

## کاهش نوسانات عملگرها با استفاده از کنترل تطبیقی در یک تیر با میرایی تحت نیروی تعقیب کننده

امید کاویانی پور<sup>۱</sup>، عبدالمجید خوشنود<sup>۲</sup>، سید حسین ساداتی<sup>۳</sup>، علی اصغر جعفری<sup>۴</sup>

<sup>۱</sup> دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت، Email: o.kavianipour@gmail.com

<sup>۲</sup> دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، Email: khoshnood@dena.kntu.ac.ir

<sup>۳</sup> استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، Email: sadati@kntu.ac.ir

<sup>۴</sup> دانشیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، Email: jafari@kntu.ac.ir

(تاریخ دریافت مقاله، تاریخ پذیرش مقاله)

**چکیده:** تاثیرات انعطاف پذیری سازه در سیستم های ماهواره بر می تواند منجر به ناپایداری سیستم کنترل گردد. هدف این مقاله طراحی کاهنده ارتعاشات و مدلسازی تاثیر ارتعاشات خمشی در اثر نیروی تعقیب کننده پیشران و اثرات میرایی به صورت یک تیر دو سر آزاد می باشد. در پژوهش های گذشته تاکنون طراحی کنترل کننده برای سیستم های حامل ماهواره با تاثیر نیروی تعقیب کننده و میرایی سازه انجام نشده است. در این پژوهش پس از مدلسازی مربوطه با استفاده از روش شناسایی بازگشتی فیلتر شده، فرکانس ارتعاشی شناسایی شده و از فیلتر های تطبیقی برای کاهش ارتعاشات بهره گرفته شده است. نتایج شبیه سازی نشان داد که کنترل کننده طراحی شده با وجود تاثیر نیروی تعقیب کننده و میرایی به خوبی ارتعاشات خمشی سازه سیستم را کاهش داده است. همچنین این روش در مقایسه با روش گرادیان که از الگوی مدل مرجع پیروی می کند عملکرد بهتری را نشان می دهد.

**کلمات کلیدی:** ماهواره بر انعطاف پذیر، نیروی تعقیب کننده، میرایی سازه، شناسایی فرکانس ارتعاشی، فیلتر تطبیقی.

## Reduction of the Actuator Oscillations using Adaptive Control in a Damped Beam Model under a Follower Force

Omid Kavianipour, Abdol Majid Khoshnood, Seyed Hossein Sadati, Ali Asghar Jafari

**Abstract:** Flexible behaviors in new aerospace structures can lead to a degradation of their control and guidance system and undesired performance. The objectives in the current work are to analyze the vibration resulting from the propulsion force on a Flexible Launch Vehicle (FLV) modeled as a follower force on a free-free beam with proportional damping, study its effects on the oscillation of the actuators, and develop an approach to reduce these oscillations. To pursue these objectives, the stability of the beam model is first studied using the Ritz method. It was determined that the proportional damping consisting of those of internal (material) and external (viscous fluid) result in a change in the critical follower force. The rigid dynamics of a FLV in the pitch channel was then modeled and modified using the vibrational model of the device for the same channel. A new dynamic model and an adaptive control system for the FLV was then developed, allowing the aerospace structure to run on its maximum bearable propulsion force with the optimum effects on the oscillation of its actuators. Simulation results show that such a control model provides an effective way to reduce the undesirable oscillations of the actuators.

**Keywords:** FLV; Beam Instability; Follower Force; Adaptive Algorithm; Filtered Recursive Least Square

مقادیر بزرگ نسبتهای نیروی رانش به وزن و طول به قطر برای دسترسی

به برد بیشتر و طی مسافتهای طولانی تر و همچنین کاهش هزینه پرتاب

ماهواره برها باعث کاهش وزن سازه آنها شده است. این مساله بنوبه خود

۱- مقدمه

پیشرفتهای اخیر در زمینه طراحی وسایل پرنده، منجر به تولید

سازه های انعطاف پذیر بزرگ بویژه در مورد ماهواره برها شده است.

شده است که افزایش نیروی محوری موجب افزایش نوسان بالکها می‌شود.

Sugiyama و همکاران یک اعتبارسنجس تجربی برای بررسی تاثیر نیروی تعقیب کننده غیر کنسرواتو بر روی ارتعاشات خمشی سیستم اصلی ارائه نمودند [8]. Juan و Young بررسی پاسخ یک تیر غیر خطی با نیروی تعقیب کننده اتفاقی را به انجام رساندند [9].

در زمینه کنترل ارتعاشات در سیستم های مشابه هوافضایی فعالیتهای متنوعی وجود دارد. در این زمینه، از روشهای کنترل بهینه در طراحی کنترلر برای ماهواره‌ها استفاده شده است که برخی از آنها شامل فعالیت [10] Vandergate، Jenkins، Rynaski و Roy [11] و با Maki و Vandergate [12] می‌باشد که شامل روشهای خطی و غیرخطی بهینه‌سازی بر مبنای مینیمم‌سازی مدهای تعمیم یافته ارتعاشی است. Stalford و Bibel در روشهای دیگر، بهبود بهره کنترلی در جدول بندی بهره برای کنترل یک موشک انعطاف‌پذیر را مورد بررسی قرار دادند، آنها همچنین طراحی خود خلبان را نیز مورد توجه قرار دادند [13] و [14]. علاوه بر این فعالیتهای نمودن یک مد ارتعاشی و سپس دو مد توانستند کنترلر وضعیت موشک فوق را به خوبی طراحی نمایند [15] و [16]. آنها از الگوریتمهای تطبیقی بهره گرفتند و با استفاده از فیلترهای باریک اثر ارتعاشات را به خوبی کاهش دادند. در بررسی دیگری Ra روش شناسایی در فیلتر تطبیقی را نسبت به نویزهای ورودی مقاوم نمود [17]. در پژوهشی دیگر Oh و Bang و Park روش فیلترهای تطبیقی را بر روی یک نمونه آزمایشی از یک ماهواره بر مورد آزمایش قرار داده‌اند [18]. علاوه بر این پژوهش‌ها، در فعالیت های قبلی خوشنود و همکاران نیز در بررسی خود از روش های مبتنی بر مدل مرجع برای کاهش ارتعاشات در یک ماهواره بر استفاده کرده اند [19].

در تمام فعالیتهای گذشته طراحی سیستم کنترل کننده بدون توجه به نیروی تعقیب کننده و میرایی طراحی شده است که در این مقاله سعی خواهد شد این موارد بر روی سیستم کنترل کننده بررسی گردد.

به طور کلی این مقاله شامل دو بخش اصلی می‌باشد:

بخش اول شامل حل معادلات الاستیک سازه به منظور یافتن نیروی رانش قابل تحمل برای مدل می‌باشد.

در بخش دوم از یک مدل خطی برای مدلسازی کانال Pitch در ماهواره‌ها استفاده می‌شود و استراتژی کنترل نوسانات عملگر به کمک شناسایی فرکانس ارتعاشات بیان می‌شود. در پایان این دو بخش برای انجام شبیه‌سازی سیستم کنترلی نهایی باهم ترکیب می‌شوند.

منجر به شکل‌گیری ماهواره‌برهایی با انعطاف‌پذیری بالا می‌شود که می‌تواند نقش مهمی در رفتار دینامیکی وسیله پرنده از طریق اثر آن در رفتار الاستیک و خواص ارتعاشی آن داشته باشد. این امر می‌تواند باعث عملکرد نامطلوب و تخریب سیستم کنترل آن شود. از طرف دیگر تاثیر ارتعاشات بدنه روی وسایل اندازه‌گیری ( Inertia Musserment Unit (IMU) و اثر متقابل نیروهای کنترلی روی تغییر شکل‌های الاستیک، باعث تحریک ارتعاشات و پدیده رزونانس می‌شود.

در مقاله حاضر یک تیر برنولی دو سر آزاد یکنواخت تحت نیروی تعقیب کننده و میرایی تناسبی و همچنین تحت یک نیروی عمودی در یک انتها، به عنوان مدلی ساده برای ماهواره‌بر در نظر گرفته شده است. نیروی تعقیب کننده مدلی برای نیروی رانش موتور و نیروی عمودی مدلی برای نیروی عملگر می‌باشند. پایداری تیرهای دو سر آزاد تحت نیروی تعقیب کننده مورد توجه بسیاری از محققان قرار گرفته و به دلیل کاربرد آن در صنایع هوا فضا از اهمیت خاصی برخوردار است. تیر تحت اثر نیروی تعقیب کننده، مدلی ساده برای بررسی ارتعاشات سازه‌های هوافضایی تحت اثر نیروی پیش‌رانش است که البته این مدل ساده نتایج قابل قبولی را برای کاربردهای عملی ارائه می‌کند.

در این مقاله ابتدا نیروی بحرانی مدل در نظر گرفته شده با استفاده از روش ریتز بررسی شده و سپس اثر مدل کردن نیروی رانش موتور روی ارتعاشات IMU بررسی می‌شود. در ادامه اثر ارتعاشات IMU روی نوسانات عملگر در مدار کنترلی ماهواره‌بر نشان داده خواهد شد. مشاهده می‌شود با افزایش نیروی رانش، نوسانات عملگر نیز زیاد می‌شود. لذا از یک الگوریتم تطبیقی با الگوی شناسایی فیلتر شده و بازگشتی برای کاهش این نوسانات استفاده می‌شود. بدین ترتیب می‌توان از حداکثر نیروی رانش قابل تحمل برای سازه بهره برد و اثر مخرب آن را با بهره‌گیری از استراتژی کنترلی ارائه شده کاهش داد.

محققان بسیاری پایداری تیرهای دو سر آزاد تحت نیروی تعقیب کننده را مورد مطالعه قرار داده‌اند از جمله [6-1]. در این تحلیلها از اثرات نیروی آبرودینامیکی، نیروی جاذبه و نیروهای کنترلی صرف‌نظر شده است. [7] Pourtakdoust and Assadian مدلی به شکل یک تیر برنولی دو سر آزاد تحت نیروی محوری ثابت فرض کرده‌اند. معادلات مربوط به این مدل که سه بعدی در نظر گرفته شده، با استفاده از روش المان محدود حل شده است و در این حالت فقط ناپایداری استاتیکی مشاهده شده است. سپس معادلات الاستیک مربوط به این تیر همراه با معادلات حرکت در یک مدار کنترلی شبیه‌سازی شده است. نشان داده

برای محاسبه نیروی محوری در طول تیر، تعادل دینامیکی را می توان

یه فرم زیر نوشت:

$$P(x) = P_0 \frac{x}{L} \quad (۲)$$

که  $P(x)$  نیروی محوری در تیر،  $P_0$  نیروی تعقیب کننده و  $L$  طول تیر می باشد. برای سادگی معادلات، پارامترهای بدون بعد به صورت زیر تعریف می شوند:

$$\bar{y} = \frac{y}{L} \quad \bar{x} = \frac{x}{L} \quad \bar{t} = t \left( \frac{EI}{mL^4} \right)^{0.5} \quad \bar{P}_0 = \frac{P_0 L^2}{EI} \quad (۳)$$

$$\bar{F}_0 = \frac{F_0(t)L^2}{EI} \quad \bar{\beta} = \beta \left( \frac{L^4}{mEI} \right)^{0.5} \quad \bar{\alpha} = \alpha \left( \frac{EI}{mL^4} \right)^{0.5}$$

در معادلات بالا،  $m$  جرم تیر در واحد طول،  $F_0(t)$  نیروی عرضی و  $\beta$  ضریب میرایی می باشد. فرم عمومی اصل همپلتون به صورت زیر است:

$$\delta \int_{\bar{x}_1}^{\bar{x}_2} (\bar{T} - \bar{V} + \bar{W}_c) d\bar{t} + \int_{\bar{x}_1}^{\bar{x}_2} \delta \bar{W}_{nc} d\bar{t} = 0 \quad (۴)$$

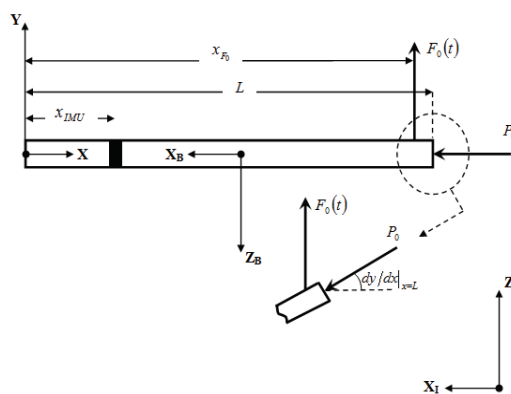
که در آن  $\delta$  نشان دهنده تغییرات،  $\bar{T}$  انرژی جنبشی بدون بعد،  $\bar{W}_c$  کار مجازی بدون بعد مربوط به نیروهای کنسرواتیو و  $\bar{W}_{nc}$  کار مجازی بدون بعد مربوط به نیروی های غیر کنسرواتیو می باشد. برای مدل نشان داده شده در شکل (۱)، معادله (۵) می تواند به صورت زیر نشان داده شود:

$$\left\{ \begin{aligned} \bar{T} &= \frac{1}{2} \int_0^1 \left( \frac{\partial \bar{y}}{\partial \bar{t}} \right)^2 d\bar{x} \\ \bar{V} &= \frac{1}{2} \int_0^1 \left( \frac{\partial^2 \bar{y}}{\partial \bar{x}^2} \right)^2 d\bar{x} \\ \bar{W}_c &= \frac{1}{2} \bar{P}_0 \int_0^1 \bar{x} \left( \frac{\partial \bar{y}}{\partial \bar{x}} \right)^2 d\bar{x} \\ \delta \bar{W}_{nc} &= - \int_0^1 \left[ \bar{\beta} \frac{\partial \bar{y}}{\partial \bar{t}} \delta \bar{y} + \bar{\alpha} \frac{\partial^3 \bar{y}}{\partial \bar{t} \partial \bar{x}^2} \delta \left( \frac{\partial^2 \bar{y}}{\partial \bar{x}^2} \right) \right] d\bar{x} \\ - \bar{P}_0 \left( \frac{\partial \bar{y}}{\partial \bar{x}} \right) \Big|_{\bar{x}=1} \delta \bar{y} \Big|_{\bar{x}=1} + \bar{F}_0 \delta \bar{y} \Big|_{\bar{x}=\bar{x}_0} \end{aligned} \right. \quad (۵)$$

با توجه به اینکه توزیع نیروی محوری در طول تیر ثابت نیست، معادلات دیفرانسیل حاکم را نمی توان به صورت تحلیلی حل نمود و روش های تقریبی مورد نیاز می باشد. روش ریتز یکی از روش هایی است که در این بررسی با استفاده از روش همپلتون (Hodges and Pierce) [21] مورد استفاده قرار گرفته است. در این روش پاسخ به صورت یک سری به صورت زیر در نظر گرفته می شود:

## ۲- معادلات الاستیک

شکل (۱) مدل فرضی برای یک سازه فضایی را نشان می دهد. ZIXI ، YX و ZBXB به ترتیب دستگاه مختصات اینرسی، دستگاه مختصات بدنی و دستگاه مختصات الاستیک می باشند. دستگاه مختصات اینرسی ثابت می باشد و دستگاه مختصات بدنی و دستگاه مختصات الاستیک متصل به تیر هستند. اگرچه جرم کلی و مرکز جرم مدل ثابت فرض شده است ولی این تحلیل را می توان برای یک سیستم با جرم متغیر و یا مدل های پیچیده تر بکار برد. همچنین در این مقاله از نیروی وزن صرف نظر شده است. فرض شده است که تیر در نظر گرفته شده، تیر برنولی باشد و تیر در جهت طولی انعطاف ناپذیر باشد. نیروی رانش موتور توسط یک نیروی تعقیب کننده و نیروی عملگر توسط یک نیروی عمودی مدل شده اند. شکل (۱) محل IMU و محل نیروی عملگر نشان داده شده است.



شکل ۱: یک مدل ساده از یک سازه هوافضایی به صورت یک تیر دو سر آزاد به همراه میرایی

## ۲-۱- روابط انرژی

در اغلب سیستم های ارتعاشی میرایی طبیعی وجود دارد و تاثیر آن باعث اتلاف انرژی سیستم می گردد. از این رو، اتلاف انرژی باعث کاهش دامنه ارتعاشات آزاد می گردد. در ارتعاشات اجباری این اتلاف با تحریک بیرونی جبران می گردد. در این مقاله، میرایی به صورت تناسبی برای سیستم مدل شده است. برای بررسی میرایی مدل Kelvin-Voigt مورد استفاده قرار گرفته که در معادله (۱) آمده است (Meirovitch [20]). معادله (۱) عبارتست از:

$$M(x,t) = EI \left[ \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} + \alpha \frac{\partial^3 y(x,t)}{\partial t \partial x^2} \right] \quad (۱)$$

که در آن  $M(x,t)$ ،  $EI$  و  $\alpha$  به ترتیب گشتاور خمشی، سخت خمشی و ضریب میرایی تناسبی می باشند.

$$\frac{\partial^2 \bar{y}}{\partial \bar{t}^2} + \bar{\beta} \frac{\partial \bar{y}}{\partial \bar{t}} + \bar{\alpha} \frac{\partial^5 \bar{y}}{\partial \bar{t} \partial \bar{x}^4} + \frac{\partial^4 \bar{y}}{\partial \bar{x}^4} = 0 \quad (9)$$

با شرایط مرزی زیر حل می شود:

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 \bar{y}}{\partial \bar{x}^2} + \bar{\alpha} \frac{\partial^3 \bar{y}}{\partial \bar{t} \partial \bar{x}^2} = 0 \\ \frac{\partial^3 \bar{y}}{\partial \bar{x}^3} + \bar{\alpha} \frac{\partial^4 \bar{y}}{\partial \bar{t} \partial \bar{x}^3} = 0 \end{cases} \quad \text{at } \bar{x} = 0, \bar{x} = 1 \quad (10)$$

همچنین داریم:

$$\bar{y}(\bar{x}, \bar{t}) = \chi(\bar{x})\tau(\bar{t}) = \chi(\bar{x})e^{\lambda_0 \bar{t}} \quad (11)$$

با جایگزینی معادله (۱۱) در معادله (۹)، معادلات جدیدی به صورت

زیر حاصل می گردد:

$$\lambda_0^2 \chi + \lambda_0 (\bar{\beta} \chi + \bar{\alpha} \chi''''') + \chi'''' = 0 \quad (12)$$

شرایط مرزی معادله (۱۰) به صورت زیر است:

$$\begin{cases} (1 + \lambda_0 \bar{\alpha}) \chi'' = 0 \\ (1 + \lambda_0 \bar{\alpha}) \chi'''' = 0 \end{cases} \quad \text{at } \bar{x} = 0, \bar{x} = 1 \quad (13)$$

که در آن  $\chi'' = d^2 \chi / d\bar{x}^2$  و  $\chi'''' = d^4 \chi / d\bar{x}^4$

جایگزینی معادله (۱۲) و (۱۳) معادله (۱۴) ظاهر می شود و شرایط مرزی

ای به صورت زیر دارد:

$$\chi'''' - \gamma^4 \chi = 0 \quad \gamma^4 = - \left( \frac{\lambda_0^2 + \lambda_0 \bar{\beta}}{1 + \lambda_0 \bar{\alpha}} \right) \quad (14)$$

$$\begin{cases} \chi'' = 0 \\ \chi'''' = 0 \end{cases} \quad \text{at } \bar{x} = 0, \bar{x} = 1 \quad (15)$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$\cos \gamma \cosh \gamma = 1 \quad (16)$$

$$\chi(\bar{x}) = \sin \gamma \bar{x} + \sinh \gamma \bar{x} + \left( \frac{\cos \gamma - \cosh \gamma}{\sin \gamma + \sinh \gamma} \right) (\cos \gamma \bar{x} + \cosh \gamma \bar{x}) \quad (17)$$

همانطور که در معادلات بالا نشان داده شده است، معادله پارامتری و

شکل مودهای خمشی یک تیر یکنواخت برنولی با میرایی تناسبی با همان

$$\bar{y}(\bar{x}, \bar{t}) = \sum_{i=1}^N \varphi_i(\bar{x}) q_i(\bar{t}) \quad (6)$$

که در آن  $\varphi_i(\bar{x})$  تابع فرضی و مجاز و  $q_i(\bar{t})$  مختصات تعمیم یافته می باشد. با جایگزینی معادله (۶) در معادله (۵) و جایگزینی نهایی در معادله (۴)، خواهیم داشت:

$$[\mathbf{M}_{ij}] \ddot{\mathbf{q}}_j + [\mathbf{C}_{ij}] \dot{\mathbf{q}}_j + [\mathbf{K}_{ij}] \mathbf{q}_j = [\mathbf{Q}_j] \quad (7)$$

که در آن  $\ddot{\mathbf{q}} = d^2 \mathbf{q} / d\bar{t}^2$  و  $[\mathbf{M}_{ij}]$  ماتریس جرم،  $[\mathbf{C}_{ij}]$  ماتریس میرایی،  $[\mathbf{K}_{ij}]$  ماتریس سختی و  $[\mathbf{Q}_j]$  بردار نیرو است که به صورت زیر توصیف می گردد:

$$\begin{cases} \mathbf{M}_{ij} = \int \varphi_i \varphi_j d\bar{x} \\ \mathbf{C}_{ij} = \int [\bar{\beta} \varphi_i \varphi_j + \bar{\alpha} \varphi_i' \varphi_j''] d\bar{x} \\ \mathbf{K}_{ij} = \int \varphi_i'' \varphi_j'' d\bar{x} - \bar{P}_0 \int \bar{x} \varphi_i' \varphi_j' d\bar{x} + \bar{P}_0 \varphi_i'(1) \varphi_j(1) \\ \mathbf{Q}_j = \bar{F}_0 \varphi_j(\bar{x}_{F_0}) \end{cases} \quad (8)$$

که در آن  $\varphi' = d\varphi / d\bar{x}$  و  $\varphi'' = d^2 \varphi / d\bar{x}^2$  به طور معمول در روش های تقریبی، معادلات دیفرانسیل پاره ای به صورت معادلات دیفرانسیل معمولی در می آیند.

## ۲-۲- توابع مجاز

در حالت عمومی توابع مجاز  $\varphi(\bar{x})$  می بایست شرایط زیر را ارضاء نمایند:

- شرایط مرزی مساله

- پیوسته بودن و انتگرال پذیر بودن

- تابع کامل بودن

- مستقل خطی بودن

شکل مودهای یک تیر دوسر آزاد با میرایی تناسبی شرایط فوق را

دارا می باشند و در این بررسی مورد استفاده قرار می گیرند. از آنجا که

دو مود صلب تیر تأثیری در پایداری آن ندارند آنها را مورد توجه قرار

نمی دهیم [6] (Beal).

برای به دست آوردن شکل مودهای خمشی یک تیر برنولی

یکنواخت با میرایی تناسبی تحلیل ارتعاشات آزاد ( $\bar{P}_0 = 0$ ) و

( $\bar{F}_0 = 0$ ) مورد استفاده قرار می گیرد. بنابراین:

می شوند به جز منابع تحریک خارجی که در همه سیستمها می تواند اثرگذار باشد، یک منبع تحریک داخلی می تواند عمل نماید که بسیار مهم و قابل بررسی است زیرا عملکرد پیوسته عملگرها و سیستمهای اندازه گیری و وارد شدن نوسانات ارتعاشی سازه در حلقه کنترلی به طور مداوم خطا را افزایش داده و باعث ناپایداری و یا عملکرد نوسانی سیستم می گردد. این مساله را در یک ماهواره بر الاستیک به خوبی می توان تجسم نمود.

با توجه به مطلب فوق، استراتژی کنترلی اتخاذ شده برای کنترل سازه انعطاف پذیر، استراتژی حذف تحریک ارتعاشی می باشد. به عبارت دیگر می خواهیم سیستم به گونه ای عمل نماید که اندازه گیرها، ارتعاش خمشی را مشاهده نکنند و به این ترتیب از تحریک سیستم جلوگیری نماییم. برای این منظور مساله حذف تحریک را به دو مساله شناسایی فرکانس ارتعاشی و فیلتر کردن آن تعمیم می دهیم زیرا یکی از چالشهای اساسی شناسایی فرکانس ارتعاشی سیستم است که با زمان تغییر می کند.

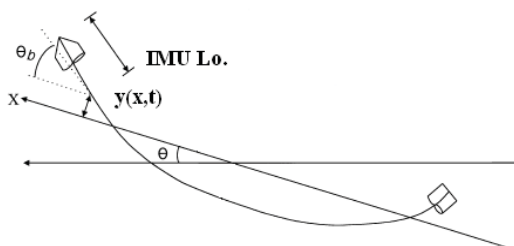
برای شناسایی فرکانس ارتعاشی از روش الگوریتم های بازگشتی و ترکیب یک روش فیلتر شده و بازگشتی استفاده شده است. در مورد فیلتر کردن برحسب نوع شناسایی می توان از فیلترهای میان گذر، پایین گذر و باریک استفاده نمود که توجه اصلی در این پژوهش معطوف به فیلترهای باریک می باشد که یک نوع خاص این فیلترها را مورد بررسی قرار داده ایم.

یک فیلتر باریک را می توان به فرم ساده شده زیر در نظر گرفت:

$$H(z) = \frac{A(z)}{B(z)} = \frac{1 + 2k_a z^{-1} + z^{-2}}{1 + k_a(1 + k_b)z^{-1} + k_b z^{-2}} \quad (22)$$

که در آن  $K_a$  معرف یک بخش کسینوسی از فرکانس مرکزی فیلتر و  $K_b$  پارامتر ثابت آن می باشد.

از آنجا که در این مدل سازی از ۸ مود ارتعاشی استفاده شده است به نظر می رسد احتیاج به ۸ فیلتر سری برای کاهش ارتعاشات باشد. اما باید توجه داشت که مود های غالب در این سیستم تنها شامل دو مود خواهند



شکل ۲: محاسبه زاویه نهایی پیچ ناشی از حرکت صلب غیر صلب

پارمترها برای تیر بدون میرایی تفاوتی ندارد، اما فرکانس های آنها متفاوت خواهند بود.

$$\lambda_{0_1}, \lambda_{0_2} = \frac{-\left(\bar{\beta} + \bar{\alpha}\gamma^4\right) \pm \sqrt{\left(\bar{\beta} + \bar{\alpha}\gamma^4\right)^2 - 4\gamma^4}}{2} \quad (18)$$

بخش دوم معادله بالا فرکانس های یک تیر دوسر آزاد با میرایی تناسبی را نشان می دهد.

### ۳- حرکت صلب سیستم و استراتژی کنترلی

در این بخش ابتدا تابع تبدیل کانال پیچ سیستم استخراج می گردد و سپس طراحی سیستم کنترلی ارائه می گردد.

### ۳-۱- مدل سازی کانال پیچ در یک ماهواره بر

#### انعطاف پذیر

شیب حاصل از خیز ارتعاشات عرضی که در واقع مقدار زاویه انحراف در اثر خمش ارتعاشی می باشد از رابطه زیر به دست می آید:

$$\theta_b = \frac{\partial y}{\partial x} = \sum_{i=1}^N \phi_i'(x) q_i(t) \quad (19)$$

که در آن  $\phi_i'$  شیب شکل مد در محل IMU و  $\theta_b$  زاویه حاصل از خمش می باشد. بنابراین با توجه به معادلات بالا،  $\theta_T$  زاویه نهایی حاصل از خمش و وضعیت که هر لحظه IMU اندازه گیری می کند به صورت زیر به دست می آوریم:

$$\theta_T = \theta + (-\theta_b) \quad (20)$$

که در این رابطه  $\theta$  زاویه پیچ در حالت صلب می باشد و تابع تبدیل آن به صورت زیر خواهد بود:

$$\frac{\theta}{\delta} = \frac{-b_{42}s + (a_{11}b_{42} - a_{41}b_{12})}{s(s^2 - (a_{11} + a_{44})s + (a_{11}a_{44} - a_{14}a_{41}))} \quad (21)$$

که در این معادلات  $a_{ij}$  و  $b_{ij}$  از روابط آیرودینامیکی و دینامیک سیستم به دست می آیند. به طور مشابه روش فوق را برای کانال سمت نیز می توان تعمیم داد.

### ۳-۲- استراتژی کنترل ارتعاشات بالکها

برای جلوگیری از اثرات مخرب ارتعاشی توجه خود را به مساله تحریک ارتعاشی جلب می نماییم. در سازه هایی که با حلقه بسته، کنترل

$$w(n) = g(n) + 2k_a g(n-1) + g(n-2) \quad (24)$$

حال معادلات روش بازگشتی فیلتر شده به صورت زیر خواهد بود:

$$\begin{aligned} \hat{z}(n) &= \hat{z}(n-1) + k_{cg}(n)[w(n) - \psi^T(n)\hat{z}(n-1)] \\ k_{cg}(n) &= \eta(n-1)\psi(n)[\mathbf{I} + \psi^T(n)\eta(n-1)\psi(n)]^{-1} \quad (25) \\ \eta(n) &= [\mathbf{I} - k_{cg}(n)\psi^T(n)]\eta(n-1) \end{aligned}$$

که در آن،  $\hat{z}(n)$  ماتریس پارامترهای شناسایی،  $k_{cg}(n)$  بهره اصلاح،  $\mathbf{I}$  ماتریس واحد و  $\psi(n)$  مدل رگرسیون می باشد. فرکانس ارتعاشی غالب تابعی از پارامترهای دینامیک ارتعاشی سیستم خواهد بود. از این رو، با شناسایی دقیق پارامترهای دینامیک الاستیک فرکانس ارتعاشات خمشی نیز به طور دقیقی شناسایی می گردد. یکی از چالشهای اصلی در روش های گذشته نظیر گرادیان مدل مرجع ناپایدار شدن الگوریتم شناسایی در بهره های بالا بوده است. این مشکل در اینجا با انتخاب روش بازگشتی فیلتر شده حل شده است.

#### ۴- بحث و نتایج عددی

نتایج در چند بخش به صورت زیر آمده است:

##### ۴-۱- نیروی تعقیب کننده بحرانی

یکی از اهداف این پژوهش اندازه گیری مقدار و نوع کمترین نیروی تعقیب کننده (دپورژانس و یا فلاتر) که منجر به ناپایداری می شود یعنی  $\bar{P}_{0cr}$  می باشد. همانطور که در معادله (۸) نشان داده شده است، نیروی تعقیب کننده بر روی ماتریس سختی تاثیر داشته و فرکانس ارتعاشی سیستم را تغییر می دهد. بنابراین برای دست یافتن به هدف ذکر شده در ابتدا باید فرکانس های سیستم را اندازه گرفت. برای به دست آوردن تغییرات فرکانس های سیستم نسبت به نیروی تعقیب کننده سمت راست معادله (۷) ( $\bar{F}_0 = 0$ ) را صفر می کنیم و فرض می کنیم که پاسخ همگن به صورت زیر می باشد:

$$\begin{aligned} [\mathbf{q}_j] &= [\hat{\mathbf{q}}_j] e^{\lambda_j t} \quad (26) \\ \lambda &= \lambda_R + i\lambda_I, i = \sqrt{-1} \end{aligned}$$

که در آن  $[\hat{\mathbf{q}}_j]$  یک بردار پارامترهای ثابت می باشد.

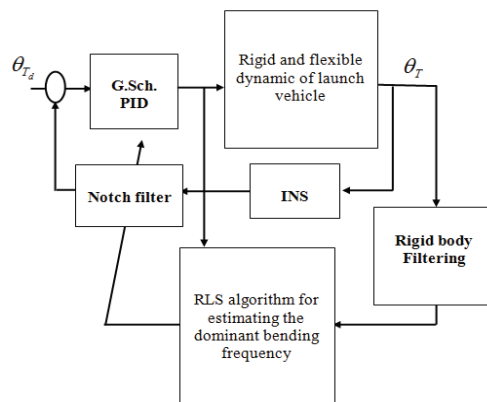
با جایگزینی معادله (۲۶) در معادله (۷)، ماتریس  $A$  به دست می آید:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -[\mathbf{M}_{ij}]^{-1}[\mathbf{K}_{ij}] & -[\mathbf{M}_{ij}]^{-1}[\mathbf{C}_{ij}] \end{bmatrix} \quad (27)$$

بود و از این رو در این بررسی از دو فیلتر سری استفاده خواهد شد. همچنین این موضوع با توجه به پهنای باند المان های مختلف حلقه بسته مانند عملگرها نیز قابل تنظیم می باشد.

##### ۳-۳- روش کمترین مربعات بازگشتی فیلتر شده

دینامیک سیستم یک ماهوار انعطاف پذیر به طور منحصر در کانال پیچ شامل رفتار صلب و غیر صلب می باشد. اعمال شناسایی کمترین مربعات بازگشتی به کل سیستم به دلیل وجود پارامترهای زیاد منجر به حجم بالای محاسبات خواهد شد. از این رو، با این فرض که دینامیک مدل صلب را می شناسیم، برای کاهش حجم محاسبات یکی از راهکارها حذف مدل صلب از شناسایی می باشد. این کار با بهره گیری از روشی به نام شناسایی فیلتر شده صورت می پذیرد. با پیاده سازی روش شناسایی با فیلتر کردن مدل صلب سیستم شناسایی تنها پارامترهای ارتعاشی را شناسایی خواهد نمود که از این جمله فرکانس ارتعاشات خمشی می باشد [Roshanian [22]]. در واقع این الگوریتم با شناسایی فرکانس ارتعاشات خمشی می تواند برای تنظیم فیلتر مرکزی عمل نماید. بلوک دیاگرام این روش در شکل (۳) نشان داده شده است.



شکل ۳: بلوک دیاگرام کامل سیستم کنترل اصلی و تطبیقی

اگر ورودی فیلتر اول که برای حذف دینامیک صلب استفاده می گردد در گام  $n$  با  $u(n)$  و خروجی قسمت پلهای آن با  $g(n)$  نشاد داده شود:

$$g(n) = \frac{1}{B(z)} u(n) \quad (28)$$

آنگاه خروجی فیلتر  $w(n)$  به صورت زیر خواهد بود:

این نقطه برای سیستم کنترل کننده حلقه بسته بسیار حیاتی و مهم می باشد. این نقطه در شکل (۱) نشان داده شده و مقدار جابجایی آن به صورت  $x_{IMU}$  نمایش داده شده است.

در شکل (۶) تغییر شکل یا جابجایی محل سیستم اندازه گیری (IMU) با روش های عددی حل معادلات دیفرانسیل نظیر رانگ کوتا محاسبه می گردد و نتایج آن در شکل (۶) مقایسه می گردد. مشخص در نظر گرفته شده برای این تحلیل فرضی عبارتند از:

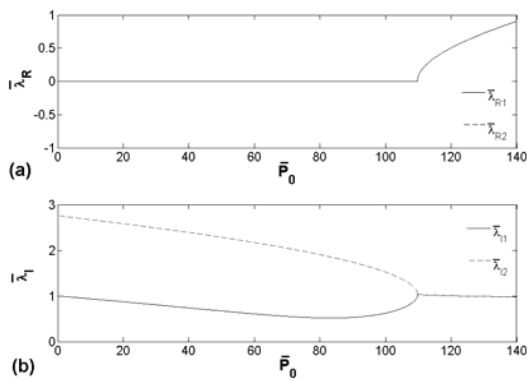
$$x_{IMU} = 0.1 \times L, \quad x_{F_0} = L, \quad L = 20 \text{ m},$$

$$\alpha = 0.0001 \times (mL^4/EI)^{0.5} \text{ s}, \quad \beta = 0.1 \times (mEI/L^4)^{0.5} \text{ kgm}^{-1} \text{ s}^{-1},$$

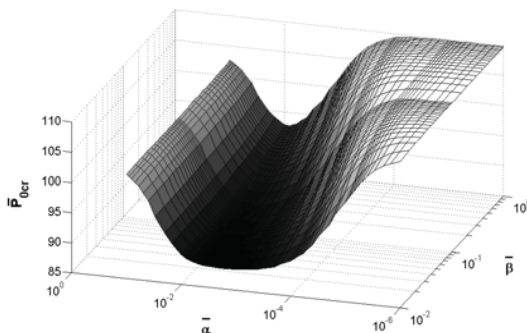
$$EI = 8.1997 \times 10^{10} \text{ N m}^2, \quad P_0 = 50 \times (EI/L^2) \text{ N},$$

$$F_0(t) = 100 \times \sin(7t) \text{ N}.$$

مقدار بحرانی برای نیروی تعقیب کننده که منجر به فلاتر می شود در این محاسبه برابر است با:  $P_0 = 101.6 \times (EI/L^2) \text{ N}$ .



شکل ۴: تغییرات دو مقدار ویژه ابتدایی ماتری اصلی نسبت به تغییرات  $P_0$ ، (الف) بخش حقیقی مقادیر ویژه، (ب) بخش موهومی مقادیر ویژه



شکل ۵: تاثیر  $\alpha$  و  $\beta$  بر مقدار  $P_{0cr}$  در حالت  $\bar{\alpha} \neq 0$  و  $\bar{\beta} \neq 0$

به طور واضح فرکانسهای ارتعاشی همان مقادیر ویژه این ماتریس خواهند بود.

برای حل معادلات و به دست آوردن نتایج تابع  $\chi(\bar{x})$  به جای  $\varphi(\bar{x})$  مورد استفاده قرار می گیرد و تعداد مودهای مورد بررسی ۸ مود می باشد. همچنین داریم:

$$\bar{\lambda} = \left( \frac{\lambda}{\lambda_{0,11}} \right) = \left( \frac{\lambda_R + i\lambda_I}{\lambda_{0,11}} \right) = \bar{\lambda}_R + i\bar{\lambda}_I \quad (28)$$

که در آن  $\lambda_{0,11}$  نخستین فرکانس تیر یکنواخت برنولی برای حالت  $\bar{P}_0 = 0$  می باشد.

$$\bar{\beta} = 0 \text{ و } \bar{\alpha} = 0 \text{ -1-1-4}$$

در این قسمت حالت  $\bar{\beta} = 0$  و  $\bar{\alpha} = 0$  مورد توجه قرار می گیرد. در ابتدا فرض می شود که  $\bar{F}_0 = 0$ . مقادیر ویژه ماتریس A محاسبه می گردد و در شکل (۴) نشان داده می شود. همانطور که در این شکل دیده می شود مقدار بحرانی نیروی تعقیب کننده ۱۰۹.۸ بدست آمده است که بسیار نزدیک Beal [6] است. با افزایش مقدار  $\bar{P}_0$  مقادیر  $\bar{\lambda}_{11}$  و  $\bar{\lambda}_{12}$  تغییر می کنند و به هم در نقطه ای که  $\bar{P}_0 = 109.8$  می رسند. این برابری با علامت مثبت نشاندهنده ناپایداری در این مقدار نیرو می باشد. بنابراین در این مقدار نیرو پیش بینی می شود که ارتعاشات افزایش داشته باشد. این ناپایداری ناپایداری دینامیکی یا فلاتر نامیده می شود. در شکل (۴) تغییرات  $\bar{P}_0$  نشان داده شده است.

$$\bar{\beta} \neq 0 \text{ و } \bar{\alpha} \neq 0 \text{ -2-1-4}$$

در این بخش تاثیرات پارامترهای  $\bar{\alpha}$  و  $\bar{\beta}$  و تاثیر همزمان آنها بر روی نیروی بحرانی بررسی شده است. در واقع با توجه به اینکه  $\bar{\beta} \neq 0$  و  $\bar{\alpha} \neq 0$  و با این فرض که  $\bar{F}_0 = 0$  مقادیر ویژه ماتریس اصلی استخراج شده اند. مطابق شکل (۵) این دو پارامتر بر روی  $\bar{P}_{0cr}$  در دو شکل جداگانه تاثیر می گذارند.

## ۲-۲- تحلیل جابجایی

یکی از اهداف این پژوهش بررسی و تحلیل جابجایی تیر در محل قرار گیری سیستم اندازه گیری آن می باشد. تحلیل جابجایی و ارتعاشات

## ۴-۳- شبیه سازی

در این بخش تاثیر نیروی تعقیب کننده بر روی حلقه کنترلی مورد بررسی قرار می گیرد و تحلیل می گردد. مطابق شکل (الف) و (ب) شیب تیر در محل سیستم اندازه گیری و زاویه عملگرها هنگامی که نیروی تعقیب کننده بیشتر از مقدار بحرانی آن است شروع به افزایش می کند. زاویه عملگر کنترلی در حالت اشباع قرار می گیرد زیرا پدیده فلاتر در سازه رخ می دهد.

خروجی های سیستم با استفاده از اعمال سیستم کنترل تطبیقی در شکل های (۸) تا (۱۰) برای مقدار نیروی تعقیب کننده تاحدی کمتر از بحرانی ارائه شده است. شکل (۸) شناسایی فرکانس ارتعاشات خمشی را با استفاده از الگوریتم فیلتر شده بازگشتی نشان می دهد. این شکل نشان می دهد که الگوریتم فوق فرکانس ارتعاشی غالب سیستم را به خوبی شناسایی می نماید. تغییرات زاویه عملگرهای کنترلی در دو حالت اعمال و عدم اعمال سیستم کنترل تطبیقی در شکل (۹) نشان داده شده است. همچنین شکل (۱۰) تغییرات زاویه در محل سیستم اندازه گیری را در حضور و عدم حضور سیستم تطبیقی باهم مقایسه نموده است.

در شکل (۱۱) ناپایداری روش قبل که بر مبنای گرادیان طراحی شده بود را در برخی مقادیر بهره بزرگ نشان می دهد. با توجه به مشخصه های همگرایی روش کمترین مربعات بازگشتی و تعمیم آنها به روش بازگشتی فیلتر شده این مشکل برای روش بکار رفته در این پژوهش برطرف شده است.

## ۵- نتیجه گیری

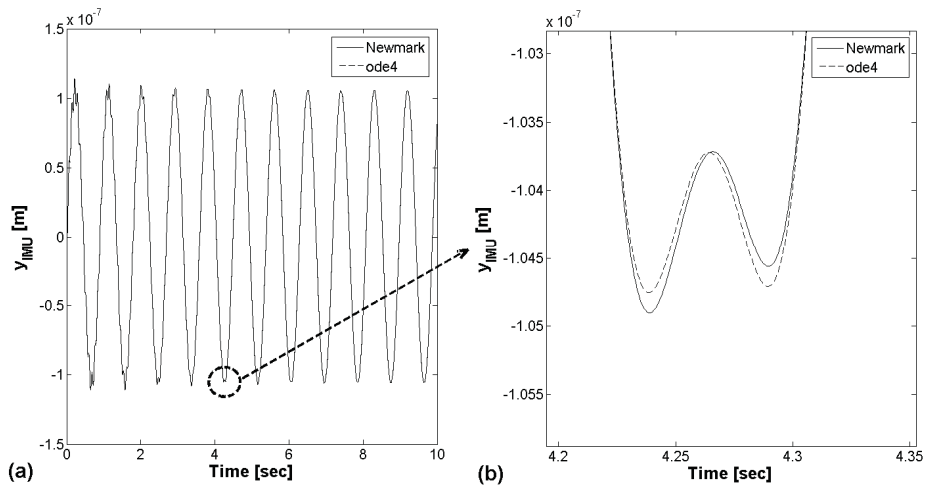
در این مقاله، ناپایداری و ارتعاشات یک تیر دوسر آزاد برنولی با میرایی تناسبی همراه با نیروی تعقیب کننده و نیروی کنترلی عرضی (به صورت یک ماهواره بر) مورد تحلیل واقع گردید. نیروی تعقیب کننده یک مدل برای نیروی پیشرانش و نیروی عرضی مدلی برای نیروی ناشی از عملگرهای کنترلی در یک حاگل ماهواره می باشد. در ابتدا برای مدل بدون میرایی مقدار نیروی تعقیب کننده بحرانی که به فلاتر منجر می شود برابر  $\bar{P}_{0cr} = 109.73$  به دست آمد. با توجه به نتایج شبیه سازی ناپایداری دینامیکی در خلال افزایش نیروی تعقیب کننده در غیاب میرایی رخ می دهد. در حالت میرایی می توان بیان داشت که در یک مقدار  $\bar{\alpha}$  داده شده، افزایش  $\bar{\beta}$  منجر به افزایش نیروی تعقیب کننده بحرانی خواهد شد و در حالت یک مقدار داده شده  $\bar{\beta}$  افزایش  $\bar{\alpha}$  منجر به کاهش نیروی فوق می گردد.

تاثیرات نامطلوب ارتعاشات تیر بر سیستم کنترلی حلقه بسته در این بررسی مورد توجه قرار گرفته است. در این مقاله، معادلات حرکت ارتعاشات خمشی یک ماهواره بر با مدل تیر گونه و نیروی تعقیب کننده پس از استخراج به سیستم دینامیک پرواز صلب سیستم اضافه شده است. این تاثیرات بسیار با اهمیت و اساسی است و می تواند به ناپایداری سیستم کنترلی منجر گردد. همچنین با افزایش نیروی تعقیب کننده این ارتعاشات افزایش می یابد.

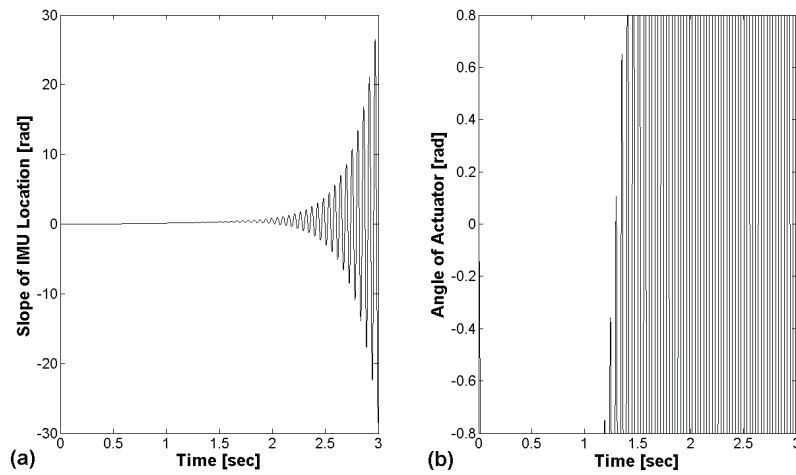
برای کاهش این تاثیرات، ارتعاشات خمشی با رفتار یک تیر با ۸ مود ارتعاشی مدلسازی شده است. یک سیستم کنترل تطبیقی بر مبنای شناسایی فرکانس ارتعاشات خمشی و فیلتر باریک تطبیقی با فرکانس مرکزی متغیر طراحی شده است تا بتواند تاثیرات نامطلوب ارتعاش را کاهش دهد. این سیستم کنترلی در واقع ارتعاش را از سیستم اندازه گیری فیلتر می نماید. نتایج شبیه سازی نشان داد که الگوریتم پیشنهادی که در فعالیتهای گذشته بر روی سیستم ماهواره بر تیر گونه بدون نیروی تعقیب کننده به خوبی عمل کرده بود در این بررسی بر روی سیستم ماهواره بر تیر گونه با نیروی تعقیب کننده و میرایی نیز به خوبی توانسته ارتعاشات نامطلوب خمشی را برطرف نماید و کاهش دهد.

این سیستم کامل پروازی می تواند استفاده از نیروی پیشران ماکزیمم را برای عملکرد در محدود وسیع تر ماهواره بر را که بیش از این به دلیل ارتعاشات نامطلوب عملی نبود، امکان پذیر نماید.

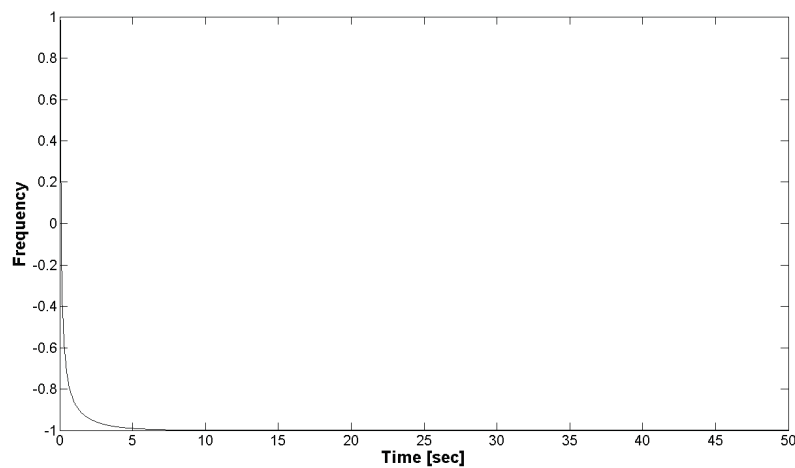




شکل ۶ الف: جایجایی محل سیستم اندازه گیری، ب: تفاوت روش های عددی در مقدار فوق



شکل ۷ الف: شیب محل سیستم اندازه گیری، ب: زاویه سیستم عملگر بر حسب زمان



شکل ۸: شناسایی فرکانس غالب سیستم ارتعاشی

[4] Park, Y.P. and Mote, Jr., C.D, The maximum controlled follower force on a free-free beam carrying a concentrated mass. *Journal of Sound and Vibration*, 1984, 98, 247-256.

[5] Wu, J.J., On the stability of a free-free beam under axial thrust subjected to directional control. *Journal of Sound and Vibration*, 1975, 43, 45-52.

[6] Beal, T.R., Dynamic stability of a flexible missile under constant and pulsating thrusts. *AIAA Journal*, 1965, 3, 486-494.

[7] Pourtakdoust, S.H. and Assadian, N., Investigation of thrust effect on the vibrational characteristics of flexible guided missiles. *Journal of Sound and Vibration*, 2004, 272, 287-299.

[8] Sugiyama, Y., Katayama, K., Kiriya, K. and Ryu, B.-J., Experimental verification of dynamic stability of vertical cantilevered columns subjected to a sub-tangential force. *Journal of Sound and Vibration*, 2000, 236, 193-207.

[9] Young, T.H. and Juan, C.S., Dynamic stability and response of fluttered beams subjected to random follower forces. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 2003, 38, 889-901.

[10] Ryanski, E.G., Optimal control of flexible launch vehicle. AIAA paper, No. 67-592, Guidance, control and Flight Dynamics Conference HUNTSVILLE, ALABAMA/AUGUST, 1967, 14-16, pp. 1-7.

[11] Jenkins, K.W. and Roy, R.J., Pitch control of a flexible launch vehicle. *IEEE Transaction on Automatic Control*, SHORT PAPERS, 1968, 181-186

[12] Maki, M.C. and Van De Vegte, J., Optimal and constrained-optimal control of a flexible launch vehicle. *AIAA Journal*, 10, 1972, 796-799.

[13] Bibel, J. and Stalford, H., Mu-synthesis autopilot design for a flexible launch vehicle. AIAA-19371, 29th Aerospace Sciences Meeting, Nevada, 1991, January 7-10, pp. 1-17.

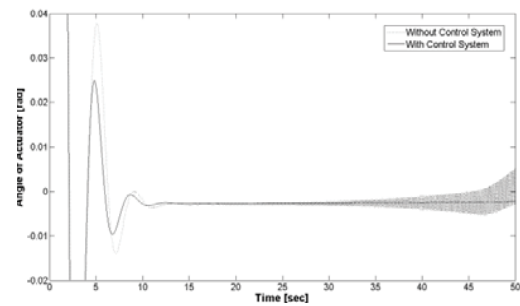
[14] Bibel, J. and Stalford, H., An improved gain stabilized mu-controller for a flexible launch vehicle., AIAA-92-0206, 30th Aerospace Sciences Meeting & Exhibit, NV, 1992, January 69, pp. 1-16.

[15] Choi, H.D. and Bang, H., An adaptive control approach to the attitude control of a flexible rocket. *Control engineering practice*, 2000, 8, 1003-1010.

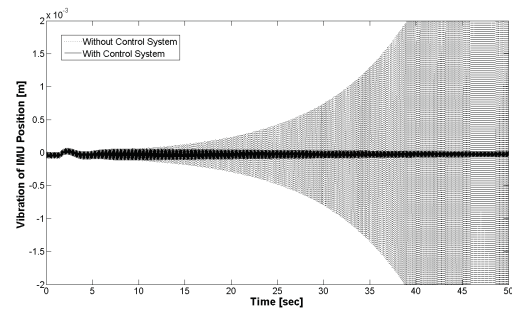
[16] Choi, H.D. and Kim, J., Adaptive notch filter design for bending vibration of a sounding rocket. *Aerospace Engineering journal of IMechE*, 2000, 215, 13-23.

[17] Ra, W.S., Practical adaptive notch filter of missile bending mode rejection. *IEEE Electronic letters*, 2005, 41 (5).

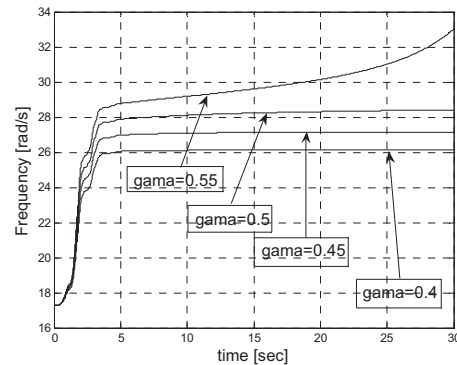
[18] Oh, C.S., Bang, H., and Park, C.S., Attitude control of a flexible launch vehicle using an adaptive notch filter: Ground experiment. *Control Engineering Practice*, 16, 2008, 30-42.



شکل ۹: تغییرات زاویه عملگر با اعمال سیستم تطبیقی و بدون آن



شکل ۱۰: مقایسه ارتعاشات سیستم اندازه گیری با اعمال و بدون اعمال سیستم تطبیقی



شکل ۱۱: ناپایداری روش گرادیان در بهره های بالا

### مراجع

[1] Bokaian, A. Natural frequencies of beam under compressive axial loads. *Journal of Sound and Vibration*, 1998, 126, 49-65

[2] Joshi, A. Free vibration characteristics of variable mass rocket having large axial thrust/acceleration. *Journal of Sound and Vibration*, 1995, 187, 727-736.

[3] Yoon, S.-J. and Kim, J.-H., A concentrated mass on the spinning unconstrained beam subjected to a thrust. *Journal of Sound and Vibration*, 2002, 254, 621-634.

- Press Syndicate of The University of Cambridge, Cambridge, 2002.
- [22] Roshanian, J., Khaki-sedigh, A. and Khoshnood, A.M. 2007, Simulation of bending vibration effects on attitude control of flexible launch vehicle. IASTED Asian Conference, Modeling and Simulation, Beijing, China, October 8-10, pp. 25-2
- [19] Khoshnood, A.M., Roshanian, J., and Khaki-sedigh, A. Model reference adaptive control for a flexible launch vehicle. *Journal of systems and control engineering*, 2008, 222, 45-52.
- [20] Meirovitch, L. *Principles and Techniques of Vibrations*. Prentice-Hall International Inc., New Jersey, 1997.
- [21] Hodges, D.H. and Pierce, G.A. *Introduction to Structural Dynamics and Aeroelasticity*. The