

طراحی موجک بهینه برای نویززدایی از طیف انرژی رادیوایزوتوپ‌های گسیلنده پرتوگاما جهت استخراج برهمکنش‌های غالب

علی فیاضی^۱، حسین احمدی نوباری^۲

^۱ دانشجوی کارشناسی ارشد برق- کنترل، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد علوم و تحقیقات تهران، دانشکده فنی و مهندسی، a.fayazi@yahoo.co.uk

^۲ دانشیار، قطب علمی کنترل و پردازش هوشمند، دانشکده برق و کامپیوتر، دانشگاه تهران، noubari@ece.ubc.ca

چکیده: تحلیل طیف پرتوگاما با استفاده از تبدیل موجک در سالهای اخیر به یک روش جدید برای کاهش نویز جهت شناسایی برهمکنش‌های غالب فوتون با ماده نظیر جذب فتوالکتریک، لبه کامپتون و پیک‌های ناشی از پرتوهای بازگشتی در طیف‌های پرتوگاما پیشنهاد شده است. در این مقاله روشی جدید برای نویززدایی از طیف‌های پرتوگاما (^{60}Co و ^{137}Cs) معرفی گردید. این روش بر مبنای انتخاب پایه‌هایی از موجک است که بهترین تقریب غیر خطی را از طیف داده شده، فراهم می‌کند. نشان داده شد که چنین پایه‌هایی از موجک بهترین عملکرد نویززدایی را به لحاظ خطای تقریب طیف خواهند داشت. نتایج شبیه‌سازی نشان داد که استفاده از موجک بهینه طراحی شده در نویززدایی طیف، باعث بهبود ۱۵ درصدی نسبت سیگنال به نویز نسبت به موجک‌های استاندارد هم طول می‌شود.

کلمات کلیدی: آنالیز موجک، طیف پرتوگاما، برهمکنش‌های غالب، موجک بهینه، نویززدایی.

Abstract: In recent years analysis of γ -ray spectra using wavelet transform has offered a new approach for an improved noise reduction resulting in an accurate identification of dominant interactions of photon with material in γ -ray spectras. Examples of such interaction are: Photoelectric effect, Compton edge, Scattered photon's. In this paper, a novel approach is presented for denoising of γ -ray spectras (^{60}Co , ^{137}Cs). The approach is based on searching for a wavelet basis that provides the best nonlinear approximation of a given spectra. It is shown that such a basis will have the best wavelet denoising performance in the sense of spectrum estimation error. The result of simulation indicate that an improvement of up to 15% is achieved in SNR using optimally designed wavelet over the same length Daubechies wavelet in denoising of the spectra.

Keywords: Wavelet analysis, γ -ray spectra, Dominant Interactions, Optimum Wavelet, Denoising.

۱- مقدمه

ویژگی مهم تبدیل موجک^۱ که به قابلیت آن در نویززدایی کمک می‌کند، توانایی تمرکز انرژی سیگنال روی تعداد محدودی از ضرایب است. روش نویززدایی معرفی شده توسط داناهو و جانستون^۲ [۲] می‌تواند با بهره‌گیری از اطلاعات قبلی سیگنال جهت طراحی یک موجک بهینه متناسب با ویژگی‌های سیگنال، بهبود یابد. روش‌های زیادی برای نویززدایی موجک‌های بهینه پیشنهاد شده است. در [۳] نسبت سیگنال به نویز^۴ (SNR) یک سیگنال پس از نویززدایی با موجک به عنوان یک معیار بررسی شده است. در [۴] خطای بین سیگنال اصلی و سیگنال بازسازی شده با استفاده از ضرایب مقیاس به حداقل رسیده است. در این روش، انرژی سیگنال غالباً بر روی ضرایب

اکثر سیگنال‌های کاربردی، سیگنال‌هایی در حوزه زمان هستند. اما در اکثر کاربردهای مرتبط با پردازش سیگنال نمایش زمانی همیشه بهترین نمایش از یک سیگنال نیست. در بسیاری از موارد اطلاعات مهم و تشخیصی سیگنال در محتوای فرکانسی آن نهفته است. برای دست‌یابی به محتوای فرکانسی سیگنال از تبدیل فوریه سیگنال استفاده می‌شود. اما نقص و مشکل جدی که تحلیل فوریه در انتقال به حوزه فرکانس دارد، اینست که اطلاعات زمانی سیگنال گم می‌شود. آنالیز موجک^۱ بدلیل قابلیت تحلیل همزمان در حوزه زمان و فرکانس به‌طور گسترده در پردازش سیگنال استفاده شده است. نشان داده شده که تخمین سیگنال از سیگنال نویزی با استفاده از موجک‌ها عملکرد بهتری نسبت به روش‌های معمول نظیر فیلتر کردن در حوزه فرکانس و فیلتر وینر دارد [۱].

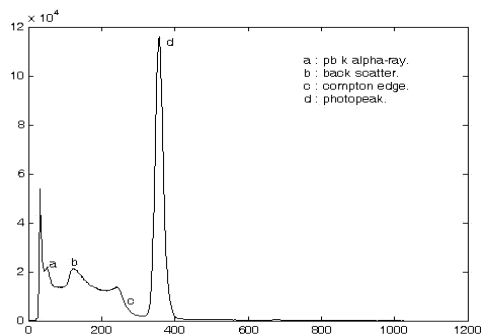
² Wavelet Transform

³ Danaho and Johnstone

⁴ Signal to Noise Ratio

¹ Wavelet Analysis

طیف انرژی رادیوایزوتوپ‌های گسیلنده پرتوگاما که تعداد را در انرژی مربوطه نشان می‌دهد. در حالت ایده آل به صورت یک تابع شبیه به تابع دیراک است. البته برای بعضی از رادیوایزوتوپ‌ها همانند ید می‌تواند شامل چندین پیک بسیار تیز باشد ولی این طیف دستخوش عواملی چون لبه کامپتون در آشکارساز، قله پراکندگی ناشی از پرتوهای بازگشتی، قله اشعه ایکس سرب در کالیماتور، اسکر و غیره حالت تیز بودن خود را از دست داده پهن می‌شود. مهمترین برهمکنش‌های فوتون با ماده عبارتند از: جذب فوتوالکتریک، پراکندگی کامپتون. این برهمکنش‌ها در اثر برخورد فوتون با الکترون‌های مدار، هسته، اتمها یا میدان‌های الکتریکی اطراف آنها صورت می‌پذیرد. در این برخوردها فوتون قسمتی یا تمام انرژی خود را از دست می‌دهد. هر اثر در انرژی خاص و برای کاربردهای خاص حائز اهمیت است. در محدوده انرژی‌های تشخیصی در پزشکی هسته‌ای جذب فوتوالکتریک و پراکندگی کامپتون دو برهمکنش غالب هستند. در شکل ۲ نمونه‌ای از یک طیف انرژی رادیوایزوتوپ پرتوگاما (^{137}Cs) همراه با مشخصات آن که بوسیله دستگاه اسپکترومتری گاما بدست آمده، نمایش داده شده است.



شکل ۲: طیف انرژی رادیوایزوتوپ پرتوگاما (^{137}Cs)

۳- تبدیل موجک گسسته

در یک تحلیل با تفکیک چندگانه متعامد یکه^۲ (OMRA)، با استفاده از تبدیل موجک گسسته^۳ (DWT)، یک سیگنال $f(t) \in V_0$ به یک سری نامحدود توابع جزئی $\{g_i(t)\}$ تجزیه می‌شود به طوری که:

$$f(t) = \sum_{j=-\infty}^0 g_j(t) \quad (1)$$

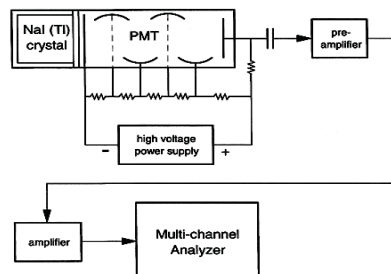
اولین مرحله تجزیه با تصویر کردن $f(t)$ روی دو زیر فضای متعامد V_{-1}, W_{-1} انجام می‌گیرد که در آن $V_{-1} = V_0 \oplus W_{-1}$ و عملگر جمع مستقیم می‌باشد. این تجزیه باعث ایجاد $f_{-1}(t) \in V_{-1}$ ، که یک تقریب با تفکیک پایین تر از $f(t)$ است، و

مکانی مقیاس متمرکز شده است. چایا و رائو^۱ روشی بر مبنای انطباق موجک به یک سیگنال به خصوص در حوزه فرکانس معرفی کرده‌اند [۵].

در این مقاله یک موجک بهینه بر مبنای حداقل سازی خطای تخمین غیرخطی برای یک سیگنال مشخص (طیف رادیوایزوتوپ‌های گسیلنده پرتوگاما) طراحی شده است. این حداقل سازی منجر به بهبود حداکثری نسبت سیگنال به نویز (SNR) می‌شود. علاوه بر این، چنین موجکی برای استخراج مشخصه‌های مهم یک سیگنال کارآمد بوده و می‌تواند مورد استفاده قرار گیرد. روش طراحی موجک بهینه به منظور بهبود SNR و مشخص کردن ویژگیهای بخصوص (برهمکنش‌های غالب فوتون باماده) در طیف رادیوایزوتوپ‌های گسیلنده پرتوگاما (^{137}Cs و ^{60}Co) اعمال شد. طیف رادیوایزوتوپ‌های گسیلنده پرتوگاما نوعاً نویزی بوده و برای شناسایی مشخصه‌ها و ویژگیهای مهم در آنها بایستی کیفیت طیف بهبود یابد [۶-۸]. داده‌های این مقاله (^{60}Co و ^{137}Cs) به طور حقیقی با استفاده از دستگاه اسپکترومتری گاما مجهز به آشکارساز سنتیلاسیون پدرو سدیم (NaI) در آزمایشگاه آنالیز هسته‌ای بدست آمده است. رادیوایزوتوپ‌های گسیلنده پرتوگاما کاربردهای فراوانی دارند، به عنوان مثال ^{137}Cs در انرژی‌های کوچک برای کالیبره کردن تجهیزات آشکار سازی تشعشع و در انرژی‌های بزرگ به عنوان وسیله پرتودرمانی برای درمان سرطان استفاده می‌شود. در اندازه گیری‌های صنعتی برای آشکار کردن جریان مایع درون لوله و در دیگر تجهیزات صنعتی برای اندازه گیری ضخامت مواد، نظیر کاغذ، فیلم عکاسی یا ورق‌های فلز بکار می‌رود.

۲- دستگاه اسپکترومتری گاما

مشخصات و قسمت‌های مختلف یک دستگاه اسپکترومتری گامانوعاً شامل یک آشکارساز ژرمانیوم (Ge) مخزن نیتروژن مایع پیش تقویت کننده منبع ولتاژ معین برای آشکارساز تقویت کننده خطی مبدل قیاسی به عددی (ADC) تحلیلگر چند کاناله (MCA) و سیستم جمع آوری اطلاعات (MCB) می‌باشد. شمای دستگاه اسپکترومتری گاما در شکل ۱ نمایش داده شده است.



شکل ۱: شمای دستگاه اسپکترومتری گاما

² Orthogonal Multiresolution Analysis

³ Discrete Wavelet Transform

¹ Chapa and Rao

بنابراین این توابع نمی‌توانند پایه‌های متعامد را برای فضای $L^2(\mathbb{R})$ تشکیل دهند. زیرفضاهای تودرتو بدین معنی است که زیر فضای V_1 شامل زیر فضای V_0 و زیر فضای V_2 شامل زیر فضای V_1 و همین‌طور زیر فضای V_j شامل زیر فضای V_{j-1} می‌باشد. بدین ترتیب $\phi(t)$ که در زیر فضای V_0 قرار دارد، می‌تواند بر حسب توابع پایه مربوط به زیر فضای V_1 مطابق رابطه زیر (معادله اتساع) بیان شود.

$$\phi(t) = \sqrt{2} \sum_k h(k) \phi(2t - k) \quad (11)$$

که در آن $h(k)$ تصویر $\phi(t)$ بر روی توابع پایه زیر فضای V_1 می‌باشد، و از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$h(k) = \sqrt{2} \int_{-\infty}^{\infty} \phi(t) \phi(2t - k) dt. \quad (12)$$

به منظور رسیدن به یک تجزیه متعامد از فضای $L^2(\mathbb{R})$ ، فضاهای تفاضل W_j را به عنوان مکمل فضاهای V_j در V_{j+1} تعریف می‌شوند. شکل ۳ این زیرفضاهای تفاضل را نشان می‌دهد. به گونه‌ای که:

$$V_{j+1} = V_j \oplus W_j \quad \text{and} \quad V_j \cap W_j = \phi \quad (13)$$

زیرفضاهای W_j فضای $L^2(\mathbb{R})$ را به زیر فضاهای متعامد تجزیه می‌کنند. به گونه‌ای که:

$$W_j \perp W_{j'} \quad \text{if} \quad j \neq j', \quad \text{and} \quad \bigoplus_{j=-\infty}^{\infty} W_j = L^2(\mathbb{R}). \quad (14)$$

زیر فضای W_j بوسیله دسته‌ای از توابع پایه $\left\{ 2^{j/2} \psi(2^j t - k) \right\}_{j,k \in \mathbb{Z}}$ پوشش داده می‌شود که شیفت یافته و مقیاس یافته دودویی سیگنال موجک $\psi(t)$ می‌باشند. بنابراین هر سیگنال $f(t) \in L^2(\mathbb{R})$ را می‌توان به صورت ترکیب خطی از این توابع پایه نوشت:

$$f(t) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} \sum_{k=-\infty}^{\infty} b_{j,k} 2^{j/2} \psi(2^j t - k) \quad (15)$$

$$b_{j,k} = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) 2^{j/2} \psi(2^j t - k) dt \quad (16)$$

از آنجاییکه، زیر فضاهای W_j متعامد هستند. این بسط، یک بسط متعامد از سیگنال $f(t)$ می‌باشد. $b_{j,k}$ ضرایب موجک نامیده می‌شود. معادلات (۱۵) و (۱۶) با هم معادلات ترکیب و تحلیل تبدیل موجک گسسته را تشکیل می‌دهند. $\psi(t)$ در زیر فضای W_0 قرار گرفته است، که بخشی از زیر فضای V_1 می‌باشد. بنابراین می‌توان تابع موجک $\psi(t)$ را بر حسب توابع پایه مربوط به زیر فضای V_1 به صورت معادله زیر (معادله موجک) بیان نمود:

$$\psi(t) = \sqrt{2} \sum_k g(k) \phi(2t - k) \quad (17)$$

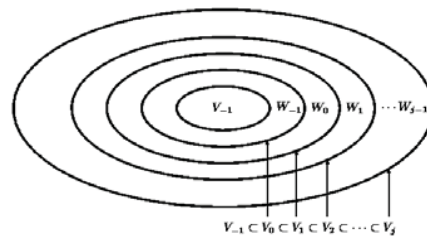
که $g(k)$ تصویر $\psi(t)$ بر روی توابع پایه زیر فضای V_1 می‌باشد و از رابطه زیر بدست می‌آید.

$g_{-1} \in W_{-1}$ ، که خطای جزئی ناشی از تقریب $f_{-1}(t)$ از $f(t)$ است، می‌شود. عمل تجزیه به دو زیر فضای متعامد W_{-2}, V_{-2} و همین‌طور تصویر کردن‌های بعدی ادامه می‌یابد. زیر-فضاهای V_j و خواص آن به صورت روابط (۲) و (۳) بیان می‌شود:

$$\dots \subset V_2 \subset V_1 \subset V_0 \subset V_1 \subset V_2 \subset \dots \quad (2)$$

$$\bigcup_{j=-\infty}^{\infty} V_j = L^2(\mathbb{R}); \quad (3)$$

شکل ۳ این زیر فضاهای تودرتو را نمایش می‌دهد.



شکل ۳: شمایی از زیر فضاهای تودرتو شامل زیر فضاهای W_j, V_j

توابع پایه متعامد یکدیگر در زیر فضاهای W_j و V_j توسط روابط زیر بیان می‌شود:

$$\psi_{j,k} = 2^{j/2} \psi(2^j t - k) \quad k, j \in \mathbb{Z} \quad (4)$$

$$\phi_{j,k} = 2^{j/2} \phi(2^j t - k) \quad k, j \in \mathbb{Z} \quad (5)$$

که در آن $\psi(t)$ ، موجک مادر و $\phi(t)$ ، تابع مقیاس می‌باشد به-طوری‌که:

$$\int \psi(t) dt = 0 \Leftrightarrow \Psi(0) = 0 \quad (6)$$

$$\int \phi(t) dt = 1 \Leftrightarrow \Phi(0) = 0 \quad (7)$$

و $\Psi(\omega), \Phi(\omega)$ به ترتیب تبدیل فوری $\psi(t), \phi(t)$ می‌باشند. معادلات تصویر کردن $f(t)$ روی زیر فضاها به صورت زیر بیان می‌شود:

$$f(t) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_{j,k} 2^{j/2} \phi(2^j t - k) \quad (8)$$

که،

$$a_{j,k} = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) 2^{j/2} \phi(2^j t - k) dt. \quad (9)$$

ضرایب مقیاس را بیان می‌کند. اما از آنجایی که زیر فضاهای V_j تودرتو می‌باشند لذا بسط $f(t)$ متعامد نیست. همچنین توابع $\left\{ 2^{j/2} \phi(2^j t - k) \right\}_{j,k \in \mathbb{Z}}$ در سرتاسر مقیاس‌ها متعامد نخواهند بود. یعنی:

$$\langle 2^{j/2} \phi(2^j t - k), 2^{j'/2} \phi(2^{j'} t - k') \rangle_{k,k' \in \mathbb{Z}} \neq 0 \quad \text{when} \quad j \neq j', \quad (10)$$

$$\sum_k h[k]h[k-2n] = \delta[n] \quad (24)$$

$$\sum_k (-1)^k k^m h[k] = 0 \text{ for } m=0, \dots, M-1 \quad (25)$$

کمیت M تعداد گشتاورهای محوشونده^۳ موجک متناظر با ϕ است [۱۱] و [۱۲]. موجک توسط فیلتر پایین گذر $h[k]$ به تنهایی مشخص می‌شود و فیلتر بالا گذر $g[k]$ از روی آن قابل محاسبه است. اگر $g[k]$ به صورت رابطه زیر محاسبه شود آنگاه $\psi_{j,n}$ یک پایه متعامد برای فضای W_j خواهد بود [۱]:

$$g[k] = (-1)^{1-k} h[1-k] \Leftrightarrow G(\omega) = e^{-j\omega} H^*(\omega + \pi) \quad (26)$$

که $G(\omega)$ و $H(\omega)$ به ترتیب تبدیل فوریه $h[k]$ و $g[k]$ می‌باشند.

۴- تخمین طیف بوسیله تبدیل موجک

از میان انبوه کاربردهای تبدیل موجک، تخمین سیگنال اصلی از سیگنال نویزی به عنوان یکی از کاربردهای مهم موجک محسوب می‌شود. در [۶] به منظور اعمال تکنیک‌های موجک طیف انرژی که تعداد را در کانال انرژی نشان می‌دهد، معادل سیگنال فرض شده است. لذا در این تحقیق هدف استخراج بهترین تخمین طیف از میان طیف نویزی دنبال می‌شود. فرض کنید

$$y[n] = f[n] + w[n] \quad (27)$$

که در آن $w[n]$ بیانگر نویز گوسی است. توزیع نویز در تابش‌های هسته‌ای پواسون است اما در صورتی که میانگین شمارش از ۲۰ تجاوز کند، توزیع به سمت توزیع گوسی نرمال میل می‌کند [۱۳]. در اینجا چون طیف پرتوگامای بدست آمده با میانگین شمارش بیش از ۲۰ بدست آمده است، لذا $w[n]$ تعیین کننده نویز گوسی سفید می‌باشد. $y[n]$ طیف نویزی مشاهده شده و $f[n]$ طیفی است که باید تخمین زده شود. تخمین گر \hat{f} از f یک بردار تصادفی است که با تجزیه \mathcal{L} در یک پایه متعامد، و انتخاب یک زیر مجموعه آستانه سازی شده از ضرایب بسط برای بازسازی طیف بدست می‌آید. این مجموعه از ضرایب بر اساس آستانه‌ای که روی ضرایب بسط اعمال می‌شود بدست می‌آیند. این تخمین گرهای آستانه‌ای بوسیله داناها و جانستون معرفی شدند [۲]. در حالت کلی این روش، تخمین گر \hat{f} از f ، که هر ضریب نویزی $\langle y, g_m \rangle$ را بطور مستقل با تابع غیرخطی $\alpha(x)$ تضعیف می‌کند، چنین بیان می‌شود:

$$\hat{y} = \sum_{m=0}^{N-1} \alpha(\langle y, g_m \rangle) g_m \quad (28)$$

که g_m بردارهای پایه هستند و

$$g(k) = \sqrt{2} \int_{-\infty}^{\infty} \psi(t) \phi(2t - k) dt. \quad (18)$$

زیرفضاهای تودرتو در شکل ۳ دارای توابع پایه ایی هستند که از مقیاس‌های مختلف سیگنال $\phi(t)$ مشتق شده‌اند. بنابراین نگاشت هر سیگنال $f(t)$ بر روی این زیرفضاها در واقع امکان دیدن این سیگنال را در مقیاس‌ها و تفکیک‌های مختلف می‌دهد. در مقیاس‌های بالا ضرایب موجک $(b_{j,k})$ جزئیات نرم $f(t)$ را نشان می‌دهد، در حالیکه در مقیاس‌های پایین تر ضرایب موجک ساختارهای سخت $f(t)$ را اندازه‌گیری می‌کند. بدین ترتیب است که یک سیگنال $f(t) \in L^2(\mathbb{R})$ در یک تحلیل با تفکیک چندگانه متعامد یکه^۱، به یک سری نامحدود از توابع جزئی تجزیه می‌شود. در حالت کلی، هر زیرفضای V_M از جمع مستقیم $V_N |_{N < M}$ و $W_j |_{N \leq j < M}$ به صورت زیر بدست می‌آید:

$$V_M = V_N \oplus W_N \oplus W_{N+1} \oplus W_{N+2} \oplus \dots \oplus W_{M-1} \quad (19)$$

بنابراین تبدیل موجک گسسته هر سیگنال $f(t) \in L^2(\mathbb{R})$ می‌تواند بوسیله تعداد محدودی از ضرایب موجک بیان شود. با توجه به معادله بالا هر سیگنال $f(t) \in V_M$ می‌تواند بر حسب ضرایب موجک در مقیاس‌های مورد علاقه $(N \leq j < M)$ ، و ضرایب مقیاس در مقیاس $N (< M)$ ، به صورت زیر بسط داده شود.

$$f(t) = 2^{N/2} \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_{N,k} \phi(2^N t - k) + \sum_{j=N}^{M-1} 2^{j/2} \sum_{k=-\infty}^{\infty} b_{j,k} \psi(2^j t - k). \quad (20)$$

اگر سیگنال $f(t)$ محدود باشد. حدود بر روی متغیر شیف K در عبارت بالا محدود است. بنابراین سیگنال‌های محدود با تعداد محدودی ضرایب موجک و مقیاس مشخص می‌شوند. از آنجایی که $\psi(t) \in V_{-1} \subset V_0$ و $\phi(t) \in W_{-1} \subset V_0$ می‌باشد، این توابع می‌توانند به صورت ترکیب خطی از توابع پایه فضای V_0 نمایش داده شوند:

$$\phi(t) = \sqrt{2} \sum_{k=-\infty}^{\infty} h[k] \phi(2t - k) \quad (21)$$

$$\psi(t) = \sqrt{2} \sum_{k=-\infty}^{\infty} g[k] \phi(2t - k) \quad (22)$$

در فضای تحلیل با تفکیک چندگانه متعامد یکه دنباله‌های $h[k]$ و $g[k]$ در معادلات (۲۱) و (۲۲) بیانگر پاسخ ضربه فیلترهای آینه‌ای چهارتایی^۲ (QMF) هستند [۹]. فیلتر پایین گذر $h[k]$ با شرط برقراری معادله (۲۱) و (۱۰) دارای خواص زیر در حوزه زمان است [۱۰]:

$$\sum_k h[k] = \sqrt{2} \quad (23)$$

¹ Orthogonal Multiresolution Analysis

² Quadrature Mirror Filter

³ Vanishing moments

اعمال می‌گردد. سیگنال $f \in G$ بوسیله M بردار که بصورت وقتی^۲ از یک پایه متعامد $B = \{g_m\}_{m \in N}$ از G انتخاب شده‌اند، تقریب زده می‌شود. فرض کنید f_m تصویر f روی M بردار است که اندیس آنها در I_M باشد:

$$f_M = \sum_{m \in I_M} \langle f, g_m \rangle g_m \quad (۳۴)$$

خطای تقریب، مجموع ضرایب باقیمانده است:

$$\mathcal{E}[m] = \|f - f_M\|^2 = \sum_{m \notin I_M} \langle f, g_m \rangle^2 \quad (۳۵)$$

برای اینکه این خطا حداقل شود، باید اندیس‌های موجود در I_M متناظر با M برداری باشند که بیشترین شباهت (بزرگترین اندازه ضرب داخلی $\langle f, g_m \rangle$) را با سیگنال دارا هستند. این بردارها را می‌توان به مشخصه‌های^۳ اصلی f تعبیر نمود. خطای $\mathcal{E}[m]$ بدست آمده، ضرورتاً کوچکتر از خطای تقریب خطی است که M بردار مستقل از f انتخاب می‌کند.

فرض کنید ضرایب $\{\langle f, g_m \rangle\}_{m \in N}$ به صورت نزولی مرتب شده باشند، یعنی $\langle f, g_{m_k} \rangle \geq \langle f, g_{m_{k+1}} \rangle, m \in N$. بهترین تقریب غیر خطی عبارت است از

$$f_M = \sum_{k=1}^{+\infty} \langle f, g_{m_k} \rangle g_{m_k} \quad (۳۶)$$

این تقریب را می‌توان بصورت زیر نوشت:

$$f_M = \sum_{m=0}^{+\infty} \alpha_T \langle f, g_m \rangle g_m \quad (۳۷)$$

و $T = \langle f, g_{m_M} \rangle$ که در آن α_T همان رابطه (۲۹) است. خطای غیر خطی عبارت است از

$$\mathcal{E}[M] = \|f - f_M\|^2 = \sum_{k=M+1}^{+\infty} \langle f, g_{m_k} \rangle^2 \quad (۳۸)$$

که این کمیت همان مقداری است که یکی از پارامترهای تعیین کننده در بخش قبل را تشکیل می‌داد. اگر مقادیر مرتب شده $\langle f, g_{m_k} \rangle$ سرعت کاهش^۴ زیادی با افزایش k داشته باشند، این خطا با افزایش M به سرعت به صفر میل می‌کند. این کاهش را می‌توان با محاسبه نرم l^p ضرایب بسط سیگنال در پایه B بصورت کمی بیان نمود:

$$\|f\|_{B,p} = \left(\sum_{m=0}^{+\infty} \langle f, g_m \rangle^p \right)^{\frac{1}{p}} \quad (۳۹)$$

سرعت کاهش $\mathcal{E}[M]$ را می‌توان به $\|f\|_{B,p}$ وابسته نمود. نشان داده شده است که اگر $\|f\|_{B,p} < +\infty$ و $p < 2$ آنگاه^۱:

$$\alpha(x) = \begin{cases} x, & \text{if } |x| > \lambda \\ 0, & \text{if } |x| \leq \lambda \end{cases} \quad (۲۹)$$

این نوع انتخاب تابع $\alpha(x)$ استراتژی آستانه سخت^۱ را پیاده سازی می‌کند. که برای بدست آوردن مقدار آستانه λ استراتژی‌های مختلف وجود دارد اما در حالت کلی مقدار آستانه جهانی که بوسیله داناها و جانستون معرفی شد، مطابق رابطه زیر بیان می‌شود^[۱۴]:

$$\lambda = \sqrt{2 \ln(n)} \times \sigma_w \quad (۳۰)$$

که در آن n طول طیف و σ_w انحراف معیار نویز است.

در پایه موجک، N نمونه نویزی $y[n]$ در پایه موجک گسسته‌ای که روی $[0, N-1]$ تعریف شده است تجزیه می‌شوند:

$$\left[\{\psi_{j,m}\}_{0 < j \leq J, 0 \leq m < N2^{-j}}, \{\phi_{j,m}\}_{0 \leq m < N2^{-j}} \right] \quad (۳۱)$$

در چنین پایه‌ای، تخمین گر آستانه سخت (۲۸) به صورت رابطه زیر تبدیل می‌شود:

$$\hat{y} = \sum_{j=1}^J \sum_{m=0}^{N2^{-j}} \alpha_h(\langle \psi_{j,m}, y \rangle) \psi_{j,m} + \sum_{m=0}^{N2^{-j}} \alpha_h(\langle \phi_{j,m}, y \rangle) \phi_{j,m} \quad (۳۲)$$

که $\alpha_h(\cdot)$ همان استراتژی آستانه سخت (۲۹) است.

بنابراین، در این روش طیف نویزی بر روی یک پایه متعامد، که در اینجا یک پایه موجک است، بسط داده می‌شود سپس ضرایبی از بسط که بزرگتر از یک مقدار آستانه باشند حفظ و بقیه برابر صفر قرار داده می‌شوند. سپس طیف از روی ضرایب باقی مانده باز سازی می‌شود. برای بهبود عملکرد نویز زدایی بوسیله این روش تخمین و طراحی موجک بهینه، لازم است متوسط مربع خطا حداقل گردد:

$$\mathcal{E} = E\{\|f - \hat{y}\|^2\} \quad (۳۳)$$

اگر تخمین گر \hat{y} بوسیله آستانه سخت محاسبه شده باشد. تخمین گر را می‌توان این گونه بیان نمود: اگر $\langle y, g_m \rangle < \lambda$ باشد ضریب مربوطه برابر صفر قرار داده می‌شود که منجر به مربع خطایی برابر با $\langle f, g_m \rangle^2$ خواهد شد. و اگر $\langle y, g_m \rangle \geq \lambda$ ، این ضریب به همین صورت حفظ می‌شود حفظ می‌شود که متوسط مربع خطایی برابر با واریانس نویز σ_w^2 ایجاد می‌کند. لذا برای کوچک بودن این خطا لازم است تعداد ضرایبی که اندازه بزرگتر از آستانه دارند کم باشند و سایر ضرایب که اندازه‌های کمتر از آستانه دارند مجموع مربعات کوچکی داشته باشند.

تقریب غیر خطی طیف در پایه های موجک: تقریب‌های

خطی، سیگنال را بر روی M بردار از پیش تعیین شده تصویر می‌کنند. دقت این تقریب را می‌توان با انتخاب M بردار متعامد، متناسب با ویژگی‌های سیگنال، بهبود بخشید. در این بخش عملکرد کلی این تقریب‌های خطی بررسی شده و نتایج آن بر روی پایه‌های موجک

² Adaptive

³ Features

⁴ Decay

¹ Hard Threshold

$$E(z) = V_{N-1}(z)V_{N-2}(z)\dots V_1(z)V_0(z) \quad (43)$$

که

$$V_0(z) = \begin{bmatrix} -\cos \beta_0 & \sin \beta_0 \\ \sin \beta_0 & \cos \beta_0 \end{bmatrix} \quad (44)$$

$$V_n(z) = I + (z-1)v_n v_n^T, \quad 1 \leq n \leq N-1 \quad (45)$$

در رابطه بالا v_n یک بردار حقیقی 2×1 با طول واحد است ($v_n v_n^T = \|v_n\|^2 = 1$) بدون از دست دادن کلیت مساله، می‌توان فرض نمود که v_n به فرم زیر باشد:

$$v_n = \begin{bmatrix} \cos \beta_n \\ \sin \beta_n \end{bmatrix} \quad (46)$$

رابطه‌های (۴۲) و (۴۳) یک پارامتری سازی کامل برای g و h هستند، چراکه هر دنباله $h[k]$ و $g[k]$ متناظر آن که شرط فیلتر باز سازی کامل^۲ را اکتفا کند را می‌توان بصورت (۴۲) و (۴۳) بیان نمود. در رابطه (۴۲) فیلتر $G(z)$ بجای خود $G(z)^{2(N-1)}$ بجای خود $G(z)$ بکار رفته تا شرط نشان می‌دهد که دنباله $h[k]$ به طول $2N$ و با شرط تعامد را می‌توان توسط N پارامتر آزاد بیان نمود. اما با اضافه کردن شرط regularity (رابطه (۲۵))، با فرض کمترین مقدار ممکن برای M یعنی ۱، تعداد پارامترهای آزاد یکی کاهش می‌یابد. نشان داده شده است که موجک $\psi(x)$ حداقل یک گشتاور محو شونده دارد، یعنی حداقل صفری از مرتبه ۱ در $\omega = \pi$ دارد اگر و تنها اگر $\beta_0 = 3\pi/4$ [۱۵]. بر این اساس می‌توان طراحی موجک $\psi(x)$ با گستره $2N-1$ را بوسیله $N-1$ پارامتر انجام داد. استفاده از این روش پارامتری سازی منجر به کاهش تعداد مجهولات و ساده‌تر شدن فرآیند طراحی می‌گردد. به خصوص از آنجایی که مساله مورد بررسی دارای حل تحلیلی نیست و با روش‌های بهینه‌سازی حل می‌شود، کاهش تعداد مجهولات تاثیر بسزایی در حل مساله دارد.

طراحی و تعیین ضرایب فیلتر مربوط به موجک بهینه: همان

طور که در ابتدای این بخش شرح داده شد، در روش پیشنهادی، به دنبال پایه B می‌گردیم به گونه‌ای که معیار η که در رابطه (۴۱) داده شده حداقل گردد. از آنجایی که این پایه یک پایه موجک است توسط فیلتر $h[k]$ بطور کامل توصیف می‌گردد. لذا یافتن این پایه بهینه، معادل یافتن $h[k]$ متناظر آن است. یعنی فیلتر $h[k]$ باید به گونه‌ای انتخاب شود که پایه B متناظر با آن معیار η را حداقل نماید. برای حصول اطمینان از برقراری شروط داده شده در روابط (۲۳) تا (۲۵) از پارامتری سازی ضرایب $h[k]$ که در بخش قبل بررسی شد استفاده می‌گردد. به این ترتیب یافتن فیلتر بهینه با شرایط معین، تبدیل به یافتن

$$\varepsilon[M] \leq \frac{\|f\|_{B,p}^2}{2} M^{1-\frac{2}{p}} \quad (40)$$

۵- طراحی موجک بهینه

با توجه به هدف تعیین شده از طراحی موجک بهینه، لازم است معیاری اختیار شود که حداکثر میزان حذف نویز یا به عبارتی بیشترین افزایش نسبت سیگنال به نویز را ایجاد نماید. برای این منظور باید حداقل خطای باز سازی سیگنال (۳۳) حداقل گردد. حداقل کردن این خطا به معنی ایجاد بهترین تقریب غیرخطی تابع f است. حد بالای خطای این تقریب توسط رابطه (۳۹) تعیین می‌گردد. لذا با کاهش این خطا، می‌توان موجکی بهینه برای بهبود نسبت سیگنال به نویز طراحی نمود. بر این اساس، معیار طراحی موجک را چنین در نظر می‌گیریم:

$$\eta = \min_B \|f\|_{B,p}^2 \quad (41)$$

پایه B که η را حداقل نماید پایه مطلوب خواهد بود و بیشترین میزان بهبود سیگنال به نویز را خواهد داشت.

پارامتری سازی ضرایب موجک: پایه‌های موجک بصورت

متنصر بفرود توسط فیلترهای تجزیه $h[k]$ و $g[k]$ مشخص می‌گردند. از آنجایی که فیلتر $g[k]$ از روی $h[k]$ قابل محاسبه است، کفایت تنها فیلتر $h[k]$ برای موجک بدست آید که شرایط ذکر شده در بخش ۳ را دارا بوده و معیار (۴۱) را حداقل نماید. لذا برای طول فیلتر $2N$ مساله طراحی مورد نظر تبدیل به یک مساله بهینه سازی با $2N$ پارامتر خواهد شد. اما ضرایب فیلتر پارامتر آزاد نیستند و باید شرایط ذکر شده در روابط (۲۳) تا (۲۵) را اکتفا نمایند. در واقع این مساله یک مساله بهینه سازی همراه با محدودیت خواهد بود. برای سهولت حل عددی، می‌توان توسط پارامتری سازی ضرایب فیلتر، مساله را به یک مساله بهینه سازی با N پارامتر آزاد و بدون محدودیت تبدیل نمود [۱۵]. این روش پارامتری سازی در این بخش به اختصار شرح داده می‌شود.

فرض کنید $H(z)$ و $G(z)$ تبدیل z دنباله‌های $h[k]$ و $g[k]$ باشند. در این صورت نمایش چند فازی^۱ فیلترهای $H(z)$ و $G(z)$ را می‌توان چنین نوشت:

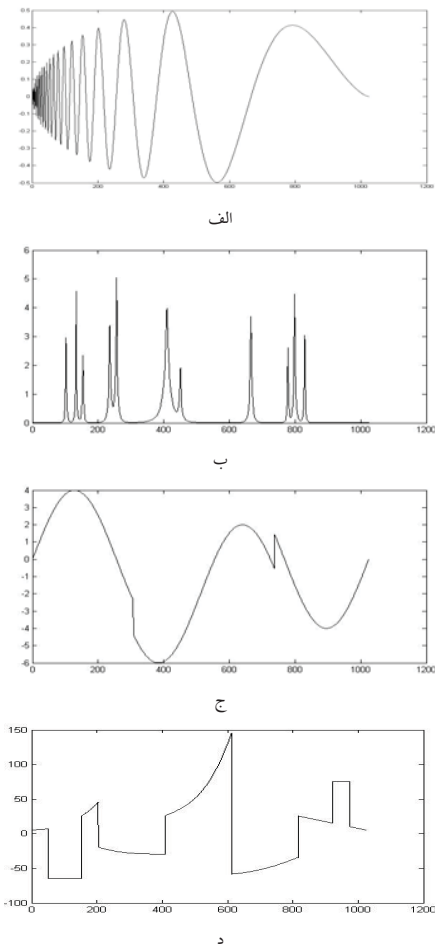
$$\begin{bmatrix} H(z) \\ z^{2(N-1)}G(z) \end{bmatrix} = \sqrt{2}E(z^2) \begin{bmatrix} 1 \\ z^{-1} \end{bmatrix} \quad (42)$$

که ماتریس $E(z)$ چندفازی خوانده می‌شود. اگر دنباله $h[k]$ دارای $2N$ عبارت باشد، با استفاده از نتایج [۱۶] می‌توان نشان داد که $E(z)$ دارای نمایش پارامتری زیر است [۱۵]:

² Perfect Reconstruction Quadrature Mirror Filter (PR QFM)

¹ Polyphase

موجک‌های خانواده Daubechies به ازای طول فیلتر معین، بیشترین تعداد گشتاور محو شونده را دارا هستند، لذا دارای بیشترین قابلیت نویز-زدایی به ازای طول مشخص هستند و به همین جهت این خانواده به عنوان مرجعی برای مقایسه نتایج انتخاب شده است. سیگنال‌های مورد بررسی در شکل ۵ نشان داده شده‌اند.



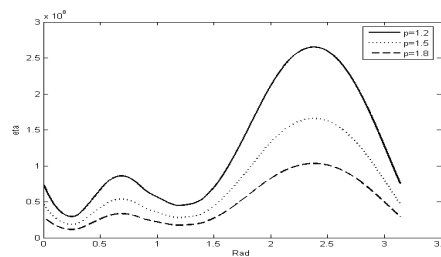
شکل ۵: سیگنال‌های آزمایشی برای بررسی کیفیت عملکرد روش طراحی موجک (الف) Doppler (ب) Bumps (ج) HeaviSine (د) Piecewise Polynomil

شایان ذکر است که رابطه بهینه‌سازی (۴۷) باید برای مقیاس‌هایی که نویززدایی در آنها انجام می‌گیرد استفاده شود. این مقیاس‌ها به نوع سیگنال و میزان هموار بودن آن بستگی دارد. برای سیگنال‌هایی که مولفه‌های فرکانس بالای زیادی ندارند می‌توان مقیاس‌ها را کوچک‌تر انتخاب نمود. برای سیگنال‌هایی که تغییرات سریع دارند و در نتیجه حاوی اطلاعات فرکانس بالا هستند، عمل بهینه‌سازی در مقیاس‌های بالاتر انجام می‌گیرد. برای ارائه مثالی از چگونگی عملکرد این روش، طول فیلتر برابر ۶ در نظر گرفته شده که منجر به دو پارامتر آزاد می‌گردد. موجک هم طول استاندارد آن از خانواده Daubechies موجک db3 خواهد بود. پارامترهای β_1 و β_2 به همراه مقدار معیار η برای

پارامترهای β بدون محدودیت می‌گردد. برای طراحی موجک بهینه با طول مشخص L ، معیار η را چنین بازنویسی می‌کنیم:

$$\eta = \min_{\{\beta_i\}} \|f\|_{B,p}^2 \quad (47)$$

که β_i ها همان پارامترهای β در رابطه (۴۶) هستند و تعداد عناصر مجموعه $\{\beta_i\}$ به طول L (طول موجک) بستگی دارد. برای حداقل-سازی این معیار می‌توان از روش‌های بهینه‌سازی مختلفی استفاده نمود. در این مقاله از روش کمترین مربعات برای یافتن حداقل η استفاده شده است. چنان‌که از رابطه (۴۰) برمی‌آید، مقدار کمیت p تا زمانی که در بازه مشخص شده باشد، اثری بر روی فرآیند بهینه‌سازی نخواهد داشت. این بدان معناست که حداقل‌های رابطه (۴۷) وابسته به p نیستند. این مطلب به صورت شهودی برای فیلتری به طول ۳ و ۴ مقدار مختلف p و برای بهینه‌سازی طیف ^{137}Cs نشان داده شده است.



شکل ۴: نمودار متحنی معیار بهینه η برای سه مقدار مختلف p

۶- نسبت سیگنال به نویز

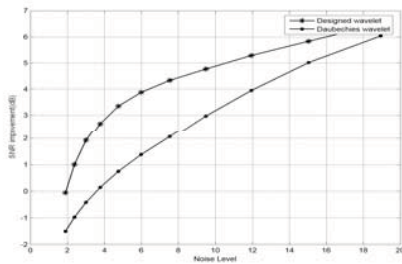
نسبت سیگنال به نویز به صورت رنج میان سطح پایینی نویز و سطح اسمی سیگنال تعریف می‌شود. تعریف لگاریتمی نسبت سیگنال به نویز به صورت فرمول (۴۸) می‌باشد.

$$SNR = 10 \log_{10} \left(\frac{P_{signal}}{P_{noise}} \right) = 20 \log_{10} \left(\frac{A_{signal}}{A_{noise}} \right) \quad (48)$$

که P نماینده متوسط توان سیگنال و A نماینده دامنه (rms) است.

۷- نتایج شبیه‌سازی

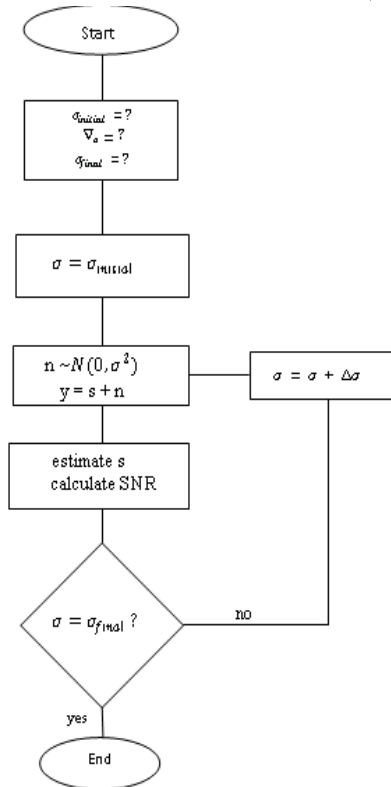
سیگنال‌های استاندارد: برای بررسی چگونگی عملکرد این روش، ابتدا عملکرد آن را بر روی چند نمونه سیگنال استاندارد بررسی شده است. سیگنال‌های مورد استفاده سیگنال‌های Doppler, Bumps, و Piecewise Polynomial و HeaviSine هستند. هر کدام از این سیگنال‌های انتخاب شده دارای ویژگی‌های متغیر با زمان هستند و وجه تشابه زیادی در پردازش سیگنال‌های واقعی دارند [۲]. ابتدا برای طول فیلتر مشخص L ، با روش بالا موجکی بهینه برای هر یک از سیگنال‌ها طراحی می‌گردد. سپس میزان بهبود نسبت سیگنال به نویز بررسی می‌گردد. برای مقایسه و نشان دادن برتری روش پیشنهادی، این سیگنال‌ها بوسیله یک موجک استاندارد نیز نویززدایی شده‌اند. از آنجایی که



ت

شکل ۶: نمودار مقایسه میزان بهبود نسبت سیگنال به نویز بوسیله موجک بهینه طراحی شده و موجک استاندارد db3 به روش نویز زدایی Visu برای سیگنال‌های استاندارد الف) Doppler در سطوح مختلف نویز ب) نمودار مقایسه میزان بهبود نسبت سیگنال به نویز برای سیگنال Bumps در سطوح مختلف نویز پ) نمودار مقایسه میزان بهبود نسبت سیگنال به نویز برای سیگنال Heavisine در سطوح مختلف نویز ت) نمودار مقایسه میزان بهبود نسبت سیگنال به نویز برای سیگنال Piecewise Polynomial در سطوح مختلف نویز

الگوریتم مقایسه عملکرد دو موجک در شکل ۷ نمایش داده شده است.



شکل ۷: فلوجارت محاسبه بهبود نسبت سیگنال به نویز

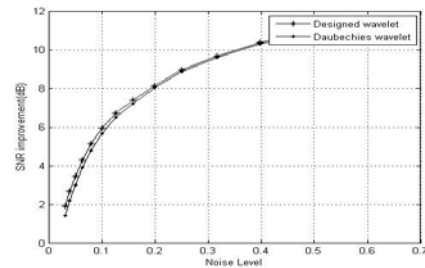
طیف انرژی رادیوایزوتوپ‌های ^{137}Cs و ^{60}Co : نحوه کار مشابه بخش قبل است. یعنی ابتدا برای طول L ، موجک بهینه طراحی می‌شود و سپس میزان بهبود نسبت سیگنال به نویز طیف انرژی رادیوایزوتوپ-

موجک Daubechies (η_{db3}) و موجک بهینه طراحی شده $(\eta_{optimal})$ در جدول ۱ نمایش داده شده‌اند.

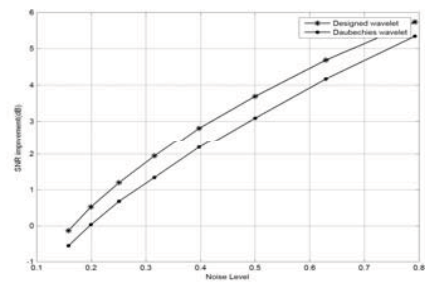
جدول ۱: مقادیر پارامترهای بهینه β_1 و β_2 برای سیگنال‌های مورد بررسی به ازای طول فیلتر ۶.

سیگنال‌های استاندارد	پارامتر بهینه $\beta_1(\text{rad})$	پارامتر بهینه $\beta_2(\text{rad})$	$\eta_{optimal}$	η_{db3}
Doppler	۱/۲۰۵۸	۱/۶۸۶۸	۳۶/۱۲۲۶	۴۵/۸۴۱۹
Bumps	۱/۰۵۲۵	۲/۹۵۲۵	۱۰/۸۴۱۱	۱۱/۳۶۷۳
HeaviSine	۱/۲۴۲۴	۳/۰۸۳۱	۱۵/۰۵۸۳	۲۲/۶۳۹۲
Piecewise Polynomial	۱/۵۴۱۵	۱/۵۷۰۴	۸/۴۰۸۸	۱۸/۳۶۹۴

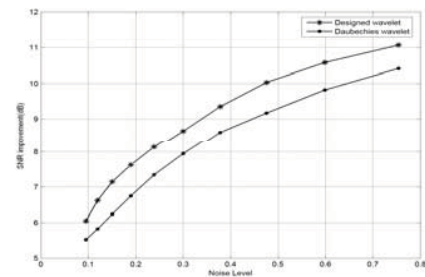
در شکل ۶ عملکرد موجک طراحی شده با روش پیشنهادی با عملکرد موجک Daubechies مقایسه شده است.



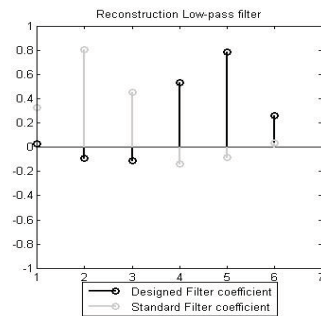
الف



ب



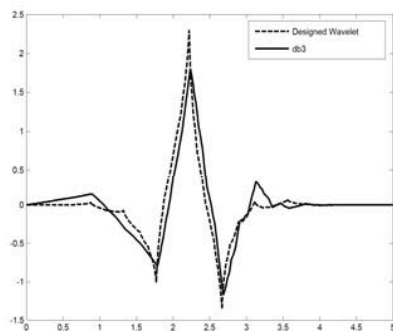
پ



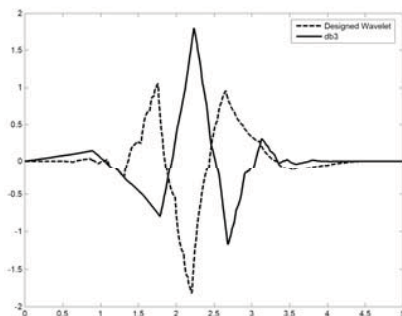
د

شکل ۸: ضرایب فیلتر آینه‌ای چهارتایی موجک طراحی شده و موجک استاندارد db3 برای طیف ^{60}Co (الف) ضرایب فیلتر بالاگذر تجزیه ب) ضرایب فیلتر پایین‌گذر تجزیه ج) ضرایب فیلتر بالاگذر بازسازی د) ضرایب فیلتر پایین‌گذر بازسازی

در شکل‌های ۹ و ۱۰ به ترتیب موجک‌های بهینه طراحی شده برای طیف رادیوایزوتوپ‌های گسیلنده پرتوگاما سزیم ^{137}Cs و کبالت ^{60}Co و موجک استاندارد هم طول آنها به ازای طول ۶ نمایش داده شده است.



شکل ۹: موجک طراحی شده برای طیف ^{137}Cs و موجک استاندارد برای طول فیلترش (L=6)



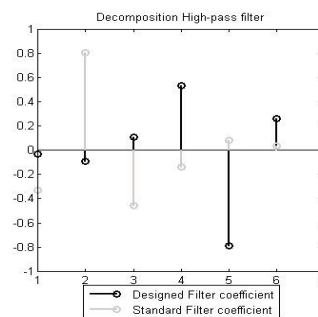
شکل ۱۰: موجک طراحی شده و موجک استاندارد برای طول فیلترش (L=6)

های گسیلنده پرتوگاما (^{137}Cs و ^{60}Co) بوسیله روش پیشنهادی و موجک استاندارد (db3) مقایسه می‌گردند. مقادیر پارامترها و معیار η برای بهینه‌سازی در مقیاس‌های ۶، ۷، ۸، ۹ در جدول نمایش داده شده است.

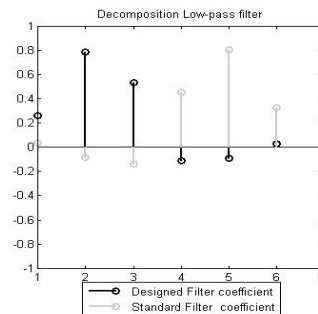
جدول ۲: مقدار پارامتر بهینه برای طیف مورد بررسی به ازای طول فیلتر ۶.

طیف پرتوگاما	پارامتر بهینه $\beta_1 (rad)$	پارامتر بهینه $\beta_2 (rad)$	$\eta_{optimal}$	η_{db3}
^{60}Co	۰/۴۶۲۲	۳/۰۲۳۷	۴۴۴۲۰۰	۶۱۰۹۸۰
^{137}Cs	۱/۱۸۵۹	۱/۶۸۵۴	۲۱۳۲۱۶۰۰	۲۹۳۲۷۰۴۰

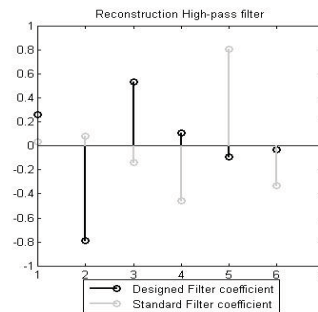
شکل ۸ به عنوان نمونه‌ای از فیلتر بهینه طراحی شده متناسب با ویژگی‌های طیف ^{60}Co (ضرایب فیلتر آینه‌ای چهارتایی مربوط به موجک بهینه طراحی شده) همراه با ضرایب فیلتر مربوط به موجک استاندارد db3 نمایش داده شده است.



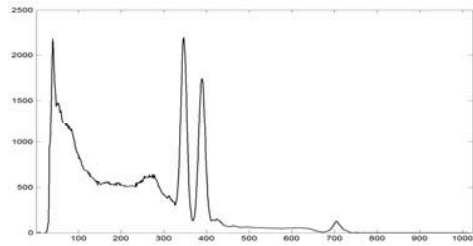
الف



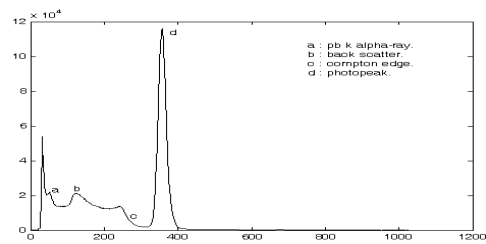
ب



ج

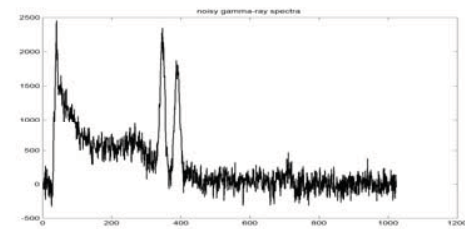


شکل ۱۵: طیف انرژی رادیوایزوتوپ ^{60}Co

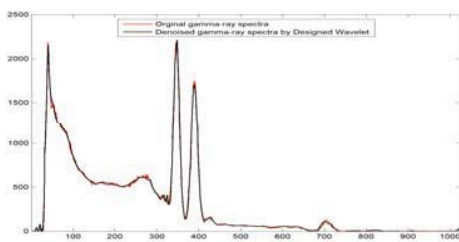


شکل ۱۶: طیف انرژی رادیوایزوتوپ ^{137}Cs

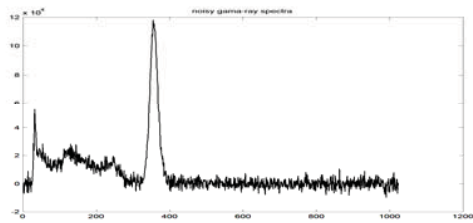
شکل ۱۷ یک نمونه از طیف نویزی و نویز زدایی شده ^{60}Co و ^{137}Cs با استفاده از روش بهینه سازی پیشنهاد شده (اعمال موجک بهینه طراحی شده جهت کاهش نویز از طیف نویزی) را نمایش می‌دهد.



الف

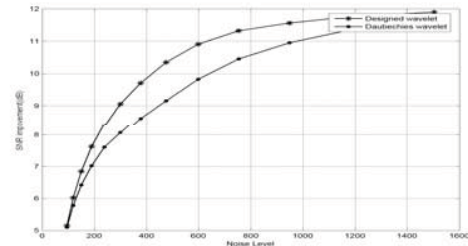


ب

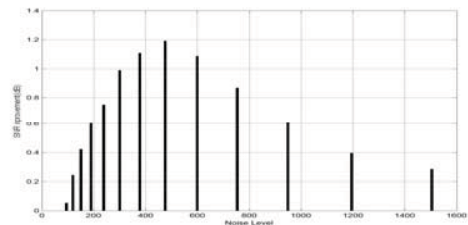


پ

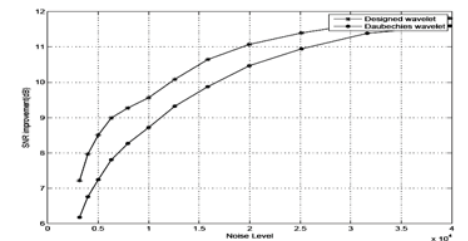
در شکل‌های ۱۱-۱۳ نیز میزان بهبود نسبت سیگنال به نویز بوسیله موجک طراحی شده و موجک استاندارد با هم مقایسه شده‌اند.



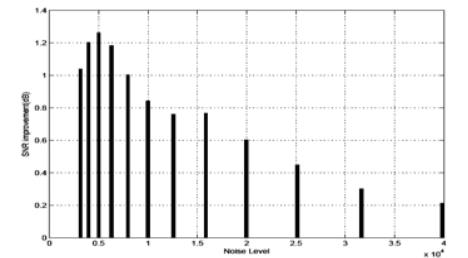
شکل ۱۱: نمودار مقایسه میزان بهبود نسبت سیگنال به نویز بوسیله موجک بهینه طراحی شده و موجک استاندارد db3 به روش نویز زدایی Visu برای طیف پرتو گاما (^{60}Co) در سطوح مختلف نویز



شکل ۱۲: نمودار میزان افزایش نسبت سیگنال به نویز بوسیله موجک بهینه طراحی شده و موجک استاندارد db3 در سطوح مختلف نویز با روش نویز زدایی Visu



شکل ۱۳: نمودار مقایسه میزان بهبود نسبت سیگنال به نویز بوسیله موجک بهینه طراحی شده و موجک استاندارد db3 به روش نویز زدایی Visu برای طیف پرتو گاما (^{137}Cs) در سطوح مختلف نویز



شکل ۱۴: نمودار میزان افزایش نسبت سیگنال به نویز بوسیله موجک بهینه طراحی شده و موجک استاندارد db3 در سطوح مختلف نویز به روش نویز زدایی Visu

در شکل ۱۵ و ۱۶ طیف انرژی رادیوایزوتوپ‌های گسیلنده پرتو گاما (^{137}Cs و ^{60}Co) نمایش داده شده است.

[3] A. Das, U. B. Desai, and P. P. Vaidya, "Search for optimal basis for signal denoising in the space of n-tap wavelets," in Symposium on Signal Processing and its Applications, August 2001.

[4] G. Shi, A. Ding, and L. Jiaom, "A new approach for constructing match wavelet to signal detection," in IEEE International Conference on Communications, Circuits and Systems, June 2004.

[5] J. O. Chapa and R. M. Rao, "Algorithms for designing wavelets to match a specific signal," IEEE Trans. Signal Processing, vol. 48, no. 12, pp.3395-3406, December 2000

[6] C. J. Sullivan, "Generation of customized wavelets for the analysis of gama-ray spectra," Published by Elsevier B.V. Nucl. Instr. and Meth, Vol. 579, pp. 275-278, 2007.

[7] Q. Zhang, "Denoising of gamma-ray signals by interval-dependent thresholds of wavelet analysis," Meas. Sci. Technol, Vol. 17, pp. 731-735, 2006.

[8] C.J. Sullivan, "Wavelet analysis of gamma-ray spectra. IEEE, Nuclear Science Symposium Conference Record, Vol. 1, pp. 281-286, 2004.

[9] S. Mallat, "A theory for multiresolution signal decomposition: the wavelet representation," IEEE Pattern Anal Machine Intell, vol. 11, No. 7, pp. 674-93, 1989.

[10] C. S. Burrus, R. A. Gopinath, and H. Guo, "Introduction to Wavelet and Wavelet Transforms," Prentice Hall, pp. 31-32, 1998.

[11] I. Daubechies, "Orthonormal bases of compactly supported wavelets," Commun. Pure Appl. Math, vol. 41, pp. 909-996, 1988.

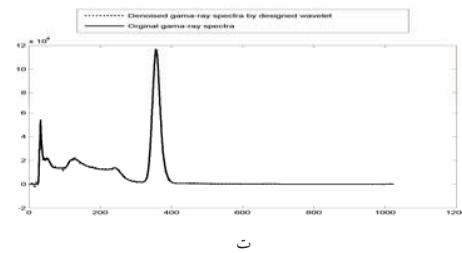
[12] G. Strang, "Wavelet and dilation equations: A brief introduction," SIAM Rev, vol. 31, No. 4, pp. 611-642, December 1989.

[13] N. T soulfanidis, Measurement Detection of Radiation, pp. 20-21, 1995.

[14] D.L. Donoho, "Nonlinear wavelet methods for recovery of signals, densities, and spectra from indirect and noisy data," in Proc. of Symposia in Applied Mathematics, vol. 47, pp. 173-205, AMS, 1993.

[15] H. Zou and A. H. Tewfik, "Parametrization of compactly supported orthonormal wavelets," IEEE Trans.Signal Processing, Vol. 41, No. 3, 1993.

[16] P. Vaidyanathan, "Multirate digital filters, filter bank, polyphase, networks and applications: A tutorial," Proc. IEEE, vol. 78, No. 1, pp. 56-93, 1990.



شکل ۱۷: طیف‌های اصلی، نویزی و نویززدایی شده بوسیله موجک بهینه. الف) طیف نویزی ^{60}Co ب) طیف اصلی و نویززدایی شده ^{60}Co پ) طیف نویزی ^{137}Cs ب) طیف اصلی و نویززدایی شده ^{137}Cs

۷- نتیجه گیری

در این مقاله روشی برای طراحی موجک بهینه متناسب با سیگنال مورد پردازش ارائه گردید. معیار انتخابی برای بهینه بودن موجک ایجاد بهترین تقریب غیرخطی سیگنال در پایه موجک انتخاب شده است. نشان داده شد که این معیار منجر به بیشترین میزان بهبود نسبت سیگنال به نویز می‌گردد. نتایج شبیه سازی بر روی سیگنال‌های استاندارد و نیز طیف‌های ^{60}Co و ^{137}Cs که شناسایی برهمکنش‌های غالب در آنها در محدودی انرژی‌های تشخیصی در پزشکی هسته‌ای مهم است نشان‌گر برتری روش پیشنهادی بر روش‌های استاندارد است.

با توجه به نتایج بدست آمده از بخش ۷ ملاحظه می‌شود که برای طیف ^{60}Co روش پیشنهادی از ۰/۱ دسی بل (۱/۵ درصد افزایش سیگنال به نویز) تا ۱/۱۹ دسی بل (۱۱/۵ درصد افزایش سیگنال به نویز) و ^{137}Cs از ۰/۲۱ دسی بل (۱۷/۷ درصد افزایش نسبت سیگنال به نویز) تا ۱/۲ دسی بل (۱۵ درصد افزایش نسبت سیگنال به نویز) بهتر از موجک استاندارد db3 عمل می‌کند. بنابراین در این مقاله موجک‌های بهینه‌ای برای طیف‌های ^{60}Co و ^{137}Cs جهت شناسایی برهمکنش‌های غالب در آنها طراحی شد. بنابراین طراحی موجک‌های بهینه برای طیف‌های مختلف رادیوایزوتوپ‌های گسیلنده پرتوگاما می‌تواند راهکاری جهت بهبود شناسایی برهمکنش‌های غالب و تفکیک مشخصات آنها باشد.

مراجع

[1] S. Mallat, A Wavelet Tour of Signal Processing. Academic Press, 1998.

[2] D. Donoho and I. Johnstone, "Ideal spatial adaptation via wavelet shrinkage," Biometrika, vol. 81, pp. 425-455, December 1994.