادنان کورام و همکاران[۲۲]	سیستم‌های فشاری و کششی	سیستم موجودی با تولید اقلام معیوب، تقاضا و نرخ بازگشت محصول متفاوت، مدت تحویل تولید و دوباره‌کاری متفاوت و با در نظرگیری هزینه راه اندازی.	۲۰۱۴
۱۱	تای[۲۵]	مدل EPQ	محصول معیوب طی همان سیکل تولید اولیه برای رفع عیب دوباره‌کاری می‌شود.	۲۰۱۳
۱۲	ژو و چن[۱۷]	مدل EPQ	تعیین مقدار بهینه‌ی تولید و سیاست بهینه‌ی تولید و دوباره‌کاری با درنظرگیری اثر زوال.	۲۰۱۵
۱۳	نعیم و همکاران[۲۳]	مدل برنامه‌ریزی پویای احتمالی	تعیین اندازه‌ی دسته در افق برنامه‌ریزی محدود.	۲۰۱۳

مشخص است، قطعات a و b به ترتیب در ماشین‌های A و B تولید و در ماشین C مونتاژ می‌شوند و محصول نهایی را می‌سازند. برای تولید Q_c واحد محصول نهایی لازم است Q_a واحد قطعه‌ی a و Q_b واحد قطعه‌ی b تولید شود. ضریب مصرف قطعات a و b در محصول نهایی به ترتیب n_a و n_b است که اعداد صحیح هستند. فرض بر این است که λ_a درصد قطعات در ماشین A و λ_b درصد قطعات در ماشین B و λ_c درصد محصول نهایی در ماشین C که در حین تولید معیوب می‌شوند و نیاز به دوباره‌کاری دارند. در ماشین‌های A و B حین تولید، قطعات بازرسی صددرصدی می‌شوند و سالم و معیوب بودن آنها مشخص می‌شود. در حین دوره‌ی تولید قطعات a و b، قطعات خروجی این ماشین‌ها برای مونتاژ به ماشین C انتقال داده نمی‌شود بلکه این قطعات پس از بازرسی چنانچه سالم تشخیص داده شوند، انباشته می‌شوند و در پایان دوره‌ی تولیدشان به‌طور یکجا به ماشین C انتقال داده می‌شوند. پس از این انتقال ماشین C مونتاژ محصول نهایی را آغاز می‌کند. در ماشین C نیز کنترل قطعات حین تولید و به صورت صددرصدی انجام می‌شود. محصول نهایی که در ماشین C معیوب شناخته شود، باز می‌شود و قطعات a و b به دست آمده به ترتیب به ماشین‌های A و B مرجوع می‌شود. انتقال قطعات مرجوعی a و b از ماشین C به ماشین‌های A و B در پایان دوره‌ی تولید محصول

www.SID.ir

Archive of SID

نهایی و به صورت یکجا صورت می‌گیرد. قطعات معیوب شده‌ی a در ماشین A و قطعات مرجوعی a از ماشین C، در ماشین A دوباره‌کاری می‌شوند. به همین ترتیب قطعات معیوب شده‌ی b در ماشین B و قطعات مرجوعی b از ماشین C، در ماشین B دوباره‌کاری می‌شوند. محصول نهایی که در بازرسی سالم تشخیص داده شود، برای تأمین تقاضا استفاده می‌شود. نرخ تولید هر سه ماشین محدود و از هم مستقل‌اند. شکل ۱ سیستم مورد بررسی را نشان می‌دهد. در واقع ماشین C نمودی از یک تولیدکننده‌ی سطح بالا در یک زنجیره‌ی تأمین است و ماشین‌های A و B، نمودی از دو تأمین‌کننده‌ی مرتبط در سطح پایین‌تر زنجیره‌ی تأمین مذکورند. اما به دلیل سادگی درک و مشابهت با مدل EPQ از واژه‌ی ماشین استفاده شده است. در واقع این مدل هم می‌تواند در یک واحد صنعتی با سه ماشین تولید و با یک مدیریت به کارگرفته شود و هم می‌تواند در یک زنجیره‌ی تأمین که شامل دو سطح (در سطح بالایی تولیدکننده و در سطح پایین تأمین‌کنندگان) است، به کارگرفته شود.

۱.۲. فرضیات مسئله

مفروضات دیگر مسئله به شرح زیر است:

- سیستم کنترل موجودی مرور دائم است.
- افق برنامه‌ریزی نامحدود است.
- نرخ تولید در هر سه ماشین از نرخ تقاضای کل و از نرخ احتیاجات تولید همان ماشین بیشتر است.
- نرخ تقاضای محصول نهایی و قطعات a و b و نرخ معیوب شدن محصول نهایی و قطعات، پیوسته، ثابت، قطعی و معین است.
- زمان عملیات راه‌اندازی ناچیز است اما هزینه‌ی راه‌اندازی دارد.
- نرخ تولید و دوباره‌کاری در هر سه ماشین محدود است.
- ضایعات صفر است و تمام قطعات مرجوعی قابل دوباره‌کاری‌اند.
- از نظر مشتری کیفیت محصول نهایی ساخته شده چه با قطعات تولیدی و چه دوباره‌کاری شده یکسان است.
- هزینه‌ی دوباره‌کاری قطعات از هزینه‌ی تولید مجدد (تولید جایگزین) کمتر است، در غیر این صورت دوباره‌کاری غیراقتصادی و غیرموجه است.
- زمان باز کردن محصول نهایی، هزینه و زمان بازرسی قطعه و محصول نهایی ناچیز است.
- نرخ معیوب شدن برای تمام قطعات و محصول نهایی، معین و ثابت فرض می‌شود.
- مدت زمانی که طول می‌کشد تا مقدار Q_a و Q_b قطعه a و b برای ارسال به ماشین C آماده شود کمتر از کل زمان تولید و مصرف محصول نهایی است. به عبارت دیگر، در طول دوره‌ی ماشین C، ماشین‌های A و B به ترتیب فرصت دارند که مقادیر Q_a و Q_b را برای ارسال به ماشین C و تأمین مایحتاج آن در دوره‌ی بعدی تولید و دوباره‌کاری کنند.
- از آنجا که افق برنامه‌ریزی نامحدود است، بدون برهم خوردن کلیات مسئله، می‌توان فرض کرد که در دوره‌ی اول به اندازه‌ی Q_a واحد قطعه‌ی سالم از قطعه‌ی a و Q_b واحد قطعه‌ی سالم از قطعه‌ی b وجود دارد. در واقع در افق برنامه‌ریزی نامحدود بررسی هزینه‌ها در یک مقطع یک‌ساله (واحد زمان) مورد نظر است و تفاوتی بین دوره‌ی اول با دوره‌ی آخر وجود ندارد و تنها برای سادگی درک مسئله و داشتن یک نقطه‌ی شروع برای نمایش شکل‌ها می‌توان دوره‌ی اول را در نظر گرفت.

۲.۲. تعریف نمادها و علائم

نمادهای به کار برده شده در روابط ریاضی که در ادامه می‌آیند، به شرح زیرند.

D: نرخ تقاضای مشتری برای محصول نهایی در واحد زمان.

P_c, P_b^m, P_a^m: نرخ تولید قطعه a، b و محصول نهایی در واحد زمان، به ترتیب.

P_b^r, P_a^r: نرخ دوباره‌کاری قطعه‌ی a وb، به ترتیب در واحد زمان.

$\lambda_c, \lambda_b, \lambda_a$: نرخ معیوب شدن در قطعه‌ی a و b و محصول نهایی، به ترتیب.

Q_b, Q_a: اندازه‌ی دسته‌ی تولید و دوباره‌کاری شده‌ی سالم قطعه‌ی a و b برای انتقال به ماشین c.

Q_b^*, Q_a^*: اندازه‌ی بهینه‌ی دسته‌ی تولید و دوباره‌کاری شده‌ی سالم قطعه‌ی a و b برای انتقال به ماشین c.

Q_b^m, Q_a^m: اندازه‌ی دسته‌ی تولید قطعه‌ی a و b در هر دوره.

Q_b^r, Q_a^r: اندازه‌ی دسته‌ی دوباره‌کاری قطعه‌ی a وb.

Q_c^*, Q_c: اندازه‌ی دسته و اندازه‌ی بهینه‌ی دسته‌ی تولید محصول نهایی در هر دوره.

C_c, C_b^m, C_a^m: هزینه‌ی تولید هر واحد قطعه‌ی a، b و محصول نهایی به ترتیب بر حسب واحد هزینه.

Q_c': موجودی خالص محصول نهایی پس از کسر اقلام معیوب و ارجاع آن به تأمین‌کننده.

C_b^r, C_a^r: هزینه‌ی دوباره‌کاری هر قطعه‌ی a و b به ترتیب برحسب واحد هزینه.

h_c, h_b^m, h_a^m: هزینه‌ی نگهداری هر واحد قطعه‌ی تولید شده a، b و محصول نهایی به ترتیب، برحسب واحد هزینه در واحد زمان.

h_b^r, h_a^r: هزینه‌ی نگهداری هر واحد قطعه‌ی معیوب a و b در واحد زمان به ترتیب، برحسب واحد هزینه.

k_C, k_B, k_A: هزینه‌ی راه‌اندازی هر بار تولید در ماشین‌های A، B و C به ترتیب بر حسب واحد هزینه.

K: کل هزینه‌ی راه اندازی سالانه بر حسب واحد هزینه.

$\bar{I}_a$ ، $\bar{I}_b$ و $\bar{I}_c$: متوسط موجودی قطعات سالم a، b و محصول نهایی به ترتیب بر حسب واحد هزینه.

$\bar{I}_a^r$ و $\bar{I}_b^r$: متوسط موجودی قطعات معیوب a و b.

T: طول دوره برحسب واحد زمان.

t_{1b}, t_{1a}: طول دوره‌ی تولید قطعه‌ی a روی ماشین A و b روی ماشین B، به ترتیب بر حسب واحد زمان.

t_{2b}, t_{2a}: طول دوره‌ی دوباره‌کاری قطعه‌ی a روی ماشین A و b روی ماشین B به ترتیب.

t_{Pc}: طول دوره‌ی تولید محصول نهایی.

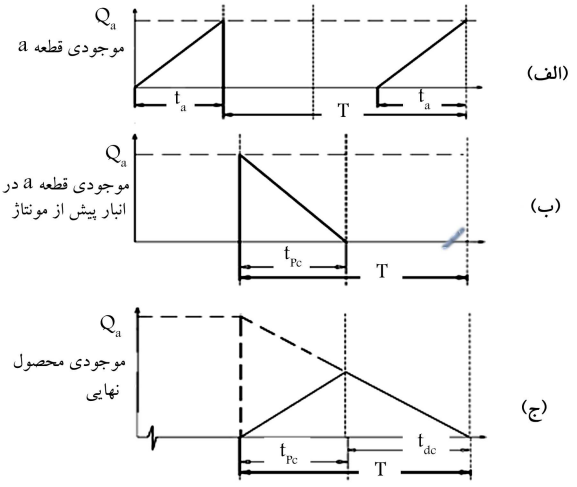
t_{dc}: طول دوره‌ی مصرف محصول نهایی.

n_a, n_b: ضریب مصرف قطعه‌ی a و b در محصول نهایی.

موجودی در دوره‌های مختلف برای قطعه‌ی a در محل ماشین A و در انبار قطعات a در محل ماشین C و همچنین موجودی محصول نهایی به ترتیب به صورت شکل ۲ قسمت‌های (الف)، (ب) و (ج) نشان داده شده است. وضعیت موجودی قطعه‌ی b در محل ماشین B و نیز در انبار قطعه‌ی b در محل ماشین C نیز مانند قطعه‌ی a است. همان‌طور که در شکل ۲ قسمت (ب) و (ج) مشخص

www.SID.ir

Archive of SID

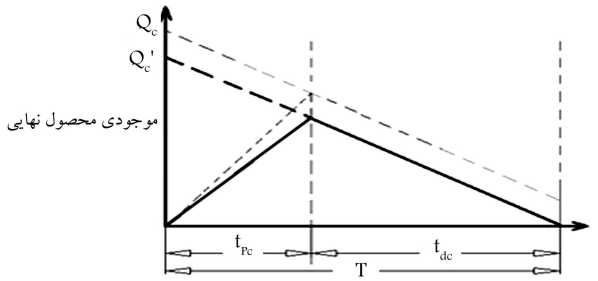


شکل ۲. ارتباط موجودی قطعه‌ی a (و به‌طور مشابه b) با محصول نهایی در حالتی که نرخ‌های معیوب شدن صفر باشد.

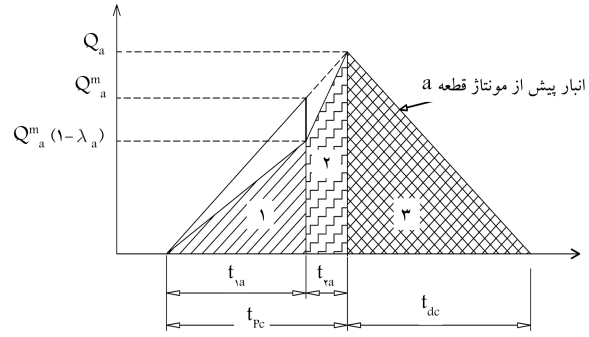
است، در حین تولید محصول نهایی، موجودی انبار قطعه‌ی a با نرخ $n_a P_c$ کاهش می‌یابد. همان‌طور که در شکل ۲ مشخص است دوره‌ی تولید محصول نهایی t_{pc} با دوره‌ی مصرف قطعه‌ی a، t_{da} (و به‌طور مشابه b، t_{db}) یکسان است. هر چند که ممکن است اندازه‌ی انباشته‌ی a و b در این انبارها متناسب با ضریب مصرفشان در محصول نهایی متفاوت باشد. در این مسئله در انتهای هر دوره قطعات قابل اصلاح، دوباره‌کاری می شوند؛ کاربرد آن بیشتر هنگامی است که تنظیمات لازم برای عملیات دوباره‌کاری با تنظیمات در حالت تولید تفاوت زیادی نداشته باشد. تقاضای مشتری برای محصول نهایی با نرخ D به‌طور پیوسته وجود دارد و لازم است سیستم بدون کمبود بتواند این تقاضا را تأمین کند. به این منظور در هر دوره مقدار Q_c واحد محصول نهایی با نرخ P_c تولید می‌شود. در حین تولید محصول نهایی، هر محصول بازرسی می‌شود و در صورتی که معیوب شناخته شود باز و به قطعات a و b تفکیک می‌شود. بنابراین، در حین تولید محصول نهایی مقدار $Q'_c = Q_c(1-\lambda_c)$ واحد محصول نهایی سالم برای ارائه به مشتری تأمین می‌شود و در همین زمان مقدار $Q_c\,\lambda_c$ واحد محصول نهایی به صورت باز شده، برای دوباره‌کاری به ماشین‌های A و B مرجوع می‌شوند. (مقدار مرجوعی به ماشین A در هر دوره برابر با $n_a\,Q_c\,\lambda_c$ و به ماشین B مقدار $n_b\,Q_c\,\lambda_c$ واحد قطعه است). در این زمان مقدار کل قطعات معیوب a که شامل قطعات مرجوعی از ماشین C نیز هست، با نرخ P_a^r طی مدت t_{2a} دوباره‌کاری می‌شود.

شکل ۳ وضعیت موجودی محصول نهایی را در حالتی که نرخ معیوب شدن صفر نباشد نشان می‌دهد. همان‌طور که در این شکل مشخص است مقدار موجودی این محصول با کاهش عمودی نمودار در انتهای دوره‌ی تولید همراه است که این مقدار برابر با $Q_c\,\lambda_c = Q_c - Q'_c$ است.

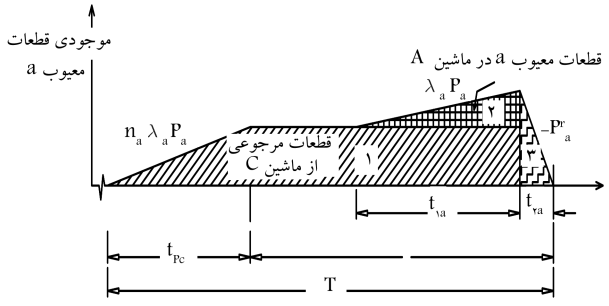
در هر دوره باید مقدار Q_a واحد قطعه‌ی سالم a در ماشین A و Q_b واحد قطعه‌ی سالم b در ماشین B تولید شود. به این صورت که ماشین A با نرخ تولید P_a قطعه‌ی a را تا زمان t_{1a} تولید می‌کند. قطعات تولید شده به صورت میانگین با نرخ λ_a معیوب می‌شوند. بنابراین در پایان زمان تولید ماشین A مقدار متوسط $Q_a^m(1-\lambda_a)$ واحد قطعه‌ی سالم و مقدار $Q_a^m\lambda_a$ واحد قطعه‌ی معیوب a وجود دارد. در این زمان مقدار موجودی قطعات قابل اصلاح a و قطعات مرجوعی از محصول نهایی باز شده در ماشین C تا زمان t_{2a} و با نرخ P_a^r دوباره‌کاری می‌شوند.



شکل ۳. نمودار موجودی محصول نهایی.



شکل ۴. نمودار موجودی قطعه a در ماشین A.



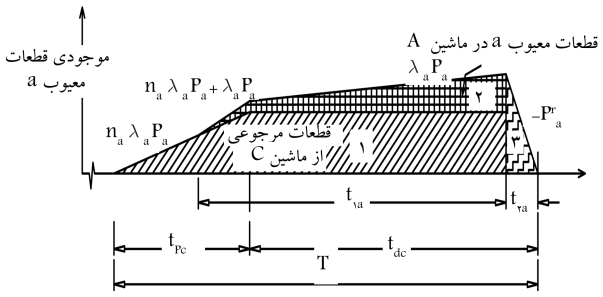
شکل ۵. نمودار موجودی قطعات معیوب a.

به بیان دیگر، در طی زمان t_a ماشین a دوکار انجام می‌دهد. قسمت اول دوره‌ی t_{1a} مشغول تولید از مواد اولیه است، که مقدار آن Q_a^m است و از این مقدار تولید شده به‌طور متوسط مقدار $Q_a^m\lambda_a$ واحد کالا معیوب خواهد بود که به همراه مرجوعی‌های قطعه‌ی a از ماشین C (که برابر با مقدار $n_a\,Q_c\,\lambda_c$ است) در قسمت دوم زمان t_a، t_{2a}، دوباره‌کاری می‌شوند. شکل ۴ نمودار موجودی را در ماشین a به تفکیک مقدار تولید و دوباره‌کاری شده نشان می‌دهد. همان‌طور که در این شکل مشخص است در زمان اتمام تولید محصول نهایی (انتهای t_{pc})، مقدار موجودی قابل دوباره‌کاری همان میزان مرجوعی از ماشین C است. این مقدار تا زمان شروع تولید ماشین a ثابت می‌ماند و از این زمان به بعد متناسب با ایجاد قطعه‌ی معیوب در ماشین A با نرخ ثابت $P_a\lambda_a$ افزایش می‌یابد تا زمانی که ماشین a مشغول به تولید قطعات مرجوعی و رفع عیب از آنها شود. از این زمان به بعد موجودی قطعات معیوب با نرخ P_a^r کاهش می‌یابد تا به صفر برسد. از این لحظه به بعد دوره‌ی T بعدی شروع می‌شود.

شکل ۵ وضعیتی را نشان می‌دهد که $t_{dc} \geq t_a$ در صورتی که $t_{dc} \leq t_a$، نمودار موجودی معیوب a به صورت شکل ۶ خواهد بود، در این حالت پس از شروع

www.SID.ir

Archive of SID



شکل ۶. نمودار موجودی قطعات معیوب a در صورتی که $t_{dc} \le t_a$.

تولید قطعه‌ی a در ماشین A قطعات مرجوعی ازماشین C به ماشین A می‌رسند، هر چند تأثیری در روابط ایجاد نمی‌کند. در شکل ۶ زمانی وجود دارد که در حین تولید ماشین C، ماشین A نیز مشغول به تولید است.

۳. فرمول‌بندی مسئله

در این بخش با توجه به آنچه در فرضیات و تعریف مسئله گفته شد روابط بین متغیرها بررسی و بر اساس آنها اجزای تابع هزینه‌ی کل محاسبه می‌شود. سپس به صورت تحلیلی شرایط بهینه برای کمینه‌سازی تابع هزینه‌ی کل تعیین می‌شود.

با توجه به اینکه روابط مربوط به موجودی که در این متن شرح داده می‌شود برای ماشین A و قطعه‌ی a و ماشین B و قطعه‌ی b مشابه‌اند و تنها تفاوتشان در اندیس مربوط به قطعات a و b است، روابط برای قطعه‌ی a نوشته شده، و برای خلاصه‌سازی برای قطعه‌ی b مجزا شرح داده نشده است. بنابر آنچه تاکنون شرح داده شد، بدیهی است:

$$Q_a = Q_a^m(1-\lambda_a) + Q_a^r \qquad (1)$$

$$Q_a^r = Q_a^m\lambda_a + n_a\lambda_c Q_c \qquad (2)$$

$$Q_a = n_a Q_c \qquad (3)$$

با استفاده از روابط ۱ تا ۳:

$$Q_a^m = Q_a(1-\lambda_c) \qquad (4)$$

روابط بین زمان‌های دوره در اجزای مختلف سیستم و اندازه‌ی دسته‌ها به قرار زیر است:

$$T = \frac{Q_c'}{D} = \frac{Q_c(1-\lambda_c)}{D} \qquad (5)$$

$$t_{d_c} = \frac{Q_c'}{D}(1 - \frac{D}{P_c(1-\lambda_c)} = \frac{Q_c}{D}((1-\lambda_c) - \frac{D}{P_c}) \qquad (6)$$

$$t_{1a} = \frac{Q_a^m}{P_a^m} \qquad (7)$$

$$t_{2a} = \frac{Q_a^r}{P_a^r} \qquad (8)$$

با توجه به شرح مسئله و شکل ۲ دوره‌ی مصرف قطعات a و b از انبار مربوط، هم‌زمان با دوره‌ی تولید محصول نهایی است؛ بنابراین:

$$t_{da} = t_{db} = t_{p_c} = \frac{Q_c}{P_c} = \frac{Q_a}{n_a P_c} = \frac{Q_b}{n_b P_c} \qquad (9)$$

در ادامه هزینه‌های موجودی به تفکیک محاسبه می‌شود.

۴. هزینه‌های سیستم موجودی

برای محاسبه‌ی مقدار بهینه‌ی تولید محصول نهایی و به‌تبع آن مقدار بهینه‌ی تولید و دوباره‌کاری قطعات a و b، متوسط هزینه‌های موجودی را به دست می‌آوریم. هزینه‌های سیستم موجودی شامل هزینه‌های راه‌اندازی در ماشین‌های A، B وC، هزینه‌ی تولید و دوباره‌کاری قطعات a، b و محصول نهایی و نهایتاً هزینه‌ی نگهداری آنهاست.

۱.۴. هزینه‌های متغیر تولید و دوباره‌کاری

مقدار تقاضا برای محصول نهایی در طول یک سال ثابت است. بنابراین مقدار کل تولید برای قطعات a و b و محصول نهایی در یک سال ثابت است. با توجه به اینکه نرخ معیوب شدن قطعه و مرجوع شدن محصول نهایی نیز ثابت فرض شده است، هزینه‌ی تولید قطعات و محصول نهایی در مقدار متغیر تصمیم که مقدار تولید بهینه‌ی محصول نهایی و به‌تبع آن مقدار بهینه‌ی تولید قطعات است، اثرگذار نیست.

۲.۴. هزینه‌ی سفارش‌دهی

بنا به فرضیات مسئله زمان عملیات راه‌اندازی ناچیز است اما هزینه‌ی راه‌اندازی دارد. در هر دوره ماشین‌های A و B و C یک بار تنظیم و راه‌اندازی می‌شوند. تقاضا برای محصول نهایی با نرخ ثابت D باید بدون کمبود با محصول نهایی که بازرسی شده و سالم است تأمین شود؛ بنابراین هزینه‌ی راه‌اندازی برای ماشین A، ماشین B و ماشین C به صورت رابطه‌ی ۱۰ به دست می‌آید:

$$K = (k_A + k_B + k_C)\frac{1}{T} = (k_A + k_B + k_C)\frac{D}{Q_c(1-\lambda_c)} \qquad (10)$$

۳.۴. هزینه‌ی نگهداری

برای محاسبه‌ی مقدار هزینه‌ی نگهداری موجودی، برای قطعات سالم و قابل دوباره‌کاری a، b و هزینه‌ی نگهداری محصول نهایی، در هر سه ماشین متوسط موجودی هر کدام از این موارد را به دست می‌آوریم.

- **متوسط موجودی قطعه‌ی a**

بر اساس شرح مسئله متوسط موجودی قطعات سالم a برابر است با مساحت زیر نمودار در شکل ۶ تقسیم بر طول دوره، که در طول زمان‌های t_{d_a}, t_{2a}, t_{1a} به ترتیب با ۱، ۲ و ۳ در شکل ۴ نشان داده شده است. بنابراین، برای مساحت‌های نواحی ۱،۲ و ۳ که به ترتیب با S_1، S_2 و S_3 نشان داده می‌شود، داریم:

$$S_1 = \frac{Q_a^m(1-\lambda_a)}{2} \times t_{1a} \qquad (11)$$

$$S_2 = \frac{Q_a^m(1-\lambda_a) + Q_a}{2} \times t_{2a} \qquad (12)$$

$$S_3 = \frac{Q_a}{2} \times t_{da} \qquad (13)$$

بدیهی است که $\bar{I_a} = \frac{S_1+S_2+S_3}{T}$. پس از ساده‌سازی بر اساس روابط ۱ تا ۹، متوسط موجودی قطعات سالم a بر اساس متغیر Q_c به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\widehat{I_a} = \frac{Q_a}{2} \times t_{da}\varphi_a^m \qquad (14)$$

www.SID.ir

Archive of SID

که در آن φ_a^m از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

$$\varphi_a^m = n_a^2 D \left(\frac{(1-\lambda_c)(1-\lambda_a)}{P_a^m} + \frac{(1-\lambda_c)\lambda_a(1-\lambda_a)+\lambda_c(2-\lambda_a)+\lambda_a}{P_a^r} + \frac{1}{n_a P_c(1-\lambda_c)} \right) \quad (15)$$

همچنین متوسط موجودی قطعات معیوب a برابر با مساحت زیر نمودار شکل ۵، در صورتی که $t_{dc} \geq t_a$ باشد، و شکل ۶ در غیر این صورت، تقسیم بر طول دوره است. قسمتی که با عدد ۱ در شکل‌های ۵ و ۶ نشان داده شده است، موجودی قطعات قابل دوباره‌کاری حاصل از قطعات مرجوعی از ماشین C را نشان می‌دهد که تا پایان زمان t_{p_c} مجاور ماشین C نگهداری و پس از آن به ماشین A انتقال داده می‌شوند و تا شروع عملیات دوباره‌کاری نگهداری می‌شوند. بخش ۲ در این شکل‌ها، مربوط به موجودی قطعات معیوب شده در ماشین A است که از زمان شروع عملیات تولید در ماشین A با نرخ $\lambda_a P_a^m$ افزایش می‌یابد. بخش ۴، موجودی قطعات قابل دوباره‌کاری حین عملیات دوباره‌کاری را نشان می‌دهد که شامل قطعات مرجوعی از ماشین C و معیوب از ماشین A است که با نرخ P_a^r دوباره‌کاری و اصلاح می‌شوند. بر این اساس داریم:

$$S_1' = \frac{n_a \lambda_c Q_c}{2} \times t_{p_c} + n_a \lambda_c Q_c (T - t_{2a}) \quad (16)$$

$$S_2' = \frac{\lambda_a Q_a^m}{2} \times t_{1a} \quad (17)$$

$$S_3' = \frac{Q_a^m \lambda_a + \lambda_c n_a Q_c}{2} \times t_{2a} \quad (18)$$

چون $\bar{I}_a = \frac{S_1'+S_2'+S_3'}{T}$ است، پس از ساده‌سازی بر اساس روابط ۳ تا ۱۱، متوسط موجودی قطعات قابل دوباره‌کاری a بر اساس متغیر تصمیم Q_c به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\bar{I}_a^r = \frac{Q_c}{2} \varphi_a^r \quad (19)$$

که در آن φ_a^r برابر است با:

$$\varphi_a^r = n_b^2 D \left(\frac{\lambda_c}{n_a P_c(1-\lambda_c)} + \frac{2\lambda_c}{n_a D(1-\lambda_c)} + \frac{\lambda_a(1-\lambda_c)}{P_a^m} + \frac{\lambda_a^2(1-\lambda_c)+\lambda_a(1-\lambda_c)+\lambda_a}{P_a^r} \right) \quad (20)$$

- **متوسط موجودی قطعه‌ی b**

به همین ترتیبی که برای قطعه‌ی a شرح داده شد، متوسط موجودی، برای قطعه‌ی b به صورت $\bar{I}_b = \frac{Q_c}{2}\varphi_b^r$ به دست خواهد آمد که در آن:

$$\varphi_b^m = n_b^2 D \left(\frac{(1-\lambda_c)(1-\lambda_b)}{P_b^m} + \frac{(1-\lambda_c)\lambda_b(1-\lambda_b)+\lambda_c(2-\lambda_b)+\lambda_b}{P_b^r} + \frac{1}{n_b P_c(1-\lambda_c)} \right) \quad (21)$$

$$\bar{I}_b^r = \frac{Q_c}{2} \varphi_b^r \quad (22)$$

که در آن:

$$\varphi_b^r = n_b^2 D \left(\frac{\lambda_c}{n_b P_c(1-\lambda_c)} + \frac{2\lambda_c}{n_b D(1-\lambda_c)} + \frac{\lambda_b(1-\lambda_c)}{P_b^m} + \frac{\lambda_b^2(1-\lambda_c)+\lambda_b(1-\lambda_c)+\lambda_b}{P_b^r} \right) \quad (23)$$

- **متوسط موجودی محصول نهایی**

برای محصول نهایی متوسط موجودی برابر با مساحت زیر نمودار شکل ۳ تقسیم بر طول دوره و برابر با رابطه‌ی ۲۴ است:

$$\bar{I}_c = \frac{Q_c(1-\lambda_c)}{2}\left(1 - \frac{D}{P_c(1-\lambda_c)}\right) \quad (24)$$

لازم به ذکر است که محصول نهایی حین تولید بازرسی و در صورت معیوب بودن باز و به قطعات a و b تفکیک می‌شود. بنابراین متوسط موجودی محصول نهایی معیوب وجود ندارد و فقط محصول نهایی سالم c به صورت موجودی نگهداری می‌شود.

- **هزینه‌ی نگهداری سالانه سیستم**

بنابر آنچه گفته شد برای هزینه‌ی نگهداری سالانه یک سیستم داریم:

$$\overline{H} = h_a^m \bar{I}_a + h_b^m \bar{I}_b + h_a^r \bar{I}_a^r + h_b^r \bar{I}_b^r + h_c \bar{I}_c \quad (25)$$

۴.۴. هزینه‌ی کل سالانه سیستم موجودی

همان‌طور که در روابط ۱۲ و ۳۰ مشخص است، هزینه‌ی کل سیستم به صورت زیر است:

$$TC = (k_A + k_B + k_C)\frac{D}{Q_c(1-\lambda_c)} + \left(\begin{matrix} h_a^m \frac{Q_c}{2}\varphi_a^m + h_b^m \frac{Q_c}{2}\varphi_b^m \\ + h_a^r \frac{Q_c}{2}\varphi_a^r + h_b^r \frac{Q_c}{2}\varphi_b^r + h_c \bar{I}_c \end{matrix} \right) \quad (26)$$

۵. تحلیل تابع هزینه و مقادیر هزینه‌ی تولید و دوباره‌کاری

در تابع هزینه‌ی کل، هزینه‌ی راه اندازی با مقدار تولید Q_c رابطه‌ی معکوس دارد و نسبت به Q_c نزولی اکید است. هرچه مقدار تولید بیشتر باشد هزینه‌ی راه اندازی کمتر می‌شود و برعکس. همچنین بر اساس روابط ۱۳ تا ۲۹، تابع هزینه‌ی نگهداری نسبت به مقدار تولید Q_c اکیداً صعودی و دارای رابطه‌ی مستقیم است. با افزایش مقدار تولید، هزینه‌ی نگهداری افزایش می‌یابد؛ بنابراین مقدار بهینه‌ی تولید با ایجاد تعادل بین این دو هزینه به دست می‌آید. با توجه به این، از تابع هزینه‌ی کل موجودی سیستم که با رابطه‌ی ۳۰ به دست می‌آید نسبت به Q_c مشتق گرفته و برابر با صفر قرار می‌دهیم. بنابراین:

$$\frac{dTC}{dQ_c} = -\frac{D(k_A+k_B+k_C)}{Q_c^2(1-\lambda_c)} + \frac{1}{2} \left(\begin{matrix} h_a^m \varphi_a^m + h_b^m \varphi_b^m + h_a^r \varphi_a^r \\ + h_b^r \varphi_b^r + h_c(1-\lambda_c)(1 - \frac{D}{P_c(1-\lambda_c)}) \end{matrix} \right) = 0 \quad (27)$$

بنابراین مقدار بهینه‌ی تولید محصول نهایی به صورت رابطه‌ی ۲۸ به دست می‌آید. که طبق آن داریم:

$$Q_a^* = n_a Q_c^* \quad (29)$$

$$Q_b^* = n_b Q_c^* \quad (30)$$

طبق رابطه‌های (۳) تا (۱۰) مقدار بهینه‌ی دوباره‌کاری قطعات a و b را نیز می‌توان به صورت زیر به دست آورد:

$$Q_a^{r^*} = n_a Q_c^* (\lambda_a(1-\lambda_c) + \lambda_c) \quad (31)$$

$$Q_b^{r^*} = n_b Q_c^* (\lambda_b(1-\lambda_c) + \lambda_c) \quad (32)$$

www.SID.ir

Archive of SID

$$Q_c^* = \sqrt{\frac{2D(k_A+k_B+k_C)}{(1-\lambda_c)(h_a^m\varphi_a^m+h_b^m\varphi_b^m+h_a^r\varphi_a^r+h_b^r\varphi_b^r+h_c(1-\lambda_c)(1-\frac{D}{P_c(1-\lambda_c)})}} \quad (28)$$

همان‌طورکه در روابط به دست آمده مقدار بهینه‌ی تولید و دوباره‌کاری قطعات a و b وابسته به مقدار بهینه‌ی تولید محصول نهایی در ماشین C است.

۶. تحلیل حساسیت

در این بخش به بررسی تأثیر پارامترهای اصلی مسئله (نرخ معیوب شدن‌قطعات و محصول نهایی و نرخ تولید و دوباره‌کاری) بر هزینه‌های موجودی و مقدار بهینه‌ی تولید و دوباره‌کاری می‌پردازیم.

به‌منظور تولید مسائل نمونه و حل آنها برای بررسی و انجام تحلیل حساسیت از داده‌های جمال و همکاران[۲۸] در مطالعه‌ی مربوط به تعیین اندازه‌ی دسته‌ی تولید بهینه با در نظرگرفتن دوباره‌کاری، با محدودیت‌ها و شرایط مشابه با مسئله‌ی این مقاله استفاده می‌کنیم. با وجود یکسان بودن ساختار دو مسئله، مطالعه‌ی جمال و همکاران برای مسئله‌یی با یک محصول است و تمام داده‌های لازم را پوشش نمی‌دهد. برای تولید داده‌های مربوط به بقیه‌ی محصولات، ساختار داده‌های مطالعه‌ی جمال و همکاران[۲۸] ملاک عمل قرارگرفته است. نرخ بهره را ثابت و برابر با ۰/۱ قرار داده‌ایم. پارامترهای مربوط به هزینه‌ی نگهداری را بر اساس رابطه‌ی $h = iC$ به دست می‌آوریم. در نمودارهای بررسی شده هزینه‌ی نگهداری کالای قابل دوباره‌کاری و اصلاح آن را برابر با هزینه‌ی نگهداری کالای سالم در نظر گرفته‌ایم. در جدول ۲ مقادیر پارامترهای مسئله مقداردهی شده‌اند.

جدول ۲. مقادیر پارامترهای مسئله در مثال‌های عددی.

پارامتر	مقدار	پارامتر	مقدار
D	۳۰۰	K_B	۳۰
P_a^m	۹۵۰	K_C	۵۰
P_b^m	۹۵۰	h_a^m, h_a^r	۰/۸۵
p_a^r	۱۱۴۰	h_a^m, h_a^r	۰/۸۵
P_b^r	۱۱۴۰	$\lambda_a, \lambda_b, \lambda_c$	۰/۰۵
P_c	۵۵۰	C_c	۵۰
n_a	۲	C_a^m	۸/۵

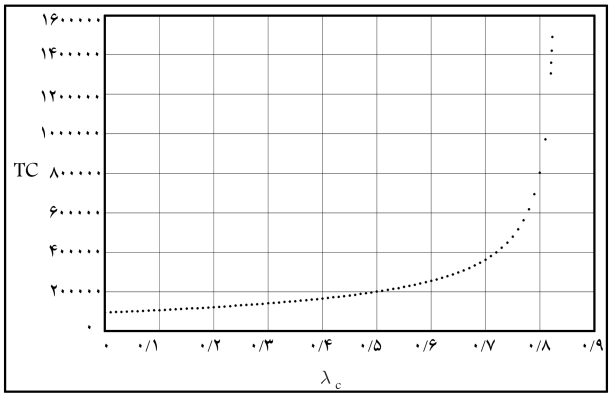
۱.۶. تحلیل حساسیت بر اساس تغییرات نرخ‌های معیوب شدن

یکی از مهم‌ترین پارامترها در سیستم‌های تولید با تولید معیوب، که به دلیل تولید معیوب ناچار به دوباره‌کاری هستند، نرخ معیوب شدن کالا در مراحل مختلف تولید است. همچنین بسیاری از تولیدکنندگان می‌توانند با سرمایه‌گذاری بیشتر در تجهیزات تولید این نرخ را کاهش دهند. به همین دلیل این که تا چه اندازه این نرخ در هزینه‌های موجودی مؤثر است، اهمیت پیدا می‌کند.

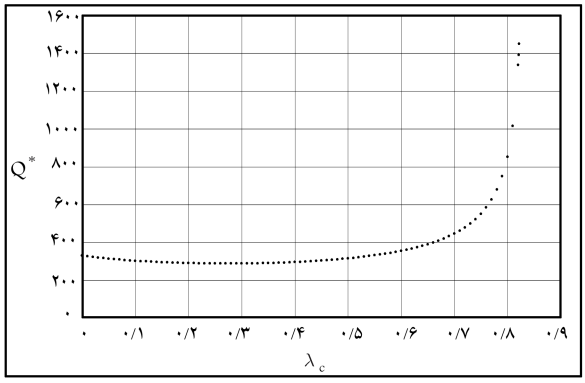
- **نرخ معیوب شدن محصول نهایی λ_c**

نمودار شکل ۷ تغییرات هزینه‌ی کل موجودی بر اساس تغییر نرخ معیوب شدن محصول نهایی را در ماشین C نشان می‌دهد. بر اساس این نمودار در نمودارهای بررسی شده، با افزایش λ_c، مجموع هزینه‌های درگیر با موجودی افزایش می‌یابد. هزینه‌ی کل نسبت به تغییرات λ_c ابتدا با شیب نسبتاً ثابتی تغییر می‌کند و سپس به بی‌نهایت میل می‌کند.

اندازه‌ی دسته‌های تولید محصول نهایی و به‌تبع آن اندازه‌ی دسته‌ی تولید قطعات a وb، نسبت به تغییرات λ_c، تغییر می‌کنند که این تغییرات الزاماً هم‌سو با تغییرات هزینه‌ی موجودی نیست. نمودار شکل ۸ اندازه‌ی دسته‌ی تولید محصول نهایی نسبت به تغییرات λ_c را نشان می‌دهد. در شکل ۸ مشاهده می‌شود با افزایش نرخ معیوب شدن محصول نهایی ابتدا اندازه‌ی دسته‌های تولید به تدریج کوچک می‌شود؛ اما از زمانی به بعد هر چه λ_c افزایش می‌یابد تا به بیشینه‌ی مقدار ممکن برسد، اندازه‌ی دسته‌های تولید بیشتر می‌شود.



شکل ۷. تغییرات هزینه‌ی کل موجودی نسبت به λ_c.



شکل ۸. تغییرات اندازه‌ی دسته‌ی تولید محصول نهایی نسبت به تغییرات λ_c.

بیشینه‌ی مقدار مجاز برای λ_c بزرگ‌ترین مقداری است که به‌ازای آن عبارت مخرج کسر در رابطه‌ی ۲۹ همچنان مثبت و غیر صفر باشد. برای مقادیری از λ_c که این شرط را تأمین نمی‌کنند، مسئله جواب شدنی ندارد و از دیدگاه کاربردی، تولید در این شرایط غیراقتصادی و غیر موجه است. بیشترین مقدار λ_c که شرط شدنی بودن مسئله را رعایت می‌کند، حد مجاز λ_c تعریف می‌کنیم و با $\overline{\lambda}_c$ نشان می‌دهیم. با توجه به اینکه در رابطه‌ی ۲۹ در صورت کسر λ_c تأثیر ندارد، Q_c^* تنها تحت تأثیر عبارت موجود در مخرج کسر است. اگر مخرج کسر را در این رابطه تابعی از λ_c در

www.SID.ir

Archive of SID

نظر بگیریم و نمودار این تابع را بر اساس مقادیر مختلف λ_c ترسیم کنیم، نموداری مشابه شکل ۹ به دست می‌آید. بر اساس این نمودار می‌توان بازه‌ی مجاز λ_c را به سه قسمت تقسیم کرد. به ازای مقادیر صفر تا حدود ۰/۳ برای λ_c، مخرج کسر با شیب ملایمی افزایش می‌یابد. هم‌زمان با این افزایش و با شیب ملایمی اندازه‌ی دسته‌ی اقتصادی کاهش و هزینه‌های کل موجودی افزایش می‌یابد. به‌ازای مقادیر λ_c برابر با ۰/۳ تا حدوداً ۰/۶، مخرج کسر با شیب ملایمی کاهش می‌یابد و به‌طور هم‌زمان Q_c^* افزایش و هزینه‌های موجودی نیز با سرعت ملایمی افزایش می‌یابند. سپس در بازه‌ی λ_c برابر با ۰/۶ تا نزدیک به $\overline{\lambda}_c$ با شیب تندی مخرج کسر به صفر می‌رسد و هم‌زمان، مقادیر Q_c^* و هزینه‌های کل موجودی به سمت بی‌نهایت میل می‌کند و در نمودارهای شکل‌های ۷ و ۸ در نقطه‌ی $\overline{\lambda}_c$ مجانب قائم داریم. به تعبیری، برای تأمین تقاضای بدون کمبود اندازه‌ی دسته‌ی تولید افزایش می‌یابد تا از بروز کمبود جلوگیری کند. بنابراین، هزینه‌ی سفارش‌دهی به صفر و هزینه‌ی نگهداری و هزینه‌ی کل به بی نهایت میل می‌کند.

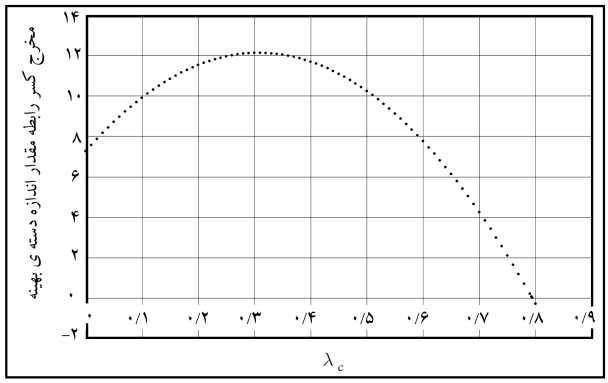
بنابراین تأثیر سرمایه‌گذاری در سیستم تولیدی به‌منظور کاهش نرخ معیوب شدن محصول نهایی به دو عامل بستگی دارد:

۱. فاصله‌ی نرخ خرابی فعلی (λ_c) از نرخ خرابی حدی ($\overline{\lambda_c}$).

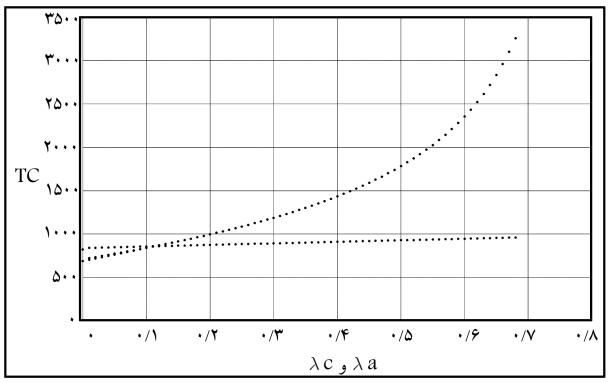
۲. هزینه‌ی کاهش نرخ خرابی فعلی.

- **نرخ معیوب‌شدن قطعه‌ی a (λ_a)**

تغییرات هزینه‌ی کل موجودی نسب به تغییرات نرخ تولید قطعه‌ی معیوب در ماشین A و به‌طور مشابه در ماشین B، در مقایسه با تغییرات نسبت به نرخ معیوب شدن محصول نهایی، در نمودار شکل ۱۰ نشان داده شده است. با مقایسه‌ی دو



شکل ۹. منحنی ریشه‌ی مخرج رابطه‌ی ۲۹ بر اساس تغییرات λ_c.



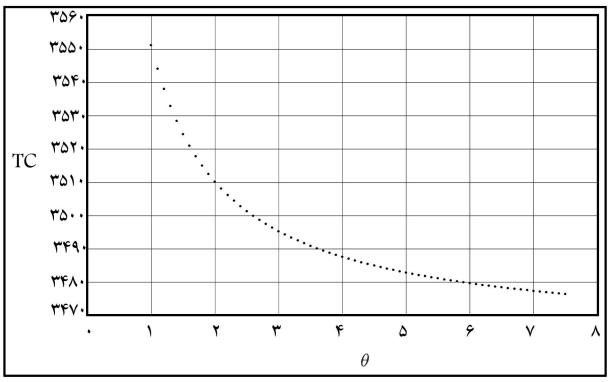
شکل ۱۰. تغییرات هزینه‌ی کل موجودی نسبت به نرخ معیوب شدن قطعه‌ی a.

منحنی می‌توان به این نتیجه رسید که تغییر در λ_c نسبت به λ_a و (به‌طور مشابه λ_b)، در کل هزینه‌های موجودی تأثیر بیشتری نشان می‌دهد و این منطقی است؛ زیرا هر یک محصول نهایی که معیوب ساخته شود، علاوه‌بر هزینه‌ی تولید مجدد محصول نهایی، هزینه‌های دوباره‌کاری قطعات a و b را نیز به سیستم تحمیل می‌کند.

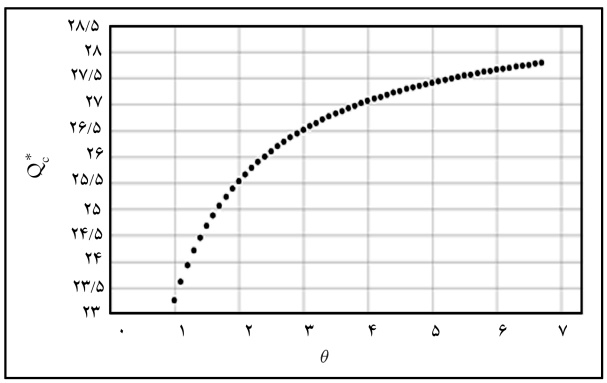
۲.۶. تحلیل حساسیت بر اساس تغییرات نرخ‌های دوباره‌کاری نسبت به نرخ‌های تولید (P_b^r, P_a^r).

پارامتر مؤثر دیگری که شاید در دنیای واقعی اهمیت دارد و با توجه به اختیار سرمایه ـ گذاران برای ارتقای تولید حائز اهمیت است، نرخ‌های تولید و دوباره‌کاری است. در این بخش تأثیر افزایش نرخ دوباره‌کاری قطعات a وb، نسبت به نرخ تولید این قطعات را بررسی می‌کنیم. به این معنی که اگر سرعت دوباره‌کاری قطعات را افزایش دهیم، هزینه‌های موجودی و اندازه‌ی دسته‌ی اقتصادی تولید محصول نهایی چگونه تغییر خواهد کرد. نرخ دوباره‌کاری قطعه را ضریب ثابتی از نرخ تولید قطعه درنظر می‌گیریم و فرض می‌کنیم $P_a^r = \theta_a P_a^m$ باشد که در این رابطه با توجه به اینکه نرخ دوباره‌کاری قطعه در واقع سرعت اصلاح و رفع نقص قطعه است، منطقی است که $\theta_a \geq 1$ باشد. شکل ۱۱ نموداری را نشان می‌دهد که به بررسی تغییرات هزینه‌ی کل نسبت به تغییر θ_a می‌پردازد. همچنین تغییرات اندازه‌ی اقتصادی تولید نسبت به این تغییرات در نمودار شکل ۱۲ بررسی شده است.

همان‌طورکه در نمودارهای شکل‌های ۱۱ و ۱۲ مشخص است با افزایش توان



شکل ۱۱. تغییرات هزینه‌ی کل موجودی نسبت به تغییر نرخ دوباره‌کاری قطعات a و b نسبت به نرخ تولیدشان.



شکل ۱۲. تغییرات اندازه‌ی دسته‌ی تولید محصول نهایی بر اساس تغییرات نرخ دوباره‌کاری قطعات a و b نسبت به تولیدشان.

www.SID.ir

Archive of SID

و سرعت دوباره‌کاری (در صورت یکسان بودن هزینه‌های خرید محصول نهایی) هزینه‌های موجودی کاهش و اندازه‌ی دسته‌های تولید افزایش می‌یابد.

۷. نتیجه‌گیری

برای کاهش اثرات مخرب تولیدات صنعتی بر روی محیط زیست و برای کاهش زیان ناشی از تولید محصولات معیوب و ضایعات حین تولید به بررسی و کنترل موجودی قطعات معیوب پرداخته شد. یک سیستم دو سطحی زنجیره‌ی تأمین با مرور پیوسته با دو محصول را بررسی شد که در آن امکان تولید قطعات معیوب و دوباره‌کاری وجود دارد. در این سیستم محصول نهایی از دو قطعه تشکیل شده است. قطعات توسط تأمین‌کنندگان مختلف در سطح اول تولید و در سطح دوم توسط تولیدکننده محصول نهایی مونتاژ می‌شود. هر قطعه در دو سطح تولید قطعه و تولید محصول نهایی ممکن است معیوب شود.

با استفاده از مدل ریاضی مسئله و تحلیل آن مقدار بهینه‌ی تولید هر کدام از قطعات و محصول نهایی به همراه مقادیر بهینه‌ی اقلام مرجوعی مشخص شد. میزان بهینه‌ی تولید محصول نهایی عامل اصلی و تعیین‌کننده در مقادیر بهینه‌ی دیگر قطعات و مقادیر دوباره‌کاری است. هزینه‌های مؤثر در تعیین اندازه‌ی دسته‌ی تولید قطعات هزینه‌های راه‌اندازی ماشین‌ها و هزینه‌ی نگهداری قطعات سالم و معیوب و هزینه‌ی دوباره‌کاری‌هاست. هر چند این مسئله برای محصول با دو قطعه مطرح شده است برای محصول با تعداد قطعات بیشتر نیز تعمیم‌پذیر است. در این مطالعه مقدار بهینه‌ی تولید و دوباره‌کاری قطعات a و b بر اساس مقدار بهینه‌ی تولید محصول نهایی در سطح بالایی زنجیره‌ی تأمین به دست آمده است. به‌منظور بررسی اثر پارامترهای نرخ خرابی و نرخ دوباره‌کاری بر روی هزینه‌های سیستم موجودی، در قالب مثال‌های عددی تحلیل حساسیت انجام شد. نتایج حاصل از این آزمایش‌ها نشان می‌دهد، در نمودارهای بررسی شده، نرخ معیوب شدن محصول نهایی (λ_e) نسبت به نرخ معیوب شدن قطعات (λ_a) اثر زیادی بر هزینه‌ها دارد و ضمناً ارتقای سیستم دوباره‌کاری (افزایش سرعت دوباره‌کاری) هزینه‌های سیستم را کاهش می‌دهد.

پانوشت‌ها

1. Economic order quantity
2. Economic production quantity

منابع (References)

1. Schrady, D.A. and U. Choe, "Models for multi-item continuous review inventory policies subject to constraints", *Naval Research Logistics Quarterly*, **18**(4), p. 451-463, (1971).
2. Yoo, S.H., Kim, D. and M.-S. Park. "Economic production quantity model with imperfect-quality items, two-way imperfect inspection and sales return", *International Journal of Production Economics*, **121**(1), p. 255-265. (2009).
3. Yoo, S.H., Kim, D. and M.-S. Park. "Inventory models for imperfect production and inspection processes with various inspection options under one-time and continuous improvement investment", *Computers & Operations Research*, **39**(9), p. 2001-2015 (2012).
4. Yassine, A., Maddah, B. and Salameh, M. "Disaggregation and consolidation of imperfect quality shipments in an extended EPQ model", *International Journal of Production Economics*,. **135**(1), p. 345-352 (2012).
5. Teunter, R.H. and Vlachos, D. "On the necessity of a disposal option for returned items that can be remanufactured", *International Journal of Production Economics*, **75**(3) p. 257-266 (2002).
6. Stenson, M.J. and et al., "Evaluation of the anIdent system for the identification of anaerobic bacteria", *Diagnostic Microbiology and Infectious Disease*, **5**(1), p. 9-15. (1986).
7. Buscher, U. , G. Lindner, "Optimizing a production system with rework and equal sized batch shipments", *Computers & Operations Research*, **34**(2), p. 515-535 (2007).
8. Hauer, E., "Computing what the public wants: Some issues in road safety cost-benefit analysis", *Accident Analysis & Prevention*, **43**(1), p. 151-164. (2011).
9. Xu, X., Li, Y. and Cai, X. "Optimal policies in hybrid manufacturing/remanufacturing systems with random price-sensitive product returns", *International Journal of Production Research*, **50**(23), p. 6978-6998. (2012).
10. Chiu, S.W., Ting, C-.K., Chiu, Y.-S.P. "Optimal production lot sizing with rework, scrap rate, and service level constraint", *Mathematical and Computer Modelling*, **46**(3-4), p. 535-549 (2007).
11. Salameh, M.K. and Jaber, M.Y., "Economic production quantity model for items with imperfect quality", *International Journal of Production Economics*, **64**(1-3), p. 59-64 (2000).
12. Maddah, B. and M.Y. Jaber, "Economic order quantity for items with imperfect quality: Revisited", *International Journal of Production Economics*, **112**(2), p. 808-815 (2008).
13. Taleizadeh, A.A. and et al., "An imperfect multi-product production system with rework", *Scientia Iranica*, **20**(3), p. 811-823. (2013).
14. Jaber, M.Y., M. Bonney and I. Moualek, "An economic order quantity model for an imperfect production process with entropy cost", *International Journal of Production Economics*, **118**(1), p. 26-33. (2009).
15. Pal, B., Sana, S.S. and K. Chaudhuri, "A mathematical model on EPQ for stochastic demand in an imperfect production system", *Journal of Manufacturing Systems*, **32**(1) p. 260-270 (2013).

www.SID.ir

Archive of SID

16. Rezaei, J. and N. Salimi, "Economic order quantity and purchasing price for items with imperfect quality when inspection shifts from buyer to supplier", *International Journal of Production Economics*, **137**(1), p. 11-18 (2012).

17. Zhou, Y.-W. and et al., "EPQ models for items with imperfect quality and one-time-only discount". Applied Mathematical Modelling", **39**(3-4), p. 1000-1018 (2015).

18. Rad, M.A., Khoshalhan, F. and Glock, G.H. "Optimizing inventory and sales decisions in a two-stage supply chain with imperfect production and backorders". *Computers & Industrial Engineering*, **74**: p. 219-227 (2014).

19. Widyadana, G.A. and Wee, H.M, "An economic production quantity model for deteriorating items with multiple production setups and rework", *International Journal of Production Economics*, **138**(1), p. 62-67 (2012).

20. Mahadevan, B., Pyke, D.F. and Fleischmann. M. "Periodic review, push inventory policies for remanufacturing", *European Journal of Operational Research*, **151**(3), p. 536-551 (2003).

21. Chen, T.-H., Tsao, Y.-C. "Optimal lot-sizing integration policy under learning and rework effects in a manufacturer-retailer chain", *International Journal of Production Economics*, 155: p. 239-248 (2014).

22. Corum, A., Vayvay, E. and Bayraktar, "The impact of remanufacturing on total inventory cost and order variance", *Journal of Cleaner Production*, **85**, p. 442-452 (2014).

23. Naeem, M.A. and et al., "Production planning optimization for manufacturing and remanufacturing system in stochastic environment", *Journal of Intelligent Manufacturing*, **24**(4), p. 717-728. (2013).

24. Wee, H.-M. and et al., "An economic production quantity model with non-synchronized screening and rework". *Applied Mathematics and Computation*, **233**, p. 127-138 (2014).

25. Tai, A.H. "Economic production quantity models for deteriorating/imperfect products and service with rework", *Computers & Industrial Engineering*, **66**(4): p. 879-888. (2013).

26. Koh, S.-G. and et al. "An optimal ordering and recovery policy for reusable items", *Computers & Industrial Engineering*, **43**(1), p. 59-73 (2002).

27. U, Corbacıoğlu. and van der Laan, E.A. "Setting the holding cost rates in a two-product system with remanufacturing", *International Journal of Production Economics*, **109**, 185-194 (2007).

28. Jamal, A.M.M., Sarker, B.R. and Mondal, S. "Optimal manufacturing batch size with rework process at a single-stage production system", *Computers & Industrial Engineering*, **47**(1) p. 77-89 (2004).

www.SID.ir