

# ترکیب مدل تخصیص خطی کلاسیک با برنامه‌ریزی خطی چند هدفه برای ارزیابی رتبه‌بندی گزینه‌ها

Research Note

محمد احسانی فر\* (استادیار)

زهرا رضایی (کارشناسی ارشد)

دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه آزاد اسلامی واحد اراک

روش تخصیص خطی کلاسیک یک روش تصمیم‌گیری چندمعیاره است که در آن وزن معیارها منظور می‌شود و هر رتبه دقیقاً به یک گزینه اختصاص داده می‌شود. در این پژوهش برای اینکه نیازی به محاسبه‌ی وزن معیارها نباشد و از اولویت‌بندی شاخص‌های تصمیم‌گیری استفاده شود و نیز برای اینکه هر رتبه بتواند به بیش از یک گزینه داده شود، یک روش برنامه‌ریزی خطی چندهدفه پیشنهاد شده است که در آن به ازای هر شاخص، یک تابع هدف تعریف می‌شود و با توجه به اولویت‌بندی شاخص‌ها، مدل برنامه‌ریزی خطی چندهدفه با روش اولویت مطابق حل می‌شود و محدودیت اختصاص هر رتبه فقط به یک گزینه، از مدل حذف شده است. هم‌چنین با اضافه شدن شاخص‌های جدید به یک مسئله، به تعداد شاخص‌های جدید، تابع هدف به مدل اضافه می‌شود و نیازی به محاسبه‌ی دوباره‌ی وزن شاخص‌ها و انجام محاسبات روش تخصیص خطی نیست. نتایج مقایسه‌ی مدل پیشنهادی با روش‌های تاپسیس، ویکور و موراً که متداول‌ترین روش‌های تصمیم‌گیری چندمعیاره‌اند، بیانگر سازگاری بیشتر مدل پیشنهادی با این روش‌هاست.

واژگان کلیدی: روش تخصیص خطی، برنامه‌ریزی خطی چندهدفه، تصمیم‌گیری چندشاخصه، روش اولویت مطابق.

m-ehsanifar@iaua-arak.ac.ir  
zahrarezaei90@yahoo.com

## ۱. مقدمه

در مسائل تصمیم‌گیری چندمعیاره تعدادی گزینه وجود دارد که باید بر اساس مجموعه‌ی معیارهای معینی ارزیابی و رتبه‌بندی شوند. مسئله‌ی تصمیم‌گیری چندمعیاره معمولاً با ماتریس زیر، موسوم به ماتریس تصمیم، نشان داده می‌شود:

$$D = \begin{matrix} & C_1 & C_2 & \dots & C_r \\ \begin{matrix} A_1 \\ A_2 \\ \vdots \\ A_m \end{matrix} & \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{m1} & x_{m2} & \dots & x_{mn} \end{pmatrix} \end{matrix} \quad (1)$$

در ماتریس فوق  $A = \{A_i | 1 \leq i \leq m\}$  مجموعه‌ی گزینه‌ها،  $C = \{C_j | 1 \leq j \leq n\}$  مجموعه معیارها و  $x_{ij}$  عملکرد (امتیاز) گزینه‌ی  $i$ ام از لحاظ معیار  $j$ ام را نشان می‌دهند. برای بیان اهمیت نسبی معیارها، به معیار  $j$ ام وزن  $w_j \geq 0$  با شرط

\* نویسنده مسئول

تاریخ: دریافت ۱۳۹۴/۱۲/۲۲، اصلاحیه ۱۳۹۵/۱۱/۱۱، پذیرش ۱۳۹۵/۱۲/۲۸

DOI:10.24200/J65.2018.5610

$\sum_{j=1}^n w_j = 1$  نسبت داده می‌شود. هدف از تجزیه و تحلیل مسئله‌ی تصمیم‌گیری چندمعیاره، رتبه‌بندی و انتخاب بهترین گزینه از بین مجموعه‌ی گزینه‌ها بر اساس عملکرد هر گزینه بر حسب تمام معیارهاست.<sup>[۳،۲،۱]</sup>

برای تجزیه و تحلیل مسائل تصمیم‌گیری چندمعیاره، روش‌های متعدد و متنوعی توسعه یافته و به کار گرفته شده‌اند. اما، همه‌ی این روش‌ها مشتمل بر سه مرحله‌ی زیر هستند:

۱. تعیین مجموعه‌ی معیارها و گزینه‌ها؛
۲. تعیین وزن عددی برای معیارها و عملکرد (امتیاز) هر یک از گزینه‌ها از لحاظ هر معیار؛
۳. پردازش مقادیر عددی عملکردها و وزن‌ها برای تعیین رتبه‌ی هر یک از گزینه‌ها.<sup>[۴]</sup> برای مرحله‌ی ۳، روش‌های بسیار زیادی معرفی شده است به نحوی که دسته‌بندی این روش‌ها از جمله موضوعات پژوهشی مورد علاقه‌ی شماری از پژوهشگران این زمینه به‌شمار می‌رود. برای مرور و مقایسه‌ی روش‌های مختلف تصمیم‌گیری چندمعیاره می‌توان منابع<sup>[۵،۶،۷]</sup> را ملاحظه کرد.

در روش تخصیص خطی گزینه‌های مسئله‌ی تصمیم‌گیری چندمعیاره بر مبنای

عبارت‌اند از: روش وزن‌دهی به اهداف، اولویت مطلق، معیار جامع، برنامه‌ریزی آرمانی. [۲۳-۲۶]

امروزه برنامه‌ریزی خطی چندهدفه در زمینه‌های بسیاری از جمله بهینه‌سازی زنجیره‌ی تأمین گاز طبیعی، بهینه‌سازی انرژی، مسیریابی وسیله‌ی نقلیه و سیستم طبقه‌بندی به کار می‌رود که برخی از این کاربردها را می‌توان در منابع [۲۷-۵۱] مشاهده کرد. این پژوهش در ۵ بخش شامل بخش اول مقدمه، بخش دوم روش پیشنهادی، بخش سوم مثال عددی، بخش چهارم بحث و بررسی و بخش پنجم نتیجه‌گیری و پیشنهادها تنظیم شده است.

### ۱.۱. معرفی مدل تخصیص خطی

در روش تخصیص خطی گزینه‌های یک مسئله‌ی تصمیم‌گیری چندمعیاره بر مبنای امتیاز آن‌ها از لحاظ هر معیار رتبه‌بندی می‌شود و رتبه‌ی نهایی هر گزینه با یک فرایند جبرانی خطی که ترکیب و تعامل معیارها را امکان‌پذیر می‌سازد، به دست می‌آید. از آنجا که فقط تفاوت عملکرد هر زوج از گزینه‌ها از لحاظ معیارهای تصمیم‌گیری مد نظر قرار می‌گیرد، نیازی به تبدیل داده‌های کیفی به کمی و نیز نرمال‌سازی داده‌ها نیست. [۲۴] الگوریتم مدل تخصیص خطی به صورت زیر است:

- گام ۱. تشکیل ماتریس تصمیم و تعیین وزن هر یک از معیارها.
- گام ۲. مشخص کردن رتبه‌ی هر گزینه بر حسب هر یک از  $n$  شاخص موجود.
- گام ۳. تشکیل ماتریس مرجع  $\Lambda_{m \times m}$  با عناصر غیرمنفی به نحوی که هر عنصر از ماتریس مرجع از رابطه‌ی (۲) به دست می‌آید.

$$\sum_{j=1}^n h_{ij}^k . w_j = \lambda_{ik} \quad (2)$$

در رابطه‌ی (۲) اگر  $i$ مین گزینه از لحاظ معیار  $k$ ام در رتبه‌ی  $k$ ام قرار بگیرد آنگاه  $h_{ij}^k = 1$  و در غیر این صورت  $h_{ij}^k = 0$ . عنصر  $\lambda_{ik}$  از ماتریس مرجع  $\Lambda_{m \times m}$  نشان‌دهنده‌ی ارزش یا شایستگی گزینه‌ی  $A_i$  برای تخصیص به رتبه‌ی نهایی  $k$ ام است. بنابراین تخصیص گزینه‌ی  $A_i$  به رتبه‌ی  $k$ ام باید به نحوی انجام شود که کل ارزش تخصیص گزینه‌ها به رتبه‌ها بیشینه شود.

گام ۴. محاسبه‌ی رتبه‌ی نهایی برای هر یک از گزینه‌ها. با در نظر گرفتن  $\lambda_{ik}$  به مثابه ارزش گزینه‌ی  $A_i$  برای تخصیص به رتبه‌ی  $k$ ام، مسئله عبارت است از پیدا کردن  $A_i$  برای رتبه‌ی  $k$ ام ( $k = 1, \dots, m$ ) به نحوی که بیش‌ترین ارزش را برای آن رتبه داشته باشد. به این منظور مسئله‌ی تخصیص زیر با متغیرهای صفر-یک  $h_{ik}$  استفاده می‌شود:

$$\begin{aligned} & \text{Maximize } \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^m \lambda_{ik} . h_{ik} \\ & \text{S.t. } \sum_{k=1}^m h_{ik} = 1, i = 1, 2, \dots, m \\ & \sum_{i=1}^m h_{ik} = 1, k = 1, 2, \dots, m \\ & h_{ik} = \begin{cases} 1 & \text{If rank } k \text{ assigns to the } i\text{th alternative } A_i \\ \text{or} \\ 0 & \text{If rank } k \text{ does not assign to the } i\text{th alternative } A_i \end{cases} \end{aligned} \quad (3)$$

عملکرد هر گزینه بر حسب هر یک از معیارها رتبه‌بندی می‌شود و در نهایت رتبه‌بندی نهایی گزینه‌ها از طریق یک فرایند جبرانی خطی برای ترکیب و تعامل معیارها به دست می‌آید. در فرایند جبرانی خطی فقط داده‌های ترتیبی (آردینال) به عنوان داده‌های ورودی استفاده می‌شوند و نیازی به تبدیل داده‌های کیفی به کمی یا نرمال‌سازی داده‌ها نیست. [۲] روش تخصیص خطی اولین بار به عنوان یک مدل برنامه‌ریزی برای انتخاب نشان تجاری (برند) توسط مصرف‌کننده معرفی شده است. [۸]

مدل تخصیص خطی، یک مدل برنامه‌ریزی خطی صفر و یک است و به‌طور گسترده‌ی در حل مسائل تخصیص به کار می‌رود. به‌طور کلی مسئله‌ی تخصیص موردی خاص از مسئله‌ی حمل‌ونقل است و به صورت برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح صفر و یک فرمول‌بندی می‌شود. [۹-۱۱] حل بهینه‌ی مسئله‌ی اختصاص  $n$  شغل به  $m$  نفر به‌طوری که کمینه‌ی هزینه یا بیشینه‌ی سود حاصل شود، کارکرد اصلی مسئله‌ی تخصیص استاندارد است. کاربردهایی از مدل تخصیص خطی در این زمینه در منابع [۱۲-۱۶] مشاهده می‌شود که از جمله موضوعات آن‌ها مدیریت خدمات شهری، زمان‌بندی تولید، مدیریت ترافیک، برنامه‌ریزی آموزشی و مسیریابی است. الگوریتم‌های متنوعی شامل برنامه‌ریزی خطی برای حل مسئله‌ی تخصیص خطی توسعه یافته و به کار گرفته شده‌اند. [۱۷-۲۳]

مدل تخصیص خطی از اساس برای حل بهینه‌ی مسئله‌ی اختصاص  $n$  شغل (ماشین) به  $m$  نفر (کار) به وجود آمده است؛ اما به عنوان یکی از روش‌های حل مسائل تصمیم‌گیری چندمعیاره نیز استفاده شده و کاربردهای متعددی از آن گزارش شده است. به عبارت دیگر، مدل تخصیص خطی برای رتبه‌بندی  $m$  گزینه‌ی موجود در یک مسئله‌ی تصمیم‌گیری چندمعیاره به کار برده شده است. در این کاربرد،  $m$  رتبه و  $m$  گزینه وجود دارد؛ بنابراین، مسئله عبارت است از یافتن  $i$ مین گزینه برای هر یک از  $m$  رتبه‌ی ممکن که بیشترین اثر را برای آن رتبه داشته باشد. در ضمن هر رتبه باید فقط به یک گزینه تخصیص داده شود و هر گزینه نیز فقط یک رتبه را احراز کند. [۲۴]

برخی از زمینه‌های کاربرد مدل تخصیص خطی در حل مسائل تصمیم‌گیری چندمعیاره را می‌توان در منابع [۲۵-۲۸] مشاهده کرد که از جمله موضوعات آن‌ها می‌توان به مدل تخصیص فازی برای رتبه‌بندی برنامه‌های ارتقای صادرات، ارزیابی توان رقابتی شرکت‌ها، انتخاب خط مشی بهینه‌ی نگهداری، مدیریت آموزشی، رتبه‌بندی عوامل ریسک، مدیریت خدمات شهری، طبقه‌بندی و مدل تخصیص خطی فازی در حمل‌ونقل اشاره کرد.

در بسیاری از مسائل واقعی، تصمیم‌گیرندگان بیش از یک هدف را در نظر دارند. برای مثال اهداف بیشینه کردن سود، کمینه کردن هزینه، کمینه کردن ضایعات، بیشینه کردن سهم بازار و امثال این‌ها. برنامه‌ریزی خطی چندهدفه با حل این‌گونه مسائل سروکار دارد. [۲۹]

برنامه‌ریزی خطی چندهدفه برای کمک به تصمیم‌گیرندگان در مسائل پیچیده، زمانی که بیان حالت مطلوب برای تصمیم‌گیرندگان سخت است، به کار گرفته می‌شود. از آنجا که بیشتر مسائل تصمیم‌گیری تجاری واقعی بیش از یک هدف را دنبال می‌کنند، مدل برنامه‌ریزی خطی چندهدفه به‌طور گسترده‌ی در زمینه‌های زیادی به کار می‌رود و به یک ابزار مفید برای تصمیم‌گیری تبدیل شده است. [۳۰، ۳۱]

روش‌های متقابل ارائه شده برای حل مدل برنامه‌ریزی ریاضی چندهدفه به‌طور چشم‌گیری افزایش یافته است. یک مسئله‌ی برنامه‌ریزی خطی چندهدفه (MOLP) بهینه کردن یک بردار از توابع خطی با وجود محدودیت‌های خطی است. زیرا چند تابع هدف وجود دارد، جواب نهایی از یک مجموعه از نقاط کارا که مجموعه‌ی کارا نامیده می‌شود انتخاب می‌گردد. برخی از روش‌های حل برنامه‌ریزی خطی چندهدفه

چندمعیاره که به روش تخصیص خطی حل شده است شاخص های دیگری اضافه شود، نیاز به انجام محاسبات از ابتدای روش تخصیص خطی و حتی محاسبه ی دوباره وزن شاخص هاست که در این پژوهش این ضعف نیز تا حد زیادی برطرف می شود.

## ۲. روش پیشنهادی

روشی که در این پژوهش پیشنهاد می شود بدین ترتیب است که ابتدا متغیرها مانند روش تخصیص خطی کلاسیک تعیین می شوند. سپس برای این که گزینه ها از لحاظ هر شاخص تصمیم گیری بهینه شوند، به ازای هر شاخص تصمیم گیری یک تابع هدف بیشینه سازی مجموع متغیرها تعریف می شود تا گزینه ها را از لحاظ آن شاخص بهینه کند. پس به تعداد شاخص ها تابع هدف تعریف می شود. سپس محدودیت این که به هر گزینه فقط یک رتبه اختصاص یابد و محدودیت صفر و یک بودن متغیرها، به مدل اضافه می شود. محدودیت دیگر مدل تخصیص خطی، که محدودیت اختصاص فقط یک گزینه به هر رتبه است، به مدل اضافه نمی شود. بدین ترتیب روش تخصیص خطی کلاسیک با روش برنامه ریزی خطی چندهدفه ترکیب می شود. مدل برنامه ریزی خطی چندهدفه حاصل می تواند به روش معیار جامع یا اولویت مطلق حل شود تا جواب نهایی برای رتبه بندی گزینه ها حاصل شود. در صورتی که از روش اولویت مطلق برای حل مدل برنامه ریزی خطی چندهدفه ی به دست آمده استفاده شود، تصمیم گیرندگان باید شاخص ها را اولویت بندی کنند که به طور بدیهی همان اولویت بندی توابع هدف است. بدین ترتیب در این مدل بدون محاسبه ی وزن شاخص ها میزان اهمیت شاخص ها (اهداف) مؤثر است و این مدل، یک روش انعطاف پذیر خواهد بود که نظر تصمیم گیرندگان در رتبه بندی نهایی گزینه ها مؤثر واقع می شود.

یک مسئله ی تصمیم گیری با گزینه های  $A_i, i = 1, 2, \dots, m$ ، و شاخص های  $C_j, j = 1, 2, \dots, n$  را در نظر بگیرید.  $x_{ij}$  امتیاز عملکرد گزینه ی  $i$ ام از لحاظ شاخص  $j$ ام و مؤلفه ی سطر  $i$ ام و ستون  $j$ ام در ماتریس تصمیم است.

## ۱.۲. الگوریتم روش پیشنهادی

گام ۱. تعیین رتبه ی هر (امتیاز عملکرد) گزینه از لحاظ هر شاخص در ماتریس تصمیم گیری.

گام ۲. تعریف متغیر  $h_{ik}$  به طوری که  $i$  شماره ی گزینه ی مورد نظر و  $K$  رتبه ی تعیین شده در گام اول است.

گام ۳. تعریف یک تابع هدف بیشینه سازی مجموع متغیرهای  $h_{ik}$  به ازای هر شاخص.

گام ۴. تعریف محدودیت ها به طوری که به هر گزینه فقط یک رتبه اختصاص یابد و متغیرها یا صفرند یا یک.

گام ۵. استفاده از روش معیار جامع یا اولویت مطلق برای حل مدل MOLP به دست آمده (در صورت به کارگیری روش اولویت مطلق، تصمیم گیرندگان باید شاخص ها را اولویت بندی کنند) و تعیین رتبه بندی گزینه ها.

## ۳. مثال عددی

در این بخش مسئله یی که استفاده می شود از چاکرابرتی<sup>[۵۳]</sup> است. در این مثال ۸

گام ۵. رتبه بندی نهایی گزینه ها. اگر جواب بهینه ی حاصل از (۳) با ماتریس مربع  $H_{m \times m}^*$  نشان داده شود، آنگاه رتبه ی نهایی گزینه ها از حاصل ضرب  $H_{m \times m}^* \times A_{m \times 1}$  به دست می آید ( $A_{m \times 1}$  بردار ستونی گزینه هاست).

## ۲.۱. معرفی روش اولویت مطلق

گاهی تصمیم گیرنده تمایل ندارد که وزن هر هدف را مشخص کند و روش وزن دهی به اهداف را روشی ذهنی می پندارد. ولی مایل است اهداف را اولویت بندی کند. در این صورت روش اولویت مطلق مطرح می شود. در این روش مسئله را فقط با هدفی که اولویت اول (مهم تر) دارد، حل می کنیم و جواب بهینه را مشخص می کنیم. در مرحله بعد تابع هدف اولویت اول را برابر جواب بهینه ی به دست آمده قرار می دهیم و به عنوان یک محدودیت به مسئله اضافه و مسئله را با در نظر گرفتن تابع هدف با اولویت دوم حل می کنیم. این رویه به همین صورت برای اولویت های بعدی تکرار می شود.<sup>[۲۵]</sup>

در بیشتر مطالعات از روشی مثل روش اولویت مطلق استفاده می شود به طوری که یک هدف به اهداف چندگانه اولویت داده می شود. در این روش مسئله ی اصلی این است که وزن همه ی اهداف باید داده شود.<sup>[۵۲]</sup>

## ۳.۱. معرفی روش معیار جامع

در این روش برخلاف روش های قبلی نیازی به اولویت بندی اهداف، وزن دهی یا تبدیل اهداف به محدودیت نیست. روش معیار جامع بسته به مورد، مجموع توان اول، دوم و ... انحرافات نسبی اهداف از مقدار بهینه شان را کمیته می کند. در این روش، تابع هدف که همواره کمیته سازی آن مورد توجه است بدین صورت تعریف می شود:

$$MinZ = \sum_{i=1}^k (f_i^* - f_i / f_i^*)^p \quad (4)$$

که در آن  $f_i^*$  مقدار بهینه ی تابع هدف  $i$ ام (بدون در نظر گرفتن اهداف دیگر) است. پیشنهادهای مختلفی برای مقدار  $P$  وجود دارد. برخی  $p = 1$  را مناسب می دانند (یعنی مجموع نسبی انحرافات کمیته شود) و برخی نیز  $p = 2$  را مناسب تر می دانند (یعنی مجموع توان دوم انحرافات کمیته شود).<sup>[۲۵]</sup>

## ۴.۱. کاستی های روش تخصیص خطی کلاسیک

در روش تخصیص خطی ابتدا باید وزن شاخص ها به طور دقیق محاسبه شود؛ زیرا مقدار دقیق آن ها برای نوشتن مدل لازم است. از آنجا که در شرایط واقعی میزان دقیق اهمیت شاخص ها مشخص نیست و نیاز به انجام محاسبه دارد - درحالی که اولویت بندی شاخص ها از نظر تصمیم گیرندگان به راحتی مشخص می شود - در این پژوهش، روش برنامه ریزی خطی پیشنهاد می شود تا بدون نیاز به محاسبه ی دقیق وزن شاخص ها و با توجه به اولویت شاخص ها بتوان رتبه بندی گزینه ها را به دست آورد که بدین ترتیب نظر تصمیم گیرندگان هم در تصمیم گیری منظور خواهد شد.

به علاوه با روش تخصیص خطی، هر گزینه فقط یک رتبه و هر رتبه فقط یک گزینه را به خود اختصاص می دهد؛ حال آنکه در روش های دیگر تصمیم گیری چندشاخصه یک رتبه می تواند به بیش از یک گزینه داده شود و ممکن است برای دو یا چند گزینه رتبه های یکسانی حاصل شود. پس نیاز به روشی است که این ضعف را برطرف کند. هم چنین اگر لازم شود که به یک مسئله ی تصمیم گیری

جدول ۱. داده‌های کمی برای مسئله‌ی انتخاب سیستم تولید انعطاف‌پذیر (ماتریس تصمیم).

شاخص‌ها گزینه‌ها	$C_1^+$	$C_2^+$	$C_3^+$	$C_4^+$	$C_5^+$	$C_6^+$	$C_7^+$	$C_8^+$	$C_9^+$	$C_{10}^+$	$C_{11}^+$	$C_{12}^+$	$C_{13}^+$	$C_{14}^+$	$C_{15}^+$	$C_{16}^+$	$C_{17}^+$	$C_{18}^+$	$C_{19}^+$	$C_{20}^+$												
$A_1$	۳۰	۲۳	۵	۰,۷۴۵	۰,۷۴۵	۱۵	۱۳	۱۸	۳۰	۱۵	۰,۷۴۵	۰,۷۴۵	۱۳	۲۰	۲۵	۱۴	۱۸	۱۴	۳۵۰۰	۹۵۰	۰,۷۴۵	۰,۲۵۵	۱۴	۱۸	۱۴	۳۵۰۰	۹۵۰	۰,۷۴۵	۰,۲۵۵	۱۴	۱۸	۱۴
$A_2$	۱۸	۱۳	۱۵	۰,۷۴۵	۰,۷۴۵	۱۵	۱۳	۱۸	۱۸	۱۳	۰,۷۴۵	۰,۷۴۵	۱۳	۲۰	۲۵	۱۴	۱۸	۱۴	۳۵۰۰	۹۵۰	۰,۷۴۵	۰,۲۵۵	۱۴	۱۸	۱۴	۳۵۰۰	۹۵۰	۰,۷۴۵	۰,۲۵۵	۱۴	۱۸	۱۴
$A_3$	۱۸	۱۳	۱۵	۰,۷۴۵	۰,۷۴۵	۱۵	۱۳	۱۸	۱۸	۱۳	۰,۷۴۵	۰,۷۴۵	۱۳	۲۰	۲۵	۱۴	۱۸	۱۴	۳۵۰۰	۹۵۰	۰,۷۴۵	۰,۲۵۵	۱۴	۱۸	۱۴	۳۵۰۰	۹۵۰	۰,۷۴۵	۰,۲۵۵	۱۴	۱۸	۱۴
$A_4$	۱۸	۱۳	۱۵	۰,۷۴۵	۰,۷۴۵	۱۵	۱۳	۱۸	۱۸	۱۳	۰,۷۴۵	۰,۷۴۵	۱۳	۲۰	۲۵	۱۴	۱۸	۱۴	۳۵۰۰	۹۵۰	۰,۷۴۵	۰,۲۵۵	۱۴	۱۸	۱۴	۳۵۰۰	۹۵۰	۰,۷۴۵	۰,۲۵۵	۱۴	۱۸	۱۴
$A_5$	۱۸	۱۳	۱۵	۰,۷۴۵	۰,۷۴۵	۱۵	۱۳	۱۸	۱۸	۱۳	۰,۷۴۵	۰,۷۴۵	۱۳	۲۰	۲۵	۱۴	۱۸	۱۴	۳۵۰۰	۹۵۰	۰,۷۴۵	۰,۲۵۵	۱۴	۱۸	۱۴	۳۵۰۰	۹۵۰	۰,۷۴۵	۰,۲۵۵	۱۴	۱۸	۱۴
$A_6$	۱۷	۱۵	۹	۰,۷۴۵	۰,۷۴۵	۹	۱۵	۱۷	۱۷	۹	۰,۷۴۵	۰,۷۴۵	۹	۱۵	۱۷	۹	۱۵	۱۷	۵۲۵۰	۱۲۵۰	۰,۷۴۵	۰,۷۴۵	۹	۱۵	۱۷	۵۲۵۰	۱۲۵۰	۰,۷۴۵	۰,۷۴۵	۹	۱۵	۱۷
$A_7$	۲۳	۱۸	۲۰	۰,۷۴۵	۰,۷۴۵	۲۰	۱۸	۲۳	۲۳	۲۰	۰,۷۴۵	۰,۷۴۵	۲۰	۱۸	۲۳	۲۰	۱۸	۲۳	۳۰۰۰	۱۱۰۰	۰,۷۴۵	۰,۷۴۵	۲۰	۱۸	۲۳	۳۰۰۰	۱۱۰۰	۰,۷۴۵	۰,۷۴۵	۲۰	۱۸	۲۳
$A_8$	۱۶	۸	۱۴	۰,۷۴۵	۰,۲۵۵	۱۴	۸	۱۶	۱۶	۱۴	۰,۷۴۵	۰,۲۵۵	۱۴	۸	۱۶	۱۶	۸	۱۶	۳۰۰۰	۱۵۰۰	۰,۷۴۵	۰,۲۵۵	۱۴	۸	۱۶	۳۰۰۰	۱۵۰۰	۰,۷۴۵	۰,۲۵۵	۱۴	۸	۱۶

جدول ۲. متغیرهای مدل تخصیص خطی مثال عددی.

شاخص‌ها گزینه‌ها	$C_1^+$	$C_2^+$	$C_3^+$	$C_4^+$	$C_5^+$	$C_6^+$	$C_7^+$	$C_8^+$	$C_9^+$	$C_{10}^+$	$C_{11}^+$	$C_{12}^+$	$C_{13}^+$	$C_{14}^+$	$C_{15}^+$	$C_{16}^+$	$C_{17}^+$	$C_{18}^+$	$C_{19}^+$	$C_{20}^+$
$A_1$	$h_{11}$	$h_{11}$	$h_{11}$	$h_{11}$	$h_{11}$	$h_{11}$	$h_{11}$	$h_{11}$	$h_{11}$	$h_{11}$	$h_{11}$	$h_{11}$	$h_{11}$	$h_{11}$	$h_{11}$	$h_{11}$	$h_{11}$	$h_{11}$	$h_{11}$	$h_{11}$
$A_2$	$h_{21}$	$h_{21}$	$h_{21}$	$h_{21}$	$h_{21}$	$h_{21}$	$h_{21}$	$h_{21}$	$h_{21}$	$h_{21}$	$h_{21}$	$h_{21}$	$h_{21}$	$h_{21}$	$h_{21}$	$h_{21}$	$h_{21}$	$h_{21}$	$h_{21}$	$h_{21}$
$A_3$	$h_{31}$	$h_{31}$	$h_{31}$	$h_{31}$	$h_{31}$	$h_{31}$	$h_{31}$	$h_{31}$	$h_{31}$	$h_{31}$	$h_{31}$	$h_{31}$	$h_{31}$	$h_{31}$	$h_{31}$	$h_{31}$	$h_{31}$	$h_{31}$	$h_{31}$	$h_{31}$
$A_4$	$h_{41}$	$h_{41}$	$h_{41}$	$h_{41}$	$h_{41}$	$h_{41}$	$h_{41}$	$h_{41}$	$h_{41}$	$h_{41}$	$h_{41}$	$h_{41}$	$h_{41}$	$h_{41}$	$h_{41}$	$h_{41}$	$h_{41}$	$h_{41}$	$h_{41}$	$h_{41}$
$A_5$	$h_{51}$	$h_{51}$	$h_{51}$	$h_{51}$	$h_{51}$	$h_{51}$	$h_{51}$	$h_{51}$	$h_{51}$	$h_{51}$	$h_{51}$	$h_{51}$	$h_{51}$	$h_{51}$	$h_{51}$	$h_{51}$	$h_{51}$	$h_{51}$	$h_{51}$	$h_{51}$
$A_6$	$h_{61}$	$h_{61}$	$h_{61}$	$h_{61}$	$h_{61}$	$h_{61}$	$h_{61}$	$h_{61}$	$h_{61}$	$h_{61}$	$h_{61}$	$h_{61}$	$h_{61}$	$h_{61}$	$h_{61}$	$h_{61}$	$h_{61}$	$h_{61}$	$h_{61}$	$h_{61}$
$A_7$	$h_{71}$	$h_{71}$	$h_{71}$	$h_{71}$	$h_{71}$	$h_{71}$	$h_{71}$	$h_{71}$	$h_{71}$	$h_{71}$	$h_{71}$	$h_{71}$	$h_{71}$	$h_{71}$	$h_{71}$	$h_{71}$	$h_{71}$	$h_{71}$	$h_{71}$	$h_{71}$
$A_8$	$h_{81}$	$h_{81}$	$h_{81}$	$h_{81}$	$h_{81}$	$h_{81}$	$h_{81}$	$h_{81}$	$h_{81}$	$h_{81}$	$h_{81}$	$h_{81}$	$h_{81}$	$h_{81}$	$h_{81}$	$h_{81}$	$h_{81}$	$h_{81}$	$h_{81}$	$h_{81}$

$$Max \ h_{11} + h_{21} + h_{31} + h_{41} + h_{51} + h_{61} + h_{71} + h_{81}$$

$$Max \ h_{11} + h_{21} + h_{31} + h_{41} + h_{51} + h_{61} + h_{71} + h_{81}$$

$$Max \ h_{11} + h_{21} + h_{31} + h_{41} + h_{51} + h_{61} + h_{71} + h_{81}$$

$$Max \ h_{11} + h_{21} + h_{31} + h_{41} + h_{51} + h_{61} + h_{71} + h_{81}$$

$$Max \ h_{11} + h_{21} + h_{31} + h_{41} + h_{51} + h_{61} + h_{71} + h_{81}$$

$$Max \ h_{11} + h_{21} + h_{31} + h_{41} + h_{51} + h_{61} + h_{71} + h_{81}$$

$$Max \ h_{11} + h_{21} + h_{31} + h_{41} + h_{51} + h_{61} + h_{71} + h_{81}$$

گام ۴. تعریف محدودیت‌ها به طوری که به هر گزینه فقط یک رتبه اختصاص یابد و متغیرها یا صفرند یا یک.

$$s.t. \ \sum_{k=1}^{\Lambda} h_{ik} = 1, \ i = 1, 2, \dots, \Lambda$$

$$h_{ik} = \begin{cases} 1 & \text{If rank } k \text{ assigns to the } i\text{th alternative } A_i \\ 0 & \text{If rank } k \text{ does not assign to the } i\text{th alternative } A_i \end{cases}$$

گام ۵. استفاده از روش معیار جامع یا اولویت مطلق برای حل مدل MOLP به دست آمده (در صورت به کارگیری روش اولویت مطلق، تصمیم‌گیرندگان باید شاخص‌ها را اولویت بندی کنند) و تعیین رتبه بندی گزینه‌ها.

جواب بهینه‌ی حل مثال با روش پیشنهادی پژوهش حاضر به روش معیار جامع (چون در این پژوهش، هدف، معرفی یک روش برنامه‌ریزی خطی است، روش معیار جامع که در آن  $P = 1$  به کار می‌رود) که با استفاده از نرم‌افزار Lingo محاسبه شده، عبارت است از:

$$h_{11} = h_{21} = h_{31} = h_{41} = h_{51} = h_{61} = h_{71} = h_{81} = 1$$

و بقیه‌ی متغیرها برابر با صفر. پس رتبه بندی نهایی گزینه‌ها عبارت است از:

$$A_3 < A_8 < A_6 < A_2 < A_5 < A_4 < A_7 < A_1$$

گزینه وجود دارد که از لحاظ ۷ معیار ارزیابی شده‌اند. گزینه‌های ۸ گانه، سیستم‌های تولید انعطاف‌پذیر هستند. معیارها نیز عبارت‌اند از: کاهش هزینه‌ی نیروی کار،  $C_1$ ؛ کاهش کار در جریان،  $C_2$ ؛ کاهش هزینه‌ی راه‌اندازی،  $C_3$ ؛ افزایش پاسخگویی به بازار،  $C_4$ ؛ بهبود کیفیت،  $C_5$ ؛ هزینه‌های سرمایه‌ی و نگهداری،  $C_6$ ؛ و فضای مورد نیاز،  $C_7$ . در جدول ۱ عملکرد (امتیاز) هر یک از گزینه‌ها به ازای هر یک از معیارها آمده است.

وزن هر یک از معیارها به روش آن‌روپی محاسبه شده است. پس از تعیین رتبه‌ی هر گزینه بر حسب هر یک از ۸ شاخص موجود و سپس تشکیل ماتریس مرجع  $\Lambda_{m \times m}$  با عناصر غیرمنفی که نشان‌دهنده‌ی اثر  $i = 1, 2, \dots, \Lambda$  برای رتبه‌ی  $k = 1, 2, \dots, \Lambda$  است، مدل برنامه‌ریزی خطی تک‌هدفه حاصل از روش تخصیص خطی کلاسیک تشکیل می‌شود.

جواب بهینه‌ی مدل تخصیص خطی برای مثال با استفاده از نرم‌افزار Lingo عبارت است از:

$$h_{11} = h_{21} = h_{31} = h_{41} = h_{51} = h_{61} = h_{71} = h_{81} = 1$$

و بقیه‌ی متغیرها برابر با صفر. بنا بر گام ۵ از مدل تخصیص خطی، رتبه بندی نهایی گزینه‌ها عبارت است از:

$$A_2 < A_3 < A_8 < A_6 < A_4 < A_5 < A_7 < A_1$$

حال مثال عددی با روش پیشنهادی این پژوهش حل می‌شود:

گام ۱. تعیین رتبه‌ی هر (امتیاز عملکرد) گزینه از لحاظ هر شاخص در ماتریس تصمیم‌گیری.

گام ۲. تعریف متغیر  $h_{ik}$  به طوری که  $i$  شماره‌ی گزینه‌ی مورد نظر و  $k$  رتبه‌ی تعیین شده در گام اول است که در جدول ۲ آمده است.

گام ۳. تعریف یک تابع هدف بیشینه‌سازی مجموع متغیرهای  $h_{ik}$  به ازای هر شاخص.

روش تخصیص خطی کلاسیک حل شود، باید وزن معیارها دوباره محاسبه شود و روش تخصیص خطی از ابتدا اجرا شود. در حالی که با روش پیشنهادی فقط کافی است که متغیرهای مربوط به آن شاخص تشکیل و تابع هدف مربوط به آن به مدل برنامه ریزی خطی چندهدفه اضافه شود و برنامه ریزی خطی چندهدفه دوباره حل شود. ملاحظه می شود که محاسبات در روش پیشنهادی تا حد زیادی کاهش می یابد.

با به کارگیری روش پیشنهادی انتظار می رود که رتبه بندی حاصل از آن اعتبار بیشتری در مقایسه با روش تخصیص خطی کلاسیک داشته باشد. برای بررسی این موضوع می توان نتایج را با چند روش تصمیم گیری چندمعیاره مقایسه کرد. به نظر می رسد که روش تاپسیس<sup>۲</sup>، ویکور<sup>۳</sup> و موراً<sup>۴</sup> در این زمینه مناسب باشند؛ زیرا روش تاپسیس در حال حاضر یکی از رایج ترین روش ها برای تصمیم گیری چندمعیاره است که گزینه ها را بر اساس کمینه کردن فاصله از نقطه ای ایده آل و بیشینه کردن فاصله از نقطه ای ضد ایده آل رتبه بندی می کند.<sup>[۶۲-۵۴]</sup> روش ویکور نیز یک روش تصمیم گیری پرکاربرد است که در آن گزینه ها بر اساس شاخص های موجود به گونه ای رتبه بندی می شوند که به ایده آل نزدیک تر باشند.<sup>[۶۳-۶۲]</sup> و روش موراً به عنوان یک روش تصمیم گیری معتبر شناخته شده است که در آن پس از نرمال سازی ماتریس تصمیم با استفاده از نرم و سپس محاسبه ی شاخص (اندازه ی وزن) هر گزینه، رتبه بندی انجام می شود.<sup>[۶۵-۵۳]</sup>

رتبه بندی های حاصل از روش های تاپسیس، ویکور و موراً، تخصیص خطی و روش پیشنهادی این پژوهش در جدول ۳ آمده است و برای مقایسه ی روش پیشنهادی با روش تخصیص خطی کلاسیک، ضریب همبستگی رتبه یی اسپیرمن<sup>[۶۶]</sup> بین سه روش تاپسیس، ویکور و موراً با روش تخصیص خطی کلاسیک و همین طور بین سه روش تاپسیس، ویکور و موراً با روش پیشنهادی این پژوهش محاسبه شده و در جدول ۴ نشان داده شده است. با توجه به این جدول، میزان همبستگی روش تخصیص خطی کلاسیک با روش موراً، ۰/۷۳ و میزان همبستگی روش پیشنهادی، که برنامه ریزی خطی آن با روش اولویت مطلق حل شده است، با روش موراً

جواب بهینه ی حل مثال با روش پیشنهادی پژوهش حاضر به روش اولویت مطلق؛ اگر تصمیم گیرندگان اولویت بندی شاخص ها را

$$C_7 < C_6 < C_5 < C_4 < C_3 < C_2 < C_1$$

تعیین کرده باشند؛ با استفاده از نرم افزار Lingo عبارت است از:

$$h_{11} = h_{22} = h_{37} = h_{42} = h_{58} = h_{65} = h_{73} = h_{86} = 1$$

و بقیه متغیرها برابر با صفر. پس رتبه بندی نهایی گزینه ها عبارت است از:

$$A_5 < A_7 < A_8 < A_6 < A_4 < A_7 < A_7 < A_1$$

برای حل برنامه ریزی خطی که از مدل به دست می آید؛ می توان از روش های حل برنامه ریزی خطی عدد صحیح صفر و یک مانند الگوریتم جمعی (شمارش ضمنی یا بالاس) استفاده کرد و یا از نرم افزار Lingo و برای مسائل با اندازه بزرگ تر از نرم افزار GAMS استفاده کرد.

#### ۴. بحث و بررسی

مقایسه ی رتبه بندی نهایی حاصل از روش تخصیص خطی کلاسیک و روش پیشنهادی پژوهش حاضر نشان می دهد که رتبه بندی گزینه ها متفاوت است. در روش پیشنهادی پژوهش حاضر محدودیتی برای این که یک رتبه به دو یا چند گزینه داده شود، وجود ندارد و همان طور که ملاحظه می شود در رتبه بندی حاصل از روش پیشنهادی این پژوهش، که برنامه ریزی خطی چندهدفه ی آن به روش معیار جامع حل شده است، رتبه ی یک به دو گزینه ی اول و هفتم و رتبه پنج به دو گزینه ی دوم و ششم داده شده است. در روش پیشنهادی این پژوهش از مقدار دقیق وزن معیارها استفاده نشده و از اولویت بندی شاخص ها در مدل بهره گرفته شده است. حال اگر لازم باشد که شاخص دیگری به شاخص های موجود مسئله اضافه شود و بنا باشد که مسئله به

جدول ۳. رتبه بندی های حاصل از روش ها برای مثال عددی.

گزینه روش	$A_8$	$A_7$	$A_6$	$A_5$	$A_4$	$A_3$	$A_2$	$A_1$
روش تاپسیس	۷	۱	۵	۶	۲	۸	۳	۴
روش ویکور	۸	۱	۶	۵	۲	۷	۴	۳
روش موراً	۷	۱	۶	۴	۲	۸	۵	۳
روش تخصیص خطی	۶	۲	۵	۳	۴	۷	۸	۱
روش پیشنهادی پژوهش (اولویت مطلق)	۶	۳	۵	۸	۲	۷	۴	۱
روش پیشنهادی پژوهش (معیار جامع)	۶	۱	۵	۳	۲	۷	۵	۱

جدول ۴. ضریب همبستگی رتبه یی اسپیرمن بین سه روش تاپسیس، ویکور و موراً با روش تخصیص خطی و روش پیشنهادی.

روش ۱ روش ۲	روش تخصیص خطی	روش پیشنهادی پژوهش (اولویت مطلق)	روش پیشنهادی پژوهش (معیار جامع)
روش تاپسیس	۰/۴۰	۰/۷۶	۰/۷۱
روش ویکور	۰/۵۹	۰/۷۳	۰/۸۳
روش موراً	۰/۷۳	۰/۶۷	۰/۹۰

روش پیشنهادی با سه روش تاپسیس، ویکور و موراً نشان داد که روش پیشنهادی اعتبار بیشتری نسبت به روش تخصیص خطی کلاسیک دارد و می‌تواند جایگزین بهتری برای روش تخصیص خطی کلاسیک باشد.

روش پیشنهادی پژوهش حاضر مانند سایر روش‌های تصمیم‌گیری چندمعیاره در ارزیابی و رتبه‌بندی گزینه‌ها می‌تواند در زمینه‌های مختلفی کاربرد داشته باشد. از کاربردهای متنوعی که برای روش پیشنهادی می‌توان برشمرد، می‌توان به مدیریت زنجیره‌ی تأمین و حمل و نقل، سیستم‌های تولید و طراحی و مهندسی، مدیریت بازاریابی و تجارت، مدیریت محیط و امنیت و سلامت، مدیریت منابع انسانی، مدیریت انرژی، مهندسی شیمی، مدیریت منابع آبی و امثال این‌ها اشاره کرد.

در این پژوهش از یک مدل برنامه‌ریزی خطی که مجموع متغیرها را بیشینه می‌کند، استفاده شد. در پژوهش‌های آتی می‌توان از یک مدل برنامه‌ریزی غیرخطی استفاده کرد یا با تغییر روش تعریف متغیرها می‌توان برنامه‌ریزی خطی با متغیرهای کراندار یا متغیرهای عدد صحیح را به کار گرفت. در این پژوهش از روش اولویت مطلق و روش معیار جامع برای حل مدل برنامه‌ریزی خطی چندهدفه استفاده شد که در پژوهش‌های آتی می‌توان روش‌های دیگری را به کار برد. همچنین از آنجا که در دنیای واقعی، داده‌ها لزوماً قطعی نیستند، می‌توان روش پیشنهادی را برای داده‌های فازی نیز گسترش داد.

۱۶۷۰ است؛ ولی در سایر موارد، روش پیشنهادی همبستگی بیشتری با روش‌های تصمیم‌گیری تاپسیس، ویکور و موراً دارد تا روش تخصیص خطی کلاسیک. پس روش پیشنهادی این پژوهش با سه روش تاپسیس، ویکور و موراً مطابقت بیشتری نسبت به روش تخصیص خطی کلاسیک دارد.

## ۵. نتیجه‌گیری و پیشنهادها

در پژوهش حاضر یک روش تصمیم‌گیری چندمعیاره معرفی شد که در آن یک برنامه‌ریزی خطی چندهدفه، به نحوی که به ازای هر شاخص تصمیم‌گیری یک تابع هدف خطی تعریف شده است، ارائه شد. در این روش نیازی به محاسبه‌ی وزن معیارها نیست و از اولویت‌بندی معیارها استفاده شد. در روش پیشنهادی متغیرهای مدل مانند متغیرهای روش تخصیص خطی کلاسیک تعریف شدند، اما محدودیتی برای تخصیص فقط یک گزینه به یک رتبه وجود ندارد. به علاوه با اضافه شدن شاخص‌های جدید به مسئله‌ی موجود، فقط تعدادی تابع هدف به مدل برنامه‌ریزی خطی چندهدفه‌ی مسئله‌ی موجود اضافه می‌شود و محاسبات تا حد زیادی نسبت به روش تخصیص خطی کاهش می‌یابد. محاسبه‌ی ضریب همبستگی رتبه‌ی اسپیرمن برای روش تخصیص خطی و

## پانویس‌ها

1. multiple objective linear Programming
2. Topsis
3. Vikor
4. Moora
5. spearman rank correlation coefficient

## منابع (References)

1. Rezaei, J. "Best\_worst multi\_criteria decision\_making method", *Omega*, **53**, pp. 49-57 (2015).
2. Wallenius, J., Dyer, J.S., Fishburn, P.C., Steuer, R.E., Zionts, S. and Deb, K. "Multiple criteria decision making, multi attribute utility theory: recent accomplishments and what lies ahead", *Management Science*, **54**, pp. 1336-49 (2008).
3. Hwang, C.L. and Yoon, K., *Multiple Attribute Decision Making: Methods and Applications: a State-of-the-Art Survey*, Springer-Verlag, pp.58-191 (1981).
4. Triantphyllou, E. *Multi-Criteria Decision Making Methods: Comparative Study*, Dordrecht. Kluwer Academic Publisher, (2000).
5. Zopounidis, C. "Multi criteria decision aid in financial management", *European Journal of Operational Research*, **119**, pp. 404-15 (1999).
6. Hajkovicz, S. and Higgins, A. "A comparison of multi-criteria analysis techniques for water resources management", *European Journal of Operational Research*, **184**, pp. 225-65 (2008).
7. Zanakis, S.H., Solomon, A., Wishart, N. and Dubliss, S. "Multiple attribute decision making: a simulation comparison of select methods", *European Journal of Operational Research*, **107**, pp. 507-29 (1988).
8. Bernardo, J.J. and Blin, J.M. "A Programming Model of Consumer Choice among multi-attributed Brands", *Journal of Consumer Research*, **4**(2), PP. 111-118 (1977).
9. Gass, S.I., *Linear Programming: Methods and Applications* fifth ed, McGraw-Hill Book Company, pp. 11-98 (1984).
10. Pfaffenberger, R.C. and Walker, D.A. "Mathematical Programming for Economics and Business", first ed, The Iowa State University Press, (1976).
11. Xian-ying, M. "Application of assignment model in PE human resources allocation", *Energy Procedia*, **16**, PP. 1720-3 (2012).
12. Campell, J.F. and Langevin, A. "The snow disposal assignment problem", *J. Oper. Res. Soc.*, **48**, PP. 919-929 (1995).
13. Dessouky, M.M. and Kijowski, B.A. "Production scheduling on single-stage multiproduct batch chemical process with fixed batch sized", *IIE Trans*, **29**(5), PP. 399-408 (1997).
14. Leblanc, L.J., Farhangian, K. "Efficient algorithm for solving elastic demand traffic assignment problem and

- mode split-assignment problem”, *Transport. Sci.*, **15**(4), PP. 306-317 (1981).
15. Mckeown, P. and Workman, B. “A study in using linear programming to assign students to schools”, *Interfaces*, **6**(4), PP. 96-101 (1976).
  16. Soumis, F., Ferland, J. and Rousseau, J. “A model for large-scale aircraft routing and scheduling problems”, *Transport. Res. Part B: Meth.*, **14**(1), PP. 191-201 (1980).
  17. Balinski, M.L. “A competitive (dual) simplex method for the assignment problem”, *Math. Program.*, **34**(2), PP. 125-141 (1986).
  18. Barr, R.S., Glover, F. and Klingman, D. “The alternating basis algorithm for assignment problems”, *Math. Program.*, **13**(1), PP. 1-13 (1977).
  19. Hung, M.S. and Rom, W.O. “Solving the assignment problem by relaxation”, *Oper. Res.*, **28**(4), PP. 969-982 (1980).
  20. McGinnis, L.F. “Implementation and testing of a primal-dual algorithm for the assignment problem”, *Oper. Res.*, **31**(2), PP. 277-291 (1983).
  21. Burkard, R., Dell’Amico, M. and Martello, S. “Assignment problems”, Society for Industrial Mathematics, (2009).
  22. Lovasz, L. and Plummar, M.D. “Matching theory- sampler: from dénes könig to the present”, *Discrete Mathematics*, North-Holland, **100**(1-3), pp.177-219 (1988).
  23. Schrijver, A. “Combinatorial Optimization. Polyhedra and efficiency. Algorithms and combinatorics”, *Springer-Verlag, Berlin*, **24**, (2003).
  24. Asgharpour, M.J. ‘*Multiple Criteria Decision Making*, 10<sup>th</sup>. Ed, Tehran: Tehran University Press, pp.293-298 (1390).
  25. Momeni, M., *New Topics in Operations Research*, 4<sup>th</sup>. Ed, Tehran: Moalf publications, pp.4-30 (1391).
  26. Razavi, S.H., Hashemi, S.S. and Zavadskas, E.K. “Prioritization of expert promotion programs by fuzzy linear assignment method”, *Engineering Economics*, **23**(5), PP. 462-470 (2012).
  27. Amiri, M., Zandieh, M., Soltani, R. and Vahdani, B. “A Hybrid multi.criteria decision\_making model for firms competence evaluations”, *Expert Systems with Applications*, **36**(10), PP. 12314-12322 (2009).
  28. Bashiri, M., Badri, H. and Hejazi, T.H. “Selecting optimum maintenance strategy by fuzzy interactive linear assignment method”, *Applied Mathematical Modelling*, **35**(1), PP. 152-164 (2011).
  29. Komijan, A.R. and Koupaei, M.N. “A Multi.attribute decision\_making and mathematical model for university examination timetabling”, *Journal of Basic and Applied Scientific Research*, **2**(10), PP. 10258-10262 (2012).
  30. Foroughi, A. and Esfahani, M.J. “An Empirical study for ranking risk factors using linear assignment : a case study of road construction”, *Management Science Letters*, **2**, PP. 615-622 (2012).
  31. Norouzi, S.A. and Shariati, A.R. “Study of locating fire stations using linear assignment method: case study maku city”, *Global Journal of Human Socail Science*, **13**(3), (2013).
  32. Nguyen, V., Emmanuel, F., Jacques\_Antoine, G., Marlene, S. and Eric, D.W. “Optimizing the marriage market: an application of the linear assignment model”, *European Journal of Operational Research*, **202**, PP. 547-553 (2010).
  33. Bashiri, M. and Badri, H. “A group decision making procedure for fuzzy interactive linear assignment programming”, *Expert Systems with Application*, **38**, PP. 5561-8 (2011).
  34. Chen, T. “A linear assignment method for multiple criteria decision analysis with interval type 2 fuzzy sets”, *Applied Soft Computing*, **13**, PP. 2735-48 (2013).
  35. Danchick, R. “A ranked linear assignment approaches to Bayesian classification”, *Applied Mathematics and Computation*, **162**, PP. 265-81 (2005).
  36. Burkard, R.E. “Selected topics on assignment problems”, *Discrete Applied Mathematics*, **123**, PP. 257-302 (2002).
  37. Ehsanifar, M. and Bakhtiarneshad, S. “Selection of portfolio by using multi attributed decision making”, (tehran stock exchange)”, *American Journal of Scientific Research*, **44**, PP. 15-29 (2012).
  38. Ehsanifar, M., Bakhtiarneshad, S., Anvari, F., Anvari, N., Farahani, H.R., Mohajerfar, M. and et al. “Linear assignment and its application in financial management and portfolio”, *Archives Des Sciences*, **65**(7), PP. 333-58 (2012).
  39. Baykasoglu, A., Subulan, K. and Karaslan, F.S. “A new fuzzy linear assignment method for multi-attribute decision making with an application to spare parts inventory classification”, *Applied Soft Computing*, **42**, PP. 1-17 May (2016).
  40. Wang, S., Meng, O. and Lee, C.Y. “Liner container assignment model with transit-time-sensitive container shipment demand and its applications”, *Transportation Research Part B: Methodological*, **90**, PP. 135-155 August (2016).
  41. Marler, R.T. and Arora, J.S. “Survey of multi-objective optimization methods for engineering”, *Struct Multidiscip Optimize*, **26**(6), PP. 369-95 (2004).
  42. Liang, Z., Song, R., Lin, Q., Du, Z., Chen, J. and ft al. “A double-module immune algorithm for multi-objective optimization problems”, *Applied Soft Computing*, **35**, PP. 161-174 October (2015).
  43. Mote, J. and Olson, D.L. and Venkataramanan, M.A. “A comparative multiobjective programming study”, *Mathl Comput Modelling*, **10**(10), PP. 719-29 (1988).
  44. Foroughi, A.A., Jafari, Y. “A modified method for constructing efficient solutions structure of MOLP”, *Applied Mathematical Modelling*, **33**, PP. 2403-10 (2009).
  45. Olson, D.L. “Tchebycheff norms in multi-objective linear programming”, *Mathl Comput Modelling*, **17**(1), PP. 113-124 (1993).
  46. Hwang, C.L. and Masud, A.S.M., *Multiple Objectives Decision Making: Methods and Applications*, Springer Verlag, Berlin, (1979).
  47. Wang, E.J., Lin, C.Y. and Su, T.S. “Electricity monitoring system with fuzzy multi-objective linear programming integrated in carbon footprint labeling system

- for manufacturing decision making”, *Journal of Cleaner Production*, **112**, PP. 3935-3951 January (2016).
48. Demirci, M. and Bettinger, p. “Using mixed integer multi-objective goal programming for stand tending block designation: A case study from turkey”, *Forest Policy and Economics*, **55**, PP. 28-36 June (2015).
  49. Yalcin, G.D.M., Erginel, N., “Fuzzy multi-objective programming algorithm for vehicle routing problems with backhauls”, *Expert Systems with Applications*, **42**, PP. 5632-5644 August (2015).
  50. Charitopoulos, V.M. and Dua, V. “A unified framework for model-based multi-objective linear process and energy optimization under uncertainty”, *Applied Energy*, **186**, PP. 539-548 January (2017).
  51. Azadeh, A., Raoofi, Z. and Zarrin, M. “A multi-objective fuzzy linear programming model for optimization of natural gas supply chain through a greenhouse gas reduction approach”, *Journal of Natural Gas Science and Engineering*, **26**, PP. 702-710 September (2015).
  52. Minella, G., Ruiz, R. and Ciavota, M. “A review and evaluation of multi objective algorithms for the flowshop scheduling problem”, *INFORMS Journal on Computing*, **20**(3), pp. 451-471 (2007).
  53. Chakraborty, S. “Applications of the MOORA method for decision making in manufacturing environment”, *Int J Adv Manuf Technol*, **54**, PP. 1155 - 66 (2011).
  54. Barros, C.P. and Wanke, P. “An analysis of African airlines efficiency with two-stage TOPSIS and neural networks”, *Journal of Air Transport Management*, **44-45**, pp. 90-102 May-June (2015).
  55. Dymova, L., Sevastjanov, P. and Tikhonenko, A. “An interval type-2 fuzzy extension of the TOPSIS method using alpha cuts”, *Knowledge-Based Systems*, **83**, PP. 116-127 July (2015).
  56. Hwang, C.L., Lai, Y.J. and Liu, T.Y. “A new approach for multiple objective decision making”, *Computers & Operations Research*, **20**, PP. 889-99 (1993).
  57. Lai, Y.J., Liu, T.Y. and Hwang, C.L. “TOPSIS for MODM”, *European Journal of Operational Research*, **76**, PP. 486-500 (1994).
  58. Olson, D. “Comparison of weights in TOPSIS models”, *Mathematical and Computer Modeling*, **40**, PP. 721-7 (2004).
  59. Yoon, K. “A reconciliation among discrete compromising solutions”, *The Journal of the Operational Research Society*, **38**, PP. 277-86 (1987).
  60. Behzadian, M., Khanmohammadi Otaghsara, S., Yazdani, M. and Ignatius, J. “A state-of-the-art survey of TOPSIS applications”, *Expert Systems with Applications*, **39**(17), PP. 13051-13069 December (2012).
  61. Chen, T-Y. “The inclusion-based TOPSIS method with interval-valued intuitionistic fuzzy sets for multiple criteria group decision making”, *Applied Soft Computing*, **26**, PP. 57-73 January (2015).
  62. Sun, L., Miao, C.L. and Yang, L. “Ecological-economic efficiency evaluation of green technology innovation in strategic emerging industries based on entropy weighted TOPSIS method”, *Ecological Indicators*, **73**, PP. 554-558 February (2017).
  63. Opricovic, S. and Tzeng, G.H. “Extended VIKOR method in comparison with outranking methods”, *European Journal of Operational Research*, **178**, PP. 514-529 April (2007).
  64. Mohsen, O. and Fereshteh, N. “An extended VIKOR method based on entropy measure for the failure modes risk assessment - A case study of the geothermal power plant (GPP)”, *Safety Science*, **92**, PP. 160-172 February (2017).
  65. Patel, J.D. and Maniya, K.D. “Application of AHP/MOORA method to select wire cut electrical discharge machining process parameter to cut EN31 alloys steel with brasswire”, *Materials Today: Proceedings*, **2**, PP. 2496-2503 (2015).
  66. Gauthier, T.D. “Detecting trends using spearman's rank correlation coefficient”, *Environmental Forensics*, **2**(4), pp.359-362 (2001).