



پایدارسازی سرج در کمپرسور چند طبقه محوری با استفاده از روش PDC بر مبنای مدل فازی T-S

مرتضی منتظری'، امیر مسعود قلمزن اصفهانی'، امیر حسین دوائی مرکزی"

^۱ دانشیار، دانشکدهٔ مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، montazeri@ iust.ac.ir ^۲ فارغالتحصیل کارشناسی ارشد مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، a.ghalamzan@gmail.com ^۳ دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، markzi@ iust.ac.ir (تاریخ دریافت مقاله ۱۳۸۸/۷/۱۶، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۸۸/۹/۱۰)

چکیده: در این مقاله، پایدارسازی کمپرسور جریان محوری چند طبقه تحت ناپایداری سرج با استفاده از مدل فازی تاکاگی -سو گنو (-T S) و کنترلر توزیع یافتهی موازی ((PDC) ارائه گردیده است. بدین منظور ابتدا معادلات بقای جرم، اندازه حرکت و انرژی برای هر طبقه از کمپرسور نوشته شده و مدل غیر خطی کمپرسور بدست آورده شده است. نقطهی سرج بدست آمده از این مدل با نقطهی سرج بدست آمده از آزمایشات مطابقت دارد که به مدل ریاضی بدست آمده اعتبار می بخشد. در ادامه، بر اساس زیر سیستمهای خطی، مدل فازی S کمپرسور بدست آورده شده است. آنگاه برای مدل S-T، یک کنترلر DDC برای پایدارسازی سیستم حلقه بسته طراحی گردیده که نابرابریهای خطی ماتریسی ^۲ لازم برای شرایط پایداری را ارضا می نماید. در این مطالعه دبی بیلید (دبی هوای خروجی از شیر کنترلی) بعنوان ورودی کنترلی انتخاب گردیده و شبیه سازی حلقه بسته مدل غیر خطی کمپرسور چند طبقه با استفاده از کنترلر DDC در گذر از محدوده کاری ناپایدار سرج انجام گردیده است. نتایج بدست آمده نشان می دهد که کمپرسور چند طبقه با استفاده از محدوده ناپایدار بوسیله کنترلر DDC طراحی شده پایدار شده است. بعلاوه مقدار دبی خروجی از شیر بیلید بمنظور پایدارسازی سیستم درصد کمی از محدوره ا

كلمات كليدى: كمپرسور محورى، سرج، مدل فازى T-S ، پايدارسازى، كنترل توزيع شده موازى PDC

Surge Stabilization in Multi-stage Axial Compressor using PDC Method Based on T-S Fuzzy Model

Abstract: This paper presents the stabilization of surge instability in multi-stage axial compressors using parallel distributed compensation (PDC) method based on Takagi-Sugeno (T-S) fuzzy model. In this study, the conservation equations of mass, momentum and energy are firstly employed for compressor stages to develop a multi-stage compressor nonlinear model. Based on the linear subsystems, a T-S fuzzy model is then constructed for the compressor. In addition, a PDC controller is designed based on the T-S model to stabilize the closed loop system where the LMIs required for the stability conditions are satisfied. Finally, computer simulation of the closed loop nonlinear model integrated with the PDC controller is performed where the compressor bleed is used as the control input. The results obtained show that the multi-stage compressor flow is stabilization of the compression system is only a small percentage of the total compressor mass flow, implying the effectiveness and the efficiency of the proposed approach.

Keywords: Axial Compressor - Surge - T-S Fuzzy Model - Stabilization - PDC

مجله کنترل، انجمن مهندسان کنترل و ابزار دقیق ایران- دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

¹Parallel Distributed Compensation

^{*}Linear Matrix Inequality

۱ – مقدمه

ناپایداری سرج ^۱ در کمپرسور های جریان محوری باعث محدود نمودن بازه کاری کمپرسورهامی گردد. سرج نوسانات محوری افزایشی دبی جرمی عبوری از کمپرسور میباشد[۱]. در گذشته بمنظور اجتناب از ورود کمپرسور به ناحیهی ناپایدار، حاشیهی امنی را در نظر گرفته و از ورود به ناحیهی ناپایدار جلو گیری مینمودهاند. اما این رویکرد به از دست دادن مقداری از تواناییهای کمپرسور منجر می گردد. لزوم استفاده از کمپرسور جریان محوری در نزدیکی و در ورای نواحی ناپایدار، به دلایل مختلف از جمله نیاز به نسبت فشار بالاتر، منجر به بررسی روشهای مختلف کنترلی به منظور پایدار سازی سیستم تحت این ناپایداریها گردیده است.

اولین بار اپشتین و همکاران [۲] استفاده از کنترل فعال را برای پایدارسازی سیستم تراکمی کمپرسور تحت ناپایداریهای آیرودینامیک مطرح نمودند. از آن پس کنترل فعال کمپرسورها در نواحی ناپایدار جایگاه ویژهای پیدا کرد [۳–10]. مطابق شکل (۱) ایده کنترل فعال بر اساس اندازه گیری ناپایداریهای جریان با استفاده از سنسور، فیدبک متغیرهای سیستم، ایجاد ورودی کنترلی توسط کنترلر و اعمال آن به سیستم ناپایدار با استفاده از عملگرهایی بمنظور سرکوب ناپایداریهای جریان میباشد، بگونهایی که سیستم حلقه بسته به صورت پایدار عمل نماید.



شکل ۱: شماتیک سیستم تراکمی محوری چند طبقه و کنترل فعال

به عبارت دیگر، مسئله مهم در کنترل فعال سرج در کمپرسورهای چند طبقه محوری مسئله تغییر دینامیک سیستم در هنگام عبور از ناحیه پایدار به ناپایدار و بالعکس میباشد. ماهیت غیر خطی رفتار کمپرسور برای کارکرد پایدار آن در حوالی ناحیه ناپایدار، استفاده از روشهای غیر خطی را اجتناب ناپذیر نموده است. در نتیجه مسئلهی غیر خطی بودن عملکرد کمپرسور یکی از مسائل مهم در زمینهی کنترل فعال سرج میباشد. در گذشته بررسی غیر خطی سیستم صورت گرفته است، اما در این بررسی ها، سیستم غیر خطی در یک نقطهی کاری با استفاده از

روش خطی سازی پایدار گردیده است [۶–۴]. به علاوه، در گذشته کمپرسورهای گریز از مرکز و کمپرسورهای محوری با طبقات کم با استفاده از روشهای غیر خطی از جمله بک استپینگ^۲ [۷] و کنترل _∞H [۸] مورد مطالعه قرار گرفتهاند، اما مطالعه پایدارسازی کمپرسورهای جریان محوری چند طبقه به علت رفتار غیر خطی شدید و عدم انطباق طبقات نیازمند استفاده از روشهای کنترلی پیشرفته دیگری میباشد.

اگر چه درمطالعات گذشته، کنترل سیستم تراکمی تحت سرج با استفاده از روش فازی بر مبنای پایگاه قوانین [۹، ۱۰ و ۱۱] صورت گرفته است، لکن مطالعهای بر مبنای مدل فازی سیستم که مبتنی بر در نظر گرفتن پارامترهای غیر خطی سیستم باشد صورت نپذیرفته است. در این رابطه استفاده از مدلهای غیرخطی بر مبنای زیر سیستمهای خطی و بکارگیری کنترل فازی بعنوان یکی از روشهای طراحی کنترلر غیر خطی در این مقاله پیشنهاد شده است.

طراحی کنترلر PDC بر اساس یک روند طراحی بر مبنای مدل فازی، با استفاده از روش ارایه شده توسط کانگ و سوگنو [19] آغاز شد. در ابتدا، تحلیل پایداری سیستم کنترلی بیان شده با روش کانگ و سوگنو ارائه نگردید. اما در ادامه، این روش و تحلیل پایداری آن بهبود بخشیده شد [1۷] و روش توزیع شده موازی [۱۸ و ۱۹] نام گرفت. این روش یک روند طراحی کنترلر فازی بر مبنای مدل تاکاگی-سوگنو (T-S) می باشد.

در این مقاله، کنترل فعال سرج با استفاده از روش PDC بر مبنای مدل T-S سیستم تراکمی ارائه گردیده است. بدین منظور، ابتدا با استفاده از قوانین بقای جرم، مومنتم و انرژی برای هر طبقه از کمپرسور بعنوان حجم کنترل، مدل غیر خطی سیستم به دست آورده شده است. سپس مدل T-S سیستم تراکمی تشکیل گردیده و کنترلر با استفاده از روش PDC طراحی شده است. در پایان نتایج حاصل از شبیه سازی کمپرسور جریان محوری چند طبقه با اعمال کنترلر PDC ارائه شده و سیستم در گذر از محدودهی ناپایدار، مورد مطالعه قرار گرفته است.

۲- مدلسازی ریاضی کمپرسور جریان محوری چند طبقه

اساس مدلسازی ریاضی در به دست آوردن معادلات یک بعدی کمپرسور، به کار بردن معادلات بقای جرم، اندازه حرکت و انرژی می-باشد. با نوشتن این سه معادله برای هر حجم کنترل (شکل ۱) از کمپرسور داریم:

Continuity Equation: $\int_{x_r}^{x_{r+1}} \left(\frac{\partial P}{\partial t}\right) A(x) dx = W_r - W_{r+1} - W_{b_r}$ (1)

^rBackstepping

' Surge

Journal of Control, Vol. 3, No. 3, Fall 2009

۳۶

که P فشار، A سطح مقطع، W دبی جریان و W_b دبی بیلید بمنظور پایدارسازی کمپرسور، x مختصات در راستای محور کمپرسور و r زیرنویس طبقهی خاص را مشخص می نماید. Momentum Equation:

$$\int_{x_r}^{x_{r+1}} \left(\frac{\partial W}{\partial t}\right) dx = \left(WV_a + P_s A\right)_r$$

$$-\left(WV_a + P_s A\right)_{r+1} + F_{net,r}$$
(Y)

که F_{net,r} نیروی وارده به هر طبقه از کمپرسور، V_a سرعت جریان و زیرنویس s نشانگرخواص استاتیک میباشند. نیروی خالص، حاصل از نیروی پرهها، فشار و افت اصطکاکی دیوارهها میباشد. Energy Conversation Equation:

$$\int_{x_r}^{x_{r+1}} A \frac{\partial}{\partial t} (Pe) dx = (Wh)_r - (Wh)_{r+1} + E_{net,r}$$
(*)

که در روابط فوق h آنتالپی، e انرژی جریان و E_{net.}r انرژی خالص محوری ورودی به حجم کنترل می،اشند. انرژی خالص محوری منتقل شده به جریان هوای عبوری شامل کار محوری و انتقال حرارت است. در این مدلسازی عدد ماخ در حالت گذرا ثابت و برابر با حالت دائمی در نظر گرفته می شود، در این صورت می توان مقدار عدد ماخ در شرایط دائم را با استفاده از معادله ۴ تعیین نمود:

$$M_{ss}\left[1 + \left(\frac{\gamma - 1}{2}\right)M_{ss}^2\right]^{-\frac{(\gamma + 1)}{2(\gamma - 1)}} = \left(\frac{W\sqrt{T_{N+2}}}{AP_{T_{N+2}}}\sqrt{\frac{R}{\gamma}}\right)_{ss} \tag{(f)}$$

که زیر نویس _۵۵ نشان دهنده مقادیر در حالت دائم و _۲ تعداد طبقات کمپرسور می باشند. بعلاوه *۲*، *R* و *M* بترتیب نسبت حرارت مخصوص، ثابت گازها، دمای جریان و عدد ماخ می باشند. همچنین برای تبدیل معادلات انتگرالی به فرم معادلات دیفرانسیل معمولی از تقریب پارامتر فشرده استفاده شده است. در این روش فرض می شود که نرخ تغییرات کمیتهای عبوری از حجم کنترل ثابت باقی بماند. برای حل معادلات بقا، محاسبه ینیرو و انرژی وارده به هر طبقه ی کمپرسور احتیاج می باشد. برای محاسبه ینیرو و انرژی وارده به نیرو و می شود. نیرو و نرژی در حالت گذرا برابر با جریان حالت پایدار در نظر گرفته می شود. با استفاده از فرض پارامتر فشرده در معادلات یوستگی،

بقای اندازه حرکت و انرژی، برابر گرفتن عدد ماخ در حالت گذرا با حالت دائم و فرض شبه دائم برای محاسبه نیرو و انرژی، معادلات نهایی سیستم برای هر طبقه کمپرسور بصورت معادلات زیر در خواهند آمد:

$$\frac{d\rho_{T_{r+1}}}{dt} = \frac{1}{V_r F_c (M_{r+1})} \Big(W_r - W_{r+1} - W_{b_r} \Big)$$
 (\$\Delta\$)

$$\frac{dW_r}{dt} = \frac{A_{r+1}F_M(M_{r+1})}{L_r} (P_T^+ - P_T)_{r+1}$$
(\$

$$\frac{dP_{T_{r+1}}}{dt} = \frac{R\gamma}{V_r F_E(M_{r+1})} \Big[(T_T^+)_{r+1} - (T_T)_{r+1} \Big] W_r \tag{V}$$

Lumped Parameter

Quasi Steady^{*}

که علامت + برای متغیرهای شبه دائم آورده شده و ρ چگالی جریان میباشد. $F_{0} \ M_{2} \ F_{0} \ J_{7}$ نیز توابعی از عدد ماخ بوده و زیر نویس Tنشان دهندهی مقادیر در حالت سکون میباشد. I طول هر طبقه، V_{r} حجم هر طبقه از کمپرسور و T دمای جریان عبوری میباشند. بر این اساس، مدل ریاضی بدست آمده برای یک کمپرسور ۷ طبقه که دارای یک مخزن⁷ و نازل میباشد، یک سیستم غیر خطی از مرتبهی ۲۴ میشود. باحل این معادلات میتوان رفتار حالت آزاد کمپرسور را بررسی نمود. برای مثال با خطی نمودن معادلات در هر نقطه کاری کمپرسور، بررسی قرار داد. از این روش برای بدست آورده و پایداری سیستم را مورد بررسی قرار داد. از این روش برای بدست آورده از آزمایشات مطابقت کمپرسور استفاده می گردد. مطالعات قبلی نشان میدهد که نقطه سرج بدست آمده از این مدل با نقطه سرج بدست آمده از آزمایشات مطابقت دادر [۲۰] که به مدل ریاضی اعتبار میبخشد.



شکل ۲: منحنی مشخصه مربوط به طبقه اول کمپرسور مورد بررسی

در این تحقیق، برای محاسبهی نیرو و انرژی وارده به هر طبقه از فرض شبه دائم با بکارگیری منحنیهای حالت دائم طبقات (شکل ۲) که از آزمایش بر روی کمپرسور بدست آمدهاند استفاده شده است. همانطور که ملاحظه می گردد، منحنیهای عملکردی طبقات غیر خطی می باشند. این منحنیها عامل اصلی روابط غیر خطی در مدلسازی رفتار دینامیکی جریان کمپرسور می باشد. در این منحنی ها φ، ۸ و ψ عبارتند از:

$$\begin{split} \phi &= \frac{W_r \sqrt{\theta_r}}{\delta_r} \frac{\left(\frac{N}{\sqrt{\theta}}\right)_D}{\left(\frac{N}{\sqrt{\theta}}\right)_D}, \ \theta_r = \frac{T_r}{288}, \delta_r = \frac{P_r}{101300} \\ \lambda_r(\phi) &= \frac{T_{r+1} - T_r}{T_r} \frac{\left(\frac{N}{\sqrt{\theta}}\right)_D^2}{\left(\frac{N}{\sqrt{\theta}}\right)_D^2} \\ \psi_r(\phi) &= \frac{\left[P_r F_M(M)\right]_{r+1} - \left[P_r F_M(M)\right]_r}{P_{T_r} F_M(M_r)} \frac{\left(\frac{N}{\sqrt{\theta}}\right)_D^2}{\left(\frac{N}{\sqrt{\theta}}\right)_D^2} \end{split}$$
(A)

'Plenum

Journal of Control, Vol. 3, No. 3, Fall 2009

SiD.ir کنترل، جلد ۲ شماره ۳، پاییز ۱۳۸۸

که $\binom{N/N}{\sqrt{\theta}}$ پارامتر مربوط به شرایط طراحی میباشد. در این حالت، مدل کمپرسور ۷ طبقه محوری با در نظر گرفتن منحنیهای طبقات به فرم زیر بدست میآید:

$$\begin{split} X &= \frac{C_{\rho 1}}{F_{e}(M_{r+1})} \times (x_{2} - x_{3}) \\ &\left(\left[C_{W11} \times \rho_{a} \times \Psi_{1}(\phi) + C_{W22} \times P_{a} \right] \times F_{M}(M_{1}) - C_{W13} \times F_{M}(M_{2}) \times x_{3} \right) \\ &\frac{1}{F_{E}(M_{2})} \left[C_{P11} \times \lambda_{r} + C_{P12} \times (T_{r})_{a} - C_{P13} \times \frac{x_{3}}{x_{1}} \right] \times x_{2} \\ & c_{\rho 2}(x_{3} - x_{k}) \\ &\left[C_{W21} \times x_{4} \times \Psi_{2}(\phi) + C_{W22} \times x_{3} \right] \times F_{M}(M_{2}) - C_{W23} \times F_{M}(M_{3}) \times x_{6} + U_{b} \\ & \ddots \\ &\frac{1}{F_{E}(M_{3})} \left[C_{P11} \times \lambda_{7} + C_{P12} \times \frac{x_{3}}{x_{1}} - C_{P13} \times \frac{x_{21}}{x_{19}} \right] \times x_{2} \\ &\left[C_{P71} \times \lambda_{7}(\phi) + C_{P72} \times \left(\frac{x_{18}}{x_{16}} - \frac{x_{21}}{x_{19}} \right) \right] \right] \times x_{20} \\ &C_{\rho N1} \times x_{23} - C_{\rho N2} \times \sqrt{x_{22} \times x_{24}} \\ &C_{PN1} \times \frac{x_{21} \times x_{23}}{x_{19}} - C_{PN2} \times x_{24} \times \sqrt{\frac{x_{24}}{x_{22}}} \\ \\ &\end{bmatrix}_{24 \times 1} \end{split}$$

که در آن متغیرهای حالت $[x_1 \ x_2 \ x_3 \ \dots \ x_{23} \ x_{24}]^T$ برابر با $[x_1 \ x_2 \ x_3 \ \dots \ x_{23} \ x_{24}]^T$ ولا $[x_1 \ x_2 \ x_3 \ \dots \ x_{24}]^T$ ولا U_b دبی با $[P_2 \ W_1 \ P_2 \ \dots \ W_8 \ P_9]^T$ دبی هوای خروجی از شیر کنترلی (بیلید) و C با زیرنویسهای مختلف ضرایب ثابتی هستند که با توجه به معادلات ۵ تا ۷ برای هرطبقه بدست میآیند.

۳- مدل فازی T-S کمپرسور

در این مقاله، بمنظور پایدارسازی سرج در سیستم تراکمی که دارای دینامیک غیر خطی میباشد، مدل فازی T-S کمپرسور ارائه شده است. در این روش، با استفاده از تعدادی دستور اگر –آنگاه فازی، سیستم غیر خطی به صورت محلی، بر اساس رابطهی خطی بین ورودی و خروجی، مدلسازی میشود. رویکرد اصلی روش مدلسازی فازی، استفاده از دینامیک محلی برای هر قانون و ارائهی آن توسط یک مدل خطی می-باشد. آنگاه مدل کلی از ترکیب زیر مدلهای خطی سیستم بدست می-آید. برای مثال، قانون i ام مدل فازی T-S برای سیستم پیوسته به صورت زیر میباشد.

اگر ($Z_{I}(t)$ به ($M_{II}(t)$ ، ... و $Z_{P}(t)$ به $M_{II}(t)$ متعلق باشد، آنگاه: $\dot{X}(t) = A_{i}X(t) + B_{i}u(t)$ (۱۰)

$$\begin{split} y(t) &= C_i X(t) \qquad i = 1, 2, \dots, r \\ \hline y(t) &= C_i X(t) \qquad i = 1, 2, \dots, r \\ \hline y(t) &= C_i X(t) \qquad i = 1, 2, \dots, r \\ \hline y(t) &= C_i \in R^{n \times n} \\ y(t) &\in R^n \qquad i = 1, 2, \dots, r \\ \hline y(t) &\in R^n \\ \hline y(t) &= R^n \\ \hline y(t) &= R^q \qquad i = R^{n \times n} \\ \downarrow y(t) &= R^q \\ \hline y(t) &= R^q \\$$

ترکیب پاسخ همه ی زیر سیستم های خطی به صورت زیر به دست می-
آید.

$$\dot{X}(t) = \frac{\sum_{i=1}^{r} w_i(z(t)) \{A_i X(t) + B_i U(t)\}}{\sum_{i=1}^{r} w_i(z(t))}$$
(۱۱)

$$= \sum_{i=1}^{r} h_i(z(t)) \{A_i X(t) + B_i U(t)\}$$
.
saccist خروجی نهایی سیستم فازی به صورت زیر بیان می گردد.

$$y(t) = \frac{\sum_{i=1}^{r} w_i(z(t)) \{C_i X(t)\}}{\sum_{i=1}^{r} w_i(z(t))}$$
(۱۲)

$$= \sum_{i=1}^{r} h_i(z(t)) \{C_i X(t)\}$$
So crossed of the second second

$$w_i(z(t)) = \prod_{j=1}^p M_{ij}(z(t))$$

$$w_i(z(t)) \qquad (1)^{*}$$

$$\begin{split} M_{i}(z(t)) &= \frac{1}{\sum_{i=1}^{r} w_{i}(z(t))} \\ M_{ij} \quad x_{j} \quad z_{j} \quad z_{ij} \quad x_{ij} \quad x_{ij} \quad x_{ij}(z_{j}(t)) \quad x_{ij}(z_{j}(t)) \\ y_{ij}(z_{j}(t)) \quad y_{ij}(z_{j}(t)) \\ &= \sum_{i=1}^{r} w_{i}(z(t)) > 0 \end{split}$$

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{r} h_i(z(t)) \ge 0 \quad i = 1, 2, ..., r \\ \begin{cases} \sum_{i=1}^{r} h_i(z(t)) > 0 \\ h_i(z(t)) \ge 0 \quad i = 1, 2, ..., r \end{cases}$$
(14)

بمنظور تشکیل مدل فازی T-S کمپرسور معادلات سیستم باید به فرم استاندارد (X,t)+U(t) بیان گردد. لذا منحنیهای هر طبقه از کمپرسور با توابع درجه دوم تقریب زده شده و مقدار ماخ ثابت درنظر گرفته شده است. با در نظر گرفتن موارد ذکر شده معادلات دینامیکی کمبرسور به فره زیر خواهد بود:

$$\dot{X} = \begin{bmatrix} c_{\rho 1} (x_{2} - x_{3}) \\ (a_{\psi 1} \times Z_{W 1} + b_{\psi 1}) \times x_{2} - c_{W 1} \times x_{3} + ... \\ c_{\psi 1} \times \rho_{a} + c_{W 13} \times P_{a} \\ (Z_{P 1} + c_{\lambda 1} + c_{P 12} \times \frac{P_{a}}{\rho_{a}} - c_{P 12} \times Z_{P 12}) \times x_{2} \\ c_{\rho 2} (x_{5} - x_{8}) \\ (a_{\psi 2} \times Z_{W 2} + b_{\psi 2}) \times x_{5} - c_{W 2} \times x_{6} + ... \\ c_{\psi 2} \times x_{1} + c_{W 23} \times x_{3} \\ \vdots \\ (a_{\psi 1} \times Z_{W 7} + b_{\psi 7}) \times x_{20} - c_{W 7} \times x_{21} + ... \\ c_{\psi 7} \times x_{15} - c_{W 73} \times x_{18} \\ (Z_{P 7} + c_{\lambda 7} + c_{P 72} \times Z_{P 62} - c_{P 72} \times Z_{P 72}) \times x_{20} \\ c_{\rho N 1} \times x_{20} - c_{\rho N 2} \times Z_{\rho 8} \times x_{22} \\ c_{W N} \times x_{21} - c_{W N 2} \times x_{24} \\ c_{P N 1} \times Z_{\rho 8} \times x_{22} - c_{P N 2} \times Z_{\rho 8} \times x_{24} \end{bmatrix}$$

که B ماتریس ورودی میباشد. در این مطالعه، دبی هوای خروجی از طبقه دوم کمپرسور U_{b2} به عنوان ورودی کنترل در نظر گرفته شده است. همچنین پارامترهای غیر خطی Z با زیرنویسهای مربوطه عبارتند از:

$$\begin{split} Z_{W1} &= x_2; Z_{W2} = \frac{x_5}{x_1}; Z_{W3} = \frac{x_8}{x_4}; Z_{W4} = \frac{x_{11}}{x_7}; Z_{W5} = \frac{x_{14}}{x_{10}}; \\ Z_{W6} &= \frac{x_{17}}{x_{13}}; Z_{W7} = \frac{x_{20}}{x_{16}}; Z_{P1} = a_{L1} \times \frac{x^2_2}{\rho_a^2} + b_{L1} \times \frac{x_2}{\rho_a}; \\ Z_{P2} &= a_{L2} \times \frac{x^2_5}{x^{2_1}} + b_{L2} \times \frac{x_5}{x_1}; Z_{P3} = a_{L3} \times \frac{x^{2_8}}{x^{2_4}} + b_{L3} \times \frac{x_8}{x_4} \\ Z_{P4} &= a_{L4} \times \frac{x^{2_{11}}}{x^{2_{17}}} + b_{L4} \times \frac{x_{11}}{x_7}; Z_{P5} = a_{L5} \times \frac{x^{2_{16}}}{x^{2_{10}}} + b_{L5} \times \frac{x_{14}}{x_{10}}; \\ Z_{P6} &= a_{L6} \times \frac{x^{2_{17}}}{x^{2_{13}}} + b_{L6} \times \frac{x_{17}}{x_{13}}; Z_{P7} = a_{L7} \times \frac{x^{2_{20}}}{x^{2_{16}}} + b_{L7} \times \frac{x_{20}}{x_{16}}; \\ Z_{P12} &= \frac{x_3}{x_1}; Z_{P22} = \frac{x_6}{x_4}; Z_{P32} = \frac{x_9}{x_7}; Z_{P42} = \frac{x_{12}}{x_{10}}; \\ Z_{P52} &= \frac{x_{15}}{x_{13}}; Z_{P62} = \frac{x_{18}}{x_{16}}; Z_{P72} = \frac{x_{21}}{x_{19}}; Z_{\rho 8} = \sqrt{\frac{x_{24}}{x_{22}}}; \end{split}$$

با در نظر گرفتن جملات غیر خطی و توابع عضویت مربوط به آنها، تعداد توابع عضویت و در نتیجه تعداد قوانین فازی و زیر سیستم-های مورد نیاز بیان کنندهی رفتار سیستم بالغ بر ۲۰ عدد می گردد. بدلیل تعداد زیاد جملات غیر خطی از تقریب محلی در تقسیمات فضای فازی ^۱ استفاده شده است. لذا مدل T-S سیستم تراکمی ۷ طبقهی مورد بحث، با در نظر گرفتن دو زیر سیستم خطی در نقاط کاری ۹۹/۵ و ۱۰۰ کیلو گرم بر ثانیه سیستم بیان می گردد. برای بدست آوردن تابع عضویت مورت زیر در نظر می گیریم:

$$Z_{P1}(t) = \frac{a_{L1}}{\rho_a^2} \times x_2^2 + \frac{b_{L1}}{\rho_a} \times x_2$$

$$Z_{P1}(t) = \left(\sum_{i=1}^2 M_i(Z_{P1}(t))b_i\right) x_2(t),$$

$$M_1(Z_{P1}(t)) + M_2(Z_{P1}(t)) = 1$$

$$M_1(Z_{P1}(t)) = 1$$
(1V)

$$M_2(Z_{P1}(t)) = \frac{1}{(b_1 - b_2)} \left(\frac{Z_{P1}(t)}{\sqrt{Z_{P1}(t) + 7.24 \times 10^9} + 136.04} - b_1 \right)$$



شکل ۳: تابع عضویت خطی مدل فازی تاکاگی-سو گنو کمپرسور چند طبقه

تابع عضویت مورد نظر در شکل ۳ رسم گردیده است. همانطور که در شکل مشاهده می گردد، رفتار جملات غیر خطی سیستم با توجه

Local Approximation in Fuzzy Partition Spaces

به توابع عضویت جملات غیر خطی که تابعی از دبی عبوری از کمپرسور و به صورت خطی میباشد، با تابع عضویت خطی تقریب زده میشود. در اینجا لازم به ذکر است که، تابع عضویت مدل T-S کمپرسور تابعی از دبی عبوری میباشد و با توجه به تقریب زدن جملات غیر خطی با یک تابع عضویت، وجود شرایط پایداری لزوما تضمین کنندهی قطعی پایداری سیستم واقعی نمیباشد.

٤- طراحی کنترلر با روش PDC

پس از تشکیل مدل فازی T-S از مدل غیر خطی سیستم با دو زیر سیستم بهمراه توابع عضویت خطی، حال کنترلر پایدار ساز با استفاده از این روش طراحی می گردد. روش PDC یک روند طراحی کنترلر فازی از مدل T-S سیستم را ارائه میدهد. در این روش برای هر زیر سیستم خطی، یک کنترلر خطی پایدارساز درفرم یک قانون کنترلی بصورت زیر در نظر گرفته می شود.

Control Rulei:

$$IF \quad z_1(t) \text{ is } M_{i1} \text{ and } \dots \text{ and } z_p(t) \text{ is } M_{ip},$$

$$THEN \quad u(t) = F_i(t), \quad i = 1, 2, \dots, r \quad (1A)$$

$$u(t) = \frac{\sum_{i=1}^{r} w_i(z(t)) F_i x(t)}{\sum_{i=1}^{r} w_i(z(t))} = -\sum_{i=1}^{r} h_i(z(t)) F_i x(t)$$
(19)

در روش PDC، ابتدا بهرههای فیدبک محلی F_i مشخص می-گردند. این ضرایب بهره علاوه بر اینکه شرایط پایداری محلی^۲ را ارضا مینماید باید شرایط پایداری کلی^۳ را نیز تضمین نماید. یکسان بودن توابع عضویت و برابر بودن تعداد قوانین فازی، در کنترل با روش PDC و مدل تاکاگی-سوگنوی سیستم، شرط کلیدی استفاده از این روش می،باشد.

شرایط پایداری در سیستمهای دینامیکی مشروط به ارضای معادله لیاپانوف میباشد. این معادله را میتوان با یک نابرابری بیان نمود. این شرایط برای سیستمهای فازی بر مبنای مدل، اندکی متفاوت است. درسیستمهای فازی بر مبنای مدل تاکاگی-سوگنو شرایط پایداری منتهی به یک دسته نابرابری ماتریسی میگردد. برای سیستمهای فازی، نقطه تعادل سیستم (۱۰) پایدار مجانبی فراگیر است، اگر ماتریس معین نقطه تعادل سیستم (۱۰) پایدار مجانبی فراگیر است، اگر ماتریس معین مثبت مشترک P وجود داشته باشد که شرایط زیر را ارضا نماید: (۲۰) میبت مشترک P = 1,2,...,rطراحی کنترلر با استفاده از روش PDC به دستهایی نابرابری خطی ماتریسی (LMI) منتهی میگردد. درواقع چنانچه ماتریس P مشترک برای پایدارسازی زیر سیستم های مدل فازی T-S بدست آورده شود، کنترلگری طراحی میگردد که میتواند جریان کمپرسور را تحت

'Local Stability

"General Stability

ناپایداری سرج پایدار نماید. بعبارت دیگر در اینجا طراحی کنترلر برای سیستم پیوسته منجر به مسئلهی تعیین ضرایب بهرهی فیدبک F_i برای هر زیر سیستم با مدل تاکاگی-سوگنو میگردد. دراین حالت با در نظر گرفتن $\overline{f}_i - B_i F_j$ ، سیستم کنترلی حلقه بسته با مدل فازی تاکاگی-سوگنو پایدار مجانبی فراگیر می باشد، اگر یک ماتریس معین مثبت P وجود داشته باشد که شرایط زیر را ارضا نماید:

$$\begin{aligned} G_{ii}^{T}P + PG_{ii} &< 0\\ (\frac{G_{ij} + G_{ji}}{2})^{T}P + P(\frac{G_{ij} + G_{ji}}{2}) \leq 0, \\ i &< j \text{ s.t. } h_{i} \cap h_{i} \neq \phi \end{aligned} \tag{Y1}$$

به منظور طراحی کنترلر با روش نابرابری ماتریسی، ضریب بهرهی هر قانون فازی با توجه به نابرابری فوق در حضور ماتریس مشترک معین مثبت P مورد محاسبه قرار گرفته است. در کمپرسور مورد مطالعه، دبی شروع ناپایداری کمپرسور مورد بررسی ۹۹/۹ کیلو گرم بر ثانیه می-باشد[۲۰]. با توجه به این موضوع، گذر کمپرسور از میان محدودهی ناپایدار بین ۹۹/۵ و ۱۰۰ کیلو گرم بر ثانیه با استفاده از شیر بیلید در طبقه ۲ در این مقاله مورد بررسی قرار گرفته است. بدین منظور، از الگوریتم عددی برای بدست آوردن ماتریس معین مثبت و ضریب بهره که نامعادلات شرایط پایداری سیستم را ارضا کند استفاده گردیده تا شرایط پایداری سیستم فازی مطرح شده ایجاد شود.

٥- تحليل نتايج

بمنظور بررسی و ارزیابی روش مدلسازی و طراحی کنترلر ارائه شده در این مقاله، روش ارائه شده بر روی یک کمپرسور جریان محوری ۷ طبقه اعمال گردید که نتایج آن در این قسمت ارائه می گردد. نتایج حاصل از این مطالعه در سه بخش زیر ارائه می گردد:

الف- تخمين نقطه سرج توسط مدل و مقايسه با نتايج آزمايش

ب- پایدارسازی سرج در کمپرسور در نقاط عملکردی با استفاده از کنترلر PDC

ج- پایدارسازی سرج در کمپرسور در هنگام گذر از ناحیه پایدار به ناپایدار و بالعکس

الف- تخمين نقطه سرج

مدل ریاضی بدست آورده شده در این مطالعه برای تخمین نقطه سرج مورد استفاده قرار گرفت. نتیجه شبیه سازی مدل غیر خطی نشان می دهد که کمپرسور در نقاط با دبی حالت پایای بالاتر از ۹۹۸۵ کیلو گرم بر ثانیه پایدار و برای نقاط عملکردی با دبی حالت پایای کمتر از ۹۹/۸۵ کیلو گرم بر ثانیه ناپایدار می باشد. بعبارت دیگر نقطه سرج این کمپرسور دارای عملکرد حالت پایای با دبی ۹۹۸۵ کیلو گرم بر ثانیه متناظر با دیگر متغیرهای حالت پایا شامل فشار و چگالی در هر طبقه می باشد. نقطه سرج بدست آمده از شبیه سازی مدل غیر خطی مطابق با نتایج حاصل از انجام آزمایشات عملی بر روی این کمپرسور می باشد بگونه-

ای که نقطه سرج بدست آمده از انجام آزمایش دارای دبی حالت پایای ۹۹.۹ کیلوگرم بر ثانیه میباشد[۲۰]. این تطابق به مدل غیر خطی مورد استفاده در این تحقیق اعتبار میبخشد.

ب- پایدار سازی سرج در نقاط ناپایدار

همانطور که در قسمتهای قبل توضیح داده شد، در این تحقیق، بمنظور طراحی کنترلر برای پایدارسازی کمپرسور چند طبقه تحت ناپایداری سرج، روش PDC ارائه گردیده است. بدین منظور ابتدا برای ناحیه عملکردی کمپرسور بین دو نقطه شروع سرج و بعد از سرج یعنی نقاط م۹۸۸۵ کیلو گرم بر ثانیه و ۹۹۸۵ کیلو گرم بر ثانیه یک مدل فازی T-S مطابق آنچه توضیح داده شد بدست آورده شده است. آنگاه برای هر روسیستم خطی در دو نقطه مورد نظر کنترلر بهینه با روش LQR طراحی گردید. سپس با استفاده از الگوریتم نمیروفسکی [۲۱] ماتریس طراحی گردید. سپس با استفاده از الگوریتم نمیروفسکی از ۲] ماتریس مورد نظر ارضا نماید. بدین تر تیب، یک کنترلر فازی بر اساس روش PDC طراحی گردید که سیستم غیر خطی را در ناحیه مورد نظر پایدار مینماید.

شکل (۴) نتایج شبیه سازی دبی عبوری از کمپرسور ۷ طبقه را در نقاط مختلف عملکردی در ناحیه سرج (ناحیه ناپایدار) نشان می دهد. همانطور که دراین شکل دیده می شود، پاسخ زمانی جریان کمپرسور بدون کنترل فعال در این ناحیه دارای واگرایی (ناپایدار) می باشد. لکن پس از اعمال کنترل فعال سرج، کنترلر PDC طراحی شده قادر است در نقاط عملکردی ۹۹/۶ ۹۹/۶ و ۹۹/۶ کیلو گرم بر ثانیه کمپرسور را پایدار نماید. این نتایج نشان می دهد که کنترلر فازی طراحی شده بر اساس زیر سیستمهای خطی کاملاً موثر بوده و سیستم غیر خطی را پایدار نموده است.



شکل۴: دبی عبوری از کمپرسور(مدل غیر خطی) با کنترلر PDC (سمت راست) و بدون کنترلر (سمت چپ)، از بالا به پایین بترتیب در نقاط عملکردی۹۹/۶، ۹۹/۷ و ۹۹/۸ کیلوگرم بر ثانیه

همچنین پاسخ سیستم حلقه بسته مدل T-S با کنترلر PDC در نقاط عملکردی ۹۹/۶، ۹۹/۷ و ۹۹/۸ کیلوگرم بر ثانیه در شکل (۵) نشان داده

۴.

شده است. مقایسه پاسخ مدل غیر خطی(شکل (۴)) و مدل T-S (شکل (۵)) نشان میدهد که مدل T-S با دقت خوبی رفتار مدل غیر خطی را (۵)) نشان می کند.



شکل۵: دبی عبوری از کمپرسور (مدل T-S) با کنترلر PDC (سمت راست) و بدون کنترلر (سمت چپ)، از بالا به پایین بترتیب در نقاط عملکردی۹۹/۶، ۹۹/۷ و ۹۹/۸ کیلوگرم بر ثانیه

علاوه بر آن، به منظور مقایسه روش ارایه شده در این تحقیق با روش خطی سازی در تحقیقات قبلی [۲]، نتایج شبیه سازی کمپر سور با کنترلر PDC با کنترلر LQR در نقطه عملکردی ۹۹/۷ کیلو گرم بر ثانیه در شکل (۶) ارائه شده است. همانطور که ملاحظه می گردد، کنترلر PDC توانسته است در نقطه عملکردی ۹۹/۷ کیلو گرم بر ثانیه که بین نقاط زیر سیستم های مدل S-T قراردارد، بخوبی یک کنترلر LQR که در همان نقطه طراحی شده است کمپر سور را پایدار نماید.



شکل ۶: دبی عبوری کمپرسور با کنترلر PDC (بالا) و با کنترلر LQR (پایین)، در نقطه عملکردی ۹۹/۷ کیلو گرم بر ثانیه

ج- پایدار سازی کمپرسور در هنگام گذر از ناحیه سرج

همانطور که در مقدمه مقاله ذکر گردید یکی از مسائل مهم در طراحی سیستم کنترل فعال سرج در کمپرسور جریان محوری که تا کنون مورد

مطالعه قرار نگرفته است، این است که کنترل فعال قادر باشد کمپرسور را در هنگام عبور در ناحیه سرج پایدار نماید. این یک ویژگی علاوه بر پایدارسازی کمپرسور در تک تک نقاط عملکردی است که در قسمت (ب) ارائه گردید. بدین منظور شبیهسازی کمپرسور در هنگام گذر از ناحیه پایدار به ناحیه ناپایدار و بالعکس انجام گردیده است. برای شبیه سازی مسئله گذر، تابع ورودی شکل (۷) مورد استفاده قرار گرفته است. همانطور که در این شکل دیده می شود، فرمان صادره به سیستم کنترل حاکی از آن است که کمپرسور از نقطه عملکرد ۱۰۰ کیلو گرم بر ثانیه (نقطه پایدار) شروع به حرکت نموده و با یک تابع شیب به نقطه عملکردی ۹۹.۵ کیلو گرم بر ثانیه (نقطه ناپایدار) رسیده و پس از توقف ۲ ثانیه ای در ناحیه سرج مجدداً با یک تابع شیب مثبت به ناحیه پایدار بر گردد.



شکل ۷: دستور ورودی سیستم تراکمی محوری ۷ طبقه با کنترلر PDC

نتایج شبیه سازی کمپر سور با مدل غیر خطی و کنترلر طراحی شده در هنگام گذر در شکلهای (۸) تا (۱۰) ارائه شده است. همانطور که در این شکل دیده می شود کنترلر فازی طراحی شده (بر اساس زیر-سیستمهای خطی) قادر است به خوبی کمپر سور را در هنگام گذر از ناحیه سرج و بازگشت به ناحیه پایدار کنترل نموده و ناپایداریهای جریان را پایدار نماید. نکته مهم در این طراحی این است که، همانطور که در شکل (۱۱) نشان داده شده است، دبی بیلید که برای کنترل ناپایداری مورد استفاده قرار گرفته است تنها در صد بسیار کوچکی از دبی عبوری از کمپر سور می باشد. این یکی از شرایط مهم در بکار گیری کنترلر فعال سرج است که در این طراحی ارضا گردیده است.



شکل ۸: دبی عبوری سیستم غیر خطی حلقه بسته با کنترلر PDC در حالت











شکل ۱۰: تغییرات فشار مدل غیر خطی حلقه بسته با کنترلر PDC در حالت گذر



شکل ۱۱: دبی خروجی از شیر کنترلی، سیستم غیر خطی حلقه بسته با کنترلر PDC در حالت گذر

۲- نتیجه گیری و جمع بندی

در این مقاله، کنترل فعال سرج در کمپرسور چند طبقه جریان محوری با استفاده از کنترلر PDC بر مبنای مدل فازی T-S ارائه گردیده است. بدین منظور، ابتدا یک مدل فازی T-S برای کمپرسور بدست آورده شد. آنگاه برای مدل T-S، یک کنترلر PDC برای پایدارسازی سیستم حلقه بسته طراحی گردیده که نابرابریهای خطی ماتریسی لازم برای شرایط پایداری را ارضا مینماید.

در این مطالعه، گذر سیستم تراکمی از ناحیهی سرج مورد بررسی قرار گرفته است. در این رابطه، کنترل ناپایداری سرج در کمپرسور با مدل غیر خطی منجر به مسئلهی عملی عبور کمپرسور از ناحیهی پایدار به ناپایدار و بالعکس می گردد. نتایج بدست آمده از شبیه سازی مدل غیر خطی کمپرسور ۷ طبقه جریان محوری با کنترلر PDC، حاکی از عملکرد پایدار با تلاش کنترلی مناسب در پایدارسازی سرج در این کمپرسور می باشد.

همچنین مدل S-T سیستم تراکمی با کنترلر PDC مورد شبیه سازی قرار گرفته است. شبیه سازی سیستم حلقه بسته غیر خطی و مدل فازی T-S باکنترلر PDC نتایجی نزدیک دارند، که این نشان دهنده دقت خوب مدل فازی T-S می باشد. عدم بررسی ارضای غیر خطی ناحیه ای ^۱ در برخی جملات غیر خطی و تقریب زدن آنها دلیل اصلی تفاوت پاسخ زمانی سیستم حلقه بسته غیر خطی و سیستم حلقه بسته با مدل T-S می-باشد. اما نزدیکی نتایج شبیه سازی مدل غیر خطی و مدل T-S می-خوب استفاده از تقریب محلی در تقسیمات فضای فازی را نشان می-دهد. در این مطالعه محدودیت شیر بیلید برای خروج دبی بر روی کنترلر اعمال گردیده است. بدین معنی که شیر کنترلی فقط اجازه

^{&#}x27;Sector Nonlinearity

- [10] Al-Mawali, S. Jie Zhang, "A novel fuzzy logic control strategy for compressor surge control using a variable area throttle", Intelligent Control, ISIC 2007. IEEE 22nd International symposium on, 2007.
- [11] Boutamin B., Belarbi K., "A fuzzy control of the instabilities of an axial flow compressor" International Journal of Information and Systems Science Volume 1, Number 1, Page15-24, 2007
- [12] Liaw, D.-C., Ren, S.M., Chang, S.-T., "A feedback linearization design for compressor's surge control", Proceedings of the IEEE International Conference on Industrial Technology, art, no. 4608335, 2008
- [13] Chi, J.N.a c d , Paduano, J.D.b e, "New concepts for active control of rotating stall and surge", Proceedings of the American Control Conference, art. no. 4586856, pp. 2435-2442, 2008
- [14] Bartolini, G., Muntoni, A., Pisano, A., Usai, E., "Compressor surge active control via throttle and CCV actuators. A second-order sliding mode approach", IEEE 10th International Workshop on Variable Structure Systems, VSS'08, art. no. 4570720, pp. 274-279, 2008
- [15] Bohagen, B.a , Gravdahl, J.T. "Active surge control of compression system using drive torque", Automatica, 44 (4), pp. 1135-1140, 2008
- [16] M. Sugeno and G. T. Kang, "Fuzzy Modeling and Control of Multilayer Incinerator", Fuzzy Sets Syst., No. 18, pp. 329_346, Z1986.
- [17] K. Tanaka and M. Sugeno, "Stability Analysis and Design of Fuzzy Control Systems", Fuzzy Sets Syst., Vol. 45, No. 2, pp. 135_156, 1992.
- [18] H. O. Wang, K. Tanaka, and M. F. Griffin, "Parallel Distributed Compensation of Nonlinear Systems by Takagi-Sugeno Fuzzy Model", FUZZ-IEEE/IFES', 1995.
- [19] H. O. Wang, K. Tanaka, and M. F. Griffin, "an Analytical Framework of Fuzzy Modeling and Control of Nonlinear Systems: Stability and Design Issues", American Control Conference, Seattle, 1995.
- [20] Montazeri-Gh. M., D. J. Allerton and E. L. Elder, "Simulation of nonlinear one-dimensional modeling for surge prediction with the application of active surge control", ESS94, European Simulation Symposium, October 1994, Vol 2, pp.191-195
- [21] Nesterov, Yu, and A. Nemirovski, "Interior Point Polynomial Methods in Convex Programming: Theory and Applications", SIAM, Philadelphi

خروج دبی از کمپرسور میدهد و بدلیل فشار بالاتر کمپرسور از محیط، هیچ دبی نمی تواند از شیر کنترلی وارد کمپرسور گردد. در مطالعات آینده می توان شرایط ارضای غیر خطی ناحیهای، محدویتهای اشباع در مقدار باز شدن شیر، دبی عبوری از شیر و نیز نرخ تغییر دبی عبوری را بر روی کنترلر مورد بررسی قرار داد.

مراجع

- Emmons, H. W., Pearson, C. E., and Grant, H. P., "Compressor surge and stall Propagation", Transactions of the ASME, 1955.
- [2] Epstein, A. H., Williams, J. E. F., and Greitzer, E. M., "Active suppression of aerodynamic instabilities in turbomachines", Journal of Propulsion and Power, Vol. 5, pp. 204-211, Mar.-Apr. 1989.
- [3] Strazisar, A. J., Bright, M. M., Thorp, S., Culley, D. E., and Suder, K. L., "Compressor stall control through end-wall recirculation", ASME Turbo Expo, Vol. 5 A, 2004.
- [4] Montazeri-Gh. M., D.J.Allerton and E.L.Elder "Active control of surge in An Aircraft compressor", UKACC International Conference on CONTROL, Exeter, UK, 1996
- [5] Montazeri-Gh, M., Allerton, D. J., Elder, R. L "Actuator placement for active surge control in a multi-stage compressor", Proceedings of International Gas Turbine and Aeroengine Congress & Exhibition, Birmingham, UK, ASME, 96-GT-241, 1996.
- [6] M. Montazeri[•] A. M. Ghalamzan, "Active stabilization of surge in axial flow compressor using optimal LQR control approach", the 7th Iranian Aerospace Society Conference, Sharif University of Technology, Feb. 2008.
- [7] Krstic, M., Protz, J.M., Paduano, J.D., Kokotovic, P.V. "Backstepping designs for jet engine stall and surge control", In Proceedings of the 35th conference on decision and control, pp. 3049–3055, New Orleans, 1995.
- [8] Weigl,H.J., Paduano,J.D. "Application of H∞ control with eigenvalue perturbations to stabilize a transonic compressor", In Proceedings of the international conference on control applications, pp. 691–698, Hartford, 1997.
- [9] Laderman, M., Greatrix, D., Liu, G. "Fuzzy logic control of surge in a jet engine model", In The 13th propulsion symposium, 50th CASI annual conference, Montreal, 2003.