

طراحی خودکار کنترل فازی تاکاگی سوگنو توسط روش ترکیبی یادگیری تقویتی گسسته و پیوسته

علی اکبر قره ویسی^۱، محمد کاشکی^۲

گروه برق دانشگاه شهید باهنر کرمان

¹a_gharaveisi@uk.ac.ir, ²kashki@gmail.com

چکیده: در این مقاله روشی جدید جهت طراحی کنترل فازی تاکاگی سوگنو برای سیستم غیر خطی آونگ معکوس ارائه شد. روش طراحی ارائه شده به صورت خودکار بوده و نیازی به معادلات دینامیکی سیستم تحت کنترل ندارد. الگوی طراحی مذکور شامل دو مرحله می باشد، مرحله اول که اتوماتای یادگیری تقویتی گسسته بوده و بازه مناسب ضرایب کنترل تاکاگی سوگنو را بدست می آورد، و مرحله دوم که اتوماتای یادگیری تقویتی پیوسته بوده و مقدار بهینه ضرایب کنترل را تعیین می کند. از آنجائیکه تمامی مراحل طراحی به صورت عمومی بیان شده، براحتی می توان آن را برای دیگر سیستمهای غیر خطی نیز بکاربرد.

واژه های کلیدی: اتوماتای یادگیری تقویتی گسسته، اتوماتای یادگیری تقویتی پیوسته، کنترل فازی تاکاگی سوگنو

Abstract: In this paper, an optimal Takagi-Sugeno fuzzy control is designed with a novel method called combined discrete and continuous action reinforcement learning algorithm (CDCARLA). The proposed method is implemented for a nonlinear system that is Cart-Pole system. Simulation results show that the proposed method has significant performance. The advantage of CDCARLA is that it does not need system dynamics as well as any other information of power system. It can be said that, this method will consider nonlinear features of power system. It is shown that CDCARLA method can be considered as one of the automatic design technique for designing of controller parameters.

Keywords: Continuous Action Reinforcement Learning Automata, Continuous Action Reinforcement Learning Automata, Takagi-Sugeno Fuzzy Control.

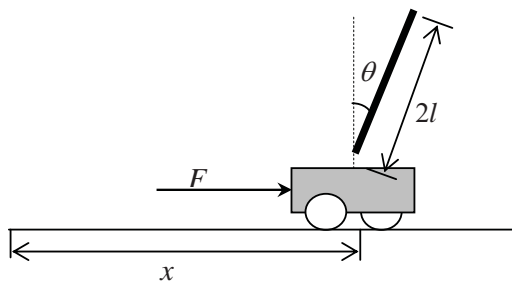
۱. مقدمه

تحقیقات در مورد روشهای تحلیلی آمده است. ایده اصلی این روشها محاسبه ضرایب کنترل تاکاگی سوگنو از روی شکل خطی معادلات حالت سیستم تحت کنترل برای بدست آوردن کنترل مقاوم و پایدار است. روشهای هوشمند نیز در طراحی کنترل فازی تاکاگی سوگنو مورد استفاده قرار گرفته اند. در [۷] جهت پایداری سیستم آونگ معکوس از کنترل فازی ممدانی طراحی شده توسط الگوریتم ژنتیک استفاده شده است.

ایده پیشنهادی در این مقاله استفاده از روش ترکیبی یادگیری تقویتی گسسته و پیوسته برای طراحی کنترل فازی تاکاگی سوگنو است. در روش ارائه شده طراحی کنترل کننده بصورت خودکار انجام می گیرد و برای حل مسائلی که تعداد متغیرهای تصمیم زیاد باشد و نیز بازه تغییرات آنها نامعلوم است بسیار سودمند می باشد. روش یادگیری تقویتی پیوسته در [۸] و [۹] به

در سالهای اخیر سیستمهای کنترل فازی کاربردهای فراوانی در کنترل سیستمهای غیر خطی و پیچیده به خود اختصاص داده اند.

یکی از انواع مهم سیستمهای کنترل فازی، کنترل فازی نوع تاکاگی سوگنو است. اگر چه سیستمهای کنترل فازی تاکاگی سوگنو کارایی خوبی در کنترل سیستمهای غیر خطی دارند، اما بر خلاف کنترل فازی ممدانی برای طراحی کنترل کننده فازی تاکاگی سوگنو باید معادلات سیستم تحت کنترل بطور کامل معلوم باشند. در [۱] Tanaka و Wang و در [۲] Sugeno و Tanaka روش طراحی کنترل کننده فازی تاکاگی سوگنو را با استفاده از معادلات خطی شده سیستم تحت کنترل ارائه کرده اند. در [۳] تا [۶] سایر



شکل (۱) سیستم آونگ معکوس و ورودی کنترل

۳. کنترل فازی تاکاگی سوگنو

برای کنترل سیستم آونگ وارونه یک کنترل کننده فازی تاکاگی سوگنو درجه اول استفاده می شود. سیستم تحت کنترل چهار متغیر حالت یعنی فاصله افقی x ، سرعت افقی \dot{x} ، زاویه انحراف θ ، و سرعت زاویه ای انحراف $\dot{\theta}$ دارد که حدود این متغیرها به صورت زیر هستند:

- $x \in [-4, 4]$
- $\dot{x} \in [-3, 3]$
- $\theta \in [-80^\circ, 80^\circ]$
- $\dot{\theta} \in [-2, 2]$

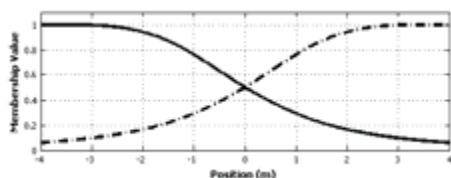
قاعده ۱-ام در کنترل فازی تاکاگی سوگنو به صورت زیر می باشد:

Rule i :

$$\text{if } (x \text{ is } MF_p^1) \text{ AND } (\dot{x} \text{ is } MF_q^2) \text{ AND } (\theta \text{ is } MF_r^3) \text{ AND } (\dot{\theta} \text{ is } MF_s^4) \quad (2)$$

$$\text{Then } F = a_i x + b_i \dot{x} + c_i \theta + d_i \dot{\theta} + e_i$$

که $i = 1, 2, \dots, 16$ و $p, q, r, s = 1, 2$ است. برای جلوگیری از پیچیدگی مساله برای هر یک از متغیرهای حالت دو تابع عضویت در محدوده تعریف متغیر در نظر گرفته می شود. بنابراین پایگاه قواعد سیستم کنترل فازی دارای ۱۶ قاعده فازی است. توابع عضویت چهار متغیر حالت در شکلهای (۲) تا (۵) نشان داده شده است.



شکل (۲) توابع عضویت متغیر موقعیت (MF_2^1 و MF_1^1)

ترتیب در طراحی کنترل PID و طراحی فیلتر دیجیتال استفاده شده است. روش این دو مرجع برای یافتن مقدار بهینه متغیر تصمیم در بازه ای کوچک مناسب بوده و برای شروع یک روش طراحی کلاسیک را بکار برده و در نتیجه در طراحی کنترل کننده معادلات و دینامیک های سیستم تحت کنترل لازم می باشد. لذا روش های مذکور برای طراحی اتوماتیک مناسب نیست. الگوی طراحی ارائه شده در این مقاله شامل دو مرحله است در مرحله اول با استفاده از یادگیری تقویتی گسسته بازه مناسب ضرائب کنترل تعیین گردیده و سپس با استفاده از یادگیری تقویتی پیوسته بهترین مقدار آن در بازه تعیین شده بدست می آید. این الگوی طراحی به سیستم تحت کنترل به دید یک جعبه سیاه می نگرد و در نتیجه نیازی به معادلات و دینامیکهای آن ندارد. سیستم آونگ معکوس یکی از معروفترین سیستمهای غیر خطی می باشد که طبیعت غیر خطی خاص آن باعث شده تا به عنوان پلاتنی برای سنجش کارائی روشهای طراحی کنترل کننده در نظر گرفته شود. روشهای مختلفی برای کنترل سیستم آونگ معکوس ارائه شده است. روش پیشنهادی در این مقاله بر روی سیستم آونگ معکوس اعمال شده و نتایج شبیه سازی حاکی از کارآمد بودن روش می باشد و با توجه به عمومی بودن این روش، می توانیم آن را برای گستره وسیعی از سیستمهای غیر خطی بکار بریم.

۲. مدلسازی آونگ معکوس

شکل (۱) سیستم آونگ معکوس را به عنوان کنترل نشان می دهد که در آن F نیروی وارد بر ابراه و ورودی کنترل، l نصف طول آونگ، θ زاویه انحراف آونگ نسبت به محور عمودی، و x موقعیت افقی ابراه نسبت به یک مرجع ثابت می باشد. هدف از کنترل این سیستم پایدار نمودن آن در موقعیت افقی x^* است در حالیکه آونگ بطور کاملا عمود قرار دارد. معادلات دینامیکی آونگ وارونه به صورت رابطه (۱) قابل بیان است.

$$\ddot{\theta} = \frac{g \sin \theta - \cos \theta (F + ml \dot{\theta}^2 \sin \theta)}{m + M} \quad (1)$$

$$\ddot{x} = \frac{F + ml(\dot{\theta}^2 \sin \theta - \ddot{\theta} \cos \theta)}{m + M}$$

در روابط فوق g شتاب گرانشی و برابر $9.8 m/s^2$ ، m جرم آونگ، و M جرم ابراه است. برای طراحی کنترل فازی تاکاگی سوگنو پارامترهای این مدل بصورت $l = 1^m$ ، $m = 0.1^kg$ و $M = 1^kg$ در نظر گرفته می شوند.

تفکیک الگوی طراحی کنترل کننده به دو مرحله فوق باعث کاهش چشمگیر پیچیدگی مسائلی می شود که تعداد متغیرهای تصمیم در آنها زیاد است. همچنین با استفاده از این الگو دانستن دقیق حدود تغییرات متغیرهای تصمیم مورد نیاز نمی باشند.

۵. اتوماتای یادگیری تقویتی گسسته

مرحله اول روش پیشنهادی در طراحی کنترل کننده شامل اتوماتای یادگیری تقویتی گسسته است که به چند بخش تقسیم می شود:

۱.۱. گام اول: گروه بندی متغیرهای تصمیم

با توجه به اینکه حدود تغییرات متغیرهای تصمیم مشابه (a_i ها، b_i ها، c_i ها، d_i ها) در مدل فازی کنترل یکسان می باشد، لذا می توانیم تمام متغیرهای تصمیم را به پنج گروه متغیر تصمیم^۴ تقسیم کنیم. به عبارت دیگر اگر تمام متغیرها را به صورت یک ماتریس در نظر بگیریم که هر سطر آن متناسب با یک قاعده فازی باشد، آنگاه هر ستون این ماتریس یک گروه متغیر می باشد. بنابراین برای سیستم آونگ معکوس پنج گروه متغیر تصمیم قابل تعریف است که عبارتند از:

۱- گروه اول: متغیرهای a_i ($i = 1, 2, \dots, 16$)

۲- گروه دوم: متغیرهای b_i ($i = 1, 2, \dots, 16$)

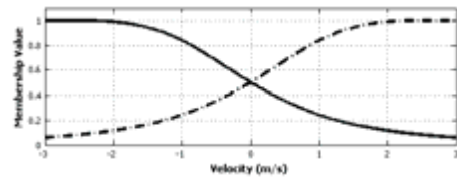
۳- گروه سوم: متغیرهای c_i ($i = 1, 2, \dots, 16$)

۴- گروه چهارم: متغیرهای d_i ($i = 1, 2, \dots, 16$)

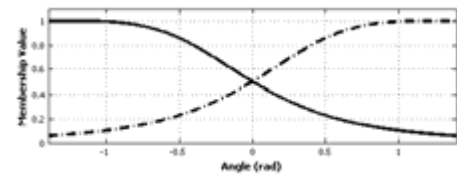
۵- گروه پنجم: متغیرهای e_i ($i = 1, 2, \dots, 16$)

۲.۵. گام دوم: تعیین بازه های متناظر با هر گروه متغیر

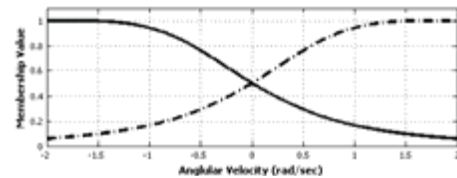
پس از تعریف گروههای متغیر، بازه های هر گروه باید تعیین شود. اگر طول بازه ها کوچک باشد مرحله دوم طراحی سریعتر همگرا می شود اما چون تعداد آنها زیاد خواهد شد مرحله اول طراحی طولانی خواهد شد. همچنین اگر تعداد بازه ها کم انتخاب شود مرحله اول طراحی سریعتر همگرا می شود اما مرحله دوم طراحی بیشتر به طول خواهد انجامید. بنابراین تعداد بازه ها و در نتیجه طول آنها مصالحه ای از سرعت همگرایی دو مرحله طراحی می باشد. حدود تغییرات پنج گروه متغیر از ۵۵- تا ۵۵+ می باشد که به ۱۱ بازه مساوی تقسیم می شود. جدول (۱) بازه های گروههای متغیر تصمیم را نشان می دهد.



شکل ۳) توابع عضویت متغیر سرعت افقی (MF_2^2 و MF_1^2)



شکل ۴) توابع عضویت متغیر زاویه (MF_2^3 و MF_1^3)



شکل ۵) توابع عضویت متغیر سرعت زاویه ای (MF_2^4 و MF_1^4)

با توجه به رابطه (۲) هر قاعده فازی شامل پنج متغیر تصمیم^۱ می باشد. بنابراین برای طراحی کامل کنترل کننده باید ۸۰ متغیر تصمیم تعیین مقدار شوند.

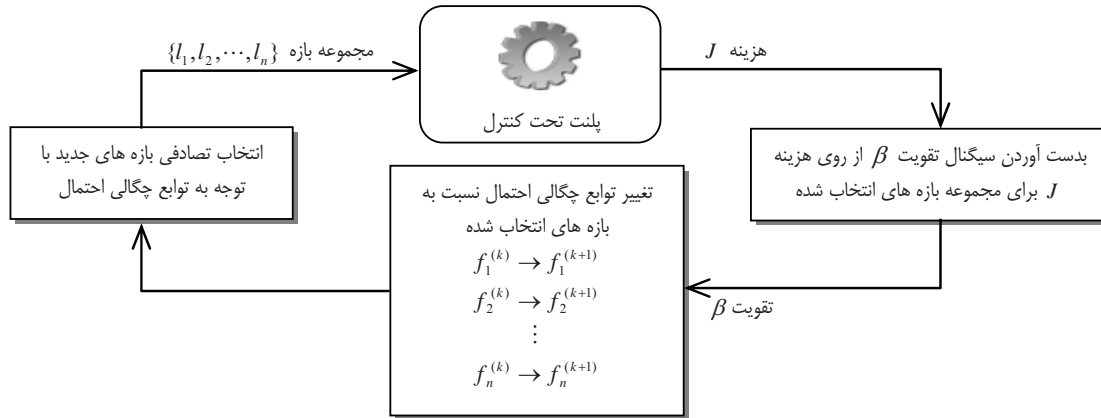
۴. الگوی پیشنهادی طراحی خودکار کنترل کننده فازی تاکاگی سوگنو

در روش پیشنهادی این مقاله، فقط با استفاده از الگوریتم یادگیری تقویتی و اندرکنش دستگاه تحت کنترل (آونگ وارونه) و کنترل کننده در یک سیستم کنترل حلقه بسته، طراحی پارامترهای کنترل کننده فازی تاکاگی سوگنو انجام می گیرد. روش طراحی دارای دو مرحله زیر می باشد:

- ✓ **مرحله اول:** تعیین بازه مناسب برای هر یک از متغیرهای تصمیم با استفاده از اتوماتای یادگیری تقویتی گسسته^۲
- ✓ **مرحله دوم:** یافتن بهترین مقدار متغیر تصمیم در بازه تعیین شده با استفاده از اتوماتای یادگیری تقویتی پیوسته^۳

² Discrete Action Reinforcement Learning Automata

³ Continuous Action Reinforcement Learning Automata



شکل ۶ شماتیک یادگیری تقویتی گسسته

همانطور که در شکل (۶) نشان داده شده است، تابع چگالی احتمال هر گروه متغیر با استفاده از سیگنال تقویت β^1 بهبود می یابد. اما باید توجه داشت این تغییر و بهبود برای گروه های مختلف به صورت مستقل انجام نمی شود زیرا:

- تمام توابع چگالی احتمال تحت یک سیگنال تقویت واحد تغییر می یابند،
- هزینه J و در نتیجه سیگنال تقویت β وابسته به تاثیر توامان مجموعه بازه انتخاب شده می باشد.

۱.۳.۵. دستگاه تحت کنترل و کنترل کننده فازی تاکاگی سوگنو

سیستم کنترل فازی تاکاگی سوگنو بصورت متوالی با دستگاه تحت کنترل یعنی همان سیستم پاندول معکوس تشکیل سیستم حلقه بسته را می دهند و این سیستم در محیط MATLAB[®] شبیه سازی شده است. ساختار سیستم کنترل وابسته به ۸۰ متغیر تصمیم می باشد. در هر مرحله برای تکمیل ساختار سیستم کنترل، از بازه انتخاب شده هر گروه، ۱۶ متغیر تصمیم (یک ستون از ماتریس متغیرها) به صورت تصادفی انتخاب می شود.

۲.۳.۵. تابع هزینه

تابع هزینه با استفاده از خطای موقعیت و خطای زاویه تعریف می شود. آنچه در وهله اول به عنوان تابع هزینه مناسب به نظر می رسد مجموع انتگرال مربع خطاهای موقعیت و زاویه است. یعنی:

$$\tilde{J} = \int_0^{\tau} e_x^2(t) dt + \int_0^{\tau} e_\theta^2(t) dt$$

که τ زمان کل شبیه سازی است و باید به اندازه کافی بزرگ انتخاب شود مثلا $\tau = 10^{\text{sec}}$. $e_x(t)$ و $e_\theta(t)$ به ترتیب خطای موقعیت و زاویه

جدول ۱- بازه های گروه های متغیر تصمیم

بازه	حدود تغییرات
۱	[-۵۵, -۴۵]
۲	[-۴۵, -۳۵]
۳	[-۳۵, -۲۵]
۴	[-۲۵, -۱۵]
۵	[-۱۵, -۵]
۶	[-۵, ۵]
۷	[۵, ۱۵]
۸	[۱۵, ۲۵]
۹	[۲۵, ۳۵]
۱۰	[۳۵, ۴۵]
۱۱	[۴۵, ۵۵]

۳.۵. گام سوم: بدست آوردن بازه بهینه هر گروه متغیر با استفاده از یادگیری تقویتی گسسته

برای هر یک از گروه های متغیر، تابع چگالی احتمال $f_i(n)$ $i = 1, 2, \dots, 5$ نسبت داده می شود. مقدار اولیه توابع چگالی احتمال به طور یکنواخت انتخاب می شود، یعنی:

$$f_i^{(0)}(n) = \begin{cases} \frac{1}{n_i} & n = 1, 2, \dots, n_i \\ 0 & \text{other} \end{cases} \quad (3)$$

که n_i تعداد بازه های تعریف شده برای گروه i ام است. شماتیک یادگیری تقویتی گسسته برای n گروه متغیر در شکل (۶) نشان داده شده است.

¹ Reinforcement Signal

$$\beta(J) = \begin{cases} 0 & J > J_{mean} \\ \frac{J_{mean} - J}{J_{mean} - J_{min}} & J_{min} \leq J \leq J_{mean} \\ 1 & J < J_{min} \end{cases} \quad (7)$$

که J_{mean} و J_{min} به ترتیب میانگین و مینیمم هزینه های قبلی است. صورت بسته رابطه (۷)، رابطه (۸) می باشد.

$$\beta(J) = \min \left\{ 1, \max \left\{ 0, \frac{J_{mean} - J}{J_{mean} - J_{min}} \right\} \right\} \quad (8)$$

۴.۳.۵. تغییر توابع چگالی احتمال

به ازای بازه انتخاب شده در هر مرحله، توابع چگالی احتمال به نسبت "خوب بودن" این انتخاب تغییر می یابند؛ بدین معنا که، اگر این انتخاب خوب باشد احتمال انتخاب آن در مراحل بعدی باید بیشتر شود. این تغییر با استفاده از سیگنال تقویت (اندرکنش با سیستم تحت کنترل) انجام می شود. تغییر در تابع چگالی احتمال با استفاده از رابطه (۹) اعمال می گردد.

$$f_i^{(k+1)}(n) = \alpha_i \left(f_i^{(k)}(n) + \beta(J)Q(n,i) \right) \quad (9)$$

تابع $Q(n,i)$ ، سیگنال نمایی با تمرکز در بازه i ام است و به صورت (۱۰) تعریف می شود.

$$Q(n,i) = 2^{-(n-i)^2} \quad n, i = 1, 2, \dots, 11 \quad (10)$$

برای آنکه مجموع احتمالات هر تابع چگالی احتمال برابر یک باشد، α_i از رابطه (۱۱) تعیین می شود.

$$\alpha_i = \frac{1}{\sum_{n=1}^{11} f_i^{(k)}(n) + \beta(J)Q(n,i)} \quad (11)$$

۵.۳.۵. انتخاب تصادفی بازه جدید بر اساس توابع چگالی احتمال

پس از تغییر توابع چگالی احتمال، بازه جدیدی به صورت تصادفی انتخاب می شود. بدین منظور ابتدا احتمال تجمعی انتخاب بازه n ام (۱۲) بدست می آید، محاسبه می شود.

$$C_i(n) = \sum_{k=1}^n f_i(k) \quad (12)$$

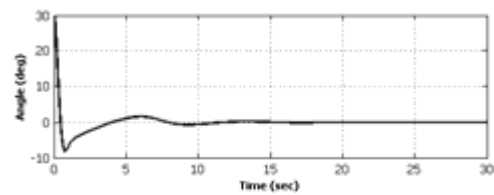
سیس با استفاده از عدد تصادفی r که $0 \leq r < 1$ است و از روی رابطه (۱۳) بازه هر گروه متغیر انتخاب می شود.

$$Index_i = \begin{cases} 1 & r \leq C_i(1) \\ j & C_i(j-1) < r \leq C_i(j) \end{cases} \quad (13)$$

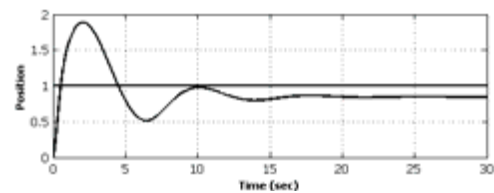
است و به صورت رابطه (۵) تعریف می شود. زاویه مرجع در این رابطه برابر صفر است.

$$\begin{aligned} e_x(t) &= x(t) - x^* \\ e_\theta(t) &= \theta(t) \end{aligned} \quad (5)$$

اما انتخاب رابطه (۴) به عنوان تابع هزینه کافی نمی باشد. در شکل زاویه انحراف و موقعیت سیستم آونگ معکوس با زاویه انحراف اولیه ۳۰ درجه و موقعیت مرجع ۱ متر، کنترل شده توسط یک کنترل فازی تاکاگی سوگنو طراحی شده به ترتیب در شکل‌های (۷) و (۸) نشان داده شده است.



شکل ۷. زاویه انحراف آونگ معکوس با زاویه انحراف اولیه ۳۰ درجه



شکل ۸. موقعیت آونگ معکوس با موقعیت مرجع ۱ متر

این کنترل کننده عملکرد خوبی در کنترل زاویه داشته اما در کنترل موقعیت دارای خطای حالت دائمی است. بنابراین باید در تابع هزینه رابطه (۴) تغییری ایجاد کنیم که خطای حالت دائمی موقعیت نیز باعث افزایش هزینه شود. تابع هزینه مناسب به صورت رابطه زیر می باشد.

$$J = \tilde{J} + Mx_{ess} \quad (6)$$

که x_{ess} خطای حالت دائمی موقعیت، و M یک عدد مثبت به اندازه کافی بزرگ، مثلاً $M = 1000$ است.

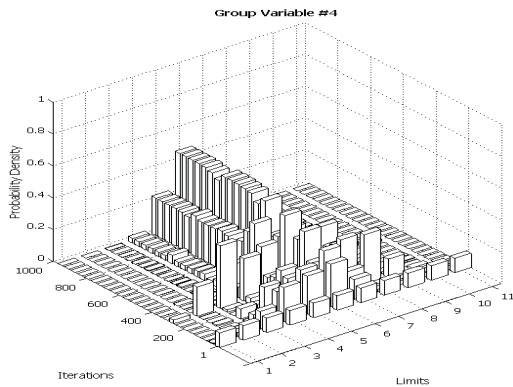
۳.۳.۵. بدست آوردن سیگنال تقویت از روی هزینه

برای آنکه تغییرات توابع چگالی احتمال مناسب باشد، در بدست آوردن سیگنال تقویت از روی هزینه باید به موارد زیر توجه داشته باشیم:

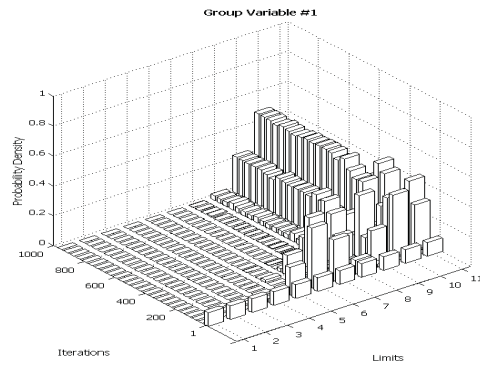
- ۱- هزینه های نسبتاً بالا منجر به تقویت صفر شوند،
 - ۲- هزینه های نسبتاً پائین منجر به تقویت یک شوند،
 - ۳- تقویت متناظر با هزینه های مابین دو حد فوق، بین صفر و یک باشد.
- صفت نسبتاً بستگی به مقادیر هزینه قبلی می باشد. یکی از توابع مناسب سیگنال تقویت رابطه (۷) می باشد.

۶.۳.۵ استخراج بهترین بازه از هر گروه متغیر

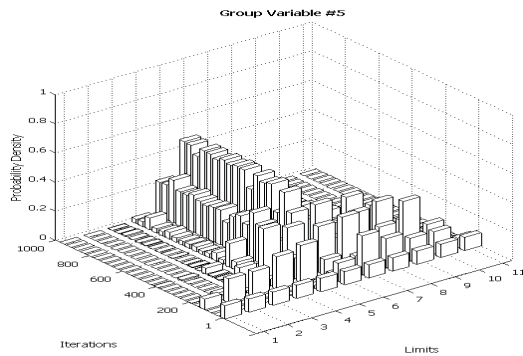
با تکرار روند بالا، احتمال بهترین بازه هر گروه متغیر افزایش یافته و احتمال سایر بازه ها کاهش می یابد. شکل‌های (۹) تا (۱۳) روند تغییرات توابع چگالی احتمال پنج گروه متغیر را نشان می دهند.



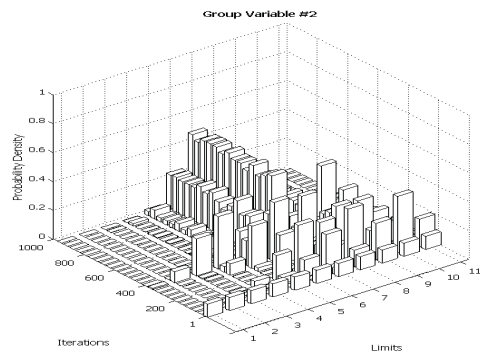
شکل ۱۲) روند تغییرات تابع چگالی احتمال گسسته گروه چهارم



شکل ۹) روند تغییرات تابع چگالی احتمال گسسته گروه اول



شکل ۱۳) روند تغییرات تابع چگالی احتمال گسسته گروه پنجم



شکل ۱۰) روند تغییرات تابع چگالی احتمال گسسته گروه دوم

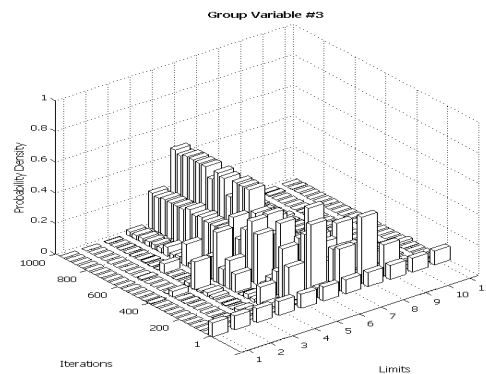
بازه بهینه هر گروه، بازه ای است که بیشترین احتمال را به خود اختصاص داده است. جدول (۲) بازه بهینه هر گروه متغیر را نشان می دهد.

جدول ۲- بازه بهینه هر گروه متغیر پس از انجام مرحله اول الگوی طراحی

بازه بهینه	اندیس بازه بهینه	گروه متغیر
[۳۵, ۴۵]	۱۰	۱
[۵, ۱۵]	۷	۲
[-۵, ۵]	۶	۳
[-۵, ۵]	۶	۴
[-۵, ۵]	۶	۵

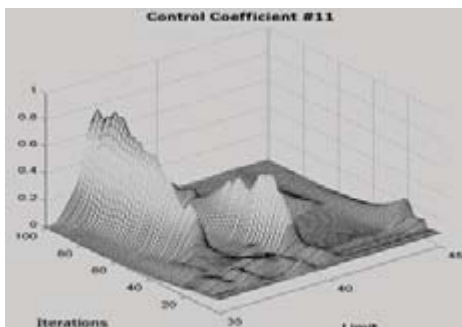
۶. اتوماتای یادگیری تقویتی پیوسته

در مرحله دوم روش طراحی پیشنهادی مقاله، بازه های بدست آمده در مرحله اول استفاده شده و بهترین مقدار پارامتر سیستم کنترل در این بازه را بدست می آید. برای سیستم آونگ معکوس، آنچه باید بدان توجه شود آن است که ۱۶ متغیر از ساختار سیستم کنترل در هر گروه متغیر قرار دارد.

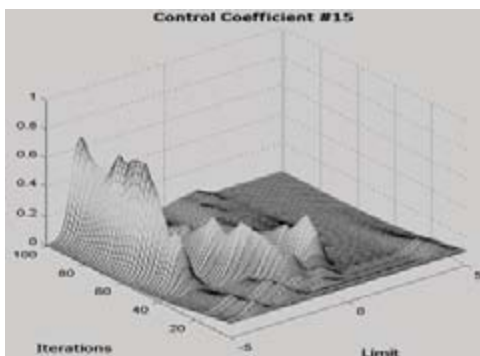


شکل ۱۱) روند تغییرات تابع چگالی احتمال گسسته گروه سوم

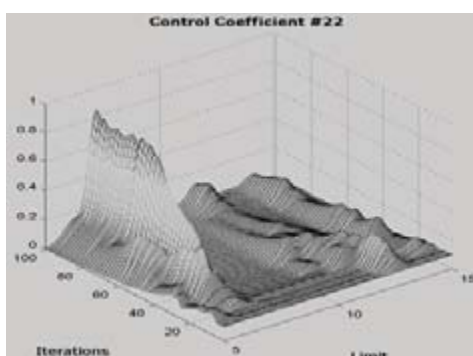
پس از مرحله دوم طراحی را نشان می دهند. این نتایج به ازای ۱۰۰ مرتبه تکرار و به ازای $g_h = 0.8$ و $g_w = 0.05$ حاصل شده است.



شکل ۱۴ روند تغییرات چگالی احتمال پیوسته ضریب کنترل یازدهم (a_3)



شکل ۱۵ روند تغییرات چگالی احتمال پیوسته ضریب کنترل پانزدهم



شکل ۱۶ روند تغییرات چگالی احتمال پیوسته ضریب کنترل بیست و دوم

بهترین مقدار هر ضریب در کنترل کننده فازی تاکاگی سوگنو مقداری است که بیشترین مقدار چگالی احتمال را به خود اختصاص داده است. در شکل (۱۸) تغییرات تابع هزینه نشان داده شده است.

شماتیک اتوماتای یادگیری تقویتی پیوسته همانند اتوماتای یادگیری تقویتی گسسته است که در شکل (۶) نشان داده شده است.

در این مرحله از طراحی برای محدود کردن فراجش از موقعیت مرجع، تابع هزینه را به صورت زیر تعریف می کنیم.

$$\tilde{J} = 10 \int_0^{\tau} e_x^2(t) dt + \int_0^{\tau} e_\theta^2(t) dt + Mx_{ss} \quad (14)$$

بدست آوردن سیگنال تقویت از روی هزینه همانند شماتیک اتوماتای یادگیری تقویتی گسسته و از روی رابطه (۸) قابل محاسبه است. توابع چگالی احتمال در این مرحله از طراحی سیستم کنترل به صورت پیوسته هستند که در ابتدا به فرم یکنواخت تعریف می شوند.

$$f_i^{(0)}(x) = \begin{cases} \frac{1}{U_i - L_i} & x \in [L_i, U_i] \\ 0 & \text{other} \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (15)$$

که در آن U_i و L_i به ترتیب حد پایین و حد بالای بازه انتخاب شده گروه متغیری است که متغیر سیستم کنترل i ام به آن تعلق دارد. تغییر توابع چگالی احتمال پیوسته مشابه حالت گسسته ولی کمی متفاوت اعمال می شود. این تغییر با استفاده از سیگنال تقویت و به صورت رابطه (۱۶) انجام می شود.

$$f_i^{(k+1)}(x) = \alpha_i (f_i^{(k)}(x) + \beta(J)H(x, x_i)) \quad (16)$$

در رابطه فوق، تابع H یک تابع گوسی است که به صورت رابطه (۱۷) تعریف می شود.

$$H(x, x_i) = \frac{g_h}{U_i - L_i} \exp\left(-\frac{(x - x_i)^2}{2(g_w(U_i - L_i))^2}\right) \quad (17)$$

که در این رابطه، x_i متغیر کنترل انتخاب شده i ام، g_w و g_h به ترتیب عرض و ارتفاع تابع گوسی می باشد.

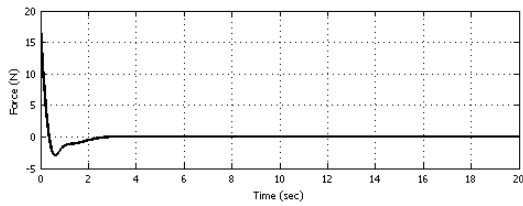
همچنین برای اینکه مساحت زیر نمودار هر یک از توابع چگالی احتمال برابر 1 باشد، α_i به صورت زیر محاسبه و منظور می شود.

$$\alpha_i = \frac{1}{\int_{L_i}^{U_i} f_i^{(k)}(x) + \beta(J)H(x, x_i) dx} \quad (18)$$

انتخاب تصادفی متغیر کنترل نیز در مرحله دوم طراحی به صورت پیوسته و با احتمال تجمعی که از رابطه (۱۹) محاسبه می شود، انجام می گیرد.

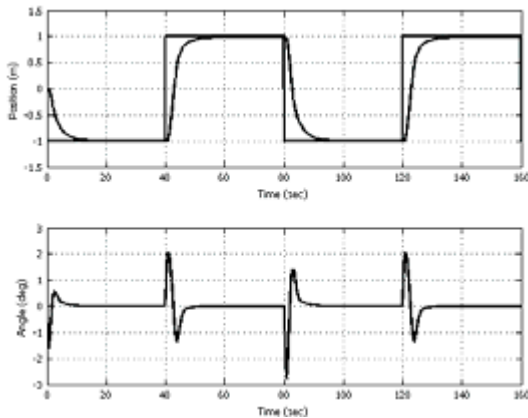
$$C_i(x) = \int_{L_i}^x f_i(x) dx \quad (19)$$

با تکرار فرایند فوق، چگالی احتمال بهترین مقدار ضریب کنترل افزایش می یابد. شکل های (۱۴) تا (۱۷) روند تغییرات چگالی احتمال سه ضریب کنترل،



شکل ۲۲) تغییرات نیروی کنترل

همانطور که از شکل‌های فوق بر می آید، کنترل فازی طراحی شده عملکرد بسیار خوبی داشته است و به علاوه انرژی کنترل نیز محدود می باشد. در شکل (۲۳) نیز نمودارهای موقعیت و زاویه برای حالتی که موقعیت مرجع سیگنال مربعی متناوب باشد، نشان داده شده است.



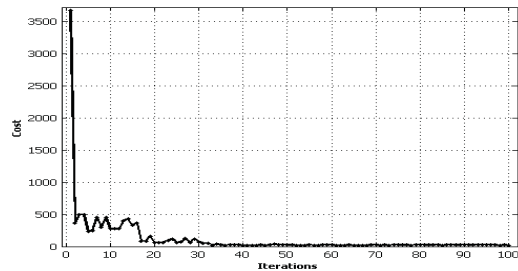
شکل ۲۳) تغییرات موقعیت افقی ارابه و زاویه آونگ

۸. نتیجه گیری

در این مقاله روشی جهت طراحی کنترل فازی تاکاگی سوگنو برای سیستم غیر خطی آونگ معکوس ارائه شد. روش طراحی ارائه شده به صورت خودکار بوده و نیازی به معادلات دینامیکی سیستم تحت کنترل ندارد. الگوی طراحی مذکور شامل دو مرحله می باشد، مرحله اول که اتوماتای یادگیری تقویتی گسسته بوده و بازه مناسب ضرایب کنترل تاکاگی سوگنو را بدست می آورد، و مرحله دوم که اتوماتای یادگیری تقویتی پیوسته بوده و مقدار بهینه ضرایب کنترل را تعیین می کند. از آنجائیکه تمامی مراحل طراحی به صورت عمومی بیان شده، براحتی می توان آن را برای دیگر سیستمهای غیر خطی نیز بکاربرد.

مراجع

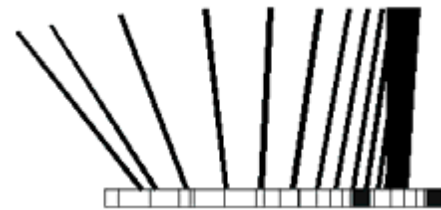
[1] K. Tanaka, H. Wang, "Fuzzy Control Systems Design and Analysis", John Wiley & Sons Inc., 2001.



شکل ۱۸) نمایش خطی تغییرات تابع هزینه

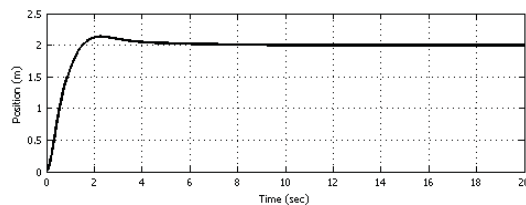
۷. بررسی نتایج شبیه سازی کامپیوتری

نتیجه اعمال کنترل کننده فازی تاکاگی سوگنو طراحی شده با روش پیشنهادی در این مقاله به سیستم آونگ معکوس با زاویه انحراف اولیه ۳۰ درجه، موقعیت اولیه صفر، سرعت افقی و سرعت زاویه ای صفر و موقعیت مرجع ۲ متر، در شکل (۱۹) نشان داده شده است.

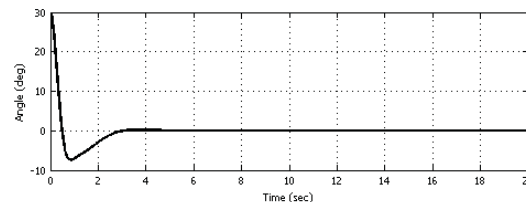


شکل ۱۹) اعمال کنترل بهینه طراحی شده به آونگ معکوس

نمودارهای موقعیت، زاویه و نیروی کنترل در شکل های (۲۰) تا (۲۲) آمده است.



شکل ۲۰) تغییرات موقعیت افقی ارابه و قرارگیری آن در موقعیت مرجع



شکل ۲۱) تغییرات انحراف زاویه ای آونگ و قرارگیری در موقعیت عمود

[2] K. Tanaka, M. Sugeno, "Stability analysis and Design of Fuzzy Control Systems", *Fuzzy sets and systems*, vol. 45, pp. 135-156, 1992.

[3] G. Ren, Z. Hung-Xiu, "Analytical Design of Takagi-Sugeno Fuzzy Control Systems", *American Control Conference*, pp. 1733-1738, 2005.

[4] M. Akar, Ü. Özgüner, "Decentralized Parallel Distributed Compensator Design for Takagi-Sugeno Fuzzy Systems", *Proceeding of 38th Conference on Decision & Control*, pp. 4834-4839, 1999.

[5] A. Jadbabaie, M. Jamshidi, A. Titlie, "Guaranteed-Cost Design of Continuous-Time Takagi-Sugeno Fuzzy Controllers via Linear Matrix Inequalities", *IEEE*, pp. 268-273, 1998.

[6] K. Tanaka, T. Hori, H. Wang, "New Robust and Optimal Designs for Takagi-Sugeno Fuzzy Control Systems", *International Conference on Control Application*, pp. 415-420, 1999.

[7] M.Y. Shieh, C.W. Huang, T.H. Li, "A GA-based Sugeno-Type Logic Controller for Cart-Pole System", *IEEE*, pp. 1028-1032.

[8] M.N. Howell, M.C. Best, "On-line PID tuning for engine idle-speed control using continuous action reinforcement learning automata", *Control Engineering Practice 8 147-154*, Elsevier Science Ltd., 2000.

[9] M.N. Howell, T.J. Gordon, "Continuous action reinforcement learning automata and their application to adaptive digital filter design", *Engineering Applications of Artificial Intelligence 14 549-56*, Elsevier Science Ltd., 2001.