

بهینه‌سازی تسطیح منابع مشترک در چند شرکت به منظور تولید محصولات با منابع متنوع و با رویکرد نظریه‌ی بازی

مرجان ابراهیم‌زاده* (دانشجوی کارشناسی ارشد)

اشکان حافظ‌الکتاب (استادیار)

علیرضا پریزاده (دانشجوی دکتری)

دانشکده‌ی مهندسی صنایع، دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران جنوب

امروزه می‌توان در مسائل تسطیح منابع با کمک نظریه‌ی بازی‌ها با توجه به ظرفیت منابع و شرایطی که در آن بازیکنان باید تصمیمات راهبردی را اتخاذ کنند، مدل‌های بهینه‌سازی ارائه کرد. در این مقاله به فرایند چندمالکی تولید محصولات با استفاده از منابع مختلف پرداخته شده است. بازیکنان شرکت‌هایی هستند که در تولید محصولات ذی‌نفع‌اند. به‌طور خاص این مقاله با استفاده از نظریه‌ی بازی‌های همکارانه در صدد پاسخ به این سؤال است که چگونه مالکان فرایند می‌توانند با همکاری یکدیگر، بیشترین عایدی و کمترین هزینه را داشته باشند و به موقع بتوانند به تقاضای بازار پاسخ دهند. به‌این منظور ابتدا کمیته‌سازی واریانس منابع مصرفی از میانگین منابع لازم، برای تولید محصول و سپس مقادیر سود اضافی (EU) حاصل محاسبه و در انتها ارزش حاصل از ائتلاف این بازی با روش‌هایی مانند ارزش شپلی و هسته‌ی مرکزی به‌دست آمده است.

marjanabrahimzadeh2015@gmail.com

a_hafez@azad.ac.ir

r.parizad@yahoo.com

واژگان کلیدی: تسطیح منابع، ارزش شپلی، کمیته‌ی هسته، فرایندهای چند

مالکی، نظریه‌ی بازی‌های همکارانه.

۱. مقدمه

در این مقاله یک روش بهینه‌سازی برای تسطیح منابع براساس نظریه‌ی بازی‌ها استفاده شده است؛ هدف ارائه‌ی پیشنهاد بهترین حالت برای به‌کارگیری بهینه‌ی منابع مورد استفاده است تا بتوان با استفاده از کمترین منابع، به بیشترین و مطلوب‌ترین بازدهی دست یافت.

۱.۱. مرور پژوهش‌های پیشین

لوزانو^[۱] در سال ۲۰۱۳ در مقاله‌ی خود با عنوان تخصیص سود ناشی از همکاری با رویکرد نظریه‌ی بازی‌ها به بررسی این نکته پرداخته است که هنگامی که نیاز حمل و نقل از سوی دو یا چند شرکت با هم ادغام شود، حمل و نقل می‌تواند با هزینه‌ی کمتری انجام شود. در این مقاله یک مدل برنامه‌ریزی خطی ارائه شده است که میزان صرفه‌جویی در هزینه‌ها را زمانی که شرکت‌ها با هم ادغام می‌شوند، محاسبه می‌کند. حل این مدل برنامه‌ریزی خطی برای سناریوهای همکاری مختلف این امکان را فراهم می‌سازد تا هم‌افزایی میان شرکای بالقوه‌ی مختلف و در نتیجه شناسایی فرصت‌های همکاری سودآورتر به راحتی صورت پذیرد. از سوی دیگر مشکل صرفه‌جویی در هزینه‌های مشترک با استفاده از رویکرد نظریه‌ی بازی‌ها بررسی می‌شود.

برنامه‌ریزی منابع شامل دو بخش است: تخصیص و تسطیح منابع. تسطیح منابع زمانی به‌کار می‌رود که منابع کافی در دسترس است و هدف کاهش نوسانات در به‌کارگیری منابع است. گسترش روزافزون پروژه‌ها، پیچیدگی مدیریت، و زمان‌بندی فعالیت‌ها با توجه به تأیید و اهمیت منابع در اجرای به موقع فعالیت‌ها و تکمیل پروژه باعث شده است توجه محققان به چگونگی منابع مصرفی در این زمینه معطوف شود. از این رو تسطیح منابع همواره یکی از مسائل مورد توجه در زمینه‌ی مدیریت و کنترل پروژه به‌شمار می‌آید. ولی اکثر تحقیقات در این زمینه در راستای تسطیح مصرف منابع برای اجرای یک پروژه توسط یک شرکت بوده است. در حالی که بسیاری از پروژه‌ها در یک مقطع زمانی توسط چندین شرکت با استفاده از منابع مشترک به صورت هم‌زمان اجرا می‌شوند. به همین منظور موضوعی که در این مقاله مورد ارزیابی قرار گرفته است بررسی حل مسئله‌ی تسطیح منابع در حالت چندشرکتی است. یکی از روش‌های مناسب که می‌توان با آن تسطیح منابع را انجام داد روش نظریه‌ی بازی‌هاست. نظریه‌ی بازی‌ها بر تعارضات و همکاری بین چند بازیکن در حین تعاملات مختلف تمرکز دارد.

* نویسنده مسئول

تاریخ: دریافت ۱۷/۳/۱۳۹۵، اصلاحیه ۷/۲/۱۳۹۶، پذیرش ۷/۲۴/۱۳۹۶.

DOI:10.24200/J65.2019.6808.1559

مختلف برای ذرات با سرعت و موقعیت مختلف به کار می‌رود. زمان و هزینه از ترکیب دو روش PSO/SA محاسبه و سپس با سایر روش‌های موجود مقایسه شده است. بر اساس نتایج حاصل یک روش ابتکاری برای حل مسئله‌ی تسطیح چندمنبع پیشنهاد شده است.

پونز^[۸] در سال ۲۰۱۳ در مقاله‌اش، مسئله‌ی تسطیح منابع متعدد با استفاده از الگوریتم ژنتیک تطبیقی، به این نکته اشاره کرد که مدیریت منابع ضامن انجام پروژه در زمان و هزینه مناسب و با کیفیت تعریف شده است. منابع کم‌یاب در زمان‌بندی پروژه که منجر به پیچیدگی زمان‌بندی می‌شوند، مورد استفاده قرار می‌گیرند. مسئله‌ی تسطیح منابع بیان می‌کند چگونه منابع مصرف‌شده می‌توانند کارآمد باشند. در این مقاله یک الگوریتم ژنتیک برای تسطیح منابع به‌کار گرفته شده است و از توزیع وایبول برای رسیدن به برآورد بهینه‌ی کلی به‌عنوان شرط خاتمه استفاده شده است.

یونیس و ساد^[۹] در سال ۱۹۹۶ در مقاله‌ی که با عنوان تسطیح بهینه‌ی منابع در پروژه‌های چندمنبعی منتشر کردند، روی مسئله‌ی تسطیح منابع تمرکز کردند، آنان معتقد بودند مدل ریاضی می‌تواند پروژه‌های چندمنبعی را حل کند. یک برنامه‌ی توسعه‌یافته‌ی رایانه‌ی در تحلیل مدل به محقق کمک می‌کند. مدل ریاضی ذکرشده مبتنی بر سه مرحله است: محاسبه‌ی نتایج CPM، یافتن نقطه‌ی انعطاف‌پذیری، یافتن حل بهینه (زمان‌بندی بهینه).

عسگری^[۱۰] در تحقیقی با عنوان همکاری پیمان‌کاران جزء در تخصیص منابع مشترک با رویکرد نظریه‌ی بازی، به این نکته اشاره دارد که در مواردی که منابع محدود باشند اهمیت کاهش منابع روزانه به علت محدودیت منابع در رویکرد همکاری افزایش می‌یابد. در این مقاله با ایجاد زمینه‌ی همکاری چند پیمان‌کار در مبادله‌ی منابع مشترک، مسئله‌ی تسطیح به‌صورت یک بازی همکاریانه در نظر گرفته شده و به کمک روش‌های حل ارزش شپلی حل شده و هستک سود حاصل از همکاری بین پیمان‌کاران تقسیم شده است.

حافظ‌الکتب و ماکویی^[۱۱] در سال ۲۰۱۵ در مقاله‌ی با عنوان مسئله‌ی پیشینه‌ی جریان همکاری تحت عدم قطعیت در شبکه‌های لجستیک، به بررسی این نکته پرداخته‌اند که چون پارامترهای شبکه در بسیاری از مسائل واقعی نامشخص است، حفظ جریان پایدار از شبکه به اندازه‌ی عبور جریان پیشینه از شبکه مهم است پس صاحبان شبکه‌ها باید برای حفظ پیشینه‌ی جریان عبوری همکاری و تلاش کنند. در این مقاله یک مدل برنامه‌ریزی ریاضی برای حل مسئله‌ی گراف‌های چندگانه تحت عدم قطعیت ارائه شده و سپس تعدادی از روش‌های همکاری براساس نظریه‌ی بازی‌های بررسی شده است.

قدوسی^[۱۲] در سال ۲۰۱۳ در مقاله‌ی بهینه‌سازی چندحالتی منابع محدود با زمان و هزینه‌ی مجزا در زمان‌بندی پروژه با استفاده از الگوریتم ژنتیک تلاش کرده است که دو عامل مهم در پروژه یعنی زمان و هزینه را بهینه کند. در این مقاله الگوریتم ارائه‌شده زمان شروع را انتخاب می‌کند و بهترین حالت اجرای هر فعالیت را در نظر می‌گیرد به‌گونه‌ی که همه‌ی محدودیت‌ها ارضا شوند. برای حل این مسئله الگوریتم ژنتیک در جست‌وجوی راه‌حل‌های غیرمغلوب برای زمان - هزینه - منابع به‌عنوان سه هدف اصلی است. نتایج حاصل از این تحقیق نشان داده است که افزودن قابلیت تسطیح منابع به تحقیقات قبلی مدل عملی‌تری را فراهم می‌کند.

برای بیان اهمیت مسئله‌ی بازی‌های همکاری می‌توان به تحقیقات انجام‌شده توسط رنسمیر^[۱۳] و پارکر^[۱۴] در دهه‌ی ۱۹۴۰ (در دره تنسی) اشاره کرد. نتایج این تحقیق نشان می‌داد که مثلاً قدرت کشاورزی و تأسیسات برق - آبی وابستگی شدیدی به بازی همکاریانه دارد.

در راستای کمیته‌سازی هزینه‌ها نیز پژوهش‌های ارزشمندی انجام شده است

فریسک و همکارانش^[۱۵] در سال ۲۰۱۰ در مقاله‌ی با عنوان تخصیص هزینه در حمل و نقل مشترک جنگلی به بررسی برنامه‌ریزی حمل و نقل در زنجیره‌ی تأمین چوب در جنگل پرداخته‌اند. این تحقیق به بررسی برنامه‌ی همکاری هشت شرکت جنگلی در جنوب سوئد پرداخته است و هدف از این تحقیق، یافتن پاسخی است برای این سؤال که چگونه هزینه‌ی کل یا پس‌انداز باید بین شرکت‌های همکار توزیع شود. در این مقاله همکاری بر اساس مدل‌های همکاری از جمله ارزش شپلی، هسته، هزینه‌های غیرقابل تفکیک و قیمت سایه بررسی شده است و با استفاده از دو مدل برنامه‌ریزی، ارتباط مستقیم بین عرضه و تقاضا سنجیده شده و توانسته است با روش‌های همکاری شرکت‌ها، به ۱۴٪ صرفه‌جویی در هزینه‌ها نائل شود.

لو^[۱۶] در سال ۲۰۰۰ در تحقیقی با عنوان ارائه‌ی روش ابتکاری چندمعیاره برای بهبود تخصیص منابع در زمان‌بندی چند پروژه، به بررسی این نکته پرداخته است که اگر شرکت‌ها یک استخراج منابع محدود داشته باشند، می‌توانند با استفاده از روش ابتکاری چندمعیاره باعث بهبود در زمان تأخیر پروژه و زمان اسپلیت^۱ پروژه شوند. این مطالعه نشان داده است که روش ذکرشده انعطاف‌پذیری زمان‌بندی پروژه‌ها را نسبت به روش‌های ابتکاری که بر مبنای قوانین کددهی شده‌ی پیشینه‌سازی کل و کمیته‌سازی دیرترین زمان پایان قرار دارند، بهبود می‌بخشد.

کولیناس^[۱۷] در سال ۲۰۱۳ در مقاله‌ی خود با عنوان ارائه‌ی الگوریتم جدید فراابتکاری مبتنی بر TS برای حل مسئله‌ی تسطیح ساخت و ساز با منابع محدود در دسترس معتقد است الگوریتمی مبتنی بر TS وجود دارد که تسطیح منابع پروژه‌هایی را که با محدودیت منابع در طول پروژه مواجه‌اند، انجام می‌دهد. در این روش کافی است با استفاده از بسته‌های نرم‌افزاری تجاری و با تغییر اولویت‌های فعالیت‌ها کنترل فتاوری‌های هوشمند را به دست گرفت.

کولیناس و دو تن از همکارانش^[۱۸] در سال ۲۰۱۴ در مقاله‌ی ارائه‌ی الگوریتم فراابتکاری مبتنی بر بهینه‌سازی انبوه ذرات برای منابع محدود، یک مدل فراابتکاری بهینه‌سازی انبوه ذرات (PSO)^۲ برای حل مسئله‌ی زمان‌بندی پروژه‌های با منابع محدود پیشنهاد می‌دهند. در این مقاله تلاش شده است ابتدا بهینه‌سازی انبوه ذرات توسعه یابد و سپس با RCPSP^۳ کلاسیک تطبیق داده شود. این الگوریتم فراابتکاری از چندین الگوریتم سطح پایین برای تعیین فضای حل تشکیل شده است و زمان‌بندی فعالیت‌ها را بر مبنای اولویت حل هر الگوریتم سطح پایین مشخص می‌کند. رویکرد پیشنهادی مقاله روی مجموعه‌ی از مسائل استاندارد بررسی شده و با سایر رویکردهای بررسی شده در سال‌های قبل مقایسه شده است. نتایج محاسباتی حاکی از اعتبار اثربخشی روش ارائه‌شده دارد.

جنگ^[۱۹] در سال ۲۰۱۱ در مقاله‌ی بهبود الگوریتم بهینه‌سازی کلونی مورچه برای تسطیح منابع غیرخطی، از یک روش فراابتکاری برای حل مسئله‌ی تسطیح منابع غیرخطی استفاده کرده است. وی معتقد است هم‌گرایی زودرس و بهره‌برداری ضعیف از موانع اصلی الگوریتم‌های ابتکاری هستند. در این مقاله از الگوریتم بهینه‌سازی هدایت کلونی مورچه‌ها (DACO)^۴ برای حل مسائل تسطیح منابع و بهبود نرخ هم‌گرایی و کیفیت راه حل برای برنامه‌ریزی واقعی پروژه استفاده شده است.

هاریکا^[۲۰] در سال ۲۰۱۲ میلادی در مقاله‌ی ارائه‌ی یک روش فراابتکاری ترکیبی برای حل مسائل تسطیح چندمنبعی با تقسیم فعالیت‌ها، به بررسی کمیته‌سازی هزینه‌های ناشی از تغییرات بهره‌برداری از منابع و هزینه‌ی فعالیت‌های غیربهره‌برانی پرداخته است. روش فراابتکاری پیشنهادی ترکیبی از روش انبوه ذرات و بازسازی شبیه‌سازی شده است. این روش، زمان‌های نزدیک بهینه را که کمتر از زمان واقعی محاسبه شده‌اند، ایجاد می‌کند. الگوریتم انبوه ذرات بر مبنای سازوکارهای به‌روزرسانی

ندارد. به عبارت دیگر به محض آنکه مازاد منبع در فعالیتی دیده شد آن مقدار مازاد به فعالیت دیگری تخصیص می‌یابد.

- نوع منابع مورد استفاده‌ی شرکت‌های مختلف یکسان است.
- پروژه‌ها از هم مستقل‌اند و فعالیت مشترک ندارند.
- زمان پایان پروژه ثابت است (همه‌ی پروژه‌ها از لحظه‌ی t_1 شروع می‌شوند و تا لحظه‌ی t_n ادامه می‌یابند).
- تعداد شرکت‌ها برای انجام فرایند تسطیح منابع ثابت است.

۲.۲. معرفی مؤلفه‌های مدل

۱.۲.۲. متغیرهای تصمیم

q_{xijt} : میزان منبع i ام مورد نیاز شرکت k ام برای تولید محصول نوع x در لحظه‌ی t ؛
 $E(q_x)_{ik}$: متوسط میزان منبع i ام مورد نیاز شرکت k ام برای تولید محصول نوع x .

۲.۲.۲. پارامترها

S_{ikt} : ظرفیت منبع i ام در شرکت k ام در لحظه‌ی t ؛

x : نوع محصول مورد بررسی؛

T : زمان کل؛

C_m : تعداد اعضای ائتلاف؛

$V(c_m)$: واریانس ائتلاف c_m ؛

N : تعداد کل اعضا؛

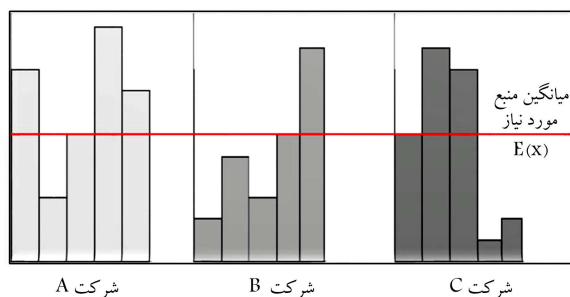
$\vartheta(c/k)$: ارزش ائتلاف c بدون حضور بازیکن k ؛

b_k : مقدار تخصیص یافته به بازیکن k ام.

۳. فرمول بندی مدل

هدف از این برنامه‌ریزی هم‌سطح کردن تقاضاها برای برخی منابع خاص در طول زمان اجرای طرح است که هزینه‌ی نوسان آنها بالاست. مدل‌های تسطیح منابع به این امر می‌پردازند که آیا بدون اینکه زمان پروژه از t_n بیشتر شود می‌توان پروژه‌ها را به‌گونه‌ی انجام داد که نوسانات منابع کمیته شود؛ به‌طور خاص در مسئله‌ی مطرح شده در این مقاله مدل‌های تسطیح منابع برای استفاده‌ی بهینه و افزایش کارایی منابع مشترک مصرفی در شرکت‌هاست.

طرح‌واره‌ی مسئله‌ی که مدل آن فرمول‌بندی می‌شود در شکل ۲ آمده است.



شکل ۲. میزان منابع در اختیار شرکت‌ها (برای هر شرکت، ۵ منبع در نظر گرفته شده) و میزان مورد نیاز منابع برای تولید محصول.

که می‌توان از آن‌ها بهره گرفت؛ از جمله کارستن^[۱۵] و وانگ^[۱۶] در پژوهش‌های جداگانه‌ی موفق شدند با ادغام موجودی قطعات جانبی یک شرکت حمل و نقل با شرکت دیگر، هزینه‌های اضافی را حذف کنند. بدین ترتیب مدیریت موجودی نیز در کمیته‌سازی هزینه‌ی کل بسیار اهمیت دارد.

محققان دیگری مثل اگنتیس و همکاران^[۱۷] در سال ۲۰۰۱ و پاسیفیسی^[۱۸] در سال ۲۰۰۴ در تحقیقات جداگانه‌ی در زمینه‌ی زمان‌بندی چندشرکتی مدلی ریاضی پیشنهاد داده‌اند و در آن مسئله فروشگاهی را بررسی کرده‌اند که دوشرکت مالک آن هستند و برای استفاده‌ی بهینه از منابع موجود با هم رقابت می‌کنند و سعی در بهینه‌سازی تابع هدف دارند. کارهایی نیز در زمینه‌ی تعامل چند شرکت با یک منبع توسط اگنتیس و همکاران^[۱۹] در سال ۲۰۰۹ و چنگ^[۲۰] و یان^[۲۱] در سال‌های ۲۰۰۶ و ۲۰۰۸ انجام شده است. آنها توانستند روش‌های ریاضی دقیقی را با وجود همه‌ی پیچیدگی‌های موجود، استخراج کنند.

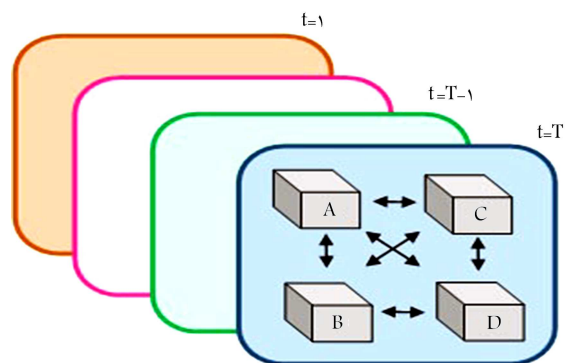
در یک ائتلاف با ارزش فزاینده، همکاری شانه به شانه توأم با رقابت پنهان شکل می‌گیرد. اگرچه در این زمینه مقالات و کتب بسیاری نوشته شده است، تاکنون تحقیقی در زمینه همکاری چند شرکت (در فضای پیوسته) برای تولید محصولات مختلف با استفاده از منابع متعدد و در بازه‌های زمانی خاص انجام نشده است. در این مدل نیازی به اشتراک‌گذاری همه‌ی منابع نیست و این خود به معنی صرفه‌جویی در مصرف منابع موجود (به‌خصوص منابع مصرفی تجدید ناپذیر) است. آنچه نوآوری این مقاله محسوب می‌شود در نظر گرفتن تمام موارد ذکر شده به صورت هم‌زمان در مسئله و مدل‌سازی و حل آن است که در تحقیقات قبلی انجام نشده است.

۲. فرض‌ها و پیش‌نیازها

طرح‌واره‌ی مسئله در شکل ۱ رسم شده است.

۱.۲. فرضیات

- شبکه‌ی اجرای فعالیت‌ها ثابت فرض می‌شود؛ بدین معنا که در طول اجرای پروژه روابط پیش‌نیازی و پس‌نیازی تغییر نمی‌کند.
- زمان اجرای هر فعالیت قطعی و مشخص است.
- در تخصیص منبع مورد نظر، از شرکت A به شرکت B هیچ تأخیر زمانی وجود



شکل ۱. چند شرکت در بازه‌های زمانی مختلف، با تشکیل ائتلاف از منابع مشابه و مشترک برای تولید محصول استفاده می‌کنند.

برای تعیین میزان تخصیص به هر ائتلاف از روش‌های شیلی، هسته‌ی مرکزی، و کمینه‌ی هسته استفاده شده است. نتایج در جدول ۱ آمده است.

برای حل مسئله با استفاده از مدل پیشنهادی این مقاله (روش کمینه‌سازی واریانس)، با توجه به غیرخطی بودن مدل می‌توان از نرم‌افزار متلب برای حل برنامه‌ریزی غیرخطی استفاده کرد. البته روش ساده‌تری نیز برای پیدا کردن جواب بهینه وجود دارد؛ می‌توان با تغییر متغیر، مسئله را به فرم خطی تبدیل کرد و از نرم‌افزارهای حل مسائل خطی مانند لینگو استفاده کرد. در اینجا برای حل مسئله از روش دوم استفاده شده است.

$$\text{Min}V_{(c_m)} = \sum_t \sum_i \left(\bar{d}_{it}^+ + \bar{d}_{it}^- \right) \quad (4)$$

Subject to :

$$\bar{d}_{it}^+ - \bar{d}_{it}^- \cong q_{x_{it}} - E(q_{x_{it}}) \quad (5)$$

$$\sum_{k \in c_m} q_{x_{ikt}} \leq \sum_{k \in c_m} S_{x_{ikt}} \quad \forall t_i \quad \forall i \quad (6)$$

$$E(q_{x_{ik}}) = \frac{\sum_t q_{x_{ikt}}}{T} \quad (7)$$

$$\bar{d}_{it}^+, \bar{d}_{it}^- \geq 0$$

رابطه‌ی ۴ مدل مسئله را در حالت خطی شده نشان می‌دهد. رابطه‌ی ۵ به معرفی تغییر متغیر مسئله می‌پردازد. رابطه‌های ۶ و ۷ نیز همان محدودیت‌های قبلی‌اند و تغییری نکرده‌اند. حال اگر فرض شود بردار B کلیه‌ی مقادیر تخصیص‌یافته به ائتلاف‌ها را نشان دهد و P تعداد کل بازیکنان باشد:

$$\vec{B} = (b_1, b_2, b_3, b_{12}, b_{13}, b_{23}, b_{123}) \quad (8)$$

$$\sum_{i=1}^N b_i \geq \vartheta(p) \quad (9)$$

$$EU(C_m) = \vartheta(c_m) - \sum_{p_i \in c_m} v(p_i) \quad \forall C_m \in P \quad (10)$$

$$\text{Synergy}(C_m) = \frac{EU(C_m)}{\vartheta(C_m)} \quad (11)$$

بر اساس رابطه‌ی ۹، مجموع تخصیص‌یافته به تک‌تک بازیکنان نمی‌تواند از ارزش کسب‌شده‌ی آنان کمتر باشد. در رابطه‌های ۱۰ و ۱۱ نیز مقادیر مطلوبیت اضافی و هم‌افزایی حاصل از ائتلاف محاسبه شده‌اند. مثلاً اگر میزان تخصیصی به هر ائتلاف به شرح زیر باشد با توجه به این روابط می‌توان (جدول ۱) را تکمیل کرد:

$$\vec{B} = (73, 75, 55, 54, 25, 132, 75, 136, 167, 75, 243, 25)$$

اگر بخواهیم برای تعیین حل بهینه از روش هسته‌ی مرکزی استفاده کنیم از آنجا که هسته در واقع مجموعه‌ی تمام تخصیص‌های ائتلاف‌هاست، جایی که هسته تهی نباشد به معنی رسیدن به ثبات است.

$$\text{Core}(0) = \left\{ b \in \vec{B} \mid e(C, \vec{b}) \leq 0, \forall C \subset P \right\} = \left\{ \vec{b} \in B \mid v(c) \leq \sum_{i=1}^N b_i \quad \forall C \subset P \right\} \quad (12)$$

همچنین برای حل به کمک روش کمینه‌ی هسته استفاده از تعریف زیر ضروری

$$\text{Min} V_{(c_m)} = \sum_t \sum_{i \in c_m} \sum_x (q_{x_{it}} - E(q_{x_{it}}))^2 \quad (1)$$

$$\text{subject to : } \sum_{k \in c_m} q_{x_{ikt}} \leq \sum_{k \in c_m} S_{x_{ikt}} \quad (2)$$

$$E(q_{x_{it}}) = \frac{\sum_t q_{x_{it}}}{T} \quad (3)$$

رابطه‌ی شماره‌ی ۱ تابع هدف مسئله را نشان می‌دهد که در آن قصد داریم میزان اختلاف میان منابع موجود و میانگین منابع موردنیاز برای تولید محصول را کمینه کنیم. از آنجا که در برخی موارد ممکن است میزان منابع در دسترس کمتر از میزان منابع مورد نیاز باشد و برعکس، حاصل این عبارت می‌تواند مثبت یا منفی باشد؛ بنابراین در این راستا و برای جلوگیری از خنثی شدن نوسانات مثبت و منفی در مدل، از واریانس استفاده کرده‌ایم و مدل را به صورت غیرخطی نوشته‌ایم. رابطه‌های ۲ و ۳ محدودیت‌های مسئله را بیان می‌کنند. بر اساس محدودیت ۲ میزان منابع مورد استفاده نمی‌تواند از بیشینه‌ی منبع در دسترس بیشتر شود و محدودیت شماره‌ی ۳ نیز نحوه‌ی محاسبه‌ی میانگین منابع مورد استفاده را بیان می‌کند.

در مسئله‌ی تخصیص کمی منابع، با توجه به اینکه در صورت همکاری بین طرفین، مجموع سود بالاتری حاصل می‌شود و در نتیجه سود هر بازیکن نیز بالاتر می‌رود، نظریه‌ی بازی‌ها دارای کاربرد مناسبی است.

n شرکت در رویکرد نظریه‌ی بازی‌ها، معادل n بازیکن در تخصیص منابع مورد نظر در این تحقیق است. برای پیدا کردن بهترین تخصیص منابع به این بازیکن‌ها از میان استراتژی‌های موجود در نظریه‌ی بازی‌ها از استراتژی همکارانه استفاده می‌شود. یکی از مسائل مهم در نظریه‌ی بازی‌ها یافتن روشی مناسب برای تخصیص سود ناشی از همکاری است. از میان روش‌های مختلفی که توسط محققان پیشنهاد شده است روش‌های هسته‌ی مرکزی، شیلی، و ارزش‌ناو مناسب به نظر می‌رسند. این روش‌ها مقدار مشخصی از سود را به نسبت میزان تأثیرگذاری بازیکن در رسیدن به هدف بازی، در ائتلاف‌های مختلف به هر بازیکن تخصیص می‌دهند.

با توجه به وجود n بازیکن در این مسئله تعداد کل ائتلاف‌های قابل تشکیل 2^n ائتلاف است که شامل ائتلاف‌های انفرادی، دو عضوی، سه عضوی، ...، n عضوی، و مجموعه تهی است. باید توجه داشت هر ائتلاف محدودیت‌هایی را به مدل اضافه می‌کند. در هر یک از این روش‌ها همه‌ی تخصیص‌های ممکن که همه‌ی بازیکنان حاضر به پذیرش آن هستند، به دست می‌آید. این روش‌ها برای تخصیص مورد قبول همه‌ی بازیکنان دو معیار را ارضا می‌کنند: الف) ارزش کسب‌شده از ائتلاف نباید کمتر از مجموع ارزش کسب‌شده‌ی تک‌تک بازیکنان باشد. ب) ارزش کسب‌شده در ائتلاف همه‌ی اعضا با هم نباید کمتر از مجموع ارزش کسب‌شده‌ی تک‌تک بازیکنان باشد. بیان ریاضی شروط ذکرشده به صورت زیر است:

$$Z_1 \geq v(1)$$

$$Z_2 \geq v(2)$$

:

$$Z_n \geq v(n)$$

$$Z_1 + Z_2 \geq v(1, 2)$$

:

$$Z_{n-1} + Z_n \geq v(n-1, n)$$

:

$$Z_{n-1} + \dots + Z_n = v(1, 2, \dots, n)$$

جدول ۱. مقدار بهینه‌ی ارزش و میانگین هر ائتلاف.

| ائتلاف | ارایانس ائتلاف | میانگین منبع | | | | ارزش کسب شده | میزان عایدی اضافی حاصل از ائتلاف | میزان هم‌افزایی ائتلاف |
|-----------|-------------------|--------------|---|----|------|-----------------|-------------------------------------|---------------------------|
| | | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | | | |
| C_1 | ۷۳,۷۵ | ۳ | ۱ | ۵ | ۱,۷۵ | ۷۳,۷۵ | ۰ | |
| C_2 | ۵۵ | ۲ | ۱ | ۴ | ۱ | ۵۵ | ۰ | |
| C_3 | ۵۴,۲۵ | ۴ | ۲ | ۳ | ۰,۲۵ | ۵۴,۲۵ | ۰ | |
| C_{12} | ۱۳۲,۷۵ | ۹ | ۴ | ۶ | ۲,۷۵ | ۱۳۲,۷۵ | ۰,۳۰ | |
| C_{13} | ۱۳۶ | ۱۱ | ۳ | ۷ | ۲ | ۱۳۶ | ۰,۰۵۸ | |
| C_{23} | ۱۶۷,۷۵ | ۱۲ | ۴ | ۱۰ | ۱,۷۵ | ۱۶۷,۷۵ | ۰,۳۴۹ | |
| C_{123} | ۲۴۰ | ۱۶ | ۵ | ۱۵ | ۳,۲۵ | ۲۴۰ | ۰,۲۴۸ | |

جدول ۲. مقدار بهینه‌ی ارزش هر ائتلاف با روش‌های مختلف.

| ائتلاف | ارزش شپلی | ارزش تاو | هسته‌ی مرکزی | کمینه‌ی هسته | روش مطلوبیت برابر |
|---------------------|-----------|----------|--------------|--------------|-------------------|
| تک عضو | ۷۶,۳۳۳ | ۷۴,۶۴۰ | ۷۴,۶۳۰ | ۷۵,۵۰ | ۷۵,۵۰ |
| پایداری/عدم پایداری | پایداری | پایداری | پایداری | پایداری | پایداری |
| دو عضو | ۸۲,۸۳۳ | ۸۲,۶۸۰ | ۸۲,۶۸۴ | ۱۰۷,۲۵ | ۸۴,۴۵۰ |
| پایداری/عدم پایداری | پایداری | پایداری | پایداری | پایداری | پایداری |
| سه عضو | ۸۴,۰۸۳ | ۸۵,۹۳۰ | ۸۵,۹۳۴ | ۶۰,۵۰ | ۸۳,۲۹۹ |
| پایداری/عدم پایداری | پایداری | پایداری | پایداری | پایداری | پایداری |

است:

$$Core(\varepsilon) = \left\{ \vec{b} \in \vec{B} \mid e(C, \vec{b}) \leq \varepsilon, \forall C \subset P; C \neq P, C \neq \phi \right\} \quad (13)$$

در واقع روش کمینه‌ی هسته به کمینه‌سازی بیشینه‌ی هسته می‌پردازد. از آنجا که روش هسته ممکن است نتواند یک نقطه‌ی منحصر به فرد را به عنوان عایدی حاصل از ائتلاف بازیکن نام شناسایی کند، اولین نقطه‌ی غیر تهی را تخصیص می‌دهد.

بنابراین اگر به جای مقدار (۰) در رابطه‌ی ۱۲، مقدار خیلی کوچکی (ε) قرار دهیم، با کمینه‌کردن عبارت حاصل فضای هسته به‌طور پیوسته از مرزهای فضای جواب فاصله می‌گیرد تا به یک نقطه برسد. به عبارت دیگر با این کار می‌خواهیم میزان ناخشنودی بازیکنان را از حضور در ائتلاف مورد نظر کمینه کنیم. از آنجا که عبارت تحت تابع کمینه‌سازی عبارتی خطی است، می‌توان برای حل از نرم‌افزار لینگو استفاده کرد.

$$\begin{aligned} & \text{Min } \varepsilon \\ & \text{s.t. } e(C, \vec{b}) = v(C) - \sum_{i \in C} b_i \leq \varepsilon \quad \forall C \in P, C \neq P \end{aligned} \quad (14)$$

روش شپلی نیز با توجه به اینکه ائتلاف مورد بررسی متشکل از کدام بازیکنان است می‌تواند مقدار بهینه‌ی تخصیص عایدی را محاسبه کند.

$$\varphi_i = \frac{\left[\sum_{i \in c_m} (C-1)! (N-C)! \right] [\vartheta(c) - \vartheta(c \setminus i)]}{N!} \quad (15)$$

در رابطه‌ی ۱۵ مقدار φ_i محاسبه‌شده همان مقدار تخصیص‌یافته به بازیکن نام با استفاده از روش شپلی است (b_i).

در جدول ۲ مقادیر بهینه‌ی محاسبه‌شده را می‌توان مشاهده کرد. لازم به توضیح است که روابط مطلوبیت برابر و کمینه‌ی هسته به صورت خطی نوشته شده و جواب نهایی با کمک نرم‌افزار لینگو به دست آمده است. جواب بهینه‌ی سایر روش‌های ذکر شده در جدول ۲، با توجه به روابط موجود به کمک جعبه‌ابزارهای^۵ نرم‌افزار متلب حاصل شده است.

Min Z

subject to:

$$Z \geq \frac{b_i}{v(i)} - \frac{b_k}{v(k)} \quad \forall i, k \in P \quad (16)$$

$$\sum_{i \in C} b_i = v(p) \quad (17)$$

این رابطه‌ها برای کمینه‌سازی بیشینه‌ی اختلاف بین مطلوبیت دوه‌دوی بازیکنان (EUM)^۶ استفاده می‌شود. رابطه‌ی ۱۶ مطلوبیت‌های مختلف را بین بازیکنان دوه‌دو برقرار می‌کند به طوری که اندازه‌ی این مطلوبیت از بیشینه‌ی اختلافی که در تابع هدف تحت تابع کمینه‌سازی قرار می‌گیرد، بیشتر نشود. در رابطه‌ی ۱۷ مجموع مطلوبیت‌های تخصیص‌یافته‌ی بازیکنان باید با ارزش کسب‌شده توسط آن بازیکنان برابر باشد.

مقدار تخصیص‌یافته به بازیکنان و هسته‌ی حاصل از این تخصیص در شکل ۳ مشخص شده است. این شکل به کمک نرم‌افزار متلب رسم شده است.

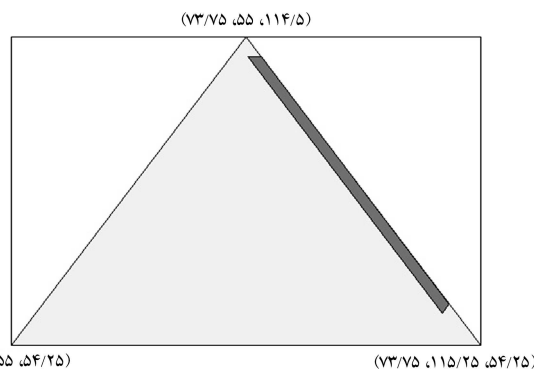
۴. نتیجه‌گیری

از آنجا که مدیریت صحیح در تأمین منابع می‌تواند معیار تأثیرگذاری در کاهش هزینه‌های هر شرکت باشد، برای پیش‌گیری از تحمیل هزینه‌های گزاف به شرکت‌ها

مدل مسئله در پی دست‌یابی به کمیته‌ی اختلاف بین نرخ منابع موجود و منابع مطلوب، کمیته‌سازی اختلاف بین تسطیح منابع در هر مرحله نسبت به مرحله‌ی قبل ارائه شده است. این مقاله به دنبال دست‌یابی به اهداف کلی نظیر بهبود میل به همکاری در میان شرکت‌ها، بهبود پتانسیل کاری در سطح کلان، و اهداف جزئی همچون افزایش نرخ بهره‌وری، افزایش انگیزه‌ی کاری، افزایش سود حاصل، کاهش هزینه‌ها، کاهش مصرف منابع تجدیدناپذیر، به اشتراک‌گذاری دانش فنی بین شرکت‌ها بوده است و برای بررسی دست‌یابی به این اهداف چندین روش نظیر ارزش شپلی، هسته‌ی مرکزی، کمیته‌ی هسته، ارزش تاو، روش مطلوبیت برابر (EUM)، در یک مثال عددی استفاده شده است.

در مورد تحدب فضای مورد بررسی نیز همان‌گونه که می‌دانیم زمانی فضای بازی همکارانه محدب است که فضای هسته درون فضای حاصل از همکاری سه بازیکن محیط باشد. بنابراین در مثال ارائه‌شده‌ی این مقاله همان‌گونه که از شکل ۳ مشخص است می‌توان نتیجه گرفت که این بازی محدب نیست.

تبدیل مدل ارائه‌شده در این مقاله به مدلی احتمالی و غیرقطعی، بررسی میزان رضایت و پایداری افراد از حضور در ائتلاف با روش‌های دیگری مانند روش گاتلی^۷، و مقایسه‌ی نتایج حاصل با نتیجه‌ی به‌دست‌آمده در مقاله‌ی حاضر پیشنهادی است که برای تحقیقات آتی در این زمینه ارائه می‌شود.



شکل ۳. هسته در حالت ائتلاف با سه بازیکن.

و متعاقباً کاهش سود ناشی از آن شرکت‌های هم‌سطح می‌توانند با ایجاد روابط همکارانه و سهیم‌شدن در منابع مورد نیاز یکدیگر برای دست‌یابی به یک هدف تلاش کنند و همان‌گونه که در مدل ارائه‌شده این مقاله و نتایج نمایان است با بازی همکارانه و مبادله‌ی منابع مشترک اصل جمع‌پذیری رعایت شده است و بازیکنان این امکان را دارند که با مشارکت در ائتلاف‌های بزرگ‌تر عایدی بیشتری به‌دست آورند.

پانوشته‌ها

1. Split
2. particle swarm optimization
3. resource-constrained project scheduling problem
4. direction ant colony optimization
5. toolbox
6. equal utility method
7. Gatly

منابع (References)

1. Lozano, S., Moreno, P., Adenso-Díaz, B. and et al. "Co-operative game theory approach to allocating benefits of horizontal cooperation", *European Journal of Operational Research*, **229**, pp. 444-452 (2013).
2. Frisk, M., Göthe-Lundgren, C., Jörnsten, K. and et al. "Cost allocation in collaborative forest transportation", *European Journal of Operational Research*, **205**, pp. 448-458 (2010).
3. Lova, A., Maroto, C. and Tormos, P. "A multicriteria heuristic method to improve resource allocation in multiproject scheduling", *European Journal of Operational Research*, **127**, p. 408-424 (2000).
4. Koulinas, G.K. and Anagnostopoulos, K.P. "A new tabu search-based hyper-heuristic algorithm for solving construction leveling problems with limited resource availabilities", *Automation in Construction*, **31**, pp. 169-175 (2013).
5. Koulinas, G., Kotsikas, L. and Anagnostopoulos, K. "A particle swarm optimization based hyper-heuristic algorithm for the classic resource constrained project scheduling problem", *Information Sciences*, **277**, pp. 680-693 (2014).
6. Genga, J., Wengb, L. and Liu, S. "An improved ant colony optimization algorithm for nonlinear resource-leveling problems", *Computers and Mathematics with Applications*, **61**, pp. 2300-2305 (2011).
7. Hariga, M. and Alsayegh, H. "Hybrid meta-heuristic methods for the multi-resource leveling problem with activity splitting", *Automation in Construction*, **27**, pp. 89-98 (2012).
8. Ponz-Tienda, J.L., Yepes, V., Pellicer, E. and Moreno-Flores, J. "The resource leveling problem with multiple resources using an adaptive genetic algorithm", *Automation in Construction*, **29**, pp. 161-172 (2013).
9. Younis, M.A. and Saad, B. "Optimal resource leveling of multi-resource projects", *Computers ind. Engng*, **31**(1/2), pp. 1-4 (1996).
10. Asgari, M. and Afshar, A. "The allocation of resource among the contractors working in collaboration with cooperative game theory approach", *Paper Fourth International Conference on Project Management* (2009). <http://www.civilica.com/paper-IPMC04-IPMC04-056.html>
11. Hafezalkotob, A. and Makui, A. "Cooperative maximum-flow problem under uncertainty in 4 logistic networks", *Applied Mathematics and Computation*, **250**, pp. 593-604 (2015).

12. Ghoddousi, P., Eshtehardian, E., Jooybanpour, Sh. and et al. "Multi-mode resource-constrained discrete time-cost-resource optimization in project scheduling using non-dominated sorting genetic algorithm", *Automation in Construction*, **30**, pp. 216-227 (2013).
13. Ransmeier, J.S., *The Tennessee Valley Authority: A Case Study in the Economics of Multiple Purpose Stream Planning*, Vanderbilt University Press First Edition (1942).
14. Parker, T. "Allocation of the Tennessee Valley Authority project", *Transactions of the American Society of Civil Engineering*, **108**, pp. 174-187 (1943).
15. Karsten, F. and Basten, R., *Spare Parts Inventory Pooling: How to Share the Benefits?*, Beta Research School for Operations Management and Logistics, (372), 50 pp. (2012).
16. Wong, H., Van Houtum, G.J., Cattrysse, D. and Van Oudheusden, D. "Multi-item spare parts systems with lateral transshipments and waiting time constraints", *European Journal of Operational Research*, **171**, pp. 1071-1093 (2006).
17. Agnetis, A., Mirchandani, P.B., Pacciarelli, D. and et al. "Job shop scheduling with two jobs no regular objective function", *INFOR*, **39**(3), pp. 227-244 (2001).
18. Pacific, A., Agnetis, A., Mirchandani, P.B. and et al. "Scheduling problems with two competing agents", *Operations Research*, **52**(2), pp. 229-242 (2004).
19. Agnetis, A., Pascale, G. and Pacciarelli, D. "A lagrangian approach to single machine scheduling problems with two competing agents", *Journal of Scheduling*, **12**(4), pp. 401-415 (2009).
20. Cheng, T., Ng, C. and Yuan, J. "Multi-agent scheduling on a single machine to minimize total weighted number of tardy jobs", *Theoretical Computer Science*, **362**(1-3), pp. 273-281 (2006).
21. Yuan, J., Cheng, T. and Ng, C. "Multi-agent scheduling on a single machine with max-form criteria", *European Journal of Operational Research*, **188**(2), pp. 603-609 (2008).