

# یکپارچه‌سازی طراحی سیستم‌های تولید سلولی و برنامه‌ریزی تولید با نگرش تولید متوازن

Original Article

امیرسامان خیرخواه\* (دانشیار)

علیرضا فجری (دانشجوی دکتری)

گروه مهندسی صنایع، دانشگاه بوعلی سینا همدان

در این مقاله یک مدل ریاضی غیر خطی مختلط عدد صحیح برای طراحی سیستم‌های تولید سلولی ارائه شده است که در آن ویژگی‌های مختلفی از قبیل برنامه‌ریزی تولید پویا، مسیرهای چندگانه‌ی تولید، پیکربندی مجدد، ماشین‌های مشابه، تفکیک حجم تولید، توازن حجم کاری بین سلول‌ها و بین ماشین‌های هر سلول، محدودیت تولید هر سلول و جریان مواد بین ماشین‌ها لحاظ شده است. محدودیت ظرفیت ماشین‌ها اولین بار از دیدگاه توازن تولید و بر اساس ایستگاه گلوگاه تحلیل شده است. این مدل علاوه بر تعداد سلول‌های مستقل تعداد انواع ماشین‌ها و حجم تولید محصولات در هر سلول را نیز ارائه می‌دهد. هدف مدل کمینه‌کردن کل هزینه‌های جریان مواد داخل هر سلول، ماشین (عملیاتی، بالاسری و راه‌اندازی)، پیکربندی و تشکیل سلول‌ها و هزینه‌های موجودی (تولید، نگه‌داری و کمبود) است. برای تأیید عملکرد مدل یک مثال عددی حل و جواب بهینه تحلیل شده است.

واژگان کلیدی: سیستم تولید سلولی، برنامه‌ریزی تولید، تعادل خط تولید.

## ۱. مقدمه

نیز از معایب مهم و قابل بررسی‌اند.<sup>[۷-۵]</sup> این مقاله با نگرش تولید متوازن ضمن حل مسئله‌ی تعادل چندمحصولی در هر سلول، کارایی ماشین‌ها و سلول‌ها را بهبود می‌دهد.

طراحی و اجرای یک سیستم مؤثر تولید سلولی نیازمند بررسی آرایش سلولی، برنامه‌ریزی تولید، طراحی چیدمان و زمان‌بندی تولید است.<sup>[۸]</sup> آرایش سلولی اولین و مهم‌ترین مرحله است که در آن خانواده‌ی قطعات، گروه ماشین‌ها و سلول‌ها شکل می‌گیرد و به دو گروه ایستا و پویا تقسیم می‌شود. در حالت پویا افق زمانی متشکل از چندین دوره مدنظر است که هر دوره گروه محصولات با تقاضای مختلف دارد. واضح است که میزان تولید یک محصول در یک دوره لزوماً برابر با میزان تقاضای آن نیست و ممکن است از میزان تولید در دوره‌های قبل یا بعد از آن استفاده شود. بنابراین لزوم مدنظر قراردادن برنامه‌ریزی تولید برای تعیین میزان تولید از هر محصول در هر دوره و در نتیجه نوع و تعداد ماشین‌ها در هر سلول الزامی است.<sup>[۹]</sup> از این رو پیکربندی هر سلول در هر دوره ممکن است تغییر کند که با توجه به هزینه‌های پیکربندی مجدد از قبیل جابه‌جایی ماشین، تغییر تنظیمات ماشین<sup>۱</sup>، زمان تولید و آموزش<sup>[۱۰]</sup> آرایش بهینه‌ی ماشین‌آلات در هر دوره مطلوب نیست و جواب زیر بهینه در هر دوره ممکن است در کل بهینه باشد.<sup>[۱۱]</sup>

مسئله‌ی آرایش سلولی ان‌پی سخت<sup>۲</sup> دارد است و در صورتی که با مسئله‌ی برنامه‌ریزی تولید یکپارچه شود پیچیده‌تر و به لحاظ محاسباتی سخت‌تر می‌شود.<sup>[۱۲]</sup> در این مقاله یکپارچه‌سازی مسائل آرایش سلولی و برنامه‌ریزی تولید مدنظر است و

فناوری گروهی مبتنی بر نظریه‌ی است که در آن تشابه بین قطعات مبنای طراحی و برنامه‌ریزی تولید است. تولید سلولی کاربرد صنعتی این نظریه است که در دهه‌های گذشته تعداد زیادی از صنایع آن را به‌کار گرفته‌اند. علت این امر احساس نیاز صنعت به سیستمی برای افزایش هم‌زمان کارایی و انعطاف‌پذیری در محیطی رقابتی است؛ سیستمی که امکان می‌دهد محصولات متنوع در کوتاه‌ترین زمان با قیمت و کیفیت رقابتی به بازار عرضه شود. سیستم‌های تولید کارگاهی و تولید انبوه قادر به تأمین این نیاز نیستند<sup>[۱۳]</sup> و تولید سلولی به‌عنوان راهکاری برای حل این مشکل مطرح شده که اجرای آن با نتایج شگرفی همراه بوده است. این سیستم مزایای هر دو سیستم تولید کارگاهی و تولید انبوه را به همراه دارد؛ به‌گونه‌ی که زمان چرخه در آنها از سیستم تولید کارگاهی کمتر و انعطاف آن نیز از سیستم تولید انبوه بیشتر است.

از مزایای اصلی سیستم تولید سلولی می‌توان به کنترل تولید و کنترل کیفیت بهتر محصولات، افزایش انعطاف در تولید، نیاز به فضای کمتر در تولید و کاهش زمان راه‌اندازی، زمان تولید، موجودی در جریان ساخت و هزینه‌های جابه‌جایی مواد اشاره کرد.<sup>[۱۳]</sup> کاهش نرخ به‌کارگیری ماشین‌ها به علت تخصیص آنها به یک سلول خاص یا به گروهی خاص از قطعات، انعطاف کمتر در تغییر ترکیب و تقاضای محصولات

\* نویسنده مسئول

تاریخ: دریافت ۱۴/۶/۱۳۹۵، اصلاحیه ۱۴/۲/۱۳۹۶، پذیرش ۳۹/۳/۱۳۹۶.

DOI:10.24200/J65.2018.20057

مهم طراحی، دو مسئله‌ی آرایش سلولی و برنامه‌ریزی تولید را یکپارچه کند. با توجه به اینکه تحقیقات بسیار زیادی در حیطه‌ی سیستم‌های تولید سلولی انجام شده است صرفاً منابعی که یکپارچگی هر دو مسئله را لحاظ کرده‌اند، بررسی شده است. جدول ۱ خلاصه‌ی از تحقیقات مرتبط

و جدول ۲ فهرست ویژگی‌های بررسی‌شده در جدول ۱ را نشان می‌دهد. مونگواتانا<sup>[۱۹]</sup> در رساله‌ی دکتری خود دو مدل ریاضی توسعه داده است: یکی برای تقاضای قطعی و دیگری برای تقاضای احتمالی. هر دو مدل در شرایط پویا و با پیکر بندی مجدد سلول‌ها بررسی شده و هدف آنها کمیته‌سازی هزینه‌های ماشین (سرمایه‌گذاری و عملیاتی)، جابه‌جایی مواد و پیکر بندی مجدد است. نگرش یکپارچه به برنامه‌ریزی موجودی‌ها و تولید در محیط تولید سلولی را چن<sup>[۲۰]</sup> توسعه داده و یک الگوریتم ابتکاری برای حل آن ارائه کرده است. چن و کاتو<sup>[۲۱]</sup> دو مسئله‌ی آرایش سلولی و برنامه‌ریزی تولید را با هدف کمیته‌سازی مجموع هزینه‌ها مطرح و برای حل از الگوریتم فراابتکاری جست‌وجوی ممنوع استفاده کرده‌اند. دفرشا و چن<sup>[۲۲]</sup> یک مدل ریاضی جامع برای سیستم‌های تولید سلولی پویا ارائه کرده‌اند که در آن بر ابزارهای مورد نیاز، قطعات و ابزارهای موجود برای هر ماشین تأکید شده است. همچنین دفرشا و چن<sup>[۲۳]</sup> یک مدل ریاضی جامع برای مسائل آرایش سلولی و اندازه‌ی انباشته در حالت پویا ارائه کرده‌اند.

صفایی و توکلی مقدم<sup>[۲۴]</sup> یکپارچگی آرایش سلولی و برنامه‌ریزی تولید را مطالعه کرده‌اند. آنها بر تأثیر جایگزینی هزینه‌های تولید و برون‌سپاری بر پیکر بندی سلول‌های تولیدی تأکید داشته‌اند. اهکیون و همکاران<sup>[۲۵]</sup> یک مدل غیر خطی مختلط عدد صحیح برای طراحی سیستم‌های تولید سلولی ارائه داده‌اند که هدف آن کمیته‌سازی هزینه‌های ماشین، جابه‌جایی مواد و پیکر بندی مجدد سلول‌هاست. اهکیون و همکاران<sup>[۲۶]</sup> در پژوهش دیگری مسئله‌ی طراحی سیستم تولید سلولی را با تأکید بر انعطاف پذیری سیستم بررسی کرده‌اند؛ به‌گونه‌ی که مسیر حرکت قطعات به دو دسته‌ی اصلی و فرعی (بشتیان) تقسیم شده است.

مهدوی و همکاران<sup>[۹]</sup> یک مدل ریاضی عدد صحیح برای مسائل آرایش سلولی و برنامه‌ریزی تولید ارائه داده‌اند که در آن تخصیص نیروی کار لحاظ شده است. همچنین مهدوی و همکاران در پژوهشی دیگر<sup>[۱۳]</sup> برنامه‌ریزی فازی آرمانی برای حل هم‌زمان این دو مسئله در شرایط پویا و برای سیستم‌های تولید سلولی مجازی ارائه کرده‌اند. ساگستا و جین<sup>[۲۷]</sup> یک مدل ریاضی جامع مختلط عدد صحیح برای یکپارچه‌کردن دو مسئله با تأکید بر ابزارهای مورد نیاز تولید منتشر کرده‌اند. رفیعی و همکاران<sup>[۲۸]</sup> نیز مدل ریاضی جامعی را برای حل مسائل مذکور ارائه داده‌اند. جوادیان و همکاران<sup>[۲۹]</sup> یک مدل ریاضی دوهدفه را بررسی کرده‌اند که اهداف مدل عبارت‌اند از کمیته‌سازی کل هزینه‌ها و کمیته‌سازی اختلاف حجم کاری سلول‌ها.

رضازاده و همکاران<sup>[۳۰]</sup> مسئله‌ی آرایش سلولی مجازی را بررسی کرده و در شرایط پویا تعداد بهینه‌ی سلول‌های مجازی را یافته‌اند. پایدار و همکاران<sup>[۳۱]</sup> در یک مدل ریاضی جامع خطی عدد صحیح تعداد زیادی پارامتر مربوط به تولید از جمله چیدمان داخل سلولی را مطالعه کرده‌اند. رامین‌فر و همکاران<sup>[۸]</sup> یک مدل غیر خطی مختلط عدد صحیح را حل کرده‌اند و با معرفی شاخص توانایی گروهی ۳، عملکرد مدل خود را اندازه گرفته‌اند. یک مدل غیر خطی عدد صحیح مختلط نیز توسط آقاجانی و همکاران<sup>[۳۲]</sup> برای حل هم‌زمان مسائل ارائه و با خطی‌سازی مدل حل شده است. ربانی و همکاران<sup>[۱۰]</sup> یک مدل ریاضی مختلط عدد صحیح با دو هدف ارائه کرده‌اند که در آن به‌جای فرض رایج جابه‌جایی ماشین‌آلات بین سلول‌ها، ماشین‌ها با انجام اصلاحاتی<sup>۴</sup> قادر به انجام عملیات مختلف هستند. توکلی مقدم

مواردی از قبیل مسیرهای تولید چندگانه و تفکیک دسته‌ی تولیدی در شرایط قطعی لحاظ شده است. ظرفیت مورد نیاز برای تولید هر کدام از محصولات با نگرش تولید متوازن محاسبه شده است و مدل تلاش می‌کند تا حجم کاری بین سلول‌ها و بین ماشین‌های هر سلول را متعادل کند. یکی از کاربردهای اصلی مدل ارائه‌شده را می‌توان در صنعت الکترونیک مشاهده کرد که در آن خطوط تولید مختلفی برای تولید قطعات الکترونیکی و مونتاژ آنها -- صفحات الکترونیکی -- استفاده می‌شود که شامل تولید و/یا درج قطعات ریز الکترونیکی روی صفحه، لحیم‌کاری، مونتاژ نهایی و بسته‌بندی است. محصولات نهایی ضمن مشابه بودن تنوع نسبتاً زیادی دارند و هر سلول شامل تجهیزاتی است که پس از تنظیم و راه‌اندازی آنها به‌منظور تولید یا مونتاژ چندین قطعه‌ی مشابه به‌کار می‌رود. از این رو، مسئله‌ی تعادل خط چندمحصولی در هر سلول مطرح است. از طرف دیگر با توجه به گران بودن ماشین‌آلات این صنعت، خرید ماشین‌آلات برای متعادل کردن خط تولید/مونتاژ گزینه‌ی آخر است. تابع هدف مدل کمیته‌سازی تمام هزینه‌های مرتبط با دو مسئله‌ی آرایش سلولی و برنامه‌ریزی تولید با فرض تشکیل سلول‌های مستقل است.

پژوهش‌های پیشین مربوط به یکپارچه‌سازی آرایش سلولی و برنامه‌ریزی تولید در بخش ۲، تشریح مسئله شامل تعریف و مدل ریاضی و خطی‌سازی در بخش ۳ و مثال عددی برای تشریح مدل در بخش ۴ آورده شده‌اند. بخش ۵ به تشریح نتایج حاصل از مثال عددی و بخش ۶ نیز به نتیجه‌گیری و پیشنهادهایی برای تحقیقات آینده پرداخته است.

## ۲. بررسی پیشینه

طراحی یک سیستم تولید سلولی شامل موارد مختلفی است که آرایش سلولی اولین و مهم‌ترین آنهاست. تحقیقات بسیار زیادی در سه دهه‌ی گذشته برای توسعه‌ی این سیستم‌ها انجام شده است که بسیاری از آنها صرفاً به مسئله‌ی آرایش سلولی پرداخته‌اند و تعداد کمتری یکپارچه‌سازی آرایش سلولی را با مسئله‌ی (مسائل) دیگری مثل طراحی چیدمان، زمان بندی یا برنامه‌ریزی تولید بررسی کرده‌اند. با توجه به اینکه میزان تولید یک محصول لزوماً با تقاضای آن برابر نیست یکپارچه‌سازی دو مسئله‌ی آرایش سلولی و برنامه‌ریزی تولید در شرایط پویا منجر به مدلی کاملاً واقعی و کاربردی خواهد شد.<sup>[۱۳]</sup>

هایر<sup>[۱۴]</sup> و ومرلاو<sup>[۱۵]</sup> اولین محققانی بوده‌اند که مسئله‌ی برنامه‌ریزی و کنترل تولید را بر اساس فناوری گروهی بررسی و مفهوم یکپارچه‌سازی در سیستم‌های تولید سلولی را تشریح کردند. از طرف دیگر داموداران و همکاران<sup>[۱۶]</sup> سانگ و هیتومی<sup>[۱۷]</sup> و اسکار و همکاران<sup>[۱۸]</sup> اولین کسانی بوده‌اند که برای یکپارچه‌سازی آرایش سلولی و برنامه‌ریزی تولید مدل ریاضی ارائه داده‌اند. یک مدل برنامه‌ریزی تولید ارائه شده است<sup>[۱۶]</sup> که در آن تمام جنبه‌های موجودی در نظر گرفته نشده است. یک مدل مختلط عدد صحیح برای حالت پویا ارائه شده است<sup>[۱۷]</sup> که ضمن محاسبه‌ی مقادیر تولید محصولات چیدمان داخل سلولی را نیز در نظر می‌گیرد. هدف کمیته‌سازی مجموع هزینه‌های نگهداری موجودی و جابه‌جایی مواد و هزینه‌های چیدمان و راه‌اندازی است.<sup>[۱۸]</sup> یک مدل ریاضی با هدف طراحی سلول‌ها در شرایط پویاست که با ارائه‌ی یک روش دومرحله‌ی به نام CF/PP و با هدف کمیته‌سازی هزینه‌های تولید، نگهداری و کمبود موجودی مسائل آرایش سلولی و برنامه‌ریزی تولید را یکپارچه کرده است.

هدف این مقاله ارائه‌ی یک مدل ریاضی است که ضمن لحاظ کردن مؤلفه‌های

جدول ۱. خلاصه‌ی منابع بررسی شده.

منبع	ویژگی																																								
	۲۰		۱۹		۱۸		۱۷		۱۶		۱۵		۱۴		۱۳		۱۲		۱۱		۱۰		۹		۸		۷		۶		۵		۴		۳		۲		۱		
	b	a	b	a	b	a	b	a	b	a	b	a	b	a	b	a	b	a	b	a	b	a	b	a	b	a	b	a	b	a	b	a	b	a	b	a	b	a			
این مقاله	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	
موتگواتانا ۲۰۰۰					x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	
چن ۲۰۰۱																																									
چن و کائو ۲۰۰۴																																									
دفرشا و چن ۲۰۰۶																																									
دفرشا و چن ۲۰۰۸																																									
اھکيون و همکاران ۲۰۰۹a																																									
اھکيون و همکاران ۲۰۰۹b																																									
صفایی و توکلی مقدم ۲۰۰۹																																									
دفرشا و چن ۲۰۰۹																																									
مهدوی و همکاران ۲۰۱۰																																									
جوادیان و همکاران ۲۰۱۱																																									
مهدوی و همکاران ۲۰۱۱																																									
رفیعی و همکاران ۲۰۱۱																																									
رضازاده و همکاران ۲۰۱۱																																									
خاکسار حقانی و همکاران ۲۰۱۱																																									
ساگسنا و جین ۲۰۱۱																																									
پایدار و همکاران ۲۰۱۳																																									
رامین فر و همکاران ۲۰۱۳																																									
آقاجانی و همکاران ۲۰۱۴																																									
ربانی و همکاران ۲۰۱۴																																									
توکلی مقدم و همکاران ۲۰۱۴																																									
آقاجانی دلآور و همکاران ۲۰۱۵																																									
سختایی و همکاران ۲۰۱۶																																									
الجنیدی و پولگاک ۲۰۱۶																																									

جدول ۲. فهرست ویژگی‌های بررسی شده در جدول ۱.

۹. تعداد سلول‌های متغیر	۱۰. چیدمان	۱۱. ترتیب عملیات	۱۲. زمان عملیات	۱۳. تقاضای پویا	۱۴. تفکیک حجم تولیدی	۱۵. مسیره‌های چندگانه‌ی تولید	۱۶. سلول مستقل	۱۷. ماشین‌های مشابه در یک سلول	۱۸. ظرفیت محدود برای ماشین‌ها	۱۹. جابه‌جایی مواد به‌صورت	۲۰. تعادل حجم کاری میان سلول‌ها	۲۱. تعادل حجم کاری میان ماشین‌ها	۲۲. تخصیص نیروی کار
۱. برنامه‌ریزی چنددوره‌ی (پویا)	۲. پیکرپندی مجدد سلول‌ها	۳. نوع سیستم تولید سلولی	۴. نوع مسئله	۵. هزینه‌ی موجودی	۶. هزینه‌ی ماشین	۷. هزینه‌ی جابه‌جایی مواد	۸. محدودیت اندازه‌ی سلول - حد بالا و پایین	۹. هزینه‌ی خرید	۱۰. هزینه‌ی عملیاتی	۱۱. هزینه‌ی سربار	۱۲. بین سلولی	۱۳. داخل سلولی	
a. چیدمان ماشین‌ها	b. چیدمان سلول‌ها	a. ترتیب عملیات	a. زمان قطعی	a. تقاضای قطعی	a. تفکیک حجم تولیدی	a. مسیره‌های چندگانه‌ی تولید	a. ماشین‌های مشابه در یک سلول	a. هزینه‌ی خرید	a. جابه‌جایی مواد به‌صورت	a. دستیابی	a. تعادل حجم کاری میان سلول‌ها	a. تعادل حجم کاری میان ماشین‌ها	
b. چیدمان سلول‌ها	a. ترتیب عملیات	b. زمان عملیات	b. زمان احتمالی	b. تقاضای احتمالی	b. تفکیک حجم تولیدی	b. انتخاب بهترین مسیر تولید	b. ماشین‌های مشابه در یک سلول	b. هزینه‌ی خرید	b. جابه‌جایی مواد به‌صورت	b. دستیابی	b. تعادل حجم کاری میان سلول‌ها	b. تعادل حجم کاری میان ماشین‌ها	
	a. ترتیب عملیات							c. هزینه‌ی نگهداری	c. جابه‌جایی مواد به‌صورت				
								d. هزینه‌ی تولید	d. جابه‌جایی مواد به‌صورت				

۱۳. تقاضای قطعات در هر دوره معلوم، قطعی و مستقل است.
۱۴. برای تأمین تقاضای یک نوع قطعه می‌توان از مسیرهای مختلف تولید و در یک یا چندین سلول مختلف کمک گرفت. این ویژگی که باعث افزایش کارایی و نرخ به‌کارگیری ماشین‌آلات و کاهش جابه‌جایی قطعات می‌شود به تفکیک حجم تولید<sup>۶</sup> معروف است.
۱۵. نگهداری و کمبود موجودی مجاز است. بنابراین تقاضای یک دوره ممکن است از تولید دوره‌ی قبلی یا بعدی تأمین شود.
۱۶. هزینه‌های نگهداری و کمبود موجودی معلوم و قطعی‌اند.
۱۷. حجم هر سلول محدود است و تعداد کمترین و بیشترین ماشین قابل تخصیص به آن معلوم است.
۱۸. جابه‌جایی ماشین‌ها بین دوره‌ها انجام می‌شود و زمان جابه‌جایی آنها صفر منظور شده است.
۱۹. جابه‌جایی قطعات به‌صورت پیوسته و تکی انجام می‌شود.

### ۱.۱.۳. اندیس‌ها

$p$ : قطعه از ۱ تا  $P$ ؛

$r$ : مسیر از ۱ تا  $R$ ؛

$m$ : ماشین از ۱ تا  $M$ ؛

$c$ : سلول از ۱ تا  $C$ ؛

$h$ : دوره از ۱ تا  $H$ .

### ۲.۱.۳. پارامترها

$BM$ : یک عدد مثبت بزرگ؛

$D_{ph}$ : تقاضا برای قطعه‌ی  $p$  در دوره‌ی  $h$ ؛

$t_{prm}$ : زمان مورد نیاز برای انجام عملیات قطعه‌ی  $p$  با ماشین  $m$  در مسیر  $r$ ؛

$a_{prm}$ : اگر قطعه‌ی  $p$  در مسیر  $r$  به ماشین  $m$  احتیاج داشته باشد برابر ۱، در غیر این صورت صفر؛

$SM_m$ : زمان راه‌اندازی ماشین  $m$ ؛

$ST_{pr} = \max_m SM_m$ : زمان راه‌اندازی برای تولید محصول  $p$  با مسیر  $r$ ؛

$K$ : هزینه‌ی ثابت راه‌اندازی ماشین در واحد زمان؛

$DM_m$ : هزینه‌ی ثابت ماشین  $m$  در یک دوره؛

$MM_m$ : هزینه‌ی بازبینی و تعمیر ماشین در هر دوره در صورت استفاده از ماشین؛

$OM_m$ : هزینه‌ی عملیاتی ماشین  $m$  در واحد زمان؛

$RM_m$ : هزینه‌ی جابه‌جایی ماشین  $m$ ؛

$N_m$ : تعداد موجود از ماشین  $m$ ؛

$p_{pr}$ : هزینه‌ی تولید هر واحد قطعه‌ی  $p$  با مسیر  $r$ ؛

$h_p$ : هزینه‌ی نگهداری هر واحد قطعه‌ی  $p$  در هر دوره؛

$b_p$ : هزینه‌ی کمبود هر واحد قطعه‌ی  $p$  در هر دوره؛

$IP_p$ : هزینه‌ی جابه‌جایی هر واحد قطعه‌ی  $p$  بین دو ماشین متوالی؛

$FC$ : هزینه‌ی ثابت برای تشکیل یک سلول؛

$LL, UL$ : بیشترین و کمترین تعداد ماشین مجاز در هر سلول؛

$TC$ : بیشترین زمان در دسترس در هر دوره - ظرفیت سلول؛

$q_1$ : معیار برای تعادل حجم کاری ماشین‌ها ( $q_1 \in \{0, 1\}$ )؛

$q_2$ : معیار برای تعادل حجم کاری سلول‌ها ( $q_2 \in \{0, 1\}$ ).

## ۳. مدل‌سازی مسئله

### ۱.۳. فرضیات مدل

مدل ارائه‌شده مبتنی بر فرضیات زیر است:

۱. سلول‌ها مستقل فرض شده‌اند؛ بنابراین جابه‌جایی بین سلول‌ی قطعات مجاز نیست.
۲. هزینه‌ی جابه‌جایی قطعات در داخل یک سلول براساس فاصله‌ی بین ماشین‌ها (یک واحد برای دو ماشین متوالی) و تعداد تولید از هر قطعه محاسبه می‌شود.
۳. هزینه‌ی جابه‌جایی هر ماشین معلوم است. یک ماشین می‌تواند در انتهای هر دوره بین دو سلول یا بین یک سلول و انبار ماشین‌آلات جابه‌جا شود.
۴. تمام ماشین‌آلات موجود در واحد تولیدی معلوم‌اند و سرمایه‌گذاری برای خرید ماشین جدید مجاز نیست.
۵. هزینه‌ی راه‌اندازی ماشین‌ها بر اساس زمان راه‌اندازی آنها و هزینه‌ی راه‌اندازی در واحد زمان محاسبه شده است.
۶. هزینه‌ی عملیاتی هر ماشین در واحد زمان معلوم است.
۷. فهرست انواع قطعات موردنظر برای تولید در ابتدای افق زمانی معلوم است.
۸. زمان انجام هر عملیات با هر ماشین معلوم و قطعی است.
۹. تمام عملیات موردنیاز برای تولید هر قطعه معلوم و زمان موردنیاز برای تولید هر واحد برابر با زمان ایستگاه گلوگاه است.
۱۰. ظرفیت هر ماشین برای تولید قطعات قطعی و معلوم است.
۱۱. تخصیص بیش از یک واحد از هر نوع ماشین برای تأمین ظرفیت موردنیاز مجاز است.
۱۲. ماشین‌ها همه‌منظوره‌اند؛ بنابراین هر ماشین می‌تواند برای انجام چندین عملیات مختلف به‌کار گرفته شود. به‌طور مشابه هر عملیات می‌تواند توسط چندین ماشین با زمان‌های مختلف انجام شود. این ویژگی که باعث افزایش انعطاف در تولید می‌شود به معنای وجود مسیرهای مختلف تولید برای یک قطعه است.

$$\frac{\sum_p \sum_r Q_{prch} * t_{prm}}{N_{mch}} \geq q_1 * q_t * TC * X_{ch}; \quad \forall m = 1, \dots, M, \\ c = 1, \dots, C, \quad h = 1, \dots, H \quad (6)$$

$$\sum_p \sum_r C_{prch} \geq q_t * TC * X_{ch}; \quad \forall c = 1, \dots, C, \quad h = 1, \dots, H \quad (7)$$

$$\sum_p \sum_r (C_{prch} + ST_{pr} * Z_{prch}) \leq TC; \quad \forall c = 1, \dots, C, \\ h = 1, \dots, H \quad (8)$$

$$C_{prch} \geq \frac{Q_{prch} * t_{prm}}{N_{mch}}; \quad \forall p = 1, \dots, P, \quad r = 1, \dots, R, \\ m = 1, \dots, M, \quad c = 1, \dots, C, \quad h = 1, \dots, H \quad (9)$$

$$\sum_c N_{mch} \leq N_m; \quad \forall m = 1, \dots, M, \quad h = 1, \dots, H \quad (10)$$

$$\sum_m N_{mch} \leq UL; \quad \forall c = 1, \dots, C, \quad h = 1, \dots, H \quad (11)$$

$$\sum_m N_{mch} \geq LL * X_{ch}; \quad \forall c = 1, \dots, C, \quad h = 1, \dots, H \quad (12)$$

$$\sum_m N_{mch} \leq M * X_{ch}; \quad \forall c = 1, \dots, C, \quad h = 1, \dots, H \quad (13)$$

$$\sum_m N_{mch} \geq X_{ch}; \quad \forall c = 1, \dots, C, \quad h = 1, \dots, H \quad (14)$$

$$Q_{prch} \leq M * Z_{prch}; \quad \forall p = 1, \dots, P, \quad r = 1, \dots, R, \\ c = 1, \dots, C, \quad h = 1, \dots, H \quad (15)$$

$$Z_{prch} \leq Q_{prch}; \quad \forall p = 1, \dots, P, \quad r = 1, \dots, R, \quad c = 1, \dots, C, \\ h = 1, \dots, H \quad (16)$$

$$X_{c-1,h} \geq X_{ch}; \quad \forall c = 1, \dots, C, \quad h = 1, \dots, H \quad (17)$$

$$X_{ch}, Z_{prch} : \text{Binary} \quad (18)$$

$$N_{mch} : \text{Integer} \quad (19)$$

$$Q_{prch}, C_{prch}, I_{ph}, B_{ph} \geq 0 \quad (20)$$

تابع هدف مدل شامل اقلام هزینه است. ۱a هزینه‌های نگهداری و کمبود، ۱b هزینه تولید و ۱c تا ۱f به ترتیب هزینه‌های عملیاتی، ثابت در هر دوره، راه‌اندازی و بازبینی و تعمیر ماشین را نشان می‌دهد. ۱g هزینه جابه‌جایی ماشین از محل نگهداری ماشین‌ها تا سلول‌ها، از سلول‌ها تا محل نگهداری ماشین‌ها و بین سلول‌ها را مدل می‌کند. ۱h هزینه تشکیل سلول‌ها و ۱i هزینه جابه‌جایی مواد را نشان می‌دهد.

رابطه‌های ۲، ۳ و ۴ رابطه‌ی بین تقاضا و تولید را نشان می‌دهند که کل تولید و تقاضا در افق زمانی برابر و سیستم در شروع و در پایان خالی از موجودی است. رابطه‌ی ۵ نشان می‌دهد تقاضای یک دوره می‌تواند از تولید آن دوره یا موجودی دوره‌ی قبل یا بعد تأمین شود. روابط ۶ و ۷ به ترتیب برای تعادل حجم کاری بین

### ۳.۱.۳. متغیرهای تصمیم

$Q_{prch}$ : میزان تولید از قطعه‌ی  $p$  با مسیر  $r$  در سلول  $c$  و دوره‌ی  $h$ ؛  
 $Z_{prch}$ : اگر میزان تولید از قطعه‌ی  $p$  با مسیر  $r$  در سلول  $c$  و دوره‌ی  $h$  صفر نباشد برابر ۱، در غیر این صورت صفر؛

$I_{ph}$ : میزان موجودی از قطعه‌ی  $p$  در دوره‌ی  $h$ ؛

$B_{ph}$ : میزان کمبود از قطعه‌ی  $p$  در دوره‌ی  $h$ ؛

$C_{prch}$ : ظرفیت موردنیاز برای تولید  $Q$  واحد از قطعه‌ی  $p$  با مسیر  $r$  در سلول  $c$  و دوره‌ی  $h$ ؛

$N_{mch}$ : تعداد ماشین موردنیاز از نوع  $m$  در سلول  $c$  و دوره‌ی  $h$  (عدد صحیح)؛

$X_{ch}$ : اگر سلول  $c$  در دوره‌ی  $h$  تشکیل شود برابر ۱، در غیر این صورت صفر.

### ۳.۲. مدل ریاضی

مدل ریاضی به شرح زیر است:

$$\text{Min} \sum_p (h_p * \sum_h I_{ph} + b_p * \sum_h B_{ph}) \quad (1a)$$

$$+ \sum_p \sum_r (p_{pr} * \sum_c \sum_h Q_{prch}) \quad (1b)$$

$$+ \sum_m \sum_p \sum_r \sum_c \sum_h (OM_m * a_{prm} * C_{prch}) \quad (1c)$$

$$+ \sum_m H * DM_m * N_m \quad (1d)$$

$$+ \sum_p \sum_r \sum_c \sum_h \sum_m (K * SM_m * a_{prm} * Z_{prch}) \quad (1e)$$

$$+ \sum_m \sum_c \sum_h MM_m * N_{mch} \quad (1f)$$

$$+ \sum_m (RM_m * (\sum_{h=1}^1 \sum_c N_{mch} + \sum_{h=H}^H \sum_c N_{mch} \\ + \sum_{h=2}^H \left| \sum_c N_{mch} - \sum_c N_{mch-1} \right|)) \quad (1g)$$

$$+ \sum_h \sum_c FC * X_{ch} \quad (1h)$$

$$+ \sum_p \sum_r (IP_p * (\sum_m a_{prm} + 1) * \sum_c \sum_h Q_{prch}) \quad (1i)$$

با محدودیت‌های:

$$\sum_h \sum_c \sum_r Q_{prch} = \sum_h D_{ph}; \quad \forall p = 1, \dots, P \quad (2)$$

$$I_{p,h=1} = 0; \quad \forall p = 1, \dots, P \quad (3)$$

$$B_{p,h=1} = 0; \quad \forall p = 1, \dots, P \quad (4)$$

$$I_{ph} - B_{ph} = \sum_c \sum_r Q_{prc,h-1} - D_{p,h-1} + I_{p,h-1} - B_{p,h-1}; \\ \forall p = 1, \dots, P, \quad h = 2, \dots, H \quad (5)$$

### ۴.۳. مدل خطی شده

تابع هدف مدل ریاضی ارائه شده به علت وجود قدرمطلق در قسمت  $g$  غیر خطی است که با معرفی متغیر جدید  $K_{mh}$  به حالت خطی تبدیل پذیر است. عبارت  $\left| \sum_c N_{mch} - \sum_c N_{mch-1} \right|$  با عبارت  $K_{mh} + K_{m,h-1}$  جایگزین و همچنین محدودیت‌های زیر به مسئله اضافه می‌شود:

$$\sum_c N_{mch} - \sum_c N_{mch-1} = K_{mh} - K_{m,h-1}$$

$$K_{mh} \geq 0$$

نامعادله ۶ غیر خطی است ولی از آنجا که مقدار عبارت  $X_{ch} * N_{mch}$  همیشه با  $N_{mch}$  برابر است، جایگزین می‌شود.

نامعادله ۹ نیز غیر خطی است که طی دو مرحله به حالت خطی تبدیل می‌شود:

مرحله ۱. تعریف متغیرهای صفر و یک  $XN_{imch}$  و محدودیت‌های زیر:

$$N_{mch} = \sum_{i=1}^I i * XN_{imch}$$

$$I = \text{Min} \{N_m, UL\}$$

$$\sum_{i=1}^I XN_{imch} \leq 1$$

$$XN_{imch} : \text{binary}$$

که بعد از جایگزینی متغیرها، نامعادله مذکور به شکل زیر خواهد بود:

$$C_{prch} * \sum_{i=1}^I (i * XN_{imch}) \geq Q_{prch} * t_{prm}; \quad \forall p = 1, \dots, P,$$

$$\forall r = 1, \dots, R, \quad m = 1, \dots, M, \quad c = 1, \dots, C, \quad h = 1, \dots, H$$

مرحله ۲. عبارت  $C_{prch} * XN_{imch}$  باید با متغیرهای نامنفی  $XC_{iprmch}$  جایگزین و محدودیت‌های زیر به مدل اضافه شود:

$$XC_{iprmch} \leq M * XN_{imch}$$

$$\sum_i XC_{iprmch} \leq C_{prch}$$

$$XC_{iprmch} \geq 0$$

بنابراین مدل خطی ارائه شده به صورت زیر خواهد بود:

Min

$$(\lambda a) + (\lambda b) + (\lambda c) + (\lambda d) + (\lambda e) + (\lambda f) + (\lambda h) + (\lambda i)$$

$$+ \sum_m (RM_m * (\sum_{h=1}^1 \sum_c N_{mch} + \sum_{h=H}^H \sum_c N_{mch}))$$

$$+ \sum_{h=1}^H (K_{mh} + K_{m,h-1})) \quad (1j)$$

ماشین‌های یک سلول و بین سلول‌ها به کار می‌روند که در هر دوی آنها ضریب  $q$  که بین صفر و یک است توسط کاربر تعیین می‌شود. رابطه‌ی ۸ برای کنترل ظرفیت هر سلول به کار می‌رود.

در این مقاله دیدگاه تولید پیوسته مدنظر است که در آن سرعت تولید وابسته به کندترین ایستگاه است. نامعادله‌ی ۹ به منظور نشان دادن رابطه میان تعداد ماشین‌ها، ظرفیت مورد نیاز و حجم تولید نوشته شده است. رابطه‌ی ۱۰ با توجه به بیشینه‌ی تعداد موجود از هر نوع ماشین تعریف شده است. هر سلول به لحاظ تعداد ماشین‌های تخصیص یافته به آن دارای محدودیت است که در روابط ۱۱ و ۱۲ آورده شده است. روابط ۱۳ و ۱۴ تحمیل می‌کنند که اگر سلولی تشکیل نشد تعداد ماشین‌های تخصیصی به آن صفر باشد. در صورتی که  $Q_{prch}$  صفر نباشد متغیر  $Z_{prch}$  مربوطه باید یک باشد و در غیر این صورت صفر که در روابط ۱۵ و ۱۶ لحاظ شده است. رابطه‌ی ۱۷ به این معناست که سلول‌های هر دوره باید به ترتیب تشکیل شوند. روابط ۱۸ تا ۲۰ نیز صفر و یک، عدد صحیح و مثبت بودن متغیرها را نشان می‌دهند.

### ۳.۳. ویژگی‌ها و نوآوری‌های مدل

#### ۱.۳.۳. محاسبه‌ی ظرفیت مورد نیاز

در تمام منابع موجود محدودیت ظرفیت برای هر ماشین به طور جداگانه تعریف شده است درحالی‌که با در نظر گرفتن ترتیب عملیات و محدودیت منابع، سلول مربوطه به زمان و ظرفیت بیشتری احتیاج دارد. در مدل پیشنهادی این مقاله ظرفیت مورد نیاز برای تولید هر محصول و تعداد مورد نیاز از هر نوع ماشین در هر سلول به عنوان متغیرهای تصمیم تعریف و از دیدگاه تولید پیوسته محاسبه می‌شوند.

#### ۲.۳.۳. تعادل حجم کاری میان ماشین‌های یک سلول

این مدل یک مسئله‌ی تعادل خط تولید چندمحصولی در هر سلول را حل می‌کند که نتیجه‌ی آن نزدیک شدن حجم کاری ایستگاه‌های مختلف است. برای تعادل حجم کاری هر ماشین از پارامتر  $q_1$  استفاده شده است که هر ماشین باید حداقل  $q_1$  درصد از زمان عملیاتی سلول مشغول باشد.

#### ۳.۳.۳. تعادل حجم کاری بین سلول‌ها

خانواده‌ی قطعات و گروه ماشین‌های هر سلول با فرض اینکه حجم کاری سلول نمی‌تواند از  $q_2$  درصد کل زمان در دسترس کمتر باشد، مشخص می‌شود.

#### ۴.۳.۳. سلول‌های مستقل

در سیستم‌هایی از قبیل صنایع دارویی، قطعات پزشکی و غذایی وجود سلول‌های مستقل اجتناب‌ناپذیر است. در این نوع سلول‌ها جابه‌جایی بین سلولی مجاز نیست و هر سلول برای تولید فقط یک خانواده اختصاص می‌یابد. همچنین تیم مربوط به سلول تنها مسئول برنامه‌ریزی، زمان‌بندی، نگهداری و تضمین کیفیت همان سلول است. [۳۹،۴۸]

#### ۵.۳.۳. مسیرهای تولید چندگانه

بر اساس ویژگی عمومی بودن ماشین‌ها، برای تولید هر قطعه چندین مسیر تعریف شده است.

#### ۶.۳.۳. تکنیک قطعه‌ی تولیدی

به این معناست که تولید یک قطعه می‌تواند با چندین مسیر تولیدی در داخل یک سلول یا در سلول‌های مختلفی انجام شود.

جدول ۳. معرفی مثال‌های عددی.

شماره مسئله	تعداد قطعه	تعداد مسیر	تعداد ماشین	تعداد سلول	تعداد دوره	مدل غیر خطی			مدل خطی		
						متغیر محدودیت	زمان حل *	محدودیت	متغیر	محدودیت	زمان حل
۱	۲	۲	۳	۲	۲	۱۲۹	۱۱۲	۳۰۸	۲۷۷	۳	۱۱۳۲۴۹
۲	۳	۲	۳	۲	۲	۱۷۱	۱۶۴	۴۳۰	۳۵۱	۵	۱۸۹۵۱۷
۳	۲	۲	۴	۲	۲	۱۵۱	۳۸	۳۹۲	۳۴۳	۳	۱۶۹۴۰۵

\* واحد زمان ثانیه است.

نتایج به‌منظور تأیید اعتبار مدل خطی مقایسه شده است. پس از تأیید اعتبار، مثال چهارم با مدل خطی حل و جواب بهینه تحلیل شده است. در جدول ۳ این سه مثال معرفی شده است. جدول‌های ۴ تا ۸ داده‌های مثال ۴ را نشان می‌دهند و داده‌های سه مثال اول از داده‌های مثال ۴ گرفته شده است. برای نمونه در مثال اول که دو قطعه در نظر گرفته شده منظور دو قطعه‌ی اول مثال ۴ است. در مثال ۴ شش قطعه هر کدام با سه مسیر تولید مختلف، هشت نوع ماشین، تعداد حداکثر سه سلول در هر دوره، ضرایب تعادل با مقادیر ۰/۶ و ۰/۵ برای به‌ترتیب  $q_1$  و  $q_2$ ، هزینه‌ی راه‌اندازی ۵۰ واحد پولی در دقیقه و افق زمانی برابر با سه دوره در نظر گرفته شده است. گفتنی است زمان راه‌اندازی هر ماشین بسته به نوع عملیات متفاوت است و زمان مورد نیاز راه‌اندازی برای تولید یک قطعه برابر با بیشترین زمان راه‌اندازی ماشین‌آلات مورد نیاز مسیر تولید قطعه است.

جدول ۴. اطلاعات قطعات.

قطعه	هزینه نگه‌داری	هزینه کمبود	هزینه‌ی جابه‌جایی		
			تقاضا		
			بین سلولی	هر واحد	هر واحد
ق ۱	۲	۱	۰/۳	دوره ۱: ۴۹۰، دوره ۲: ۶۱۵، دوره ۳: ۶۵۰	
ق ۲	۴	۷	۰/۱	دوره ۱: ۶۰۰، دوره ۲: ۵۱۰، دوره ۳: ۵۳۰	
ق ۳	۵	۱۱	۰/۲	دوره ۱: ۱۲۰۰، دوره ۲: ۹۱۰، دوره ۳: ۹۸۰	
ق ۴	۱	۴	۰/۸	دوره ۱: ۸۴۰، دوره ۲: ۷۰۰، دوره ۳: ۴۱۰	
ق ۵	۸	۳	۰/۵	دوره ۱: ۵۵۰، دوره ۲: ۶۵۰، دوره ۳: ۶۱۰	
ق ۶	۱۴	۱۰	۰/۹	دوره ۱: ۹۵۰، دوره ۲: ۷۷۰، دوره ۳: ۸۰۰	

جدول ۵. اطلاعات ماشین‌ها.

ماشین	عملیاتی	ثابت	هزینه‌ی جابه‌جایی	
			سر بار	در دوره
م ۱	۴	۱۰۰	۱۰۰	۳۰۰۰
م ۲	۶	۲۵	۲۵	۴۰۰۰
م ۳	۱	۸۵	۸۵	۵۰۰
م ۴	۸	۲۰	۲۰	۱۲۰۰۰
م ۵	۲	۴۰	۴۰	۸۰۰۰
م ۶	۴	۵۰	۵۰	۹۰۰۰
م ۷	۹	۱۵	۱۵	۲۵۰۰۰
م ۸	۲	۳۰	۳۰	۱۰۰۰

با محدودیت‌های ۲-۵، ۷، ۸، ۱۰-۲۰ و محدودیت‌های زیر:

$$\sum_c N_{mch} - \sum_c N_{mch-1} = K_{mh} - K_{m,h-1}; \quad \forall m = 1, \dots, M, \quad c = 1, \dots, C, \quad h = 1, \dots, H \quad (21)$$

$$\sum_p \sum_r Q_{prch} * t_{prm} \geq q_1 * q_2 * TC * N_{mch}; \quad \forall m = 1, \dots, M, \quad c = 1, \dots, C, \quad h = 1, \dots, H \quad (22)$$

$$\sum_i X C_{iprmch} \geq Q_{prch} * t_{prm}; \quad \forall p = 1, \dots, P, \quad \forall r = 1, \dots, R, \quad m = 1, \dots, M, \quad c = 1, \dots, C, \quad h = 1, \dots, H \quad (23)$$

$$X C_{iprmch} \leq M * X N_{imch}; \quad \forall i = 1, \dots, I, \quad \forall p = 1, \dots, P, \quad \forall r = 1, \dots, R, \quad m = 1, \dots, M, \quad c = 1, \dots, C, \quad h = 1, \dots, H \quad (24)$$

$$\sum_i X C_{iprmch} \leq C_{prch}; \quad \forall i = 1, \dots, I, \quad \forall p = 1, \dots, P, \quad \forall r = 1, \dots, R, \quad m = 1, \dots, M, \quad c = 1, \dots, C, \quad h = 1, \dots, H \quad (25)$$

$$N_{mch} = \sum_{i=1}^I i * X N_{imch}; \quad \forall i = 1, \dots, I, \quad m = 1, \dots, M, \quad c = 1, \dots, C, \quad h = 1, \dots, H \quad (26)$$

$$I = \text{Min} \{N_m, UL\}; \quad \forall m = 1, \dots, M \quad (27)$$

$$\sum_{i=1}^I X N_{imch} \leq 1; \quad \forall i = 1, \dots, I, \quad m = 1, \dots, M, \quad c = 1, \dots, C, \quad h = 1, \dots, H \quad (28)$$

$$K_{mh} \geq 0 \quad (29)$$

$$X C_{iprmch} \geq 0 \quad (30)$$

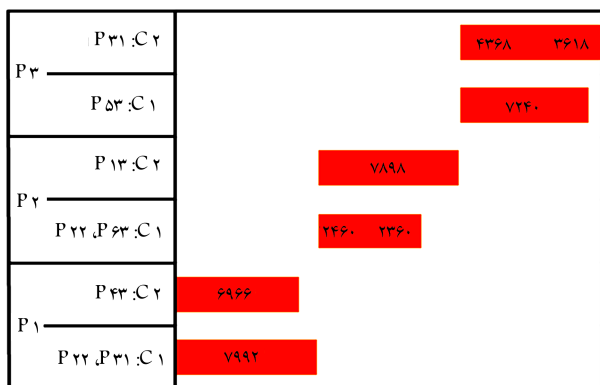
$$X N_{imch} : \text{binary} \quad (31)$$

#### ۴. نتایج محاسباتی

به‌منظور بررسی اعتبار مدل چهار مثال عددی طراحی و با روش شاخه و کران نرم‌افزار لینگو ۱۲ حل شده است. سه مثال اول با هر دو مدل خطی و غیر خطی حل و

جدول ۶. زمان راه‌اندازی.

راه‌اندازی	زمان راه‌اندازی ماشین‌آلات								مسیر	قطعه
	مسیر	۸ م	۷ م	۶ م	۵ م	۴ م	۳ م	۲ م		
۱۱	۰	۰	۰	۵	۱۱	۵	۲	۷	۱ م	ق ۱
۵	۰	۰	۵	۲	۰	۰	۵	۰	۲ م	
۱۱	۱۱	۰	۰	۰	۳	۰	۰	۸	۳ م	
۸	۰	۴	۷	۰	۷	۸	۰	۰	۱ م	ق ۲
۱۰	۰	۰	۰	۰	۷	۰	۱۰	۰	۲ م	
۱۰	۶	۶	۷	۰	۰	۰	۱۰	۵	۳ م	
۸	۶	۰	۰	۰	۰	۴	۸	۰	۱ م	ق ۳
۹	۰	۰	۰	۰	۰	۲	۹	۱	۲ م	
۷	۰	۷	۶	۰	۰	۰	۰	۶	۳ م	
۱۰	۹	۱۰	۸	۰	۰	۴	۹	۰	۱ م	ق ۴
۸	۰	۰	۳	۴	۵	۰	۸	۰	۲ م	
۶	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۶	۲	۳ م	
۱۰	۱۰	۰	۱	۳	۰	۶	۰	۶	۱ م	ق ۵
۱۰	۰	۰	۱۰	۰	۲	۰	۱	۰	۲ م	
۸	۰	۰	۰	۰	۰	۴	۸	۷	۳ م	
۱۰	۰	۱۰	۰	۰	۲	۰	۰	۸	۱ م	ق ۶
۱۱	۰	۰	۵	۷	۰	۰	۱۱	۰	۲ م	
۳	۰	۰	۰	۰	۳	۰	۲	۰	۳ م	



به ترتیب بیانگر سلول و دوره می باشد: CP

شکل ۱. برنامه‌ی زمان‌بندی تولید قطعات در دوره و سلول‌های مختلف.

### ۶. نتیجه‌گیری و پیشنهادها

در این مقاله یک مدل ریاضی غیر خطی عدد صحیح مختلط برای طراحی سیستم‌های تولید سلولی ارائه شد که دو مسئله‌ی آرایش سلولی و برنامه‌ریزی تولید را به‌طور هم‌زمان حل می‌کند و ویژگی‌های مختلفی از قبیل مسیرهای مختلف

نرم‌افزار لینگو مدل ارائه شده را در قالب مدل خطی مختلط عدد صحیح با روش شاخه‌وکران حل کرد. مدل دارای ۶۰۷۳ متغیر و ۳۷۹۱ محدودیت است. زمان مورد نیاز برای رسیدن به جواب بهینه تا حد زیادی به مقادیر داده‌های ورودی وابسته است. جواب بهینه برای مسئله‌ی موردنظر با داده‌های ارائه شده بعد از ۱۰۴۸ دقیقه و با تابع هدف ۱۰۵۳۸۳۶ به دست آمد.

### ۵. بررسی جواب بهینه

جدول‌های ۹، ۱۰ و ۱۱ برنامه‌ی بهینه تولید هستند که حجم تولید با هر مسیر، در هر سلول و دوره، ظرفیت موردنیاز، مقادیر موجودی و کمبود و برنامه‌ی بهینه‌ی افق زمانی را نشان می‌دهند.

در شکل ۱ نیز برنامه‌ی زمان‌بندی تولید قطعات بدون توجه به ترتیب تولید قطعات در هر سلول نشان داده شده است. جدول ۱۱ نشان‌دهنده آرایش سلولی بهینه است. جدول ۱۲ مقدار بهینه‌ی تابع هدف را به تفکیک اقلام تابع هدف نشان می‌دهد. با توجه به ویژگی‌های مدل ارائه شده و همچنین متفاوت بودن برخی اقلام هزینه نمی‌توان جواب مدل را با مسائل مشابه مقایسه کرد. جدول ۱۳ مربوط به کارایی هر کدام از سلول‌های تشکیل شده است.



جدول ۷. زمان عملیات.

هزینه تولید	بیشینه تعداد ماشین‌ها و زمان انجام عملیات								مسیر	قطعه
	۸ م	۷ م	۶ م	۵ م	۴ م	۳ م	۲ م	۱ م		
۵	۰	۰	۰	۴	۳	۱	۵	۳	۱ م	ق ۱
۳,۲۵	۰	۰	۱	۶	۰	۰	۴	۰	۲ م	
۴,۲۵	۹	۰	۰	۰	۲	۰	۰	۳	۳ م	
۷,۷۵	۰	۸	۴	۰	۵	۶	۰	۰	۱ م	ق ۲
۱,۲۵	۰	۰	۰	۰	۳	۰	۲	۰	۲ م	
۶	۹	۳	۴	۰	۰	۰	۶	۳	۳ م	
۱,۷۵	۳	۰	۰	۰	۰	۳	۴	۰	۱ م	ق ۳
۹,۵	۰	۰	۰	۰	۰	۹	۸	۶	۲ م	
۳,۷۵	۰	۸	۷	۰	۰	۰	۰	۵	۳ م	
۴,۲۵	۲	۴	۱	۰	۰	۳	۲	۰	۱ م	ق ۴
۴,۵	۰	۰	۵	۶	۲	۰	۲	۰	۲ م	
۶,۵	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۸	۹	۳ م	
۹,۷۵	۸	۰	۴	۱	۰	۲	۰	۷	۱ م	ق ۵
۴,۷۵	۰	۰	۵	۰	۳	۰	۴	۰	۲ م	
۶,۷۵	۰	۰	۰	۰	۰	۶	۷	۴	۳ م	
۳,۷۵	۰	۴	۰	۰	۷	۰	۰	۲	۱ م	ق ۶
۸,۲۵	۰	۰	۹	۳	۰	۰	۳	۰	۲ م	
۱,۲۵	۰	۰	۰	۰	۱	۰	۴	۰	۳ م	

جدول ۱۰. برنامه‌ی بهینه‌ی تولید و ظرفیت.

دوره	قطعه					
	۱ ق	۲ ق	۳ ق	۴ ق	۵ ق	۶ ق
دوره ۱						
تولید			۱۹۹۸	۱۵۴۸		
موجودی			۷۹۸	۷۰۸		
کمبود	۴۹۰	۶۰۰			۵۵۰	۹۵۰
تقاضا	۴۹۰	۶۰۰	۱۲۰۰	۸۴۰	۵۵۰	۹۵۰
دوره ۲						
تولید	۱۷۵۵	۱۶۴۰				۲۵۲۰
موجودی	۶۵۰	۵۳۰		۸		۸۰۰
کمبود			۱۱۲		۱۲۰۰	
تقاضا	۶۱۵	۵۱۰	۹۱۰	۷۰۰	۶۵۰	۷۷۰
دوره ۳						
تولید		۱۰۹۲	۴۰۲	۱۸۱۰		
موجودی						
کمبود						
تقاضا	۶۵۰	۵۳۰	۹۸۰	۴۱۰	۶۱۰	۸۰۰

جدول ۸. اطلاعات سلول‌ها.

۵۰۰۰۰	هزینه‌ی ثابت تشکیل هر سلول
۵	بیشترین ماشین مجاز در هر سلول
۲	کمترین ماشین مجاز در هر سلول
۸۰۰۰	زمان در دسترس برای هر سلول و ماشین

جدول ۹. مقادیر بهینه‌ی تولید و ظرفیت مورد نیاز.

قطعه	مسیر	سلول	دوره	میزان تولید	ظرفیت (دقیقه)
۱	۳	۲	۲	۱۷۵۵	۷۸۹۷,۵
۲	۲	۱	۲	۱۶۴۰	۲۴۶۰
۳	۱	۱	۱	۱۹۹۸	۷۹۹۲
۳	۱	۲	۳	۱۰۹۲	۴۳۶۸
۴	۳	۲	۱	۱۵۴۸	۶۹۶۶
۴	۳	۲	۳	۴۰۲	۳۶۱۸
۵	۳	۱	۳	۱۸۱۰	۷۲۴۰
۶	۳	۱	۲	۲۵۲۰	۳۳۶۰

جدول ۱۳. کارایی سلول‌ها.

دوره	سلول	زمان عملیاتی سلول (دقیقه)	درصد عملیاتی سلول
۱	۱	۷۹۹۲	۹۹٫۹
۱	۲	۶۹۶۶	۸۷
۲	۱	۵۸۲۰	۷۲٫۸
۲	۲	۷۸۹۷٫۵	۹۸٫۷
۳	۱	۷۲۴۰	۹۰٫۵
۳	۲	۷۹۸۶	۹۹٫۸

تولید، پیکربندی مجدد سیستم، تفکیک دسته‌ی تولیدی و تعادل حجم کاری میان ماشین‌ها و سلول‌ها در نظر گرفته شده است. برای اولین بار، ظرفیت مورد نیاز تولید بر اساس نگرش تولید پیوسته محاسبه و مدل ضمن حل مسئله‌ی تعادل خط تولید چند محصولی، جواب بهینه را ارائه می‌دهد.

در سیستم‌های تولید سلولی قطعات به خانواده‌های مشابه تقسیم می‌شوند. در صورتی که شباهت میان قطعات یک خانواده زیاد باشد مدل ارائه شده در این مقاله با ایجاد تعادل میان ماشین‌های سلول مربوطه باعث افزایش کارایی ماشین‌ها می‌شود و نتایج بهتری را ارائه می‌کند. مدل ارائه شده را با لحاظ کردن مواردی از قبیل احتمالی بودن متغیرهایی مثل تقاضا، در دسترس بودن ماشین‌ها، زمان عملیات و ضرایب هزینه و زمان بندی و جانمایی ماشین‌های هر سلول می‌توان توسعه داد. همچنین با توسعه‌ی مسئله‌ی تعادل خط تولید چند محصولی کارایی مدل قابل افزایش است. همچنین با توجه به اینکه در این مدل برای اولین بار از نگرش تولید پیوسته استفاده شده است، مقایسه‌ی عملکرد آن با حالت تولید دسته‌ی قطعات می‌تواند موضوع بررسی‌های بعدی باشد.

جدول ۱۱. آرایش بهینه: نوع و تعداد ماشین در هر سلول.

دوره	سلول ۱	سلول ۲	سلول ۳
دوره ۱	۱: ۲ م	۲: ۱ م	
	۱: ۳ م	۲: ۲ م	
دوره ۲	۳: ۲ م	۱: ۱ م	
	۲: ۴ م	۱: ۴ م	
	۲: ۸ م		
دوره ۳	۱: ۱ م	۱: ۱ م	
	۱: ۲ م	۱: ۲ م	
	۱: ۳ م	۲: ۲ م	
	۱: ۸ م	۲: ۳ م	

جدول ۱۲. مقدار بهینه‌ی تابع هدف به تفکیک اقلام هزینه.

شرح هزینه	مقدار هزینه
هزینه تولید	۴۲۹۵۸٫۷۵
هزینه نگه‌داری و کمبود	۳۹۹۹۸
هزینه‌ی تشکیل سلول	۳۰۰۰۰۰
هزینه‌ی ثابت ماشین	۲۸۸۰
هزینه‌ی عملیاتی ماشین	۴۸۱۰۲۵
هزینه‌ی سربار ماشین	۲۱۳۰
هزینه‌ی راه‌اندازی ماشین	۵۷۵۰
هزینه‌ی جابه‌جایی ماشین	۱۵۴۰۰۰
هزینه‌ی جابه‌جایی قطعات	۲۵۰۹۴
کل هزینه: تابع هدف	۱۰۵۳۸۳۶

### پانویس‌ها

1. machine modification
2. non-deterministic polynomial
3. group capability index (GCI)
4. machine modification
5. robust optimization technique
6. lot splitting

### منابع (References)

1. Wemmerlöv, U. and Hyer, N.L. "Cellular manufacturing in the US industry: a survey of users", *The International Journal of Production Research*, **27**(9), pp. 1511-1530 (1989).
2. Hyer, N.L. and Wemmerlov, U. "Group technology in the US manufacturing industry: a survey of current prac-

tices", *International Journal of Production Research*, **27**(8), pp. 1287-1304 (1989).

3. Wemmerlov, U. and Johnson, D.J. "Cellular manufacturing at 46 user plants: Implementation experiences and performance improvements", *International Journal of Production Research*, **35**(1), pp. 29-49 (1997).
4. Askin, R.G. and Estrada, S. "Investigation of cellular manufacturing practices", *Handbook of Cellular Manufacturing Systems*, pp. 25-34 (1999).
5. Suer, G.A. and Ortega, M. "Flexibility considerations in designing manufacturing cells: A case study", *Group Technology and Cellular Manufacturing-methodologies and Applications*, pp. 97-127 (1996).
6. Ang, C.L. and Willey, P.C.T. "A comparative study of the performance of pure and hybrid group technology manufacturing systems using computer simulation techniques", *The International Journal of Production Research*, **22**(2), pp. 193-233 (1984).

7. Wei, J.C. and Gaither, N. "An optimal model for cell formation decisions", *Decision Sciences*, **21**(2), pp. 416-433 (1990).
8. Raminfar, R., Zulkifli, N., Vasili, M. and Sai Hong, T. "An integrated model for production planning and cell formation in cellular manufacturing systems", *Journal of Applied Mathematics*, **2013**(3), pp. 1-10 (2013).
9. Mahdavi, I., Aalaei, A., Paydar, M.M. and Solimanpur, M. "Designing a mathematical model for dynamic cellular manufacturing systems considering production planning and worker assignment", *Computers & Mathematics with Applications*, **60**(4), pp. 1014-1025 (2010).
10. Rabbani, M., Samavati, M., Ziaee, M.S. and Rafiei, H. "Reconfigurable dynamic cellular manufacturing system: A new bi-objective mathematical model", *RAIRO-Operations Research*, **48**(01), pp. 75-102 (2014).
11. Kia, R., Baboli, A., Javadian, N., Tavakkoli-Moghaddam, R., Kazemi, M. and Khorrami, J. "Solving a group layout design model of a dynamic cellular manufacturing system with alternative process routings, lot splitting and flexible reconfiguration by simulated annealing", *Computers & Operations Research*, **39**(11), pp. 2642-2658 (2012).
12. Tavakkoli-Moghaddam, R., Safaei, N. and Sassani, F. "A new solution for a dynamic cell formation problem with alternative routing and machine costs using simulated annealing", *Journal of the Operational Research Society*, **59**(4), pp. 443-454 (2008).
13. Mahdavi, I., Aalaei, A., Paydar, M.M. and Solimanpur, M. "Multi-objective cell formation and production planning in dynamic virtual cellular manufacturing systems", *International Journal of Production Research*, **49**(21), pp. 6517-6537 (2011).
14. Hyer, N.L. "Education: MRP/GT: A framework for production planning and control of cellular manufacturing", *Decision Sciences*, **13**(4), pp. 681-701 (1982).
15. Wemmerlöv, U., *Production Planning and Control Procedures for Cellular Manufacturing: Concepts and Practices*, American Production and Inventory Control Society (1988).
16. Damodaran, V., Lashkari, R.S. and Singh, N. "A production planning model for cellular manufacturing systems with refixturing considerations", *The International Journal Of Production Research*, **30**(7), pp. 1603-1615 (1992).
17. Song, S.J. and Hitomi, K. "Integrating the production planning and cellular layout for flexible cellular manufacturing", *Production Planning & Control*, **7**(6), pp. 585-593 (1996).
18. Schaller, J.E., Selçuk Erengü, S. and Vakharia, A.J. "A methodology for integrating cell formation and production planning in cellular manufacturing", *Annals of Operations Research*, **77**, pp. 1-21 (1998).
19. Mungwattana, A. "Design of cellular manufacturing systems for dynamic and uncertain production requirements with presence of routing flexibility", PhD Thesis Submitted to the Faculty of the Virginia Polytechnic Institute and State University, Blackburg, VA (2000).
20. Chen, M. "A model for integrated production planning in cellular manufacturing systems", *Integrated Manufacturing Systems*, **12**(4), pp. 275-284 (2001).
21. Chen, M. and Cao, D. "Coordinating production planning in cellular manufacturing environment using Tabu search", *Computers & Industrial Engineering*, **46**(3), pp. 571-588 (2004).
22. Defersha, F.M. and Chen, M. "A comprehensive mathematical model for the design of cellular manufacturing systems", *International Journal of Production Economics*, **103**(2), pp. 767-783 (2006).
23. Defersha, F.M. and Chen, M. "A linear programming embedded genetic algorithm for an integrated cell formation and lot sizing considering product quality", *European Journal of Operational Research*, **187**(1), pp. 46-69 (2008).
24. Safaei, N. and Tavakkoli-Moghaddam, R. "Integrated multi-period cell formation and subcontracting production planning in dynamic cellular manufacturing systems", *International Journal of Production Economics*, **120**(2), pp. 301-314 (2009).
25. Ahkioon, S., Bulgak, A.A. and Bektas, T. "Integrated cellular manufacturing systems design with production planning and dynamic system reconfiguration", *European Journal of Operational Research*, **192**(2), pp. 414-428 (2009).
26. Ahkioon, S., Bulgak, A.A. and Bektas, T. "Cellular manufacturing systems design with routing flexibility, machine procurement, production planning and dynamic system reconfiguration", *International Journal of Production Research*, **47**(6), pp. 1573-1600 (2009).
27. Saxena, L.K. and Jain, P.K. "Dynamic cellular manufacturing systems design - a comprehensive model", *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, **53**(1-4), pp. 11-34 (2011).
28. Rafiee, K., Rabbani, M., Rafiei, H. and Rahimi-Vahed, A. "A new approach towards integrated cell formation and inventory lot sizing in an unreliable cellular manufacturing system", *Applied Mathematical Modelling*, **35**(4), pp. 1810-1819 (2011).
29. Javadian, N., Aghajani, A., Rezaeian, J. and Sebdani, M.J.G. "A multi-objective integrated cellular manufacturing systems design with dynamic system reconfiguration", *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, **56**(1-4), pp. 307-317 (2011).
30. Rezazadeh, H., Mahini, R. and Zarei, M. "Solving a dynamic virtual cell formation problem by linear programming embedded particle swarm optimization algorithm", *Applied Soft Computing*, **11**(3), pp. 3160-3169 (2011).
31. Paydar, M.M., Saidi-Mehrabad, M. and Kia, R. "Designing a new integrated model for dynamic cellular manufacturing systems with production planning and intracell layout", *International Journal of Applied Decision Sciences*, **6**(2), pp. 117-143 (2013).
32. Aghajani, A., Didehbani, S.A., Kazemi, M. and Javadian, N. "A dynamic non-linear mixed integer-programming model for the CMS design with production planning", *International Journal of Industrial and Systems Engineering*, **16**(1), pp. 70-87 (2014).

33. Tavakkoli-Moghaddam, R., Sakhaii, M. and Vatani, B. "A robust model for a dynamic cellular manufacturing system with production planning", *International Journal of Engineering-Transactions A: Basics*, **27**(4), pp. 587-598 (2014).
34. Khaksar-Haghani, F., Kia, R., Javadian, N., Tavakkoli-Moghaddam, R. and Baboli, A. "A comprehensive mathematical model for the design of a dynamic cellular manufacturing system integrated with production planning and several manufacturing attributes", *International Journal of Industrial Engineering & Production Research*, **22**(3), pp. 199-212 (2011).
35. Aghajani-Delavar, N., Mehdizadeh, E., Torabi, S.A. and Tavakkoli-Moghaddam, R. "Design of a new mathematical model for integrated dynamic cellular manufacturing systems and production planning", *International Journal of Engineering-Transactions B: Applications*, **28**(5), pp. 746-754 (2015).
36. Aljuneidi, T. and Bulgak, A.A. "Design of cellular manufacturing systems considering dynamic production planning and worker assignments", *Journal of Mathematics and System Science*, **6**, pp. 1-15 (2016).
37. Sakhaii, M., Tavakkoli-Moghaddam, R., Bagheri, M. and Vatani, B. "A robust optimization approach for an integrated dynamic cellular manufacturing system and production planning with unreliable machines", *Applied Mathematical Modelling*, **40**(1), pp. 169-191 (2016).
38. Süer, G.A., Huang, J. and Maddisetty, S. "Design of dedicated, shared and remainder cells in a probabilistic demand environment", *International Journal of Production Research*, **48**(19), pp. 5613-5646 (2010).
39. Askin, R.G. "Contributions to the design and analysis of cellular manufacturing systems", *International Journal of Production Research*, **51**(23-24), pp. 6778-6787 (2013).