

نمونه‌گیری پذیرش و افزونگی اجزاء: تعیین سناریوی بهینه در سیستم‌های k از m

Original Article

سعید ادیب‌فر (دانشجوی دکتری)

دانشکده‌ی مهندسی صنایع، دانشگاه علم و صنعت ایران

عبدالحمید اشراق‌نای جهرمی* (استاد)

دانشکده‌ی مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی شریف

«نمونه‌گیری پذیرش» و «افزونگی اجزاء»، دو عامل افزایش پایایی در سیستم‌های k از m هستند. با توجه به هزینه‌های نمونه‌گیری و افزونگی، برای دستیابی به مقدار مشخصی از پایایی، تعیین یک روش اقتصادی ضروری است. در این مقاله، مدلی برای تعیین سناریوی بهینه با در نظر گرفتن هر دو عامل نمونه‌گیری و افزونگی اجزاء ارائه شده است. یک سناریو شامل تعداد نمونه جهت بازرسی، عدد پذیرش و تعداد جزء در یک سیستم k از m است. ابتدا توابع مناسب برای تعیین تابع پایایی معرفی می‌شوند. سپس، تابع هزینه‌ی کل به عنوان معیار تعیین سناریوی بهینه تعریف می‌شود. با تعریف یک بازه پایایی به عنوان مقدار پایایی هدف، تمام سناریوهایی که مقادیر مربوط به آن بازه را ایجاد می‌کنند در نظر گرفته می‌شوند و بر اساس هزینه‌ی کل، سناریوی بهینه انتخاب می‌شود.

adibfar.saeed@gmail.com
eshragh@sharif.eduواژگان کلیدی: نمونه‌گیری پذیرش، پایایی، سیستم k از m ، سناریوی بهینه.

۱. مقدمه

«نمونه‌گیری پذیرش» یکی از ابزارهای آماری برای تصمیم‌گیری درباره‌ی انباشته‌های ورودی است. طرح نمونه‌گیری شامل اندازه نمونه و قوانین تصمیم‌گیری است. تصمیم‌گیری در مورد رد یا پذیرش یک انباشته بستگی دارد به تعداد قطعات نامنطقی که در بازرسی شناسایی می‌شود.^[۱] داج و رومیگ در مطالعات پیشگامانه‌ی خود نمونه‌گیری پذیرش را به عنوان یک روش کاربردی در میان روش‌های کنترل کیفیت معرفی کردند.^[۱] از زمان معرفی نمونه‌گیری پذیرش تاکنون، با توجه به اهدافی که در استفاده از نمونه‌گیری وجود دارد، تغییراتی در مسیر پیشرفت و تطابق بیشتر این روش‌ها با نیازهای واقعی صورت گرفته است. منحنی مشخصه عملکرد، تعریف توزیع پیشین و پسین، استفاده از تفکر بیزین، نگاه اقتصادی به نمونه‌گیری پذیرش و نمونه‌گیری پذیرش برای متغیرها از جمله‌ی این تغییرات و پیشرفت‌ها در ادبیات مربوط به نمونه‌گیری هستند.^[۲] به طور کلی مطالعات مربوط به نمونه‌گیری پذیرش را می‌توان در ۶ حوزه دسته‌بندی کرد:^[۳]

۱. تعیین پارامترهای طرح نمونه‌گیری پذیرش از طریق بهینه کردن یک تابع زیان

مسکوویچ و تانگ بر اساس تابع زیان ناگویی و روش بیزین طرح نمونه‌گیری پذیرش ارائه دادند. تابع زیان به صورت مجموع هزینه‌ی بازرسی، هزینه‌ی پذیرفتن انباشته و هزینه‌ی رد آن در نظر گرفته شده است. نتایج مقایسات نشان داد

* نویسنده مسئول

تاریخ: دریافت ۱۳۹۴/۶/۲۲، اصلاحیه ۱۳۹۶/۷/۳، پذیرش ۱۳۹۶/۷/۱۲

DOI: 10.24200/J65.2018.20096

که طرح‌های بهینه با در نظر گرفتن توابع پیشین مختلف استوارند، همان‌طور که میانگین و واریانس‌های متفاوت برای اندازه انباشته تأثیری در نتایج ندارد.^[۴] فرل و چوکر روشی برای تعیین اقتصادی‌ترین طرح نمونه‌گیری ارائه کرده‌اند. آنها بر پایه تابع زیان ناگویی، انحراف یک مشخصه‌ی کیفیت از مقدار هدف آن را تعیین کردند. خطای بازرسی در این مدل نیز در نظر گرفته شده است.^[۵]

فلاح‌نژاد و حسینی‌نسب سیاست بهینه‌ی نمونه‌گیری پذیرش را با کمینه‌کردن تابع هزینه‌ی کل ارائه کرده‌اند که شامل هزینه‌ی رد انباشته، هزینه‌ی بازرسی هر قطعه، و هزینه‌ی وجود قطعه‌ی معیوب است. نتایج این مطالعه به همراه یک مثال عددی در دو موضوع ارائه شده است: ۱. افزایش تعداد نمونه‌ی مورد بازرسی، صحت مدل ارائه شده را افزایش می‌دهد. ۲. تغییرات حدود کنترلی عدد پذیرش (c_1 حد پایین و c_2 حد بالا) از طریق تحلیل حساسیت روی پارامترهای مسئله نشان می‌دهد که با افزایش هزینه‌ی وجود قطعه‌ی معیوب و هزینه‌ی بازرسی، اندازه‌ی حدود بالا و پایین کاهش می‌یابد.^[۶]

فلاح‌نژاد و حسینی‌نسب سیاست بهینه‌ی نمونه‌گیری پذیرش را با کمینه‌سازی تابعی به صورت نسبت هزینه‌ی سیستم به احتمال تصمیم درست ارائه کرده‌اند. هزینه‌ی سیستم شامل هزینه‌ی رد انباشته و هزینه‌ی وجود قطعه‌ی معیوب است.^[۷]

ال‌سلامه طرح بهینه‌ی نمونه‌گیری را از طریق بهینه‌سازی مدل مقدار تولید اقتصادی (EPQ) ارائه کرده است.^[۸]

۲. استفاده از شاخص‌های قابلیت فرایند برای ایجاد طرح‌های نمونه‌گیری

مطالعه‌ی همزمان نمونه‌گیری پذیرش و قابلیت اطمینان در سیستم‌های k از m ، برای اولین بار توسط گریو و همکاران انجام شد. هدف اصلی مقاله معرفی نمونه‌گیری پذیرش به عنوان ابزاری برای افزایش قابلیت اطمینان سیستم‌های k از m بود و این که می‌توان به جای افزودن جزء به سیستم، با هدف افزایش قابلیت اطمینان، از نمونه‌گیری پذیرش استفاده کرد. در این مقاله فرض شده است که تعداد قطعات معیوب انباشته از توزیع بینم منفی (به عنوان توزیع پیشین) پیروی می‌کند. سپس با تعریف توابع احتمال پسین و احتمال پذیرش انباشته، تابع قابلیت اطمینان و تابع قابلیت اطمینان مورد انتظار استخراج شده و در ادامه با مثال‌های عددی و در نظر گرفتن سیستم‌های مختلف تأثیر هریک از دو روش نمونه‌گیری پذیرش و افزودن جزء به سیستم نشان داده شده است. [۲۶]

سیستم‌های k از m در صنایع هوافضا، هسته‌یی، تسلیحات نظامی، محاسبات و سیستم‌های حمل و نقل کاربرد زیادی دارند. [۲۷] بنابراین بررسی پایایی این سیستم‌ها موضوع مهم و چالش برانگیزی است. با توجه به تأثیر نمونه‌گیری پذیرش بر پایایی سیستم‌های k از m ، می‌توان از ترکیب یک طرح نمونه‌گیری مناسب و روش افزودن جزء به سیستم، برای دست‌یابی به قابلیت اطمینان مورد نظر بهره برد. در سیستم‌های مورد بررسی، k قطعه از m قطعه ($k \leq m$) باید سالم و عملیاتی باشد تا سیستم به خوبی عمل کند.

ریسک تولیدکننده یا خطای نوع اول (احتمال رد یک انباشته‌ی خوب)، احتمال کشف c قطعه‌ی معیوب یا بیشتر در یک نمونه‌ی n تایی با حداقل نسبت قابل قبول اقلام معیوب (AQL) است. ریسک مصرف‌کننده یا خطای نوع ۲ (احتمال پذیرش یک انباشته‌ی بد)، احتمال کشف c قطعه‌ی معیوب یا کمتر در یک نمونه‌ی n تایی است زمانی که نسبت واقعی اقلام معیوب دقیقاً برابر با LQL باشد، و آن حداقل کیفیتی است که مصرف‌کننده نمی‌پذیرد. ریسک تولیدکننده با α و ریسک مصرف‌کننده با β نمایش داده می‌شود. [۲۸]

هدف این مقاله، ارائه‌ی مدلی برای تعیین سناریوی بهینه، به منظور رسیدن به مقدار پایایی هدف است. از آن‌جا که یک مقدار مشخص از قابلیت اطمینان ممکن است در عمل قابل دسترسی نباشد، بازه‌ی برای قابلیت اطمینان می‌توان در نظر گرفت. می‌توان این بازه را تا حدی کوچک انتخاب کرد به طوری که مقادیر مربوط به آن بازه در عمل یکسان باشند. این بازه را می‌توان به «بازه بی‌تفاوتی» تعبیر کرد. حال تمام ترکیب‌هایی از اندازه نمونه برای بازرسی، عدد پذیرش و تعداد جزء را که منتج به مقادیر قابلیت اطمینان در بازه بی‌تفاوتی می‌شوند، به منظور تعیین سناریوی بهینه باید در نظر گرفت و بر اساس هزینه‌ی کل هر سناریو، تصمیم‌گیری کرد.

بیان فرض‌ها و معرفی مدل پیشنهادی به همراه تعاریف مرتبط در بخش دوم، ارائه‌ی یک مثال عددی برای نشان دادن کاربرد مدل و نتایج تحلیل حساسیت در بخش سوم، بحث در مورد طرح‌های $c = 0$ در بخش چهارم و نتیجه‌گیری در بخش پنجم آورده شده است.

۲. معرفی مدل

برای ساخت مدل مورد نظر ابتدا تابع توزیع تعداد قطعات معیوب انباشته، تابع احتمال پذیرش انباشته و تابع توزیع پسین تعداد قطعات معیوب، باید ایجاد شود. پیش از تعریف توابع، لازم است علائم اختصاری مورد نیاز معرفی شود. N اندازه انباشته

پیرن و وو بر اساس شاخص قابلیت فرایند و با توجه به زبان فرایند، طرح نمونه‌گیری متغیر برای فرایندهایی که به شکست‌های PPM نیاز دارند را ارائه کردند. [۹] فلاح‌نژاد و سیفی بر اساس شاخص قابلیت فرایند، طرح نمونه‌گیری گروهی تکراری برای بازرسی متغیرها را ارائه کرده‌اند. [۱۰] همچنین لی و همکاران برای فرایندهایی با توزیع نرمال، بر اساس شاخص قابلیت فرایند طرح نمونه‌گیری گروهی تکراری برای بازرسی متغیرها را ارائه کرده‌اند. [۱۱]

عاریف و همکاران در مطالعاتشان طرح نمونه‌گیری پذیرش برای محصولات مربوط به چند خط تولید مستقل بر اساس آماری $EMWA$ شاخص قابلیت فرایند را ارائه کرده‌اند. [۱۲]

۳. به کارگیری روش تصمیم‌گیری پی در پی برای ایجاد طرح نمونه‌گیری پذیرش

نیایکی و فلاح‌نژاد با استفاده از تفکر بیزی طرح نمونه‌گیری پذیرش جدیدی ارائه دادند که در آن به کمک برنامه‌ریزی پویای احتمالی تابع نرخ تنزیل سیستم را کمینه کرده‌اند و از این طریق طرح بهینه‌ی نمونه‌گیری به دست می‌آید. [۱۳]

۴. استفاده از نمونه‌گیری پیوسته برای ایجاد طرح نمونه‌گیری پذیرش

بورک با استفاده از مجموع طول دنباله‌ی قطعات سالم، طرح نمونه‌گیری پیوسته‌ی ارائه کرده است که به کمک آن می‌توان در مورد بازرسی به منظور نمونه‌گیری یا بازرسی ۱۰۰ درصد تصمیم گرفت. [۱۴]

کلاسین سیستم «نمونه‌گیری مبتنی بر اعتبار» را ارائه کرده که در آن اعتبار تولیدکننده به صورت تعداد قطعات پذیرفته شده از زمان آخرین انباشته‌ی رد شده‌ی تولیدکننده، تعریف شده است. در این سیستم نمونه‌گیری، اندازه نمونه به اندازه انباشته، اعتبار و حد بالای کیفیت خروجی بستگی دارد. در این مقاله نشان داده شده است که اندازه نمونه‌ی بهینه در سیستم «نمونه‌گیری مبتنی بر اعتبار» به مراتب کوچک‌تر از بازرسی عادی است. [۱۵]

۵. نمونه‌گیری پذیرش انباشته به انباشته مورد استفاده در حوزه‌ی کنترل کیفیت برای اهداف بازرسی

اسلام و همکاران برای قطعاتی که طول عمر آنها از توزیع نمایی تعمیم‌یافته پیروی می‌کند، آنان یک طرح نمونه‌گیری ارائه کرده‌اند که در آن، آزمایش‌های بررسی طول عمر پیش از زمان تعیین شده متوقف می‌شود. در این مطالعه کمترین اندازه نمونه‌ی لازم برای دستیابی به یک میانه‌ی عمر، محاسبه شده است. [۱۶] ال‌عماری یک طرح نمونه‌گیری برای توزیع تبدیل شده‌ی معکوس رله در نظر گرفته است که طول عمر پیش از زمان تعیین شده متوقف می‌شود. [۱۷] این حوزه از مطالعات نمونه‌گیری پذیرش، در سال‌های اخیر بسیار مورد توجه پژوهشگران بوده است. [۱۸-۲۳]

۶. روش نمونه‌گیری گروهی تکراری برای ایجاد طرح نمونه‌گیری پذیرش

شرمن نوع جدیدی از طرح نمونه‌گیری برای بازرسی مشخصه‌های کیفیت تحت عنوان «روش نمونه‌گیری گروهی تکراری (RGS)» را ارائه کرده است. [۲۴]

اسلام و همکاران طرح نمونه‌گیری گروهی تکراری برای خصیصه‌ی چند حالتی را ارائه کرده‌اند، با این فرض که طول عمر از توزیع بور نوع XII پیروی می‌کند. [۲۵]

مطالعه‌ی پیش رو به طور مشخص در حوزه‌ی اول، «تعیین طرح بهینه‌ی نمونه‌گیری از طریق کمیته‌سازی تابع زبان» قرار دارد. در این مطالعه تابع زبان به صورت تابع هزینه - شامل هزینه‌ی رد انباشته، هزینه‌ی بازرسی، هزینه‌ی وجود قطعه‌ی معیوب پس از پذیرش، هزینه‌ی از کار افتادن سیستم و هزینه‌ی اضافه شدن جزء به سیستم است.

قطعات معیوب شناسایی شده در فرایند بازرسی نیز با قطعات سالم جایگزین نخواهد شد. این روش نمونه‌گیری «روش مخرب» نام دارد. بر اساس فرض‌های بیان شده، k قطعه‌ی انتخابی از مجموع $(N - n)$ قطعه انتخاب خواهد شد. در این میان تعداد $(y - x)$ قطعه‌ی معیوب و تعداد $(N - n - y + x) = (N - n) - (y - x)$ قطعه‌ی سالم وجود دارد. بنابراین تابع پایایی برای یک سیستم k از m مطابق توزیع فوق هندسی، و طبق رابطه‌ی ۴ تعریف می‌شود:

$$R(y) = \sum_{s=k}^m \frac{\binom{N-n-y+x}{s} \binom{y-x}{m-s}}{\binom{N-n}{m}} \quad (4)$$

گریو و همکاران^[۱۹] با تعریف تابع قابلیت اطمینان و تابع توزیع پسین تعداد قطعات معیوب انباشته، پایایی مورد انتظار را چنین تعریف می‌کنند:

$$E(R(y)) = \sum_{y=0}^N h(y|x \leq c)R(y) \quad (5)$$

از آنجا که $R(y)$ به ازای مقادیر مختلف y محاسبه می‌شود و به اندازه تعداد قطعات معیوب انباشته، مقدار پایایی به دست می‌آید، از پایایی انتظاری به عنوان شاخص پایایی سیستم استفاده خواهد شد. بنابراین به طور خلاصه، فرض‌های مسئله عبارت خواهد بود از:

- تمام قطعات معیوب در فرایند بازرسی قابل شناسایی نیستند.
- n قطعه به صورت تصادفی انتخاب می‌شود.
- قطعات معیوب از توزیع بینم منفی تبعیت می‌کنند.
- روش بازرسی به صورت مخرب است.

بعد از تعریف تابع پایایی، تابع هزینه‌ی کل سیستم باید مشخص شود. هزینه‌ی کل شامل هزینه‌ی رد انباشته، هزینه‌ی بازرسی، هزینه‌ی وجود قطعه‌ی معیوب در سیستم پس از پذیرش انباشته، هزینه‌ی از کار افتادن سیستم و هزینه‌ی اضافه شدن جزء به سیستم است. بنابراین تابع هزینه‌ی کل با استفاده از رابطه‌ی ۶ قابل تعریف است:

$$C_{Total} = B(1 - P\{Accept\}) + C_1 n + C_2 P\{Accept\} \sum_{y=0}^N yh(y|x \leq c) + P\{Accept\}(1 - E(R))A + C_3 m_{plus} \quad (6)$$

که در آن $B(1 - P\{Accept\})$ هزینه‌ی رد انباشته، $C_1 n$ هزینه‌ی بازرسی، $C_2 P\{Accept\} \sum_{y=0}^N yh(y|x \leq c)$ هزینه‌ی وجود قطعه‌ی معیوب پس از پذیرش

انباشته، و $\sum_{y=0}^N yh(y|x \leq c)$ امید ریاضی تعداد قطعات معیوب است. همچنین $P\{Accept\}(1 - E(R))A$ هزینه‌ی از کار افتادن سیستم و $C_3 m_{plus}$ هزینه‌ی اضافه شدن جزء به سیستم (در صورت نیاز) خواهد بود.

چنان‌که پیش‌تر بیان شد، نسبت اقلام معیوب انباشه برای تولیدکننده و مصرف‌کننده AQL و LQL است. بنابراین از آنجا که اساس این مطالعه بر تعداد قطعات معیوب استوار است، ریسک‌های تولیدکننده و مصرف‌کننده نیز بر پایه‌ی تعداد قطعات معیوب تعریف می‌شود. بنابراین محدودیت‌های مسئله عبارت است از:

$$p\{accept\}_{AQL} = P(x \leq n \times AQL) \geq 1 - \alpha \quad (7)$$

$$P\{accept\}_{LQL} = P(x \leq n \times LQL) \leq \beta \quad (8)$$

n تعداد نمونه‌ی بازرسی شده
 y تعداد قطعات معیوب کل انباشته
 x تعداد قطعات معیوب شناسایی شده در فرایند بازرسی
 c عدد پذیرش

C_1 هزینه‌ی بازرسی هر قطعه
 C_2 هزینه‌ی وجود هر قطعه‌ی معیوب پس از پذیرش انباشته
 C_3 هزینه‌ی اضافه شدن جزء به سیستم
 B هزینه‌ی رد انباشته
 A هزینه‌ی از کار افتادن سیستم
 AQL سطح کیفیت قابل قبول
 LQL سطح کیفیت حدی
 α ریسک تولیدکننده
 β ریسک مصرف‌کننده

ابتدا برای تعداد قطعات معیوب انباشته « y »، توزیع مناسبی باید در نظر گرفته شود. تاکنون در مطالعات توزیع‌های گسسته‌ی مختلفی برای تعداد قطعات معیوب انباشته در نظر گرفته شده است. چان و سامیکراست، نشان دادند که توزیع بینم منفی مناسب‌ترین توزیع برای تعداد قطعات معیوب انباشته در بازرسی‌های بیزی است.^[۱۹] بنابراین توزیع پیشین تعداد قطعات معیوب انباشته « $P(y)$ »، توزیع بینم منفی با پارامترهای a و b ، مطابق رابطه‌ی ۱ تعریف می‌شود.

$$P(y) = \frac{\Gamma(y+a)}{\Gamma(y+1)\Gamma(a)} \left(\frac{b}{b+1}\right)^y \left(\frac{1}{b+1}\right)^a \quad (1)$$

تابع مهم دیگری که معرفی می‌شود «تابع تعداد قطعات معیوب شناسایی شده، $P(x)$ » است. این تابع با استفاده از خاصیت توزیع فوق هندسی چنین تعریف می‌شود: در بازرسی n قطعه از انباشته‌ی به حجم N که تعداد y قطعه‌ی معیوب در آن وجود دارد، احتمال وجود x قطعه‌ی معیوب به صورت رابطه‌ی ۲ است:

$$P(x|y = y_0) = \frac{\binom{N-y_0}{n-x} \binom{y_0}{x}}{\binom{N}{n}} \quad (2)$$

با در نظر گرفتن عدد c به عنوان عدد پذیرش، احتمال پذیرش انباشته برابر است با $P\{Accept\} = P(x \leq c)$. احتمال رد انباشته مکمل رابطه‌ی اخیر است و برابر با $P\{Reject\} = 1 - P\{Accept\} = P(x > c)$ خواهد بود. با تعریف توابع $P(x)$ و $P(y)$ ، تابع توزیع پسین تعداد قطعات معیوب قابل محاسبه است. این تابع با شرط پذیرفته شدن انباشته تعریف می‌شود. تابع توزیع پسین تعداد قطعات معیوب طبق رابطه‌ی ۳ تعریف می‌شود:

$$h(y = y_0 | x \leq c) = \frac{p(y = y_0 \cap x \leq c)}{p(x \leq c)} = \frac{\sum_{x=0}^c p(x|y = y_0)p(y = y_0)}{\sum_{y=0}^N \sum_{x=0}^c p(x|y)p(y)} \quad (3)$$

حال پس از تعریف توابع لازم، می‌توان تابع پایایی سیستم را تعریف کرد. پایایی در یک سیستم k از m ، احتمال یافتن حداقل k قطعه‌ی سالم برای استفاده در یک سیستم m قطعه‌ی است. فرض می‌شود که این k قطعه‌ی به صورت کاملاً تصادفی از میان قطعات یک انباشته‌ی پذیرفته شده، انتخاب می‌شود. همچنین فرض می‌شود که قطعات بازرسی شده در صورت پذیرفته شدن انباشته کنار گذاشته می‌شوند و

بررسی تغییر می‌کند. همچنین در سیستم k از m ، کمینه‌ی تعداد جزء $k = 2$ و بیشینه‌ی تعداد جزء $m = 4$ در نظر گرفته می‌شود. بیشترین مقدار عدد پذیرش به عنوان یک سیاست در نمونه‌گیری نیز برابر با $c_{max} = 2$ خواهد بود. بازه‌ی بی‌تفاوتی پایایی نیز به صورت $(0/9, 0/91)$ تعریف می‌شود. با ارضاء محدودیت‌های مسئله (ریسک تولیدکننده و مصرف‌کننده) و در نظر گرفتن بازه‌ی پایایی به عنوان هدف، سناریوهای نشان داده شده در جدول ۱ با استفاده از نرم‌افزار متلب حاصل شده است.

پس از تشکیل سناریوها، حال هزینه‌ی هر سناریو و تأثیر تغییرات متغیرها بر هزینه‌ی کل بررسی می‌شود. جدول ۲ نتایج تحلیل حساسیت متغیرهای هزینه شامل A, C_1, C_2, B و C_3 را نشان می‌دهد. در جدول ۲، مقدار هزینه‌ی کل برای هر سناریو به ازای مقادیر مختلف متغیرهای هزینه ارائه شده است. به طور کلی تعیین سناریوی بهینه به مقدار متغیرها بستگی دارد و با افزایش و کاهش متغیرها، با توجه به نتایج ارائه شده در جدول ۲ یک یا چند سناریو می‌توان به عنوان سناریوی بهینه انتخاب کرد.

از آنجا که متغیر A به طور مستقیم با پایایی سیستم سروکار دارد، تغییرات آن می‌تواند در تعیین سناریوی بهینه نقش مهمی داشته باشد. چنان که در مقادیر پایین این متغیر سناریوی ۴ بهترین حالت است و با افزایش مقدار متغیر A ، ابتدا سناریوی ۱ و در مقادیر بالاتر، سناریوی ۳ به ترتیب بهترین سناریوها خواهند بود. نکته‌ی مهم در تعیین سناریوی بهینه، زمانی که متغیر A مورد بررسی قرار می‌گیرد، هزینه‌ی اضافه شدن جزء به سیستم (C_2) است. چنان که در تحلیل حساسیت مربوط به C_2 نشان داده شده است، با کاهش این هزینه، انتخاب سناریوهای ۲ و ۳ نسبت به سناریوی ۱ توجیه اقتصادی پیدا می‌کند. چنان که در سطر $A = 100000$ در جدول ۲ با در نظر گرفتن $C_2 = 20$ ، سناریوی ۱ چنان که در جدول ۲ نیز نشان

طبق محدودیت‌های فوق، منطقی است که AQL با احتمال بالا و LQL با احتمال پایین پذیرفته شود. بنابراین $P\{accept\}_{AQL}$ باید بزرگ‌تر یا مساوی $1 - \alpha$ باشد؛ همچنین انتظار می‌رود $P\{accept\}_{LQL}$ کوچک‌تر مساوی β باشد. برای نشان دادن کاربرد مدل پیشنهادی، مثالی عددی به همراه نتایج تحلیل حساسیت متغیرها در قسمت بعد آورده شده است.

۳. مثال عددی

تمام نتایج با در نظر گرفتن $a = 2, b = 3$ در توزیع بینم منفی و $AQL = 0/02, LQL = 0/05, \alpha = 0/01, \beta = 0/01$ در محدودیت‌ها محاسبه شده است. مقدار دیگر متغیرها نیز عبارت است از: $N = 100, C_1 = 7, C_2 = 30, C_3 = 20, A = 5000$ و $B = 1000$ ، که مقادیر پایه در محاسبات‌اند. در هر مرحله از تحلیل حساسیت با فرض ثابت ماندن متغیرهای دیگر، تنها متغیر مورد

جدول ۱. سناریوهای مربوط به بازه‌ی پایایی.

سناریو	n_{opt}	c_{opt}	m_{opt}	$E(R)$
۱	۹۳	۰	۲	۰/۹۰۳۶
۲	۹۳	۰	۳	۰/۹۰۵۵
۳	۹۳	۰	۴	۰/۹۰۷۳
۴	۹۶	۱	۲	۰/۹۰۵۱
۵	۹۶	۱	۳	۰/۹۰۷۵
۶	۹۶	۱	۴	۰/۹۰۹۴

جدول ۲. تحلیل حساسیت متغیرهای هزینه برای تعیین سناریوی بهینه.

متغیر	مقدار	سناریو					
		۱	۲	۳	۴	۵	۶
A	۵۰۰۰	۱۶۱۵/۲	۱۶۳۴/۶	۱۶۵۴/۶	۱۵۸۸/۷	۱۶۰۶/۷	۱۶۲۶/۷
	۱۰۰۰۰۰	۲۲۵۲/۲	۲۲۵۹/۰	۲۲۵۶/۸	۳۰۷۵/۹	۳۰۵۶/۶	۳۰۳۷/۳
	۱۰۰۰۰۰۰	۸۲۸۶/۳	۸۱۷۴/۴	۸۰۶۲/۵	۱۷۱۶/۶	۱۶۷۹/۳	۱۶۴۲/۰
C_1	۷	۱۶۱۵/۲	۱۶۳۴/۶	۱۶۵۴/۶	۱۵۸۸/۷	۱۶۰۶/۷	۱۶۲۶/۷
	۲۰	۲۸۲۴/۲	۲۸۴۳/۶	۲۸۵۲/۶	۲۸۳۶/۷	۲۸۵۴/۷	۲۸۷۲/۷
	۴۰	۴۶۸۴/۲	۴۷۰۳/۶	۴۷۲۲/۶	۴۷۵۶/۷	۴۷۷۴/۷	۴۷۹۲/۷
C_2	۳۰	۱۶۱۵/۲	۱۶۳۴/۶	۱۶۵۴/۶	۱۵۸۸/۷	۱۶۰۶/۷	۱۶۲۶/۷
	۳۰۰	۱۶۱۷/۲	۱۶۳۶/۶	۱۶۵۵/۶	۱۶۱۸/۸	۱۶۳۶/۸	۱۶۵۴/۸
	۵۰۰	۱۶۱۸/۸	۱۶۳۸/۱	۱۶۵۷/۱	۱۶۴۱/۱	۱۶۵۹/۱	۱۶۷۸/۱
B	۱۰۰۰	۱۶۱۵/۲	۱۶۳۴/۶	۱۶۵۴/۶	۱۵۸۸/۷	۱۶۰۶/۷	۱۶۲۶/۷
	۷۰۰	۱۳۳۶/۱	۱۳۵۵/۴	۱۳۷۴/۷	۱۳۳۸/۲	۱۳۵۶/۲	۱۳۷۴/۲
	۱۰۰	۷۷۷/۸	۷۹۷/۱	۸۱۸/۴	۸۳۷/۱	۸۵۵/۱	۸۷۳/۱
C_3	۱	۱۶۱۵/۲	۱۶۱۵/۶	۱۶۱۶/۰	۱۵۸۸/۷	۱۵۸۷/۷	۱۵۸۶/۷
	۲۰	۱۶۱۵/۲	۱۶۳۴/۶	۱۶۵۴/۶	۱۵۸۸/۷	۱۶۰۶/۷	۱۶۲۶/۷
	۱۰۰	۱۶۱۵/۲	۱۷۱۴/۶	۱۸۱۴/۰	۱۵۸۸/۷	۱۶۸۶/۷	۱۷۸۴/۷

پذیرش باید در حداقل مقدار خود یعنی $c = 0$ باشد. طرح‌های $c = 0$ مطلوبیت بیشتری برای مصرف‌کننده ایجاد می‌کنند.^[۳۰] بنابراین در صورت نیاز، می‌توان با در نظر گرفتن $c = 0$ به عنوان فرض مسئله، سناریوهای مطلوب را بررسی کرد. در مسئله‌ی فوق با در نظر گرفتن همان مقدار برای بازه پایایی، سناریوهای ۱، ۲ و ۳ را با توجه به مقدار عدد پذیرش آنها، می‌توان مورد بحث قرار داد. به‌طور کلی، در طرح‌های $c = 0$ اندازه نمونه‌ی بهینه کمتر از سایر طرح‌هاست.

۵. نتیجه‌گیری

در این مقاله، مدلی برای تعیین سناریوی بهینه با در نظر گرفتن دو عامل نمونه‌گیری پذیرش و افزونگی اجزاء ارائه شده است. با تعریف توابع مناسب، تابع پایایی سیستم به دست می‌آید. معیار تعیین سناریوی بهینه‌ی تابع هزینه‌ی کل است. این هزینه شامل هزینه‌ی رد انباشته، هزینه‌ی بازرسی، هزینه‌ی وجود قطعه‌ی معیوب، هزینه‌ی از کار افتادن سیستم و هزینه‌ی اضافه شدن جزء به سیستم خواهد بود. بر اساس نتایج تحلیل حساسیت، نسبت $\frac{A}{C_1}$ در تعیین سناریوی بهینه، عاملی مؤثر است به‌طوری که هرچه نسبت $\frac{A}{C_1}$ افزایش یابد، صرفه‌ی اقتصادی اضافه کردن جزء به سیستم بیشتر خواهد شد. با توجه به مقادیر n و c ، سناریوهای ۳ و ۶ را می‌توان به عنوان سناریوی بهینه انتخاب کرد و با کاهش این نسبت سناریوهای ۱ و ۴ می‌توانند بهترین سناریوها باشند. تغییرات سایر متغیرها باعث انتخاب یکی از سناریوهای ۱ یا ۴ می‌شود. با افزایش متغیرهای هزینه‌ی بازرسی (C_1) و هزینه‌ی وجود قطعه‌ی معیوب (C_2)، سناریوی ۱ به عنوان سناریوی بهینه، و با افزایش هزینه‌ی رد انباشته (B)، سناریوی ۴ به عنوان سناریوی بهینه معرفی می‌شود. همچنین با توجه به اهمیت سیستم‌های k از m در برخی از صنایع، طرح‌های $c = 0$ مورد بررسی را قرار گرفت. طبق مثال عددی ارائه شده در تحقیق حاضر، سه سناریوی نخست را می‌توان برای چنین طرح‌هایی در نظر گرفت. با توجه به این که مدل ارائه شده کاملاً جدید است، پیشنهاد ادامه‌ی مطالعه در گستره‌ی تعیین مقادیر بهینه‌ی متغیرهای نمونه‌گیری و تعداد جزء، با فرض تعمیرپذیر بودن سیستم می‌تواند هدف قرار گیرد. همچنین بررسی پایایی، زمانی که شکست قطعات تابعی از زمان باشد، برای ادامه تحقیق پیشنهاد می‌شود.

داده شده، سناریوی بهینه خواهد بود ولی زمانی که $C_2 = 10$ (هزینه‌ی اضافه شدن جزء به سیستم نسبت به حالت پایه کاهش می‌یابد) هزینه‌ی سناریوهای ۲ و ۳ به ترتیب ۲۲۴۹ و ۲۲۴۵/۸ خواهد بود که نسبت به سناریوی ۱ اقتصادی‌ترند و سناریوی ۳ بهینه خواهد بود. طبق این بررسی می‌توان نتیجه‌ی تغییرات متغیرهای A و C_2 را برحسب نسبت این دو متغیر بیان کرد: هرچه نسبت $\frac{A}{C_2}$ افزایش پیدا کند، صرفه‌ی اقتصادی اضافه کردن جزء به سیستم بیشتر می‌شود؛ با توجه به مقادیر n و c ، می‌توان سناریوهای ۳ و ۶ را به عنوان سناریوی بهینه انتخاب کرد. بر همین اساس با کاهش این نسبت و با توجه به مقادیر دیگر، سناریوهای ۱ و ۴ سناریوهای بهینه هستند.

سایر متغیرها در تابع هزینه با اندازه نمونه و عدد پذیرش همراه‌اند و تغییرات آنها باعث انتخاب یکی از سناریوهای ۱ یا ۴ خواهد بود. بر اساس نتایج فوق، با افزایش متغیرهای هزینه‌ی بازرسی (C_1) و هزینه‌ی وجود قطعه‌ی معیوب (C_2)، هزینه‌ی کل سناریوی ۱ کمتر از هزینه‌ی کل سناریوی ۴ می‌شود و به عنوان سناریوی بهینه انتخاب خواهد شد. از طرف دیگر، با افزایش هزینه‌ی رد انباشته (B)، سناریوی ۴ به عنوان سناریوی بهینه معرفی می‌شود. تغییرات همزمان متغیرها نیز بر اساس مدل ارائه شده قابل بررسی است. خلاصه‌ی نتایج تحلیل حساسیت روی متغیرها را در مدل فوق می‌توان چنین بیان کرد:

- با افزایش نسبت $\frac{A}{C_1}$ ، اضافه کردن جزء به سیستم صرفه‌ی اقتصادی پیدا می‌کند.
- با افزایش نسبت $\frac{A}{C_2}$ ، سناریوهایی که افزونگی بیشتری دارند نسبت به سناریوهای با افزونگی کمتر (یا بدون افزونگی)، اقتصادی‌ترند.
- با تغییرات متغیرهای C_1 ، C_2 و B ، سناریوهای بدون افزونگی اجزاء اقتصادی‌تر خواهند بود.

۴. طرح‌های $c = 0$

در برخی از کاربردهای مورد اشاره در مورد سیستم‌های k از m ، از پایایی بسیار بالایی مورد نیاز است؛ برای مثال می‌توان به صنایع هوافضا اشاره کرد. در چنین شرایطی عدد

منابع (References)

1. Donald, P. Brutzman, H. F. and Romig, H. G. "A Virtual World for an Dodge, a method of sampling inspection", *Bell System Technical Journal*, **8**(4), pp. 613-631, (1929).
2. Wetherill, G. B., and Chiu, W. K. A review of acceptance sampling schemes with emphasis on the economic aspect. *International Statistical Review/Revue Internationale de Statistique*, **43**(2), pp. 191-210, (1975).
3. Aslam, M., Niaki, S. T. A., Rasool, M. and Fallahnezhad, M. S. "Decision rule of repetitive acceptance sampling plans assuring percentile life", *Scientia Iranica*, **19**(3), pp. 879-884, (2012).
4. Moskowitz, H. and Tang, K., "Bayesian variables acceptance-sampling plans: quadratic loss function and step-loss function", *Technometrics*, **34**(3), pp. 340-347, (1992).
5. Ferrell, W. G. and Chhoker, A. "Design of economically optimal acceptance sampling plans with inspection error", *Computers & Operations Research*, **29**(10), pp. 1283-1300, (2002).
6. Nezhad, M. S. F. and Nasab, H. H. "Designing a single stage acceptance sampling plan based on the control threshold policy", *International Journal of Industrial Engineering*, **22**(3), pp. 143-150, (2011).
7. Nezhad, M. F. and Nasab, H. H., "A new Bayesian acceptance sampling plan considering inspection errors", *Scientia Iranica*, **19**(6), pp. 1865-1869, (2012).

8. Al-Salamah, M. "Economic production quantity in batch manufacturing with imperfect quality, imperfect inspection, and destructive and non-destructive acceptance sampling in a two-tier market", *Computers & Industrial Engineering*, **93**, pp.275-285. (2016).
9. Pearn, W. L. and Wu, C. W. "Variables sampling plans with PPM fraction of defectives and process loss consideration", *Journal of the Operational Research Society*, **57**(4), pp. 450-459, (2006).
10. Fallah Nezhad, M.S. and Seifi, S. "Repetitive group sampling plan based on the process capability index for the lot acceptance problem", *Journal of Statistical Computation and Simulation*, **87**(1), pp. 29-41, (2017).
11. Lee, A.H., Wu, C.W. and Chen, Y.W., "A modified variables repetitive group sampling plan with the consideration of preceding lots information", *Annals of Operations Research*, **238**(1-2), pp.355-373. (2016).
12. Arif, O.H., Aslam, M. and Jun, C.H. "Acceptance sampling plan for multiple manufacturing lines using EWMA process capability index", *Journal of Advanced Mechanical Design Systems, and Manufacturing*, **11**(1), pp.JAMDSM0004 (2017).
13. Niaki, S. A., and Nezhad, M. F., "Designing an optimum acceptance sampling plan using bayesian inferences and a stochastic dynamic programming approach", *Scientia Iranica Transaction E-Industrial Engineering*, **16**(1), pp. 19-25, (2009).
14. Bourke, P. D. "A continuous sampling plan using sums of conforming lengths", *Quality and Reliability Engineering International*, **19**(1), pp. 53-66, (2003).
15. Klaassen, C. A. J. "Credit in acceptance sampling on attributes. Technometrics", **43**(2), pp. 212-222, (2001).
16. Aslam, M., Kundu, D. and Ahmad, M., "Time truncated acceptance sampling plans for generalized exponential distribution", *Journal of Applied Statistics*, **37**(4), pp. 555-566. (2010).
17. Al-Omari, A.I. "Acceptance Sampling Plans Based on Truncated Lifetime Tests for Transmuted Inverse Rayleigh Distribution", *Economic Quality Control*, **31**(2), pp.85-91. (2016).
18. Baklizi, A. and El Masri, A. E. Q. "Acceptance sampling based on truncated life tests in the Birnbaum Saunders model", *Risk Analysis*, **24**(6), pp. 1453-1457, (2004).
19. Balakrishnan, N., Leiva, V. and Lopez, J., "Leiva Acceptance sampling plans from truncated life tests based on the generalized Birnbaum-Saunders distribution", *Communications in Statistics-Simulation and Computation* **36**(3), pp. 643-656, (2007).
20. Mughal, A. R., Hanif, M., Ahmad, M. and Rehman, A., "Economic reliability acceptance sampling plans from truncated life tests based on the Burr Type XII percentiles", *Pak. J. Commer. Soc. Sci*, **5**(1), pp. 166-176, (2011).
21. Rao, G. S. "An Economic Reliability Test Plan Based on Truncated Life Tests for Marshall-Olkin Extended Weibull Distribution", *International Journal of Mathematics and Computational Science*, **1**(2), pp. 50-54, (2015).
22. Aslam, M., Balamurali, S. and Arif, T. "Improved double acceptance sampling plan based on truncated life test for some popular statistical distributions", *Journal of Statistical Computation and Simulation*, (ahead-of-print), pp. 1-17, (2015).
23. Rao, G.S. "Double acceptance sampling plans based on truncated life tests for the marshall-olkin extended exponential distribution", *Austrian journal of Statistics*, **40**(3), pp.169-176. (2016).
24. Sherman, R. E. "Design and evaluation of a repetitive group sampling plan", *Technometrics*, **7**(1), pp. 11-21, (1965).
25. Aslam, M., Azam, M. and Jun, C.H. "Multiple dependent state repetitive group sampling plan for Burr XII distribution", *Quality Engineering*, **28**(2), pp.231-237. (2016).
26. Graves, S. B., Murphy, D. C., and Ringuest, J. L. "Acceptance sampling and reliability: the tradeoff between component quality and redundancy", *Computers & industrial engineering*, **38**(1), pp. 79-91, (2000).
27. Kuo, W. and Zuo, M. J. Optimal reliability modeling: principles and applications. *John Wiley & Sons* (2003).
28. Graves, S. B., Murphy, D. C. and Ringuest, J. L. "Reevaluating producer's and consumer's risks in acceptance sampling", *Computers & Industrial Engineering*, **30**(2), pp. 171-184. (1996)
29. Chun, Y. H., and Sumichrast, R. T. "Bayesian inspection model with the negative binomial prior in the presence of inspection errors", *European Journal of Operational Research*, **182**(3), pp. 1188-1202. (2007).
30. Squeglia, N. L. Zero acceptance number sampling plans. ASQ Quality Press, (1994)