مجله کنترل

۱۳۸۷، جلد ۲، شماره ۱، صفحه ۶۴-۵۶

کنترل تطبیقی سیستم آشوبی همسانِ لرنز- لو- چن

فریبرز حقیقت دار فشارکی[۱]، محمد عطایی[۲]

فارغ‌التحصیل کارشناسی ارشد برق- قدرت دانشگاه اصفهان[۱]، استادیار گروه الکترونیک دانشگاه اصفهان[۲]

[۱] fr_haghighat@yahoo.com[۲]، mataei1971@yahoo.com

چکیده: در این مقاله یک کنترلگر تطبیقی برای کنترل سیستم آشوبی همسانِ لرنز- لو- چن ارائه می‌گردد. به این منظور، ترکیبی از فیدبکهای خطی با بهره‌های ثابت و تطبیقی و فیدبک غیرخطی تطبیقی مورد استفاده قرار می‌گیرد. در این راستا، انتخاب فیدبک حالت غیرخطی با استفاده از روش مستقیم لیاپانف صورت می‌گیرد و پایداری مجانبی سیستم نامعین همسانِ لرنز- لو- چن در یک نقطه تصادفی از چنبره عمومی نقاط تعادل آن، در قالب یک لم تضمین می‌گردد. در ادامه، با افزودن سیگنالهای فیدبک خطی به سیستم کنترل شده در مرحله نخست، پایداری مجانبی سیستم کنترل شده نهایی در هر نقطه دلخواه از چنبره مذکور، حاصل می‌گردد. اثبات این مطلب نیز با استفاده از روش غیرمستقیم لیاپانف صورت می‌گیرد. در پایان برای نشان دادن عملکرد مناسب کنترلگر پیشنهادی در پایدارسازی سیستم آشوبی همسانِ لرنز- لو- چن، نتایج شبیه سازی اعمال این کنترلگر به سیستم، در شرایط مختلف، حتی در شرایطی که نوع سیستم و نقطه تعادل مطلوب بطور توأم تغییر می‌کنند، ارائه می‌گردد.

واژه‌های کلیدی: کنترل تطبیقی، سیستم آشوبی همسانِ لرنز- لو- چن، تئوری پایداری لیاپانف

Abstract: In this paper an adaptive controller for the Unified chaotic system is presented. For this purpose, a combination of linear feedbacks with constant and adaptive gains and a non-linear adaptive state feedback is used. In this way, the Lyapunov's direct method is used to select the suitable non-linear state feedback. Moreover, the asymptotic stability guarantee of the uncertain Unified chaotic system in a stochastic point on the general manifold of its equilibrium points is proved in a lemma by using non-linear feedback controller. Then, the asymptotic stability of the final controlled system in any desired point on the mentioned manifold is guaranteed by adding the linear feedback signals to the prior controlled system. This subject is proved, by using the Lyapunov's indirect method. Finally, the simulation results related to applying the controller to the Unified chaotic system, in different cases, even when simultaneous-changing of the system type and the desired equilibrium point occurs are provided to show the well-acceptable performance of the proposed controller.

Keywords: Adaptive Control, Unified Chaotic System, Lyapunov's Stability Theory.

۱. مقدمه

پدیده آشوب و بررسی وقوع آن در شاخه های مختلف علوم در چند دهه اخیر بطور گسترده مورد مطالعه قرار گرفته است. امروزه در برخی از موارد مانند تحریک مد آشوبی در عملکرد کاتالیزگرهای شیمیایی [۱] و مدولاسیون آشوبی در مخابرات امن [۲]، این پدیده می‌تواند مفید واقع شود. ولی در اغلب موارد، مطالعه آشوب می‌تواند بعنوان ابزاری جهت تحلیل رفتار غیرخطی ظاهر شده در بسیاری از سیستمها در شاخه‌های مختلفی از علوم مانند الکترونیک قدرت [۳]، مهندسی پزشکی [۴]، سیستمهای بیولوژیکی [۵] و واکنشهای شیمیایی [۶] بکار رود. بنابراین لزوم کنترل آشوب کاملاً مشخص گردیده و بر این اساس، پس از ارائه روش OGY توسط ات[۱]، گربوگی[۲] و یورک[۳] در زمینه کنترل سیستمهای آشوبی [۷]، کنترل آشوب در دو دهه اخیر، بطور گسترده مورد توجه محققین قرار گرفته است. یکی از سیستمهای آشوبی که به سبب قابلیت مناسب آن در نمایش ویژگیهای رفتار آشوبگونه

[1] Ott
[2] Grebogi
[3] Yorke

در چند سال اخیر مورد مطالعه و تحقیق فـراوان قـرار گرفتـه، سیسـتم آشـوبی همسانِ لرنز- لو- چن است [۸- ۱۴]. مطالعات اخیر نشـان مـی‌دهـد کـه تغییـر شکل ظاهری پارامترهای سیستم مذکور، موجـب بـروز ویژگیهـای خاصـی از رفتارهای آشوبگونه در این سیسـتم مـی‌گـردد [۸- ۱۰]. بنـابراین پـرداختن بـه مبحث کنتـرل ایـن سیسـتم بـا وجـود نـامعینی یـا تغییـرات در پارامترهـای آن موضوع مفید و جذابی است.

در بسیاری از مقالات منتشر شـده در زمینـه کنتـرل آشـوب، معلـوم بـودن مقـدار دقیـق پارامترهـای مـدل سیسـتم، یـک فـرض اساسـی بـرای اسـتخراج موفقیت‌آمیز کنترلگر مـی‌باشـد [۸، ۱۵ و ۱۶]. امـا در شـرایط واقعـی تمـام یـا برخی از پارامترهای مدل سیستم، ناشناخته و یا غیر قطعی هستند و علاوه برآن می‌توانند به آهستگی و یا بطور ناگهانی تغییـر کننـد. بنـابراین اسـتخراج یـک کنترلگر تطبیقی برای کنترل سیستمهای آشوبی با وجود پارامترهـای ناشـناخته یا غیر قطعی بسیار حائز اهمیت بوده و تاکنون مورد توجـه برخـی از محققـین قرار گرفته است [۱۱- ۱۴].

آنچه که در این مقاله مدنظر می‌باشد، ارائـه یـک کنترلگـر تطبیقـی بـرای پایدارسازی مجانبی سیستم آشوبی همسانِ لرنز- لو- چن در هر نقطـه دلخـواه از یک چنبره خاص در فضای متغیرهای حالت سیستم است. ایـن چنبـره را از این به بعد چنبره عمومی نقاط تعادل سیستم می‌نامیم. کنترل سیستم موردنظر با استفاده از ترکیب فیدبک غیرخطی تطبیقـی و سـیگنالهای فیـدبک خطـی بـا بهره‌های ثابت و تطبیقی صورت می‌پذیرد. بطوریکه کنترلگر پیشنهادی دارای عملکرد مقاوم و تطبیق پذیر نسبت به نـامعینی و تغییـر در پارامترهـای سیسـتم است.

در ادامه، مدل سیستم تحـت مطالعـه و نحـوه انتخـاب ورودیهـای کنترلـی سیسـتم، در بخـش دوم معرفـی مـی‌شـود. در بخـش سـوم، هـدف از طراحـی کنترلگـر شـرح داده مـی‌شـود. در بخـش چهـارم مراحـل طراحـی کنترلگـر پیشنهادی مطرح و مباحث مربوط به تضمین پایداری سیستم کنتـرل شـده، در قالب دو لم به همراه اثبات آنها، ارائه می‌گردد. در بخـش پـنجم، نتـایج شـبیه سازی مربوط به انجام چند آزمایش مختلف بر روی سیستم تحت مطالعه ارائه می‌شود و جمع بندی و نتیجه گیری در بخش ششم صورت می‌گیرد.

۲. مدل سیستم تحت مطالعه و انتخاب ورودیهای کنترلی

در سال ۱۹۶۳، لرنز[1] اولین رباینده آشوبی کلاسیک را کشف نمـود [۱۷]. سالها پس از آن، سیستم چن[2] در سال ۱۹۹۹ توسط چن و ویتـا [۱۸] و سیسـتم لو[3] در سـال ۲۰۰۲ توسـط لـو و چـن [۱۹] معرفـی گردیـد کـه هـر دو دارای ربایندههای آشوبی مشابه اما با توپولوژی متفاوت نسبت به سیستم لرنز بودنـد. نهایتاً، لو و دستیارانش در سال ۲۰۰۲ با درنظر گرفتن قیودی بر ضرایب بخش خطی معادلات حالت سه سیستم فوق الذکر، موفق شدند فرم واحدی را برای معادلات این سه سیستم پیشنهاد دهند [۲۰]. سیستم آشوبی ترکیب شده، تحت عنوان سیستم همسانِ لرنز- لو- چن و با رابطه زیر معرفی می‌شود.

$$\begin{cases} \dot{x} &= (25\alpha+10)(y-x) \\ \dot{y} &= (28-35\alpha)x - xz + (29\alpha-1)y \\ \dot{z} &= xy - \dfrac{\alpha+8}{3}z \end{cases} \qquad (۱)$$

سیستم آشوبی فوق، به ازای $\alpha \in [0,1]$ دارای رفتار آشوبی اسـت. ایـن سیستم وقتی $\alpha \in [0, 0.8)$ باشد، سیستم عمومی لرنز نامیده می‌شـود. وقتـی $\alpha = 0.8$ باشــد، تبــدیل بــه سیســتم عمــومی لــو مــی‌گــردد و وقتــی $\alpha \in (0.8, 1]$ باشد سیستم عمومی چن، خوانده می‌شود.

با تعریف پارامترهای جدید a، b، c و d، مطابق با روابط زیر:

$$\begin{cases} a &= 25\alpha+10 \\ b &= 28-35\alpha \\ c &= 29\alpha-1 \\ d &= \dfrac{\alpha+8}{3} \end{cases} \qquad (۲)$$

می‌توان معادلات حالت سیستم آشوبی همسانِ لرنز- لو- چن را بصـورت معادلات (۳) بازنویسی نمود.

$$\begin{cases} \dot{x} &= a(y-x) \\ \dot{y} &= bx - xz + cy \\ \dot{z} &= xy - dz \end{cases} \qquad (۳)$$

در بسیاری از سیستمهایی که رفتار دینـامیکی آنهـا بـا اسـتفاده از معـالات سیستم همسانِ لرنز- لو- چن توصیف می‌شود، پارامتر b، ظاهر شده در روابط (۲) و (۳) بعنوان یک پـارامتر قابـل کنتـرل مطـرح اسـت. بعنـوان مثـال، رفتـار آشوبی سیالات بهنگام وقوع پدیده همرفت گرمایی، با معادلات لرنز توصیف می‌شود [۱۵ و ۱۶]. در این مورد پارامتر b ذکر شده در بالا، که متناظر با عـدد رایلی[4] در فرم سنتی سیستم لرنز می‌باشد، متناسب بـا حـرارت اعمـال شـده بـه نیمه تحتانی سیال خواهد بود. از اینرو در طراحی کنترلگر پیشنهادی، یکـی از سیگنالهای کنترلی به پارامتر b افزوده می‌شود. مطابق با اغلب روشهایی که تـا کنون برای کنترل سیستم همسانِ لرنز- لو- چـن، پیشـنهاد شـده اسـت، قـانون کنترل می‌تواند با مشتق حالتهای سیسـتم جمـع شـود. در ایـن مقالـه، سـیگنال کنترل دوم که یک سیگنال فیدبک خطی با بهره ثابت اسـت، بـا مشـتق متغیـر حالت x سیستم جمع می‌شود.

[1] Lorenz
[2] Chen
[3] Lū
[4] Rayleigh

۳. هدف از طراحی کنترلگر

پس از معرفی سیستم تحت مطالعه، در این قسمت هدف از طراحی کنترلگر بیان می‌گردد. در این راستا، جهت تعیین نقاط تعادل سیستم، کافیست مشتق زمانی متغیرهای حالت سیستم برابر با صفر قرار داده شود که در اینصورت با توجه به معادلات اول و سوم از رابطه (۳) به تساویهای زیر می‌رسیم.

$$x = y \quad , \quad z = \frac{x^2}{d} \tag{۴}$$

دو تساوی در رابطه (۴) چنبره عمومی نقاط تعادل سیستم همسانِ لرنز- لو- چن را در فضای $\Re^3$ توصیف می‌کنند. درصورت مشخص بودن مقادیر دقیق پارامترهای سیستم، با استفاده از معادله دوم در رابطه (۳) مکان دقیق سه نقطه تعادل ناپایدار سیستم همسانِ لرنز- لو- چن، واقع بر این چنبره بصورت زیر مشخص می گردد.

$$\begin{cases} E_1 &= \left(0,0,0\right) \\ E_2 &= \left(\sqrt{d(b+c)}, \sqrt{d(b+c)}, (b+c)\right) \\ E_3 &= \left(-\sqrt{d(b+c)}, -\sqrt{d(b+c)}, (b+c)\right) \end{cases} \tag{۵}$$

در این مقاله، هدف از کنترل تطبیقی سیستم همسانِ لرنز- لو- چن، آن است که سیستم کنترل شده در هر نقطه دلخواهی از چنبره داده شده با رابطه (۴)، مانند نقطه $\left(x = X,\, y = X,\, z = \frac{X^2}{d}\right)$، به ازای هر مقدار دلخواه X، بطور مجانبی پایدار گردد.

٤. طراحی کنترلگر تطبیقی

باتوجه به توضیحاتی که در بخش دوم در خصوص انتخاب ورودیهای کنترلی سیستم همسانِ لرنز- لو- چن داده شد، معادلات حالت سیستم کنترل شده مذکور را می‌توان بصورت زیر بازنویسی نمود.

$$\begin{cases} \dot{x} &= a(y-x)+u_1 \\ \dot{y} &= (b+u_2)x - xz + cy \\ \dot{z} &= xy - dz \end{cases} \tag{۶}$$

در ادامه، سیگنالهای کنترلی را بگونه ای طراحی می‌کنیم که اولاً: هر نقطه دلخواه با فرم عمومی $\left(x = X,\, y = X,\, z = \frac{X^2}{d}\right)$، یک نقطه تعادل برای سیستم حلقه بسته داده شده با رابطه (۶) محسوب شود و ثانیاً: شرط تضمین پایداری مجانبی سیستم کنترل شده در نقطه تعادل مذکور برآورده گردد. به این منظور در مرحله اول، با انتخاب یک سیگنال فیدبک غیرخطی تطبیقی، شرایطی فراهم می‌شود که ضمن حذف بخش غیرخطی در معادله حالت دوم سیستم کنترل شده، سیستم حاصل در یک نقطه تصادفی و نه دلخواه، اما دارای فرم عمومی ذکر شده در بالا، پایدار مجانبی گردد. در مرحله دوم، با افزودن سیگنالهای فیدبک خطی مناسب به سیستم کنترل شده مرحله نخست، هدف نهایی از کنترل سیستم همسانِ لرنز- لو- چن که در بخش سوم شرح داده شد، محقق می‌شود. در ادامه، جزئیات طراحی کنترلگر در دو گام و در قالب دو لم به همراه اثبات آن ارائه می گردد.

لم ۱: سیستم کنترل شده همسانِ لرنز- لو- چن، که معالات حالت آن در رابطه (۶) داده شده است را درنظر می‌گیریم. این سیستم با انتخاب سیگنالهای کنترل u_1 و u_2 بصورت،

$$\begin{cases} u_1 &= 0 \\ u_2 &= z + g \end{cases} \tag{۷}$$

که در آن پارامتر g مطابق با رابطه،

$$\dot{g} = x^2 - xy \tag{۸}$$

به روز می‌شود، در یک نقطه تصادفی واقع بر چنبره عمومی نقاط تعادل سیستم، داده شده با رابطه (۴) بطور مجانبی پایدار می گردد.

اثبات: در قانون کنترل داده شده با رابطه (۷)، جمله اول در سیگنال کنترلی u_2 وظیفه حذف بخش غیرخطی معادله حالت دوم سیستم کنترل شده را برعهده دارد. و اگر پارامتر کنترلی g، مقدار نامی $g_1 = -(b+c)$ را اختیار کند، امکان همسانِ سازی حالتهای تعادلی اول و دوم سیستم کنترل شده فراهم می‌گردد. ولیکن بدلیل نامعین بودن پارامترهای سیستم، در اینجا مقدار دقیق g_1، نامعلوم است. اکنون با استفاده از متغیرهای سیستم کنترل شده، یعنی کمیتهای (x, y, z, g)، متغیرهای کمکی w و $\tilde{g}$ را بترتیب با روابط (۹) و (۱۰) تعریف می‌کنیم.

$$w = y - x \tag{۹}$$

$$\tilde{g} = g_1 - g \tag{۱۰}$$

سپس سیستم با معادلات حالت زیر را در نظر می گیریم.

$$\begin{cases} \dot{w} &= & f(x,y,z,g) \\ \dot{\tilde{g}} &= \dot{g} = & h(x,y,z,g) \end{cases} \tag{۱۱}$$

و برای سیستم توصیف شده با رابطه (۱۱) کاندیدای تابع لیاپانف زیر را انتخاب می‌نماییم.

$$V(w,\tilde{g}) = \frac{1}{2}\left[w^2 + \tilde{g}^2\right] \tag{۱۲}$$

مشتق زمانی تابع V با درنظر گرفتن روابط (۶) تا (۱۲) بصورت زیر خواهد بود.

$$\dot{V}(w,\tilde{g}) = (c-a)w^2 \tag{۱۳}$$

که با توجه به رابطه (۲) به ازای $\alpha \in [0,1]$، همواره $(c - a) = (4\alpha - 11) < 0$ است.

بنابراین، واضح است که در همسایگی نقطه $w = 0$ تابع $V(w,\tilde{g})$ مثبت معین و تابع $\dot{V}(w,\tilde{g})$ منفی معین است. لذا، متغیر حالت کمکی w در سیستم توصیف شده با رابطه (۱۱) بطور مجانبی به مقدار صفر همگرا می‌شود. پس در سیستم کنترل شده که با رابطه (۶) توصیف می‌گردد، با استفاده از سیگنالهای کنترل داده شده در روابط (۷) و (۸)، حالتهای x و y سیستم هر دو بطور مجانبی به یک مقدار تصادفی مانند Y همگرا می‌شوند.

اکنون به فرض آنکه قانون کنترل داده شده با روابط (۷) و (۸) از لحظه دلخواه $t = t_0$ به سیستم (۶) اعمال شود و چنانچه t_1 به حد کافی بزرگتر از t_0 انتخاب گردد، با توجه به همگرایی مجانبی حالتهای x و y سیستم به یک مقدار تصادفی مانند Y، در حل معادله دیفرانسیلی سوم از رابطه (۶) می‌توان به‌جای دو متغیر مذکور مقدار تصادفی Y را جایگزین نمود، در اینصورت برای متغیر حالت z سیستم به رابطه زیر خواهیم رسید.

$$z(t) = e^{-dt} z(0) + \frac{Y^2}{d}(1 - e^{-dt}) \qquad (۱۴)$$

با توجه به رابطه (۱۴) زمانی که $t \to \infty$، $z(t)$ به $\frac{Y^2}{d}$ همگرا می‌شود. این موضوع نشان می‌دهد، سیستم کنترل شده همسانِ لرنز- لو- چن که رفتار دینامیکی آن با رابطه (۶) بیان می‌شود، با استفاده از قانون کنترل داده شده در روابط (۷) و (۸) در نقطه تصادفی $\left(x = Y,\, y = Y,\, z = \frac{Y^2}{d}\right)$ واقع بر چنبره عمومی نقاط تعادل سیستم بطور مجانبی، پایدار می‌گردد.

لم ۲: سیستم کنترل شده همسانِ لرنز- لو- چن، که معالات حالت آن در رابطه (۶) داده شده است را درنظر می‌گیریم. این سیستم با انتخاب سیگنالهای کنترل u_1 و u_2 بصورت،

$$\begin{cases} u_1 = k_1(X - x) \\ u_2 = z + g + k_2(X - y) \end{cases} \qquad (۱۵)$$

که در آن بهره k_1 یک مقدار دلخواه مثبت است و پارامتر تطبیقی g مطابق با رابطه (۸) و بهره k_2 مطابق با رابطه،

$$\dot{k}_2 = \gamma sign(X)(X - y)^2 \quad , \quad \gamma > 0 \qquad (۱۶)$$

به روز می‌شود، در نقطه دلخواه $E = \left(x = X,\, y = X,\, z = \frac{X^2}{d}\right)$ واقع بر چنبره عمومی نقاط تعادل سیستم، داده شده با رابطه (۴)، بطور مجانبی پایدار می‌گردد.

اثبات: در این مرحله از اثبات می توان فرض نمود که بهره های k_1 و k_2، مربوط به ترمهای فیدبک خطی در رابطه (۱۵) مقادیر ثابتی هستند. سپس محدوده های قابل قبول برای بهره های مذکور را با استفاده از روش غیرمستقیم لیاپانف تعیین می کنیم. به این منظور باید سیستم کنترل شده حول نقطه تعادل خود در فضای $\Re^4$ یعنی نقطه $\hat{E} = \left(x = X,\, y = X,\, z = \frac{X^2}{d},\, g = -(b + c)\right)$، خطی شود. در این صورت، ماتریس ژاکوبین و معادله مشخصه سیستم خطی شده حول نقطه تعادل $\hat{E}$ بترتیب مطابق با روابط (۱۷) و (۱۸) خواهد بود.

$$J = \begin{bmatrix} -a - k_1 & a & 0 & 0 \\ -c & c - k_2 X & 0 & X \\ X & X & -d & 0 \\ X & -X & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad (۱۷)$$

$$\begin{aligned}&(\lambda + d)\{\lambda^3 + (a + k_1 - c + k_2 X)\lambda^2 + \\ &[(a + k_1)(-c + k_2 X) + ac + X^2]\lambda + k_1 X^2\} = 0\end{aligned} \qquad (۱۸)$$

و بنابر معیار روث- هرویتز، شرط پایداری سیستم کنترل شده در نقطه تعادل موردنظر در صورت برآورده شدن قیود داده شده در رابطه (۱۹) تضمین خواهد شد.

$$\begin{cases} k_1 > 0 \\ k_2 X > c - a - k_1 = Q_1 \\ k_2 X > \dfrac{\frac{(k_1 X^2)}{(a + k_1 - c + k_2 X)} - ac - X^2}{a + k_1} + c = Q_2 \end{cases} \qquad (۱۹)$$

بنابراین با توجه به نامساویهای بدست آمده در رابطه (۱۹)، برای تضمین پایداری سیستم در نقطه تعادل موردنظر، کافیست، بهره k_1 برابر با یک مقدار مثبت دلخواه درنظر گرفته شود و در صورت مثبت (منفی) بودن مقدار X، بهره k_2 از $\max\left\{\frac{Q_1}{X}, \frac{Q_2}{X}\right\}$ بزرگتر (از $\min\left\{\frac{Q_1}{X}, \frac{Q_2}{X}\right\}$ کوچکتر) انتخاب شود. اما با توجه به این که مقادیر Q_1 و Q_2، نامعین هستند، لازم است قدر مطلق بهره k_2 آنقدر بزرگ انتخاب شود که همواره از برآورده شدن قید اخیر اطمینان داشته باشیم. اما انتخاب بهره بیش از حد بزرگ، فاقد توجیه اقتصادی است و ممکن است در عمل باعث به اشباع رفتن کنترلگر شود. لذا، نحوه تنظیم بهره k_2، طبق رابطه (۱۶) برای پایدارسازی سیستم در هر نقطه تعادل دلخواه واقع بر چنبره عمومی نقاط تعادل سیستم، مناسب است. این نحوه تنظیم بهره k_2، در صورت مثبت بودن X (منفی

بودن X) منجر به داشتن یک بهره افزایشی (کاهشی) تا رسیدن سیستم به حالت تعادل پایدار در نقطه تعادل موردنظر می گردد.

بدین ترتیب با درنظر گرفتن ترکیب لم ۱ و لم ۲، روند طراحی کنترلگر تطبیقی با استفاده از فیدبک غیرخطی مشخص می گردد. برای کنترل مؤثر سیستم حلقه بسته که رفتار دینامیکی آن با رابطه (۶) توصیف می‌شود، کافیست از قانون کنترل داده شده در رابطه (۱۵) استفاده نمود. در این قانون، بهره k_1 یک مقدار مثبت دلخواه است و بهره تطبیقی k_2 مطابق با رابطه (۱۶) و پارامتر تطبیقی g مطابق با رابطه (۸) به روز می گردد.

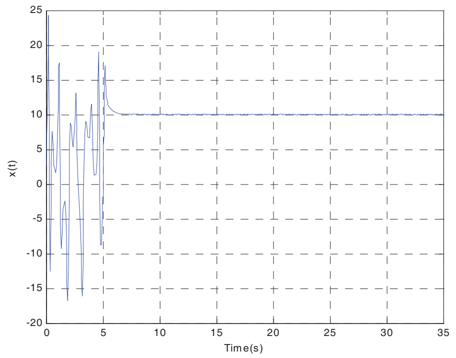
۵. نتایج شبیه سازی

در این قسمت برای نشان دادن کارآیی کنترلگر تطبیقی پیشنهادی، نتایج چند آزمایش عددی ارائه می گردد. این شبیه سازیها بگونه ای درنظر گرفته شده که عملکرد کنترلگر در هنگام تغییر نوع سیستم و همچنین مقاوم بودن کنترلگر نسبت به تغییر ناگهانی نقطه تعادل مطلوب، ارزیابی گردد. لازم به ذکر است که در کلیه آزمایشهای انجام شده، مقدار بهره k_1 در قانون کنترل داده شده با رابطه (۱۵) بصورت $k_1 = 20$ و مقدار پارامتر γ در رابطه (۱۶) بصورت $\gamma = 1$ و شرایط اولیه سیستم و مقادیر اولیه پارامترهای تطبیقی در کنترلگر پیشنهادی، یکسان و بصورت زیر درنظر گرفته شده است.

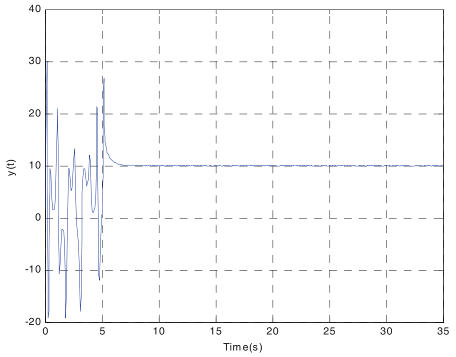
$$x(0) = 3,\ y(0) = 2,\ z(0) = 3,\ g(0) = 0,\ k_2(0) = 0$$

۱.۵. بررسی عملکرد کنترلگر به هنگام تغییر نوع سیستم

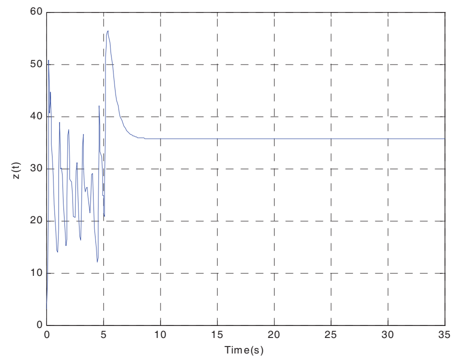
در این قسمت، ابتدا کارآیی کنترلگر در پایدارسازی سیستم در نقطه تعادل مطلوب بررسی می گردد. به این منظور سیستم همسان لرنز- لو- چن به ازای $\alpha = 0.4$ که معرف سیستم عمومی لرنز خواهد بود، درنظر گرفته می‌شود. فرض می گردد، نقطه تعادل مطلوب سیستم نقطه $E = (10, 10, 35.71)$ باشد و کنترلگر در لحظه $\mathrm{t} = 5(\mathrm{s})$ وارد عمل شود. پاسخ زمانی متغیرهای حالت سیستم، در شکلهای (۱) تا (۳)، تغییرات زمانی پارامتر کنترلی g در شکل (۴) و سیگنالهای کنترلی u_1 و u_2 بترتیب در شکلهای (۵) و (۶) نشان داده شده است. همانطور که در این شکلها ملاحظه می گردد، پس از اعمال قانون کنترل، حالتهای سیستم به سرعت به حالت تعادل مطلوب همگرا می‌شوند. پارامتر تطبیقی g نیز مطابق آنچه از تئوری مطرح شده انتظار می‌رود، به مقدار نامی موردنظر یعنی $g_1 = -(b+c)$، همگرا می‌شود.



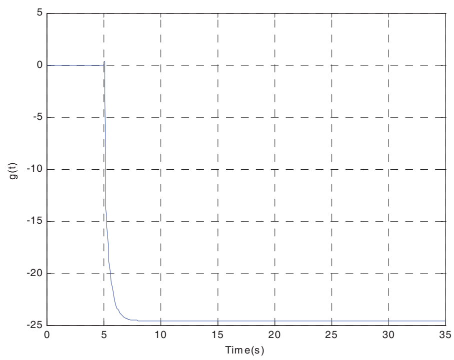
شکل ۱) پاسخ زمانی حالت x سیستم



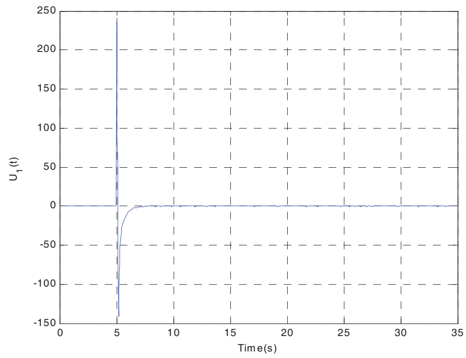
شکل ۲) پاسخ زمانی حالت y سیستم



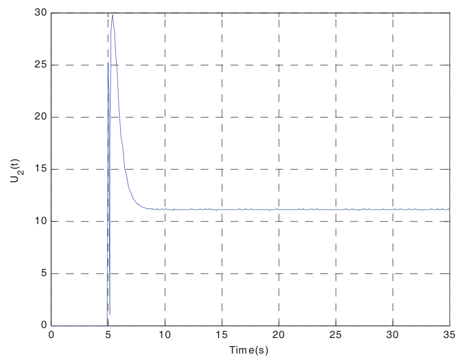
شکل ۳) پاسخ زمانی حالت z سیستم



شکل ۴) تغییرات زمانی پارامتر تطبیقی g

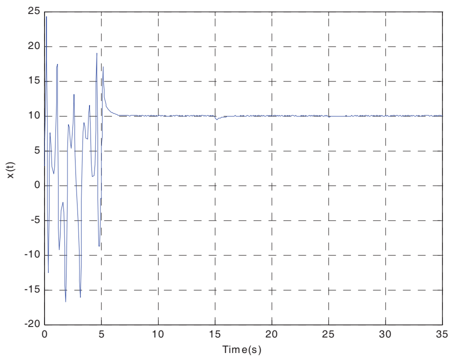


شکل ۵) سیگنال کنترلی u_1

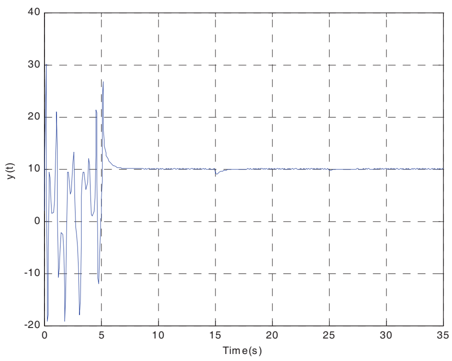


شکل ۶) سیگنال کنترلی u_2

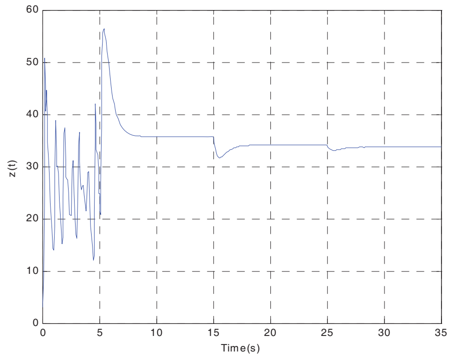
در ادامه این قسمت، تحت همان شرایط فوق، با تغییر پارامتر α از $\alpha = 0.4$ به $\alpha = 0.8$ و سپس به $\alpha = 0.9$، بترتیب در لحظه های $t_1 = 15(s)$ و $t_2 = 25(s)$، نوع سیستم از سیستم عمومی لرنز به سیستم عمومی لو و سپس سیستم عمومی چن تغییر می‌کند. باید توجه داشت که در این حالت اگرچه نقطه تعادل مطلوب تغییر نمی‌کند یا بعبارت دیگر $X = 10$ ثابت نگهداشته می‌شود، اما بدلیل تغییر پارامتر α حالت تعادل z سیستم مطابق با رابطه $z = \dfrac{X^2}{(\alpha+3)/8}$ تغییر می‌یابد. نتایج مربوط به این آزمایش نیز به ترتیب در شکلهای (۷) تا (۱۲) نشان داده شده اند. همانطور که ملاحظه می‌شود، حالتهای سیستم کنترل شده، با تغییر نوع سیستم همچنان با سرعت خوبی به حالت تعادل مطلوب، همگرا می‌شوند. علاوه بر آن، پارامتر تطبیقی g نیز مانند قبل و طبق انتظار، به مقدار نامی g_1 همگرا می‌شود.



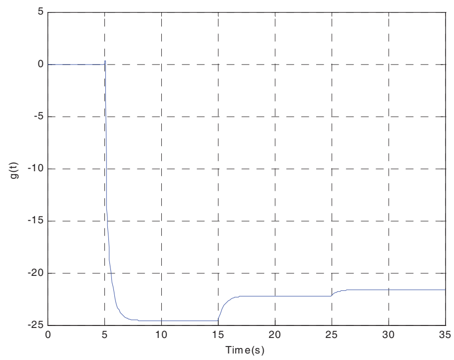
شکل ۷) پاسخ زمانی حالت x سیستم



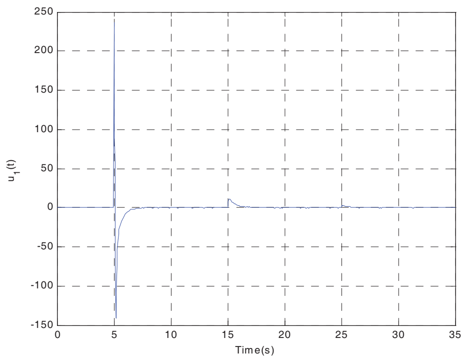
شکل ۸) پاسخ زمانی حالت y سیستم



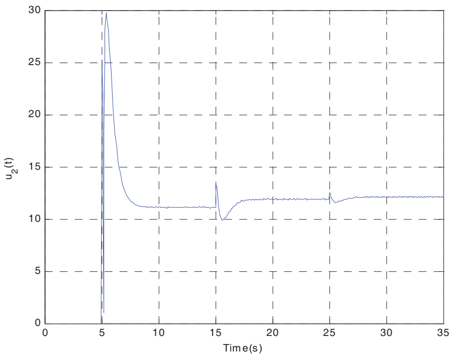
شکل ۹) پاسخ زمانی حالت z سیستم



شکل ۱۰) تغییرات زمانی پارامتر تطبیقی g



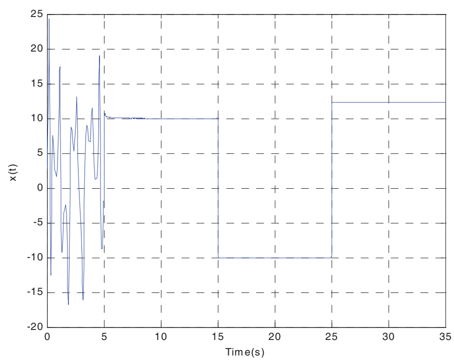
شکل ۱۱) سیگنال کنترلی u_1



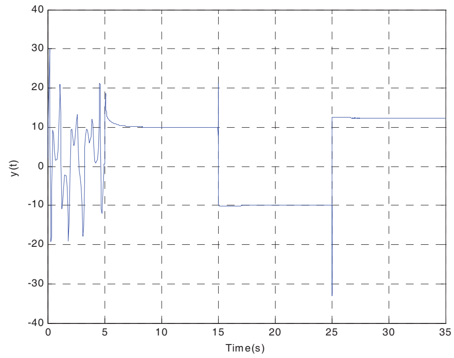
شکل ۱۲) سیگنال کنترلی u_2

۲.۵. بررسی عملکرد کنترلگر با تغییر توأم نوع سیستم و نقطه تعادل

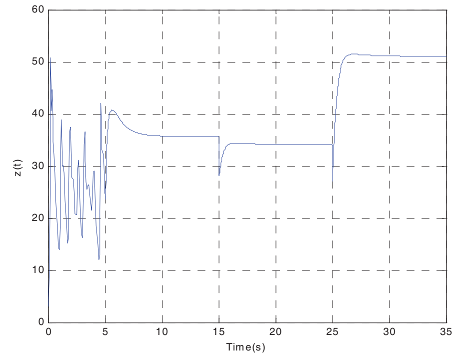
در این مرحله فرض می‌شود که هم نوع سیستم و هم نقطه تعادل مطلوب تغییر کنند. بدین منظور فرض می‌شود که پارامتر α در لحظه‌های $t_1 =$ 15(s) و $t_2 = 25(s)$ بترتیب از $\alpha = 0.4$ به $\alpha = 0.8$ و سپس $\alpha = 0.9$ تغییر یابد. در اینصورت نوع سیستم نیز بترتیب از سیستم عمومی لرنز به سیستم عمومی لو و سپس سیستم عمومی چن تغییر می‌کند. همچنین فرض می‌شود که در لحظه های مذکور نقطه تعادل مطلوب سیستم نیز بترتیب از $E = (10, 10, 35.7)$ به $E = (-10, -10, 34.1)$ و سپس $E = (12.3, 12.3, 51)$ تغییر کند. در این مورد نیز مشابه با دو آزمایش قبلی، نتایج شبیه سازی مؤید همگرایی حالتهای سیستم به نقطه تعادل مطلوب و همگرایی پارامتر تطبیقی g به مقدار نامی مورد انتظار است. نتایج این آزمایش در شکلهای (۱۳) تا (۱۶) نشان داده شده است.



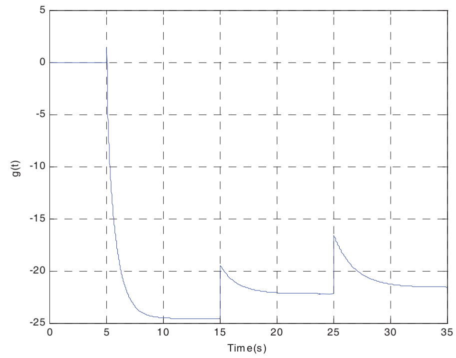
شکل ۱۳) پاسخ زمانی حالت x سیستم



شکل ۱۴) پاسخ زمانی حالت y سیستم



شکل ۱۵) پاسخ زمانی حالت z سیستم



شکل ۱۶) تغییرات زمانی پارامتر تطبیقی g

٦. نتیجه گیری

در این مقاله، مسأله کنترل تطبیقی سیستم نامعین همسانِ لرنز- لو- چن، در نظر گرفته شد. بمنظور کنترل مؤثر سیستم مذکور در هر نقطه دلخواه از چنبره عمومی نقاط تعادل آن، دو ورودی کنترلی مناسب برای سیستم انتخاب گردید. پس از آن در مرحله نخست، با استفاده از روش مستقیم لیاپانف، یک کنترلگر فیدبک غیرخطی تطبیقی طراحی گردید که قادر بود، سیستم را در یک نقطه تصادفی از منیفول عمومی نقاط تعادل آن بطور مجانبی پایدار سازد. در مرحله بعد، با اضافه شدن سیگنالهای کنترل خطی، با بهره های ثابت و تطبیقی، پایدار سازی مجانبی سیستم در هر نقطه دلخواه واقع بر چنبره عمومی نقاط تعادل آن، حاصل گردید. دو مرحله فوق الذکر در قالب دو لم مطرح و اثبات گردید. در پایان، جهت نشان دادن کارآیی کنترلگر پیشنهادی و مقاوم بودن آن نسبت به تغییر پارامترهای سیستم و نقطه تعادل مطلوب، نتایج چند آزمایش عددی ارائه گردید.

مراجع

[1] Nieuwenhuys, B. E., Gluhoi, A. C., Rienks, E. D. L. and Weststarte, C. J., Vinod, C. P., "Chaos, oscillations and the golden future of catalysis," *Catalysis Today*, vol. 100, no. 1-2, pp. 49-54, February 2005.

[2] Wang, X. and Zhang, J., "Chaotic secure communication based on nonlinear autoregressive filter with changeable parameters," *Physics Letters A*, vol. 357, no. 4-5, pp. 323-329, September 2006.

[3] Zhang, H., Ma, X., Xue, B. and Liu, W., "Study of intermittent bifurcations and chaos in boost PFC converters by nonlinear discrete models," *Chaos, Solitons and Fractals*, Vol. 23, no. 2, pp. 433-444, January 2005.

[4] Orel, V. E., Romanov, A. V., Dzyatkovskaya, N. N. and Mel'nik, Yu. I., "The device and algorithm forestimation of the mechanoemission chaos in blood of patients with gastric cancer," *Medical Engineering and Physics*, vol. 24, no. 5, pp. 365-371, June 2002.

[5] Sprott, J. C., Vano, J. A., Wildenberg, J. C., Anderson, M. B. and Noel, J. K., "Coexistence and chaos in complex ecologies," *Physics Letters A*, vol. 335, no. 2-3, pp. 207-212, 2005.

[6] Shabunin, A., Astakhov, V., Demidov, V., Provata, A., Baras, F., Nicolis, G., and Anishchenko, V., "Modeling chemical reactions by forced limit-cycle oscillator: synchronization phenomena and transition to chaos," *Chaos, Solitons and Fractals*, vol. 15, no. 2, pp. 395-405, 2003.

[7] Ott, E., Grebogi, C. and Yorke, J. A., "Controling Chaos," *Physical Review Letters*, vol. 64, no. 11, pp. 1196-1199, 1990.

[8] Lu, J. and Wu, X., "A unified chaotic system with continuous periodic switch," *Chaos, Solitons and Fractals*, vol. 20, no. 2, pp. 245-251, April 2004.

[9] Wu, X., Wang, J., Lu, J. and Iu, H. H. C., "Hyperchaos behavior in a non-autonomous unified

[15] Hwang, C. C., Fung, R. F., Hsie, J. Y. and Li, W. J., "A nonlinear feedback control of the Lorenz equation," *International Journal of Engineering Science*, vol. 37, no. 14, pp. 1893-1900, 1999.

[16] Richter, H., "Controlling the Lorenz system: combining global and local schemes," *Chaos, Solitons and Fractals*, vol. 12, no. 13, pp. 2375-2380, 2001.

[17] Lorenz, E. N., "Deterministic non-periods flows," *Journal of atmospheric Science*, vol. 20, pp. 130-141, 1963.

[18] Chen, G. R. and Ueta, T., "Yet another chaotic attractor," *International Jpurnal of Bifurcation and Chaos*, vol. 9, no. 7, pp. 465-466, 1999.

[19] Lü, J. and Chen, G. R., "A new chaotic attractor coined," *International Jpurnal of Bifurcation and Chaos*, vol. 12, no. 3, pp. 659-661, 2002.

[20] Lü, J., Chen, G. R., Cheng, D. and Celikovsky, S., "Bridge the gap between the Lorenz system and the Chen system," *International Jpurnal of Bifurcation and Chaos*, vol. 12, no.12, pp. 2917-2926, 2002

chaotic system with continous periodic switch," *Chaos, Solitons and Fractals*, vol. 32, no. 4, pp. 1485-1490, May 2007.

[10] Ge, Z. M. and Yang, K. W., "Chaotic range of a unified chaotic system and its chaos for five periodic switch cases," *Chaos, Solitons and Fractals*, vol. 33, no. 1, pp. 246-269, July 2007.

[11] Liu, J., Chen, S. and Xie, J. "Parameter identification and control of uncertain unified chaotic system via adaptive extending equilibrium manifold," *Chaos, Solitons and Fractals*, vol. 19, no. 3, pp. 533-540, February 2004.

[12] Chen, B., Liu, X. and Tong, S., "Adaptive fuzzy approach to control unified chaotic system," *Chaos, Solitons and Fractals*, vol. 34, no. 5, pp. 1180-1187, 2007.

[13] Lu, J., Huang, B. and Wu, X., "Control of a unified chaotic system with delayed continuous periodic switch," *Chaos, Solitons and Fractals*, vol. 22, no. 1, pp. 229-236, October 2004.

[14] Hua, C. and Guan, X., "Adaptive chaos control for chaotic systems," *Chaos, Solitons and Fractals*, vol. 22, no. 1, pp. 55-60, October 2004.