

تنظیم و کالیبراسیون مدل‌های پیچیده‌ی رایانه‌ی با رویکرد مهندسی - آماری مطالعه‌ی موردی: ماشین کاری به کمک لیزر

Original Article

زینب خلیج (دانشجوی دکتری)

عبداله آقایی* (استاد)

یاسر صهییمی (استادیار)

دانشکده‌ی مهندسی صنایع، دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی

در دنیای واقعی عدم قطعیت‌های زیادی وجود دارد. این عدم قطعیت‌ها، به دشواری و عدم اطمینان، در انجام پیش‌بینی‌های مدیریتی می‌انجامند. برای فائق آمدن به این مشکل، یک مدل از سیستم مورد مطالعه طراحی و ساخته می‌شود. در مدل‌سازی رویکردهای گوناگونی در نظر گرفته می‌شوند. مدل‌سازی بر مبنای قوانین حاکم بر سیستم یا به عبارتی مدل مهندسی یکی از قدیمی‌ترین رویکردهای به کار گرفته شده می‌باشد. رویکرد دیگر مورد استفاده، بهره‌گیری از روش‌های آماری برای ارائه‌ی مدل یا مدل‌های آماری است. مدل ایجاد شده از تلفیق این دو رویکرد، با عنوان مدل مهندسی - آماری معرفی شده است. در این نوشتار، روشی برای ایجاد یک مدل مهندسی - آماری پیشنهاد می‌شود. سپس، از رویکرد معرفی شده، برای حل یک مسئله‌ی حقیقی بهره گرفته خواهد شد. در ادامه، این روش با رویکردهای به کار گرفته شده در پژوهش‌های پیشین مقایسه می‌شود.

واژگان کلیدی: سنجش عدم قطعیت، کالیبراسیون مدل، تنظیم پارامتر، مدل مهندسی - آماری، ماشین کاری به کمک لیزر.

۱. مقدمه

در سال‌های اخیر، رویکرد مهندسی - آماری مورد استفاده قرار گرفته است. در این رویکرد، یک مدل مهندسی اولیه در نظر گرفته می‌شود. با نمونه‌گیری از سیستم مورد مطالعه و به کارگیری روش‌های آماری، این مدل کالیبره شده، و مغایرت بین مدل و سیستم مورد بررسی کاهش می‌یابد. این مدل‌ها تعبیر فیزیکی مدل مهندسی را حفظ می‌کنند و دارای دقت بیشتری نسبت به مدل مهندسی اولیه هستند. بنابراین، نقاط قوت هر دو مدل مهندسی و آماری را در بردارند. در جدول ۳، کارهای انجام شده در این زمینه را شرح داده‌ایم.

در این نوشتار، از یک رویکرد مهندسی - آماری برای حل مسئله ماشین کاری به کمک لیزر بهره گرفته شده است. در ادامه، در بخش ۲ و ۳، رویکرد مهندسی - آماری و مسئله‌ی ماشین کاری به کمک لیزر را بیان می‌کنیم. روش مورد استفاده را در بخش چهارم شرح می‌دهیم و در بخش پنجم از آن برای حل مسئله ماشین کاری به کمک لیزر استفاده می‌کنیم.

در سیستم‌های دنیای واقعی، غالباً با عدم قطعیت درگیر هستیم. به منظور مدل‌سازی این عدم قطعیت، تاکنون اقدامات گوناگونی صورت پذیرفته است. رویکردهایی که در این زمینه به کار گرفته شده‌اند، به سه دسته تقسیم می‌شوند: رویکردهای مهندسی، رویکردهای آماری، و رویکردهای مهندسی - آماری. در ادامه، بر هر یک از این رویکردها، مروری خواهیم داشت. رویکردهای مهندسی، با تکیه بر اصول مهندسی و فیزیک مدل را ایجاد می‌کنند. مدل مهندسی ایجاد شده با این رویکردها، دارای تعبیر فیزیکی مناسبی است. این مدل‌ها، به علت فرضیات ساده‌سازی که در نظر گرفته می‌شوند، مدل‌های دقیقی نیستند. برای رفع مغایرت مدل مهندسی و داده‌های واقعی باید تک‌تک فرضیات را بررسی کرد، که کاری زمان‌بر است. در جدول ۱ پیشینه‌ی رویکرد مهندسی بررسی شده است. رویکردهای آماری، با روش‌های آماری، از سیستم مورد مطالعه نمونه‌گیری انجام می‌دهند، مدل آماری مناسب نمونه‌گیری را ایجاد می‌کنند. این مدل، در بازه‌ی نمونه‌ی مورد مطالعه، جواب مناسبی دارد؛ اما در خارج از این بازه، پاسخ‌گو نیست. پس، این مدل‌ها تعبیر فیزیکی مناسبی ندارند؛ اما در بازه‌ی مورد مطالعه دقیق‌ترند. پیشینه‌ی این رویکرد، در جدول ۲ آورده شده است.

* نویسنده مسئول

تاریخ: دریافت ۱۳۹۶/۶/۲۷، اصلاحیه ۱۳۹۶/۱۱/۲۱، پذیرش ۱۳۹۶/۱۱/۲۹

DOI:10.2400/J65.2019.7227.1767

۲. رویکرد مهندسی - آماری

در این بخش، رویکرد مهندسی - آماری مورد مطالعه قرار گرفته است. جزئیات

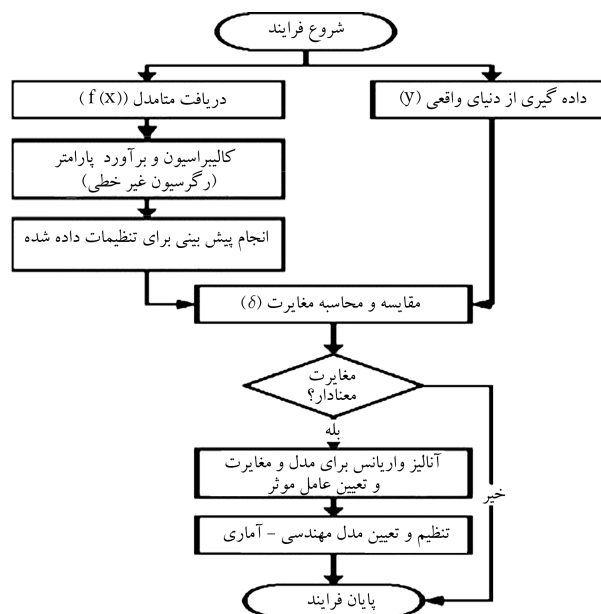
جدول ۱. پژوهش‌های پیشین درباره‌ی رویکرد مهندسی.

نویسندگان	سال انتشار	رویکرد به کار گرفته شده
الایر ^۱	۲۰۰۷	آنالیز عددی
نوگدال ^۲ و رایت ^۳	۲۰۰۶	و بهینه‌سازی
زابو ^۴	۱۹۹۰	المان محدود
ماتلین ^۵ و حسینی ^۴	۲۰۰۳	روش‌های
سینگ ^۶ و ملکوت ^۷	۲۰۰۹	محاسباتی حل
و پسا ^۸ و همکاران ^۶	۲۰۰۶	مسئله‌ی المان
استیکار ^۹ و چاپینگر ^۷	۲۰۱۴	محدود
پالومبو ^{۱۱} و همکاران ^۸	۲۰۱۵	روش‌های محاسباتی حل
فانز ^{۱۲} و همکاران ^۹	۲۰۱۷	مسئله‌ی المان محدود
کوتزی ^{۱۳}	۲۰۱۷	المان گسسته
Wright ^۳	Nocedal ^{۲۰}	Allaire ^{۱۰}
Singh ^۶	Mathelin ^۵	Szabo ^۴
Stickler ^۹	Vepso ^۸	Melkote ^۷
Faes ^{۱۲}	Palumbo ^{۱۱}	Schachinger ^{۱۰}
Coetzee ^{۱۳}		

جدول ۲. درجا پژوهش‌های پیشین درباره‌ی رویکرد آماری.

نویسندگان	سال انتشار	رویکرد به کار گرفته شده
سنا ^{۱۴} و سیواپوله ^{۱۵}	۲۰۰۲	استنباط آماری
روسوس ^{۱۶}	۲۰۱۴	
برنت ^{۱۷}	۲۰۱۴	بیشترین درست‌نمایی؛ مونت کارلو؛ رگرسیون
زیو ^{۱۸}	۲۰۱۳	مونت کارلو
هو ^{۱۹} و همکاران ^{۱۵}	۲۰۱۷	
کندی ^{۲۰} و اوهاگان ^{۲۱}	۲۰۰۱	
روشن ^{۲۲} و ملکوت ^{۱۷}	۲۰۰۸	
پارک ^{۲۳} و گراندی ^{۲۴}	۲۰۱۴	
کایادا ^{۲۵} و گلدستین ^{۲۶}	۲۰۱۵	
سانکارارامان ^{۲۷} و ماهادوان ^{۲۸}	۲۰۱۵	رویکرد بیزین؛ مونت کارلو؛ شبیه‌سازی گاوسی
پروس ^{۲۹} و توسن ^{۳۰}	۲۰۱۷	
یراتا پالی ^{۳۱} و همکاران ^{۲۷}	۲۰۱۷	روش دلفی توسعه‌یافته‌ی فازی برای تنظیم
لوناردون ^{۳۲} و رونچتی ^{۳۳}	۲۰۱۴	
رید ^{۳۴}	۲۰۱۵	استنباط درست‌نمایی
آزیمونتی ^{۳۵} و همکاران ^{۲۵}	۲۰۱۵	
دورو ^{۳۶} و همکاران ^{۲۶}	۲۰۱۲	
دانگ و همکاران ^{۳۷}	۲۰۰۸	
ابدن ^{۳۸}	۲۰۰۸	
نیل ^{۳۹}	۱۹۹۸	فرایند گاوسی
سایکومار ^{۴۰} و همکاران ^{۳۰}	۲۰۱۷	
رسپ ^{۳۱}	۲۰۱۷	اعتبار سنجی مدل
زافورا ^{۴۲}	۲۰۱۷	

۱۴. Sena	۱۵. Silvapulle	۱۶. Silvapulle
۱۷. Brandt	۱۸. Zio	۱۹. Hou
۲۰. Kennedy	۲۱. O'Hagan	۲۲. Roshan
۲۳. Park	۲۴. Grandhi	۲۵. Caiado
۲۶. Goldstein	۲۷. Sankararaman	۲۸. Mahadevan
۲۹. Preuss	۳۰. Toussaint	۳۱. Yeratapally
۳۲. Lunardon	۳۳. Ronchetti	۳۴. Reid
۳۵. Azzimonti	۳۶. Duru	۳۷. Dong
۳۸. Ebden	۳۹. Neal	۴۰. Saikumar
	۴۱. Recep	۴۲. Zaffora



شکل ۱. فرایند ایجاد مدل مهندسی - آماری.

این رویکرد در شکل ۱ آورده شده است. در این رویکرد، ابتدا یک مدل مهندسی برای سیستم مورد مطالعه در نظر گرفته می‌شود. ایجاد این مدل، دغدغه‌ی ما نبوده است و برای مسائل مورد بررسی، مدل مهندسی از پژوهش‌های پیشین مسئله گرفته می‌شود. در صورت نیاز برای این مدل یک مدل جایگزین در نظر گرفته می‌شود. با انجام طراحی آزمایش‌ها و گرفتن داده‌های واقعی، مغایرت بین پیش‌بینی مدل و مقادیر واقعی (اریبی) محاسبه و مقادیر پارامترهای ناشناخته تعیین می‌شوند (کالیبراسیون). در صورتی‌که اریبی معنادار باشد، با رویکردهای آماری مدل‌سازی و عوامل مؤثر در این مغایرت تعیین می‌شوند. با

جدول ۳. مروری بر ادبیات مهندسی - آماری.

نویسندگان	سال انتشار	رویکرد به کار گرفته شده
یان [۳۹]	۲۰۱۴	
یان و همکاران [۳۴]	۲۰۱۵	المان محدود رویکرد بیزین؛ فرایند گاوسی
روشن و یان [۳۵]	۲۰۱۵	
شیخی و سقایی [۳۶]	۲۰۱۷	دینامیک سیالات محاسباتی ^{۴۰} رویکرد بیزین؛ فرایند گاوسی
Yan ^{۳۹}		CFD ^{۴۰}

در نظر گرفتن این عوامل، مدل به روزرسانی می شود تا خطای کمتری داشته باشد (تنظیم).

فرض کنید y خروجی سیستم و $x = (x_1, \dots, x_p)'$ متغیرهای ورودی سیستم، $f(x, \eta)$ مدل مهندسی و $\eta = (\eta_1, \dots, \eta_q)'$ پارامترهای کالیبراسیون باشند، مدل کندی و اوهاگان^[۱۶] عبارت است از:

$$y = \rho f(x, \eta) + \delta(x_i) + \epsilon, \quad (۱)$$

ρ پارامتر مقیاس، $\delta(x_i)$ اریبی مدل (تابع مغایرت) و $\epsilon \sim N(0, \sigma^2)$ خطای تصادفی هستند.

$$\delta(x) \sim GP(h(x)'\mu, \tau^2 R(\cdot)) \quad (۲)$$

که $h(x) = (h_0(x), \dots, h_l(x))'$ مجموعه‌ی از توابع ناشناخته، و $\mu = (\mu_0, \dots, \mu_l)'$ مجموعه‌ی از پارامترهای ناشناخته‌ی رگرسیون هستند. همچنین تابع کوواریانس تعریف شده است:

$$cov(\delta(x_i), \delta(x_j)) = \tau^2 R(x_i - x_j) \quad (۳)$$

که τ^2 واریانس را نشان می‌دهد و داریم:

$$R(x_i - x_j) = \exp\left\{-\sum_{k=1}^p \theta_k (x_{ik} - x_{jk})^2\right\} \quad (۴)$$

روشن و یان^[۳۱]، بیان کردند که تعریف یک ضریب برای مدل مهندسی کاری نادرست بوده و نیاز است که ρ را یک در نظر بگیریم. همچنین آنان، میانگین را برای مغایرت مدل، صفر فرض کردند. پس روابط بالا را به این صورت تغییر دادند:

$$y = f(x, \eta) + \delta(x_i) + \epsilon \quad (۵)$$

$$\delta(x_i) \sim GP(0, \tau^2 R(\cdot)) \quad (۶)$$

$$\epsilon \in N(0, \sigma^2) \quad (۷)$$

آنان بیان کرده‌اند که تابع مغایرت از رابطه‌ی ۸ به دست می‌آید:^[۳۱]

$$\delta(x) = r(x)' \left(R + \frac{\sigma^2}{\tau^2} I \right)^{-1} (y - f(\eta)) \quad (۸)$$

بنابراین، پارامترهایی که در فرایند کالیبراسیون مدل تعیین می‌شوند، عبارت‌اند از:

$$\phi = (\sigma^2, \tau^2, \theta^1)' \quad (۹)$$

سپس، مدل مهندسی تصحیح اریبی شده به دست خواهد آمد:

$$\hat{y}(x) = f(x; \eta) + \hat{\delta}(x) \quad (۱۰)$$

پس از تعیین عوامل مؤثر در مغایرت، با به کارگیری رویکرد زنجیره‌ی مارکوف مونت کارلو^(MCMC)، به تعیین پارامترهای تنظیم پرداخته می‌شود (تنظیم مدل).

$$\hat{g}(x; \bar{\gamma}) = \hat{f}(\gamma_1 x_1, \dots, \gamma_p x_p) \quad (۱۱)$$

در مدل مهندسی - آماری پارامترهای مجهول عبارت‌اند از: γ, η .
با بیشینه‌سازی تابع ۱۲ پارامترها تخمین زده می‌شوند.

$$P(\eta, \phi | y) \propto \frac{1}{|\tau^2 R + S(\eta) + \sigma^2 I|^{1/2}} \exp\left\{-\frac{1}{2} (y - \hat{f}(\eta))' (\tau^2 R + S(\eta) + \sigma^2 I)^{-1} (y - \hat{f}(\eta))\right\} p(\eta, \phi) \quad (۱۲)$$

۳. مسئله‌ی ماشین کاری به کمک لیزر

ماشین کاری به کمک لیزر، مسئله‌ی است که در پژوهش‌های پیشین پیرامون آن بحث شده است. روشن و یان^[۳۱] و یان^[۳۹] نیروی برش را با توجه به چهار متغیر عمق اسمی برش، سرعت برش، قدرت لیزر و موقعیت مکانی لیزر مورد مطالعه قرار دادند و داده‌ها را گزارش کردند.

فرایند مهندسی ماشین کاری به کمک لیزر را در گذشته بررسی کرده‌ایم. مدل‌های این فرایند را سینگ و ملاکونه^[۵] آورده‌اند و توسط سینگ و همکاران^[۳۷] با داده‌های واقعی کالیبره شده است. مدل مهندسی این فرایند بسیار پیچیده است و متشکل از:

- یک مدل هندسی برای محاسبه‌ی فشار و نرخ فشار،
- یک مدل المان محدود برای محاسبه‌ی توزیع دما،
- مدل مواد برای محاسبه‌ی تنش، یک مدل نیرو برای محاسبه نیروها،
- یک الگوریتم تکرارشونده برای محاسبه‌ی انحراف دستگاه قطعه کار.

برای بهینه‌سازی فرایند، چهار متغیر عمق اسمی برش (x_1)، سرعت برش (x_2)، قدرت لیزر (x_3) و موقعیت مکانی لیزر (x_4) در نظر گرفته شده‌اند. این متغیرها، به ترتیب ۴، ۲، ۳ و ۲ سطح دارند (جدول ۴).

هر بار تکرار مدل رایانه‌ی به ۱۴ ساعت زمان نیاز دارد. از این رو، یک تخمین از مدل نیاز داریم که به راحتی قابل ارزیابی باشد. بدین منظور یک آزمایش عاملی کامل با $4 \times 2 \times 3 \times 2$ آزمایش رایانه‌ی نیاز است. از بین خروجی‌های ممکن، نیروی برش (y) را مورد مطالعه قرار داده‌ایم. به منظور تخمین مدل رایانه‌ی، در پژوهش‌های پیشین، مدل رگرسیون غیرخطی (متامدل) زیر در نظر گرفته شده است:^[۳۷]

$$f(x) = \beta_0 x_1^{\beta_1} \exp\{\beta_2 x_2 - \beta_3 x_3 e^{\beta_4 x_4}\} \quad (۱۳)$$

جدول ۴. سطوح متغیرها برای انجام آزمایش‌ها.

متغیر	سطوح متغیر
X_1	۱۰، ۱۵، ۲۰، ۲۵
X_2	۵۰، ۱۰
X_3	۵، ۱۰
X_4	۱۰۰، ۲۰۰

آزمایش مورد مطالعه، از پیشینه تحقیق گرفته شده‌اند.^[۳۷] برای برنامه نویسی، از نرم‌افزار R ۳.۳.۲ بهره گرفته شد.

در ابتدا، برای تخمین مقادیر مدل مهندسی، از رگرسیون غیرخطی بهره برده‌ایم:

$$\hat{\beta}_0 = 1/358, \hat{\beta}_1 = -0.8886, \hat{\beta}_2 = 0/0014, \\ \hat{\beta}_3 = 0/02685, \hat{\beta}_4 = -0/00344$$

بنابراین مدل کالیبراسیون شده را خواهیم داشت:

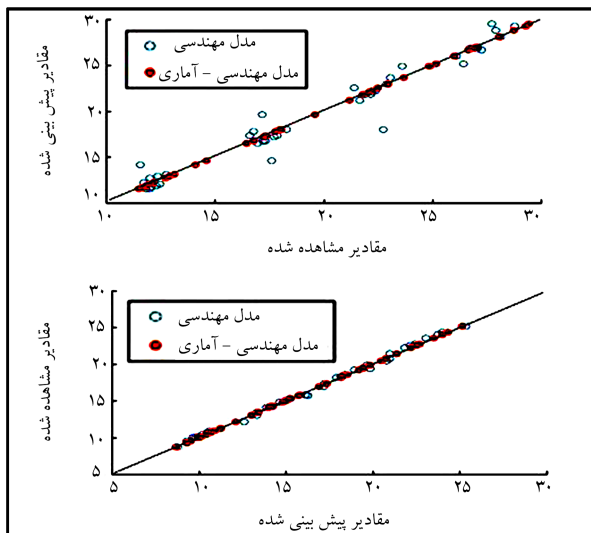
$$f(x) = 1/35862x_1^{0.8886} \exp \\ \{0/0014x_2 - 0/02685x_3 e^{-0/00344x_4}\} \quad (17)$$

از آنجا که میانگین خطا ۰/۷۵ برآورد شده است، مشاهده می‌شود تخمین داده‌ها به خوبی انجام شده است، و مقدار خطای باقی‌مانده نسبتاً کم است. پس همان‌گونه که در ادبیات موضوع بیان شده است، متامدل داده شد، مدل مناسبی است و پذیرفته می‌شود.^[۳۷،۳۵]

شکل ۲، نمودار داده‌های واقعی نسبت به مقادیر پیش‌بینی را نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود مدل نیروی برش، مقادیر را با وجود داده‌های پرت، به خوبی پیش‌بینی می‌کند، و مدل نیروی فشار، نیروی فشار تخمینی را به مراتب مناسب‌تر و دقیق‌تر انجام می‌دهد. در مقالات پیشین، این پیش‌بینی‌ها، دارای اریبی بودند.^[۳۷،۳۵] حال، با وجود دستیابی به یک تخمین تقریباً مناسب، برای توضیح روند اجرایی فرایند پیشنهادی، تا دستیابی به مدل تنظیم پارامتری شده، این فرایند را ادامه می‌دهیم.

در این‌جا، به مطالعه‌ی اثرات اصلی مدل مهندسی ($f(x)$) می‌پردازیم. مشاهده می‌شود که عامل x_2 مؤثرترین عامل است شکل ۳. حال، برای مغایرت بین مدل مهندسی و داده‌های واقعی، یک مدل گاوسی ایجاد می‌کنیم. برای این منظور، از رابطه‌ی ۵ بهره گرفته شده است.

در پژوهش‌های پیشین، توزیع گامای وارون برای واریانس خطا به کار گرفته شده است.^[۳۵] برای تسهیل محاسبات و با توجه به مناسب بودن روش بیشترین



شکل ۲. نمودار مقادیر واقعی نسبت به مقادیر پیش‌بینی شده برای نیروی برش (نمودار بالا) و نیروی فشار (نمودار پایین).^[۳۵]

به علت تناسب خوب مدل و داشتن تعبیرهای فیزیکی متعدد، این مدل به کرایگینگ ترجیح داده می‌شود.

روشن و یان^[۳۱] به مدل تنظیم آماری شده‌ی ۱۵ رسیده‌اند، که مشابه مدل سینگ و همکاران^[۳۲] که با روش سعی و خطا به دست آمده است، می‌باشد.

$$\hat{g}(x; \bar{\gamma}) = 1/36(1/17x_1)^{0.89} \exp \\ \{0/0014x_2 - 0/0268(0/44x_3) e^{-0/0034x_4}\} \quad (14)$$

۴. روش کار

در روش پیشنهادی در این نوشتار، برای کاهش پیچیدگی‌های مدل‌های مهندسی و آماری، با هدف کاهش هزینه و زمان، به رهاسازی^۳ متدولوژی روشن و یان^[۳۱] می‌پردازیم. این رهاسازی، در مطالعات آتی روی این مدل‌ها، که به پیچیده‌تر شدن مدل می‌انجامد، سودمند خواهد بود. متدولوژی رهاسازی شده در ادامه بیان خواهد شد.

با در نظر گرفتن روابط ۵ الی ۹ روش شروع می‌شود. با انجام رگرسیون غیرخطی، پارامترهای مدل مهندسی اولیه برآورد می‌شوند (کالیبراسیون مدل). با روش MCMC نمونه‌گیری انجام می‌شود و با برآورد تابع مغایرت، به سنجش میزان مغایرت بین مدل مهندسی و داده‌های واقعی پرداخته می‌شود. برای این منظور، یک تحلیل واریانس روی مدل مهندسی انجام می‌شود.

پس از تعیین عوامل مؤثر در مغایرت مدل و داده، برای تسهیل محاسبات و نیز به دلیل مناسب بودن روش بیشترین درست‌نمایی (MLE)^۴، با به کارگیری این روش، به محاسبه‌ی واریانس خطا پرداخته می‌شود. می‌دانیم برای متغیر تصادفی با توزیع نرمال، بیشترین درست‌نمایی به صورت $\hat{\mu} = \bar{x}$ و $\hat{\sigma}^2 = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n}$ است. با رگرسیون غیرخطی واریانس پیش‌بینی به دست می‌آید.^[۲۶]

$$s^2(x) = \sigma_f^2 + \sigma_f^2 f'(x)' (F'F)^{-1} f'(x) \quad (15)$$

که در آن $f(x)$ بردار گزاردان $\hat{f}(x)$ نسبت به x است، و

$$F' = \left(f'(x_1), \dots, f'(x_n) \right)'$$

$$f'(x) = \hat{f}(x) \left(\frac{\hat{\beta}_1}{x_1}, \hat{\beta}_2, -\hat{\beta}_3 e^{-\hat{\beta}_4 x_4}, \hat{\beta}_3 \hat{\beta}_4 x_3 e^{-\hat{\beta}_4 x_4} \right)' \quad (16)$$

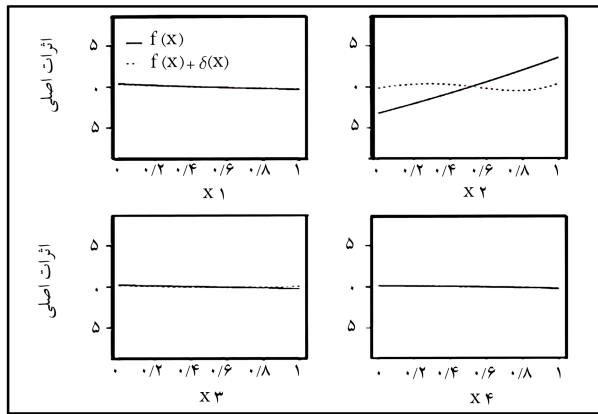
با پیشینه‌سازی رابطه‌ی ۱۳ مقادیر پارامترهای کالیبراسیون و واریانس مغایرت را به دست خواهیم آورد.

اکنون، به بررسی اثرات اصلی مغایرت ($\delta(x)$) می‌پردازیم. برای این منظور، یک تحلیل واریانس برای $\delta(x)$ و $f(x) + \delta(x)$ انجام می‌دهیم. در ادامه، با پیروی از پژوهش‌های پیشین، به تنظیم مدل پرداخته می‌شود.

به منظور تشریح بهتر روش و مقایسه با رویکردهای پیشین، از روش پیشنهادی برای حل مسئله‌ی ماشین‌کاری به کمک لیزر، که در پژوهش‌های پیشین مورد مطالعه قرار گرفته است، بهره می‌بریم. در بخش ۵ کاربرد روش پیشنهادی روی این مسئله را بررسی می‌کنیم.

۵. کاربرد روش در مسئله‌ی ماشین‌کاری به کمک لیزر

در این بخش، با به کارگیری روش پیشنهادی، مسئله‌ی ماشین‌کاری به کمک لیزر را بررسی می‌کنیم. مدل مهندسی و داده‌های مربوط به خروجی‌های مدل برای ۴۸



شکل ۵. نمودارهای اثرات اصلی $f(x) + \delta(x)$ برای نیروی فشار.

از این، با شیوهی سعی و خطا نیز این ضریب را حدود 0.95 برآورد کرده بودیم. این ضریب با رویکرد روشن و یان [۳۵] به صورت 0.25 به دست آمده است، که در نهایت به میانگین خطای بیشتری منجر می‌شود. پس، با تغییر در رویکرد و انجام تصحیحاتی در کدنویسی، ضریب به دست آمده مناسب‌تر است.

$$f(x) = 1/35862x_1^{0.88866} \exp \left\{ 0.000112x_2 - 0.02685x_2 e^{-0.00222x_2} \right\} \quad (20)$$

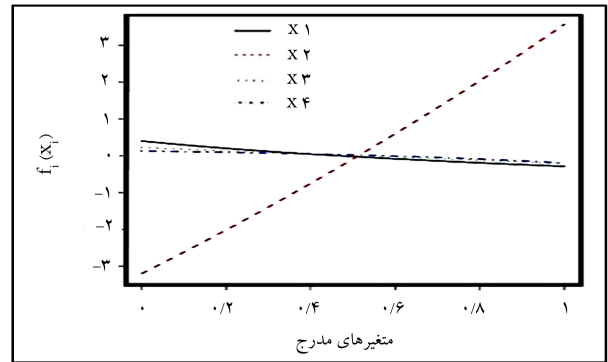
میانگین خطا (رابطه ی ۱۵)، به عنوان معیار سنجش خطا در ادبیات پیشین، برای مدل کندی و اوهاگان [۱۶] برابر با 1.48 ، برای مدل روشن و یان [۳۱]، 2.47 و برای روش پیشنهادی ما 1.846 است. از آنجایی که رویکرد پیشنهادی ما، به معیار سنجش خطا در مدل کندی و اوهاگان [۱۶] نزدیک شده است و در عین حال به تسهیل فرایند پرداخته است، به نظر می‌رسد رویکردی مناسب است.

$$MI = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left[(y_i - f(x_i))^2 \right] \quad (21)$$

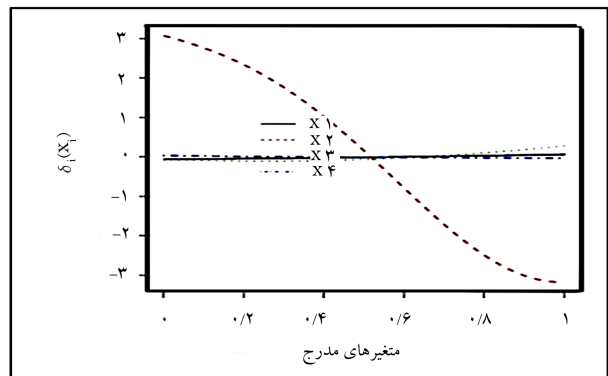
۶. نتیجه‌گیری

در این نوشتار، روشی پیشنهاد شد که در راستای روش‌ها و رویکردهای پژوهش‌های پیشین است. در این رویکرد، ابتدا یک مدل مهندسی اولیه گرفته شد. با تعیین مغایرت مدل و داده‌های واقعی، مغایرت مدل محاسبه شد. عوامل مؤثر در این مغایرت تعیین شدند. در بخش کالیبراسیون، برای تعیین واریانس خطا، با جایگزینی تابع گامای وارون با برآورد بیشترین درست‌نمایی، این بخش را رهاسازی کردیم. برای برنامه‌نویسی، نرم‌افزار R ۳.۳.۲ به کار گرفته شده است.

برای سنجش میزان خطای مدل، به عنوان عامل مورد نظر در پذیرش یا رد مدل، از معیار میانگین خطا بهره گرفته شده است. مقدار معیار میانگین خطا، در مدل کندی و اوهاگان، عدد کمتری است (1.48) و در مدل روشن و یان عددی بالاتر است (2.47). در رویکرد پیشنهادی ما، این معیار سنجش به مدل کندی و اوهاگان نزدیک‌تر است (1.846)؛ در عین حال فرایند دست‌یابی به مدل، سهولت بیشتری دارد. پس این روش مناسب و در عین حال ساده‌تر از رویکردهای پیشین به نظر می‌رسد.



شکل ۳. نمودارهای اثرات اصلی مدل مهندسی برای نیروی فشار.



شکل ۴. نمودارهای اثرات اصلی تابع مغایرت مدل مهندسی برای نیروی فشار.

درست‌نمایی، ما در این جا، از این روش بهره می‌گیریم. در نتیجه، با در نظر گرفتن توزیع نرمال برای خطا، برای برآورد σ^2 روش بیشترین درست‌نمایی را به کار می‌بریم. با پیشینه‌سازی رابطه ی ۱۶ [۳۵] و به کارگیری رابطه ی ۱۷ مقادیر پارامترهای کالیبراسیون و واریانس مغایرت را به دست خواهیم آورد (رابطه ی ۱۸ و ۱۹).

$$p(\eta, \phi | y) \propto \frac{1}{|\tau^T R + S(\eta) + \sigma^2 I|^{1/2}} \exp \left\{ \frac{1}{2} (y - \hat{f}(\eta))^T (\tau^T R + S(\eta) + \sigma^2 I)^{-1} (y - \hat{f}(\eta)) \right\} p(\eta, \phi) \quad (18)$$

$$\hat{\theta} = (0.010, 2.719, 0.132, 0.010)^T, \hat{\tau}^2 = 10.056, \hat{\sigma}^2 = 1/5907 \quad (19)$$

حال، با داشتن پارامترهای برآورد شده می‌توان تابع مغایرت را با به کارگیری رابطه ی ۵ محاسبه کرد.

اکنون، به بررسی اثرات اصلی مغایرت $\delta(x)$ می‌پردازیم. مشاهده می‌شود در این بخش نیز عامل x_2 تأثیرگذاری زیادی دارد شکل ۴. همچنین، اثرات اصلی توابع $f(x)$ و $f(x) + \delta(x)$ ، به صورت تک به تک، در شکل ۵ دیده می‌شوند. به وضوح عامل x_2 بسیار مهم و تأثیرگذارتر از عوامل دیگر است.

در این جا، با توجه به نتایج، به تنظیم مدل مهندسی می‌پردازیم تا به مدل مهندسی - آماری مورد نظر دست یابیم. در این راستا، در مدل مهندسی داده شده با ضرب یک ضریب 0.803 در متغیر x_2 ، به مدل مهندسی - آماری (تنظیم شده) می‌رسیم (رابطه ی ۱۹). در واقع خواهیم داشت: $\gamma = (1, 0.803, 1, 1)$

پانوشتها

1. laser-assisted micro-machining
2. Markov Chain Monte Carlo
3. relaxing
4. maximum likelihood estimation

منابع (References)

1. Allaire, G., *Numerical Analysis and Optimization: An Introduction to Mathematical Modelling and Numerical Simulation*, Oxford, New York (2007).
2. Nocedal, J. and Wright, S. J., *Numerical Optimization*, Springer, New York (2006).
3. Szabó, B. A. "The use of a priori estimates in engineering computations", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **82**(1-3), pp. 139-154 (1990).
4. Mathelin, L. and Hussaini, M. Y., *A Stochastic Collocation Algorithm for Uncertainty Analysis*, NASA Center for AeroSpace Information (CASI), pp. 1-16 (2003).
5. Singh, R. K. and Melkote, S. N. "Force modeling in laser assisted micro-grooving including the effect of machine deflection", *ASME Journal of Manufacturing Science and Engineering*, **131**(1), pp.011013-011022 (2019).
6. Vepsä, A., Haapaniemi, H., Luukkanen, P. and et al. "Application of finite element model updating to a feed water pipeline of a nuclear power plant", *Nuclear Engineering and Design*, **47**(3), pp.1849-1865 (2006).
7. Stickler, B. and Schachinger, E., *Basic Concepts in Computational Physics*, Springer, New York (2014).
8. Palumbo, G., Piccininni, A., Piglionico, V. and et al "Modelling residual stresses in sand-cast superduplex stainless steel", *Journal of Materials Processing Technology*, **217**, pp. 253-261 (2015).
9. Faes, M., Cerneels, J., Vandepitte, D. and et al. "Identification and quantification of multivariate interval uncertainty in finite element models", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **315**, pp. 896-920 (2017).
10. Coetzee, C. J. "Review: calibration of the discrete element method", *Powder Technology*, **310**, pp. 104-142 (2017).
11. Sena, P. K. and Silvapulle, M. J. "An appraisal of some aspects of statistical inference under inequality constraints", *Journal of Statistical Planning and Inference*, **107**, pp. 3-43 (2002).
12. Roussas, G., *An Introduction to Measure-Theoretic Probability*, Second Edition, Elsevier Inc. USA (2014).
13. Brandt, S., *Data Analysis: Statistical and Computational Methods for Scientists and Engineers*, 4th edition, Springer, New York (2014).
14. Zio, E., *the Monte Carlo Simulation Method for System Reliability and Risk Analysis*, Springer, London (2013).
15. Hou, X., Hodges, B. R., Feng, D. and et al. "Uncertainty quantification and reliability assessment in operational oil spill forecast modeling system", *Marine Pollution Bulletin*, **116**(1-2), pp. 420-433 (2017).
16. Kennedy, M. C. and O'Hagan A. "Bayesian calibration of computer models", *Journal of Royal Statistical Society - Series B*, **63**, pp. 425-464 (2001).
17. Roshan, V. J. and Melkote, S. N. "Statistical adjustments to engineering models", *Georgia Institute of Technology*, **41**(4), pp. 362-375 (2008).
18. Park, I. and Grandhi, R. V. "A bayesian statistical method for quantifying model form uncertainty and two model combination methods", *Reliability Engineering and System Safety*, **129**, pp. 46-56 (2014).
19. Caiado, C.C.S. and Goldstein M. "Bayesian uncertainty analysis for complex physical systems modelled by computer simulators with applications to tipping points", *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, **26**(1-3), pp. 123-136 (2015).
20. Sankararaman, S. and Mahadevan, S. "Integration of model verification, validation, and calibration for uncertainty quantification in engineering systems", *Reliability Engineering and System Safety*, **138**, pp. 194-209 (2015).
21. Preuss, R. and Toussaint U. V. "Uncertainty quantification in ion-solid interaction simulations", *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section B: Beam Interactions with Materials and Atoms*, **393**, pp. 26-28 (2017).
22. Yeratapally, S. R., Glavicic, M. G., Argyrakis, C. and et al. "Bayesian uncertainty quantification and propagation for validation of a microstructure sensitive model for prediction of fatigue crack initiation", *Reliability Engineering & System Safety*, In Press (2017).
23. Lunardon, N. and Ronchetti, E. "Composite likelihood inference by nonparametric saddle point tests", *Computational Statistics and Data Analysis*, pp. 80-90 (2014).
24. Reid N., *Statistical Sufficiency*, International Encyclopedia of the Social & Behavioral Sciences, Second Edition, pp. 418-422 (2015).
25. Azzimonti, D., Bect, J., Chevalier, C. and et al. "Quantifying uncertainties on excursion sets under a gaussian random field prior", Cornell University (arXiv) (2015).
26. Duru, O., Bulut, E. and Yoshida, Sh. "A fuzzy extended DELPHI method for adjustment of statistical time series prediction: an empirical study on dry bulk freight market case", *Expert Systems with Applications*, **1**, pp. 840-848 (2012).
27. Dong, L., Xiaojing, L. and Yanhua, Y. "Investigation of uncertainty quantification method for BE models using MCMC approach and application to assessment with FEBA data", *Annals of Nuclear Energy*, **107**, pp. 62-70 (2017).
28. Ebden, M. "Gaussian processes for regression: a quick introduction", arXiv: 1505.02965 v2 (2008).
29. Neal R. M. "Regression and Classification Using Gaussian Process Priors". *Bayesian Statistics 6*, pp.475-501 (1998).

30. Saikumar, R. Y., Michael, G. G., Christos, A. and et al. "Bayesian uncertainty quantification and propagation for validation of a microstructure sensitive model for prediction of fatigue crack initiation", *Reliability Engineering & System Safety*, **164**, pp. 110-123 (2017).
31. Recep, M. G., Seung-Kyum, C. and Christopher, J. S. "Uncertainty quantification and validation of 3D lattice scaffolds for computer-aided biomedical applications", *Journal of the Mechanical Behavior of Biomedical Materials*, **71**, pp. 428-440 (2017).
32. Zaffora, B., Magstris, M., Saportab, G. and et al. "Uncertainty quantification applied to the radiological characterization of radioactive waste", *Applied Radiation and Isotopes*, **127**, pp. 142-149 (2017).
33. Yan, H. "Statistical adjustment, calibration, and uncertainty quantification of complex computer models", PhD. Thesis, H. Milton Stewart School of Industrial and Systems Engineering, Georgia Institute of Technology (2014).
34. Yan, G., Sun, H., Waisman, H. and "A guided bayesian inference approach for detection of multiple flaws in structures using the extended finite element method", *Computers and Structures*, **152**, pp. 27-44 (2015).
35. Roshan, V. J. and Yan, H. "Engineering-driven statistical adjustment and calibration", *Technometrics*, **57**(2), pp. 257-267 (2015).
36. Sheikhi, H. and Saghaie, A. "Developing an engineering-statistical model for estimating aerodynamic coefficients of helicopter fuselage", *Chinese Journal of Aeronautics*, **30**(1), pp. 175-185 (2017).
37. Singh, R. K., Josef, V. R. and Melkote, S. N. "A statistical approach to the optimization of a laser-assisted micromachining process", *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, **53**, pp. 221-230 (2011).