مجله کنترل
ISSN 2008-8345
جلد ۴، شماره ۳، پاییز ۱۳۸۹، صفحه ۵۵-۴۷

طراحی رویتگر تطبیقی اتفاقی پایدار در احتمال، برای سیستم آشوبی نامعین نویزی

موسی آیتی[۱]، حمید خالوزاده[۲]

[۱]دانشجوی دکتری مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه صنعتی خواجه نصیر الدین طوسی، ayati@dena.kntu.ac.ir
[۲] دانشیار، دانشکدهٔ مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه صنعتی خواجه نصیر الدین طوسی ، H_khaloozadeh@kntu.ac.ir

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۸۹/۴/۱۲، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۸۹/۹/۲۵)

چکیده: در این مقاله یک رویت‌گر مد لغزشی تطبیقی اتفاقی جدید ارایه شده که قادر است حالت‌های سیستم آشوبی نامعین، با نامعینی مدل و پارامتر را تخمین بزند. رویت‌گر ارایه شده نیازی به دانستن کران بالای نامعینی مدل ندارد و آن را با استفاده از روش‌های تطبیقی تخمین می‌زند. از طرف دیگر با استفاده از قانون تطابق ارایه شده، رویت‌گر قادر به تخمین پارامترهای نامعین است. اثر نویز اندازه‌گیری در معادلات رویت‌گر در نظر گرفته شده و بنابراین رویت‌گر توسط معادلات دیفرانسیل اتفاقی مدل شده است. با استفاده از ریاضیات اتفاقی و قضیه پایداری لیاپانوف اتفاقی، پایداری در احتمال سیستم خطای حالت‌ها اثبات شده است. علاوه بر این، نشان داده شده که با گذشت زمان حالت‌های رویت‌گر ارایه شده به حالت‌های سیستم راه‌انداز میل می‌کنند. مزیت دیگر رویت‌گر ارایه شده این است که بهره تطبیقی رویت‌گر همیشه محدود و ناویژه باقی می‌ماند. با توجه به اینکه رویت‌گر توانایی مقابله با نویز و نامعینی‌های مدل و پارامتر را دارد و همگرایی حالت‌های آن اثبات شده است، رویت‌گر در یک طرح همزمان‌سازی سیستم‌های آشوبی نویزی استفاده و نتایج شبیه‌سازی آورده شده است.

کلمات کلیدی: رویت‌گر مد لغزشی، پایداری لیاپانوف اتفاقی، همزمان‌سازی سیستم‌های آشوبی و معادلات دیفرانسیل اتفاقی.

Designing a Stochastic Adaptive Stable in Probability Observer, for Noisy Uncertain Chaotic Systems

Moosa Ayati, Hamid Khaloozadeh

Abstract: In this paper a novel stochastic adaptive sliding mode observer is developed which is able to estimate the states of an uncertain chaotic system with model and parametric uncertainties. The type of the model uncertainty could be unknown and its upper bound is estimated by adaptive methods. The unknown parameters are estimated using a proposed adaptation law. In addition, the effects of noise are considered in the observer dynamics and then the response system is modeled via stochastic differential equations. Using stochastic calculus and stochastic Lyapunov stability, the stability in probability of the states' error system is proved. Moreover, it is proved that the states of the proposed observer converge to the drive system states while the adaptation gains of the observer remain non-singular and bounded. Since the observer can suppress the effect of noise and uncertainties and the states' convergence is proved, proposed observer is used in a noisy chaos synchronization system.

Keywords: Sliding mode observer, Stochastic Lyapunov stability, Chaotic systems synchronization, Stochastic differential equation.

۱ – مقدمه

رفتار آشوبی پدیده‌ای کلی است و در بسیاری از سیستم‌های غیرخطی ظاهر می‌شود. توجه دانشمندان به این پدیده از وقتی جلب شد که لورنز [۱] در ۱۹۶۳ در مقاله‌اش به معرفی و بررسی آشوب پرداخت. آشوب در مهندسی خیلی دیرتر مورد توجه قرار گرفت و در ابتدا اکثرا آن را با نویز یکسان در نظر می‌گرفتند. برای اولین بار در سال ۱۹۹۰ [۲] نشان داده شد که رفتارهای آشوبی قابل کنترل هستند و در همان سال، دو سیستم آشوبی با هم همزمان شدند [۳]. همچنین در سال ۱۹۹۲ اولین سیستم مخابرات امن بر اساس آشوب توسط مهندسان برق بوجود آمد ([۴] و [۵]).

مهمترین ویژگی سیستم‌های آشوبی حساسیت بسیار شدید به شرایط اولیه و پارامترها است. به این معنی که با تغییر کوچکی در شرایط اولیه دو سیستم آشوبی کاملا یکسان، مسیرهای حالت این دو سیستم با گذشت زمان بصورت نمایی از هم دور می‌شوند. هرچند این ویژگی در برخی موارد مثل کنترل نوسانگرهای کوپل شده مزاحم است، ولی در بسیاری از کاربردها حساسیت شدید سیستم‌های آشوبی یک مزیت به حساب می‌آید. به عنوان مثال، این ویژگی باعث شد که سیستم‌های آشوبی به منظور ایجاد سیستم‌های مخابراتی با امنیت بالا استفاده شوند که در نتیجه آن چهار نسل مختلف از سیستم‌های مخابرات آشوب بوجود آمده است [۶]. مهمترین مسئله‌ای که در مخابرات امن آشوبی با آن مواجه هستیم همزمان‌سازی فرستنده (سیستم راه‌انداز) و گیرنده (سیستم پاسخ) است.

در حالت کلی همزمان‌سازی به معنا است که تابعی از حالت‌ها یا پارامترهای راه انداز و پاسخ با هم یکسان شده و یکدیگر را دنبال کنند. با توجه به حساسیت بسیار زیاد سیستم‌های آشوبی به نظر می‌رسد که این سیستم‌ها بطور ذاتی غیرقابل همزمان‌سازی باشند. بنابراین پیدا کردن روش‌هایی که با استفاده از آنها بتوانیم سیستم‌های آشوبی را همزمان کنیم بسیار مفید خواهد بود. از جمله مناسب‌ترین این روش‌ها استفاده از رویت‌گر به عنوان سیستم پاسخ در یک طرح همزمان‌سازی آشوبی است.

از جمله موانعی که در ایجاد همزمانی قابل قبول وجود دارد می‌توان نامعینی‌ها و نویز در سیستم‌های پاسخ و راه‌انداز را نام برد. برای رفع این موانع راه‌حل‌های زیادی ارایه شده است به عنوان مثال در [۷] و [۸] تنها اثر نامعینی‌های مدل و در [۹]، [۱۰] و [۱۱] تنها اثر نامعینی‌های پارامتری و در [۱۲] و [۱۳] تنها اثر نویز در نظر گرفته شده است. در [۱۴] و [۱۵] از روش‌های هوشمند برای همزمان‌سازی سیستم‌های آشوبی نامعین استفاده شده است ولی پیاده‌سازی این روش‌ها نیاز به پردازنده‌هایی با توان محاسباتی زیاد دارند. در بسیاری از این مقالات اثر نویز در تحلیل پایداری در نظر گرفته نشده و از روش‌های معمول تحلیل پایداری به کار رفته است.

در [۱۶] اثر نویز و نامعینی مدل هر دو در یک طرح همزمان‌سازی سیستم‌های آشوبی در نظر گرفته شده و با استفاده از قضایای پایداری اتفاقی پایداری سیستم خطای تخمن حالت‌ها اثبات شده است. در مقاله [۱۷] نشان داده شده است که اگر اثر نامعینی پارامتر در نظر گرفته نشود ایجاد همزمانی غیر ممکن است. این موضوع از این نظر اهمیت دارد که نامعینی پارامتر در بسیاری از سیستم‌های عملی وجود دارد و حتی در بسیاری از طرح‌های مخابرات امن با استفاده از سیستم‌های آشوبی برای افزایش امنیت سیستم مخابراتی به طور عمدی نامعینی پارامتر به سیستم‌ها اضافه می‌شود. برای رفع این مشکل [۱۷] از الگوریتم شناسایی حداقل مربعات بازگشتی برای شناسایی پارامترهای نامعین استفاده کرده است. با این وجود چون اثر نامعینی‌های پارامتری در اثبات پایداری در نظر گرفته نشده، برای برخی از شرایط اولیه و پارامترهای نامعین سیستم همزمانی ناپایدار خواهد بود.

در این مقاله اثر هر دو نوع نامعینی‌ها مدل و پارامتر در سیستم راه‌انداز در نظر گرفته شده است و از رویت‌گر مد لغزشی تطبیقی اتفاقی (Stochastic Adaptive Sliding Mode Observer یا SASMO) به عنوان سیستم پاسخ استفاده شده است. مزیت مهم رویت‌گر ارایه شده آن است که نیازی به دانستن کران بالای نامعینی مدل ندارد و این کران بالا توسط رویت‌گر (سیستم پاسخ) تخمین زده می‌شود. علاوه بر این، با استفاده از قانون تطابق در نظر گرفته شده تخمینی از پارامترهای نامشخص بدست می‌آید و همچنین اثر نامعینی‌های پارامتر در مدل راه‌انداز، مدل پاسخ و روند اثبات پایداری سیستم کلی در نظر گرفته شده است. اثر نویز که توسط فرآیندهای اتفاقی از نوع حرکت براونی استاندارد (standard Brownian motion) مدل شده نیز در معادلات سیستم پاسخ در نظر گرفته شده است.

بدلیل وجود نویز، سیستم‌های راه‌انداز و پاسخ با استفاده از معادلات دیفرانسیل اتفاقی (stochastic differential equations) [۱۸] مدل شده‌اند که این معادلات ابزار مناسبی برای توصیف سیستم‌های آشوبی نویزی هستند. برای تحلیل و بررسی پایداری سیستم کلی شامل راه‌انداز و پاسخ، از ریاضیات ایتو (Ito calculus) [۱۹] و قضایای پایداری اتفاقی (stochastic stability theorems) [۲۰] استفاده شده است. [۲۱] از سیستم آشوبی نویزی در یک طرح همزمان‌سازی استفاده کرده و برای تحلیل اثر نویز در این طرح از هر دو انتگرال ریمان و انتگرال ایتو استفاده و نتایج آنها مقایسه شده است. شبیه‌سازی‌ها نشان داده‌اند که استفاده از ریاضیات ایتو برای تحلیل سیستم‌های آشوبی نویزی ضروری است.

در این مقاله با ارایه یک قضیه و استفاده از قضایای پایداری لیاپانوف اتفاقی، اثبات شده که علی رغم وجود نویز و نامعینی‌ها، SASMO پایدار در احتمال است. همچنین نشان داده شده حالت‌های رویت‌گر به حالت‌های سیستم راه‌انداز میل می‌کنند. همچنین رویت‌گر تخمینی از پارامترهای نامعین بدست می‌دهد که این تخمین در بهبود همزمان سازی سیستم‌های آشوبی بسیار موثر است. علاوه بر اینها بهره‌های تطبیقی رویت‌گر همیشه محدود و ناویژه هستند که این مورد از دیگر مزایای SASMO است.

این مقاله به این ترتیب سازماندهی شده است که در بخش دوم مفاهیم و تعریف‌های اولیه مورد استفاده در ریاضیات اتفاقی آورده شده است. در بخش سوم روابط سیستم راه‌انداز بیان شده و در بخش چهارم معادلات SASMO ارایه و پایداری در احتمال آن اثبات شده است. در بخش پنجم نتایج شبیه‌سازی

حاصل از بکار بردن SASMO در یک طرح همزمان‌سازی بر اساس مدار چوآی نویزی آورده شده است.

۲- مفاهیم اولیه کنترل اتفاقی

در این بخش تعدادی از تعاریف، مفاهیم اولیه و پر کاربرد در نظریه احتمال و ریاضیات اتفاقی که در این مقاله به کار رفته‌اند بیان شده است. خوانندگان علاقمند برای اطلاعات بیشتر می‌توانند به مراجع [۱۸] و [۱۹] مراجعه نمایند.

تعریف ۱: [۱۸] F، که دسته‌ای از زیر مجموعه‌های مجموعه Ω است را یک سیگما جبر ($\sigma-algebra$) روی Ω می‌نامیم اگر خواص زیر را داشته باشد:

الف) $\phi \in \mathrm{F}$، که ϕ مجموعه تهی است.

ب) اگر مجموعه A متعلق به F باشد آنگاه مکمل A یعنی $\mathrm{A}^c = \Omega - A$ هم متعلق به F باشد.

ج) اگر دنباله‌ای از نامتناهی از مجموعه‌ها مانند A_i، به F متعلق باشد ($\{A_i\}_{1\le i<\infty} \subset \mathrm{F}$) باشد، آنگاه $\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i \in \mathrm{F}$ باشد.□

تعریف ۲: [۱۸] اندازه احتمالاتی (Probability Measure) P روی فضای اندازه‌پذیر (Ω, F) تابعی است به صورت $\mathrm{P}:\mathrm{F} \to [0, 1]$ که

الف) $\mathrm{P}(\Omega) = 1$

ب) برای هر مجموعه مجزای $\{A_i\}_{i\ge1} \subset \mathrm{F}$ ($\mathrm{A}_i \cap A_j = \phi \;\; if \;\; i = j$) داشته باشیم

$$\mathrm{P}\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i\right) = \sum_{i=1}^{\infty} \mathrm{P}(A_i)$$

تعریف ۳: [۱۸] سه‌تایی $(\Omega, \mathrm{F}, \mathrm{P})$ یک فضای احتمال نامیده می‌شود. اگر $\mathrm{F}=\overline{\mathrm{F}}$ باشد، فضای احتمال کامل است.

$$\overline{\mathrm{F}} = \{A \subset \Omega : \exists B, C \in \mathrm{F} \; such \; that \\ B \subset A \subset C,\; \mathrm{P}(B) = \mathrm{P}(C)\}$$

تعریف ۴: [۱۸] فضای احتمال $(\Omega, \mathrm{F}, \mathrm{P})$ را در نظر بگیرید. یک دسته مانند $\{\mathrm{F}_t\}_{t\ge0}$ از زیر سیگما جبرهای افزایشی روی F را یک پالایش (Filteration) روی فضای احتمال می‌نامیم. ($\forall t \ge 0,\; \mathrm{F}_t \subset \cap_{s>t} \mathrm{F}_s$)□

تعریف ۵: فرآیند اتفاقی x_t را تطبیق شده‌ی $\{\mathrm{F}_t\}_{t\ge0}$ ($adapted-\{\mathrm{F}_t\}_{t\ge0}$) می‌نامیم، اگر برای هر t، فرآیند x_t، اندازه پذیرِ F_t باشد.□

تعریف ۶: [۱۹] فرض کنید $(\Omega, \mathrm{F}, \mathrm{P})$ فضای احتمال با پالایش $\{\mathrm{F}_t\}_{t\ge0}$ باشد. فرآیند براونی استاندارد $\{\mathrm{B}_t\}_{t\ge0}$، فرآیندی با مقادیر حقیقی و تطبیق شده $\{\mathrm{F}_t\}_{t\ge0}$ است که دارای ویژگی‌های زیر می‌باشد:

الف) $B_0 = 0$

ب) نموی $B_t - B_s$، $0 \le s < t < \infty$، توزیع نرمال میانگین صفر با واریانس $t-s$ دارد.

ج) نموی $B_t - B_s$، $0 \le s < t < \infty$، مستقل از F_s است.□

سیستم غیرخطی اتفاقی نامعین نویزی با معادلات دیفرانسیل ایتو زیر را در فضای احتمال کامل $(\Omega, \mathrm{F}, \mathrm{P})$ در نظر بگیرید

$$\begin{aligned} dx_t &= Ax_t dt + Bu_t dt + f(x,t)dt + g(x,t)dB_t \\ dy_t &= Cx_t dt \end{aligned} \qquad (۱)$$

که در آن Ω فضای پیشامدها، F یک سیگما جبر روی Ω، و P اندازه احتمالاتی است. $t \in \mathbf{R}^+$ متغیر زمان، $x_t \in \mathbf{R}^n$ بردار حالت‌های سیستم، $u_t \in \mathbf{R}^p$ بردار ورودی کنترلی، $y \in \mathbf{R}^m$ بردار خروجی سیستم و $f:\mathbf{R}^n \times \mathbf{R}^+ \to \mathbf{R}^n$ یک تابع برداری غیرخطی است. $g:\mathbf{R}^n \times \mathbf{R}^+ \to \mathbf{R}^{n\times b}$ شدت نویز سیستم و A، B و C ماتریس‌های مشخص با ابعاد مناسب هستند. $dB_t \in \mathbf{R}^b$ یک فرآیند گوسی میانگین صفر با واریانس dt است که نمو فرآیند براونی استاندارد B_t را نشان می‌دهد. قضایا و روابط زیر برای سیستم اتفاقی توصیف شده در (۱) برقرار است.

برای هر شرایط اولیه $x_0 \in \mathbf{R}^n$، $t_0 \in \mathbf{R}^+$، و ورودی اندازه‌پذیر u_t، حل $x(t, t_0, x_0, u)$ معادله (۱) که از شرایط اولیه x_0 در زمان t_0 شروع می‌شود، در فضای احتمال $(\Omega, \mathrm{F}, \mathrm{P})$ و با پالایش $\{\mathrm{F}_t\}_{t\ge0}$ تعریف می‌شود. پالایش $\{\mathrm{F}_t\}_{t\ge0}$ پیوسته از راست، تولید شده با فرآیند براونی B_t و شامل تمام مجموعه‌های پوچِ P ($\mathrm{P}-null\; sets$) است. همچنین بر اساس قضیه وجود و یکتایی، سیستم (۱) کامل است. به این معنا که برای هر ورودی اندازه‌پذیر u_t، شرایط اولیه x_0، t_0 و تقریبا برای تمام $\omega \in \Omega$، سیستم (۱) حل یکتایی به صورت $x(t, t_0, x_0, u)$ دارد که برای تمام t تعریف شده و پیوسته نسبت به t، پیوسته اتفاقی نسبت به x_0، اندازه‌پذیر در (t, ω) و تطبیق شده $\{\mathrm{F}_t\}_{t\ge0}$ است.

بدلیل وجود نویز پایداری سیستم‌های اتفاقی متفاوت از پایداری سیستم‌های قطعی است. در این قسمت قضایا و تعاریف مربوط به پایداری اتفاقیِ سیستم غیرخطی اتفاقی (۱) آورده شده است.

تعریف ۷: [۲۳] مجموعه تمام توابع پیوسته و اکیدا افزایشی $\mu:[0, a) \to \mathbf{R}^+$ که $\mu(0) = 0$ است را توابع کلاس K می‌نامند. توابع کلاس K که برای آنها $\lim\limits_{r\to\infty} \mu(r) \to \infty$ برقرار باشد را توابع کلاس K_∞ می‌نامند.□

قضیه۱: پایداری در احتمال (stability in probability) [۱۹] و [۲۰]

الف) نقطه تعادل $x_e \equiv 0$ مربوط به معادله دیفرانسیل اتفاقی (۱) بطور سراسری پایدار در احتمال است اگر برای هر $t_0 \ge 0$ و $\varepsilon > 0$

$$\underset{x_0 \to 0}{Lim}\, P\left(\underset{t_0 \le t}{Sup}\left|x(t, t_0, x_0, 0)\right| > \varepsilon\right) = 0$$

که در آن $x(t, t_0, x_0, 0)$ حل معادله (۱) در زمان t ($t_0 \le t$) است که از شرایط اولیه x_0 و t_0 شروع می‌شود.

ب) نقطه تعادل $x_e \equiv 0$ مربوط به معادله دیفرانسیل اتفاقی (۱) بطور سراسری پایدار مجانبی در احتمال است اگر پایدار در احتمال باشد و برای هر $t_0 \geq 0$ رابطه $\underset{x_0\to 0}{Lim}\, P\left(\underset{t\to+\infty}{Lim}\left|x_t^{t_0,x_0}\right|=0\right)=1$ برقرار باشد.□

قضیه ۲: پایداری لیاپانوف اتفاقی (stochastic Lyapunov stability) [۱۹]

سیستم غیرخطی اتفاقی (۱) را در نظر بگیرید. فرض کنید که تابع $V(x,t):[0,\infty)\times\mathbf{R}^n\to\mathbf{R}^+$ متعلق به $C^{2,1}$ و توابع μ_1 و μ_2 از کلاس K_∞ وجود دارند بطوریکه برای هر $t\geq 0$, $x\in\mathbf{R}^n$

$$\begin{aligned}&\mu_1(\|x\|)\leq V(x,t)\leq\mu_2(\|x\|)\\ &LV(x,t)=\frac{\partial V}{\partial t}+f(x,t)^T\frac{\partial V}{\partial x}+\\ &\frac{1}{2}tr\left(g(x,t)^T\frac{\partial^2 V}{\partial x^2}g(x,t)\right)\leq-\mu_3(\|x\|)\end{aligned}\tag{۲}$$

برقرار باشد. $\mu_3:\mathbf{R}^n\to\mathbf{R}^+$ تابعی پیوسته و غیرمنفی از کلاس K است. با این شرایط، حل یکتای $x_e\equiv 0$ با شرایط اولیه $x_0\in\mathbf{R}^n$ و $t_0\in\mathbf{R}^+$ وجود دارد که بطور سراسری پایدار در احتمال است و $P\left\{\lim_{t\to\infty}\mu_3(x,t)=0\right\}=1$ می‌باشد. L را تولید کننده (generator) یا عملگر انتشار (diffusion operator) فرآیند اتفاقی $V(x,t)$ می‌نامند.□

قضیه ۳: فرمول دینکین (Dynkin's Formula) [۲۰]

فرض کنید x_t فرآیند مارکوف از راست پیوسته و τ یک زمان تصادفی باشد که $E_x\tau<\infty$ است. اگر $f(x_t,t)$ در دامنه عملگر $\tilde{A}$ (weak infinitesimal operator) باشد آنگاه

$$E_{x,t}f(x_\tau,t+\tau)-f(x_0,t_0)=E_{x,t}\int_0^\tau \tilde{A}f(x_s,t+s)\,ds$$

برقرار خواهد بود.□

۳- توصیف سیستم راه انداز

سیستم غیرخطی اتفاقی نامعین تویف شده با معادلات دیفرانسیل ایتو زیر را به عنوان سیستم راه انداز در نظر بگیرید

$$\begin{aligned}dx_t&=(Ax_t+Bu_t)dt+Bh(x_t)\theta dt+f(x_t,t)dt\\ dy_t&=Cx_t dt\end{aligned}\tag{۳}$$

که در آن $\theta\in\mathbf{R}^q$ بردار پارامترهای نامعین ($\|\theta\|\leq K_\theta$)، $h:\mathbf{R}^n\to\mathbf{R}^{p\times q}$ و $f:\mathbf{R}^n\times\mathbf{R}^+\to\mathbf{R}^n$ تابع‌های برداری غیرخطی هستند. همانطور که مشاهده می‌شود در معادلات سیستم راه انداز، نامعینی‌های مدل و پارامتری در نظر گرفته شده‌اند و از این نظر مدل بکار گرفته شده کلی‌تر از مدل بکار رفته در [۲۲] است. همچنین برای مدل (۳) شروطی در نظر گرفته شده که در ادامه آورده شده است.

شرط ۱: فرض کنید f قابل تقسیم به دو بخش است

$$f(x,t)=f_1(x)+f_2(x,t)\tag{۴}$$

همچنین فرض کنید توابع h و f_1 بطور محلی لیپ شیتز و پیوسته در $\Psi\subset\mathbf{R}^n$ هستند

$$\|h(x_1)-h(x_2)\|\leq K_h\|x_1-x_2\|;\ \forall x_1,x_2\in\Psi\tag{۵}$$

$$\|f_1(x_1)-f_1(x_2)\|\leq K_{f1}\|x_1-x_2\|;\ \forall x_1,x_2\in\Psi\tag{۶}$$

$K_h\in\mathbf{R}^+$ و $K_{f1}\in\mathbf{R}^+$ ثابت لیپ شیتز می‌باشند.□

این شرایط وجود و یکتایی جواب محلی برای معادله دیفرانسیل اتفاقی (۳) را تضمین می‌کنند. f_2 قسمتی از مدل سیستم است که نامعینی‌های محدود با کران بالای نامشخص و یا اغتشاشات غیر قابل اندازه‌گیری را نشان می‌دهد. همچنین، در یک سیستم مخابرات آشوبی f_2 می‌تواند پیام ارسالی از راه‌انداز به سیستم پاسخ را که در حالت کلی نامعین است مدل کند.

شرط ۲: f_2 باید در شرط

$$f_2(x,t)=P^{-1}C^T\psi(y,t)\tag{۷}$$

صدق کند که P در شرط ۳ معرفی خواهد شد. $\psi(y,t):\mathbf{R}^m\times\mathbf{R}^+\to\mathbf{R}^m$ تابعی برداری است که

$$\|\psi(y,t)\|_F\leq\sum_{i=1}^N\eta_i\rho_i(y_t,t)\tag{۸}$$

$\eta_i\in R^+$ و $\rho_i(y_t,t):R^m\times R^+\to R^+,\ i=1,2,\cdots N$ است. در حالت کلی، η_i و $\psi(y,t)$ می‌توانند نامشخص باشند. به تابع f_2 که در این شرایط صدق کند نامعینی تطابق یافته (matched uncertainty) می‌گویند که تنها به خروجی سیستم وابسته است.□

شرط ۳: زوج (A,C) آشکاری‌پذیر و $L\in R^{n\times m}$ بردار بهره رویت‌گر است که مقادیر ویژه جفت (A,C) را به نیم صفحه چپ تخصیص می‌دهد. $Q\in\mathbf{R}^{n\times n}$ ماتریسی متقارن و مثبت معین است. به ازای $Q\in\mathbf{R}^{n\times n}$ یک ماتریس مثبت معین $P\in\mathbf{R}^{n\times n}$ وجود دارد که در رابطه لیاپانوف زیر صدق می‌کند.

$$(A-LC)^TP+P(A-LC)=-Q\quad and\quad B^TP=HC\tag{۹}$$

$$2K_{f1}\bar{\lambda}(P)+\frac{1}{2}\bar{\lambda}(P)K_g\|C\|^2+2K_hK_\theta\|HC\|-\underline{\lambda}(Q)<0\tag{۱۰}$$

K_g در شرط ۴ معرفی خواهد شد.

۴- رویت‌گر اتفاقی تطبیقی مد لغزشی

در این مقاله برای تخمین حالت‌های سیستم غیرخطی اتفاقی (۳)، یک رویت‌گر اتفاقی تطبیقی مد لغزشی (Stochastic Adaptive Sliding Mode Observer یا SASMO)، ارایه شده است. مدل این رویت‌گر در ادامه این بخش آورده و قسمت‌های مختلف آن شرح داده شده است. رویت‌گر ارایه شده فقط با استفاده از خروجی سیستم یعنی y_t که تحت تاثیر وجود نویز

اندازه‌گیری و نامعینی‌ها هم می‌باشد، حالت‌های سیستم راه انداز را تخمین می‌زند. مدل رویت‌گر (سیستم پاسخ) بصورت زیر است

(۱۱)

$$\begin{aligned} d\hat{x}_t &= (A\hat{x}_t + Bu_t + f_1(\hat{x}_t))dt + L(dy_t - d\hat{y}_t) + \\ &\quad Bh(\hat{x}_t)\hat{\theta} + S(\hat{x}_t, x_t, y_t, \rho_i(y_t,t), \hat{\eta}_i(t), t)dt \\ &\quad + g(dy_t - d\hat{y}_t, t)\,dW_t \\ d\hat{y}_t &= C\hat{x}_t dt \end{aligned}$$

با استفاده از بردار L ماتریس $(A-LC)$ هرویتز خواهد بود. در این مدل شدت نویز، تابعی از خروجی سیستم راه‌انداز و سیستم پاسخ است [۲۴]، می‌توان با استفاده از آن نویز اندازه‌گیری را مدل کرد.

شرط ۴: ثابت $K_g > 0$ وجود دارد که برای آن رابطه زیر برقرار است.

(۱۲)

$$tr\left(g(dy_t - d\hat{y}_t, t)^T g(dy_t - d\hat{y}_t, t)\right) \le K_g \left\|dy_t - d\hat{y}_t\right\|^2$$

$\hat{\theta}$ بردار پارامترهای تخمین زده شده است و از رابطه زیر بدست می‌آید

$$\dot{\hat{\theta}} = \phi^{-1} h^T(\hat{x}_t) HCe_t \qquad (۱۳)$$

که ϕ ماتریس مثبت معین دلخواه است. سیستم خطای حالت‌ها حاصل از معادلات (۳) و (۱۱)، $e_t = x_t - \hat{x}_t$، با استفاده از بهره مد لغزشی زیر پایدار خواهد بود

(۱۴)

$$S(\hat{x}_t, x_t, y_t, \rho_i(y_t,t), \hat{\eta}_i(t), t) = \frac{P^{-1}C^T(Ce_t)\sum_{i=1}^{N}\hat{\eta}_i\rho_i(y_t,t)}{\left\|Ce_t\right\| - h_1(t)h_2(t)\sum_{i=1}^{N}\hat{\eta}_i\rho_i(y_t,t)}$$

$\hat{\eta}_i(t) \in \mathbf{R}^+$، تخمین η_i است و با استفاده از رابطه (۱۵) محاسبه می‌شود،

(۱۵)

$$d\hat{\eta}_i = z_i \left\|Ce_t\right\| \rho_i(y_t,t)dt,\ \hat{\eta}_i(0) \in R^+,\ i = 1,2,\cdots,N$$

که $z_i \in \mathbf{R}^+$، $\hat{\eta}_i(t) \in \mathbf{R}^+$، و $h_1(t): \mathbf{R}^+ \to \mathbf{R}^+$ متعلق به C^1 است. همچنین $\sup_{t\in\mathbf{R}^+} \dot{h}_1(t) < 0$ و $\sup_{t\in\mathbf{R}^+} h_1(t) < M < \infty$ می‌باشد. $h_2(t): \mathbf{R}^+ \to \mathbf{R}^+$ متعلق به C^0 بوده و شروط زیر برقرار هستند

(۱۶)

$$h_2(t) < \frac{1}{2\left(\sum_{i=1}^{N}\hat{\eta}_i\rho_i(y_t,t)\right)^2}$$

(۱۷)

$$\dot{h}_1(t)\left(1 + 2h_2(t)\left(\sum_{i=1}^{N}\hat{\eta}_i\rho_i(y_t,t)\right)^2\right) < 0$$

وجود توابع $h_1(t)$، $h_2(t)$، و شروط بالا روی این توابع، باعث می‌شود مخرج (۱۴) همیشه مثبت باقی بماند و بهره مد لغزشی کران دار باشد.

قضیه ۴: اگر شروط ۱ تا ۴ برقرار باشند، SASMO که مدل آن با معادلات (۱۱) تا (۱۵) داده شده، قادر است حالت‌های سیستم (۳) را تخمین بزند بطوریکه سیستم خطای حالت‌ها پایدار سراسری در احتمال بوده و میانگین حالت‌های رویت‌گر به سمت میانگین حالت‌های سیستم میل کند.□

بهره‌ی مد لغزشی رویت‌گر بدست آمده از این قضیه همیشه، حتی هنگامیکه میانگین خطای حالت‌ها به سمت صفر می‌رود، کران‌دار و ناویژه باقی می‌ماند.

اثبات: برای بررسی پایداری، سیستم خطای حالت‌ها را تشکیل می‌دهیم که به صورت زیر خواهد بود

$$de_t = A_C e_t dt + \tilde{f}^1 dt + \tilde{f}^2 dt + \tilde{h}\,dt - g dW_t \qquad (۱۸)$$

که $A_C = A - LC$، $\tilde{f}^1 = f_1(x_t) - f_1(\hat{x}_t)$، $\tilde{f}^2 = f_2 - S$، و $\tilde{h} = Bh(x_t)\theta - Bh(\hat{x}_t)\hat{\theta}$ است. باید پایداری در احتمال نقطه تعادل $e \equiv 0$ ثابت شود با تعریف بردارهای $G = [-g]$ و $\tilde{f} = \tilde{f}^1 + \tilde{f}^2 + \tilde{h}$ رابطه (۱۸) را می‌توان بصورت

$$de_t = A_C e_t dt + \tilde{f}dt + GdW_t \qquad (۱۹)$$

باز نویسی کرد. با انتخاب کاندید تابع لیاپانوف مناسب

(۲۰)

$$\begin{aligned} V(e_t, \hat{\theta}, \hat{\eta}_i(t), t) &= e_t^T P e_t + \\ &\sum_{i=1}^{N}\frac{1}{z_i}\left(\hat{\eta}_i(t) - \eta_i\right)^2 + \left(\hat{\theta} - \theta\right)^T \phi\left(\hat{\theta} - \theta\right) + h_1(t) \end{aligned}$$

شرایط کافی برای صحت قضیه ۴ را بررسی می‌کنیم. $V: R^{n+3} \to R^+$ متعلق به $C^{2,1}$ است. با اعمال عملگر انتشار L، به (۲۰) داریم

(۲۱)

$$\begin{aligned} LV(e_t, \hat{\theta}, \hat{\eta}_i(t), t) &= e_t^T\left(A_C e_t + \tilde{f}\right)^T P e_t \\ &+ e_t^T P\left(A_C e_t + \tilde{f}\right) + \dot{\hat{\theta}}^T \phi\left(\hat{\theta} - \theta\right) + \left(\hat{\theta} - \theta\right)^T \phi\dot{\hat{\theta}} \\ &\sum_{i=1}^{N}\frac{2}{z_i}\left(\hat{\eta}_i(t) - \eta_i\right)\dot{\hat{\eta}}_i(t) + \frac{1}{2}tr(G^T G P) + \dot{h}_1(t) \end{aligned}$$

با استفاده از (۹) و جایگذاری $\tilde{f} = \tilde{f}^1 + \tilde{f}^2 + \tilde{h}$ در (۲۱) بدست می‌آید

$$\begin{aligned} LV(e_t, \hat{\eta}_i(t), t) &= -e_t^T Q e_t + \dot{\hat{\theta}}^T \phi\left(\hat{\theta} - \theta\right) + \left(\hat{\theta} - \theta\right)^T \\ &\phi\dot{\hat{\theta}} + \left(\tilde{f}^{1T} P e_t + e_t^T P \tilde{f}^1 + \tilde{f}^{2T} P e_t + e_t^T P \tilde{f}^2 + \right. \\ &\left. \tilde{h}^T P e_t + e_t^T P \tilde{h}\right) + \sum_{i=1}^{N}\frac{2}{z_i}\left(\hat{\eta}_i(t) - \eta_i\right)\dot{\hat{\eta}}_i(t) \\ &+ \frac{1}{2}tr(G^T G P) + \dot{h}_1(t) \end{aligned} \qquad (۲۲)$$

در نظر گرفتن رابطه (۶) نتیجه می‌دهد:

$$\begin{aligned}LV\left(e_t,\hat{\eta}_i(t),t\right) &= -e_t^T Q e_t + 2K_{f1}\|e_t\|^2\,\bar{\lambda}(P)\\ &+\frac{1}{2}tr(G^TGP)+\dot{\hat{\theta}}^T\phi\left(\hat{\theta}-\theta\right)+\left(\hat{\theta}-\theta\right)^T\phi\dot{\hat{\theta}}\\ &+\left(\tilde{f}^{2T}Pe_t+e_t^TP\tilde{f}^{2T}+\tilde{h}^TPe_t+e_t^TP\tilde{h}\right)+\\ &\sum_{i=1}^N\frac{2}{z_i}\left(\hat{\eta}_i(t)-\eta_i\right)\dot{\hat{\eta}}_i(t)+\dot{h}_1(t)\end{aligned} \qquad (۲۳)$$

با اعمال شرط ۴، استفاده از خواص ماتریس‌ها، و جایگذاری معادلات (۷) و (۱۵) در (۲۳) بدست می‌آید.

$$\begin{aligned}LV\left(e_t,\hat{\eta}_i(t),t\right) &\le \left(2K_{f1}\bar{\lambda}(P)-\underline{\lambda}(Q)\right)\|e_t\|^2\\ &+\frac{1}{2}\bar{\lambda}(P)K_g\|C\|^2\|e_t\|^2+\tilde{h}^TPe_t+e_t^TP\tilde{h}\\ &+\dot{\hat{\theta}}^T\phi\left(\hat{\theta}-\theta\right)+\left(\hat{\theta}-\theta\right)^T\phi\dot{\hat{\theta}}++\dot{h}_1(t)\\ &\sum_{i=1}^N 2\left(\hat{\eta}_i(t)-\eta_i\right)\|Ce_t\|\rho_i(y_t,t)+\\ &\left(P^{-1}C^T\psi(y,t)-S\right)^TPe_t+e_t^TP\left(P^{-1}C^T\psi(y,t)-S\right)\end{aligned} \qquad (۲۴)$$

با جایگذاری $\tilde{h}$ و استفاده از (۱۳) و (۵) نامساوی (۲۴)، بصورت زیر خواهد بود:

$$\begin{aligned}&LV\left(e_t,\hat{\eta}_i(t),t\right)\le\\ &\left(2K_{f1}\bar{\lambda}(P)-\underline{\lambda}(Q)+\frac{1}{2}\bar{\lambda}(P)K_g\|C\|^2\right)\|e_t\|^2+\\ &\sum_{i=1}^N 2\left(\hat{\eta}_i(t)-\eta_i\right)\|Ce_t\|\rho_i(y_t,t)+\\ &2K_h K_\theta\|HC\|\|e_t\|^2+\dot{h}_1(t)\\ &+\left(P^{-1}C^T\psi(y,t)-S\right)^TPe_t+e_t^TP\left(P^{-1}C^T\psi(y,t)-S\right)\end{aligned} \qquad (۲۵)$$

با اعمال نامساوی (۷) و جایگذاری بهره مد لغزشی (۱۴) خواهیم داشت:

$$\begin{aligned}LV(e_t,\hat{\eta}_i(t),t) &\le \left(2K_{f1}\bar{\lambda}(P)-\underline{\lambda}(Q)+\frac{1}{2}\bar{\lambda}(P)K_g\|C\|^2\right.\\ &\left.+2K_hK_\theta\|HC\|\right)\|e_t\|^2+2\|Ce_t\|\sum_{i=1}^N\hat{\eta}_i(t)\,\rho_i(y_t,t)-\\ &\frac{2\|Ce_t\|^2\sum_{i=1}^N\hat{\eta}_i(t)\,\rho_i(y_t,t)}{\|Ce_t\|-\dot{h}_1(t)h_2(t)\sum_{i=1}^N\hat{\eta}_i\rho_i(y_t,t)}+\dot{h}_1(t)\end{aligned} \qquad (۲۶)$$

اگر نامساوی‌های (۱۶) و (۱۷) در رابطه (۲۶) جایگذاری شوند بدست می‌آید

$$\begin{aligned}LV\left(e_t,\hat{\eta}_i(t),t\right) &\le \left(2K_{f1}\bar{\lambda}(P)-\underline{\lambda}(Q)+\frac{1}{2}\bar{\lambda}(P)K_g\|C\|^2\right.\\ &\left.+2K_hK_\theta\|HC\|\right)\|e_t\|^2\le 0\end{aligned} \qquad (۲۷)$$

با توجه به قضیه ۲ (پایداری لیاپانوف اتفاقی) ارایه شده در بخش ۲ و رابطه (۱۰) نتیجه می‌شود که سیستم خطای حالت‌ها بطور سراسری پایدار در احتمال است. از طرف دیگر چون با توجه به (۲۷) داریم $N\ge 0$، پس $LV\left(e_t,\hat{\eta}_i(t),t\right)\le -N\|e_t\|^2$ برقرار است و استفاده از فرمول دینکین نتیجه می‌دهد.

$$\begin{aligned}&LV\le -N\|e_t\|^2\le 0 \Rightarrow\\ &E_{e,t}V\left(e_\tau,\tilde{\eta}_{i\,\tau},\tilde{\theta}_\tau,t+\tau\right)-V\left(e_0,\tilde{\eta}_{i\,0},\tilde{\theta}_0,t_0\right)\le\\ &E_{e,t}\int_0^\tau -N\|e_s\|^2\,ds<\infty\\ &\Rightarrow 0<N\,E_{e,t}\int_0^\tau\|e_s\|^2\,ds=N\int_0^\tau E_{e,s}\|e_s\|^2\,ds\\ &\le V\left(e_0,\tilde{\eta}_{i\,0},\tilde{\theta}_0,t_0\right)-E_{e,t}V\left(e_\tau,\tilde{\eta}_{i\,\tau},\tilde{\theta}_\tau,t+\tau\right)<\infty\end{aligned} \qquad (۲۸)$$

چون $E_{e,s}\|e_s\|^2>0$ است، طبق لم باربالت [۲۵] نتیجه می شود که میانگین نرم خطای تخمین حالت‌ها به سمت صفر میل می‌کند که به معنای همگرایی میانگین حالت‌های تخمین زده شده به حالت‌های اصلی است، $\lim_{t\to\infty}E_x\hat{x}_t\to E_xx_t$. □

نکته ۱: یکی از ویژگی‌های سیگنال‌های آشوبی پیوسته بودن طیف فرکانسی است، بنابراین طیف سیگنال $Bh(x)$ که تابعی از حالت‌های آشوبی است پیوسته بوده و در نتیجه این سیگنال پایا از مرتبه بالا است [۲۶]. بنابراین شرایط قضیه تحریک پایا در مرجع [۲۵] برقرار است و در نتیجه طبق قضیه ۲ مرجع [۱۰] همگرایی پارامترها تضمین شده است.□

مزیت قضیه ارایه شده اثبات پایداری در احتمال سیستم خطای حالت‌ها است. همچنین علی‌رغم وجود نویز و نامعینی در مدل، SASMO ارایه شده قادر است تنها با استفاده از بردار خروجی، حالت‌های سیستم را تخمین بزند. مهمتر اینکه بهره مد لغزشی رویت‌گر همیشه کران دار است و حتی هنگامیکه خطای تخمین حالت‌ها کوچک می شود ناویژه باقی می‌ماند.

۵- نتایج شبیه سازی

در این قسمت نتایج شبیه‌سازی SASMO آورده شده است. با توجه به مزایای SASMO در تخمین حالت‌ها می‌توان موارد کاربرد مختلفی برای آن در نظر گرفت. بدلیل توانایی رویت‌گر در تخمین حالت‌های سیستم‌های بسیار غیرخطی، SASMO در یک طرح همزمان‌سازی بر اساس مدار آشوبی چوآ بکار رفته است.لازم به ذکر است که این مدار در ابتدا توسط لئون چوآ ارایه شد و در حال حاضر تحقق‌های مداری مختلف آن [۲۷] دارای کاربردهای بسیاری در نظریه آشوب است [۲۸]. همانطور که قبلا اشاره شد سیستم اصلی را راه‌انداز (بر اساس مدار چوآ) و رویت‌گر را پاسخ (بر اساس مدار چوآ) نامیده‌ایم. معادلات راه‌انداز بصورت زیر است.

$$\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\\ \dot{x}_3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-\frac{G}{C_1}-\frac{G_b}{C_1} & \frac{G}{C_1} & 0\\ \frac{G}{C_2} & -\frac{G}{C_2} & \frac{1}{C_2}\\ 0 & -\frac{1}{L} & -\frac{R_0}{L}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\\ x_3\end{bmatrix} \qquad (۲۹)$$

$$+\begin{bmatrix} -\dfrac{G_a-G_b}{2C_1}\left(|x_1+E|-|x_1-E|\right) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

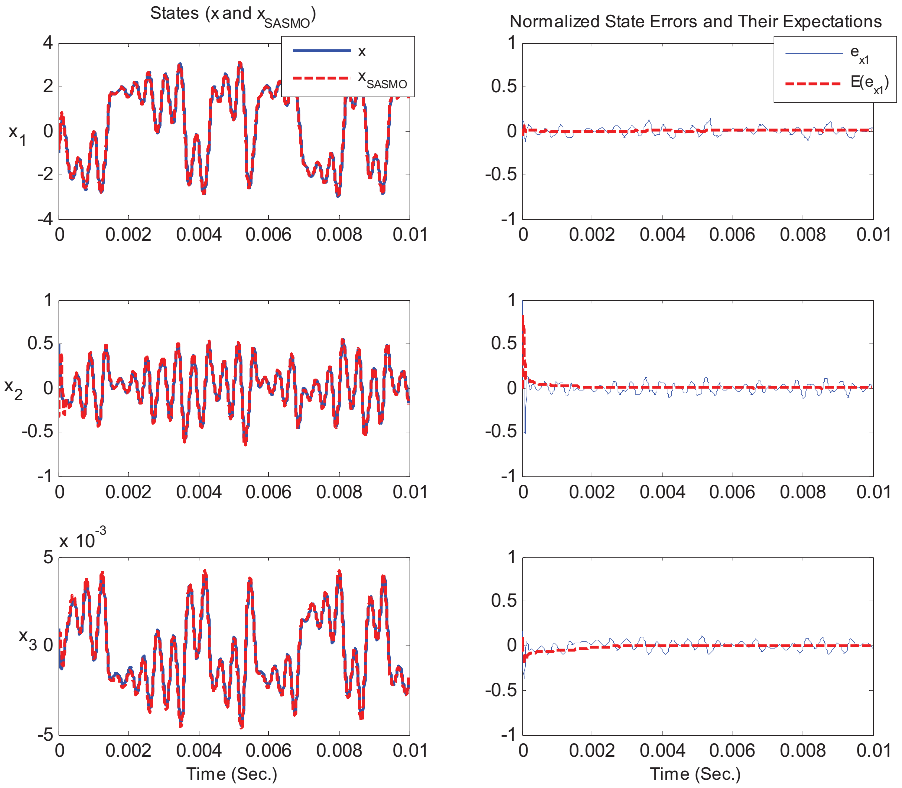
$$z(t)=\begin{bmatrix}1 & 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1 \\ x_2 \\ x_3\end{bmatrix}$$

که برای پارامترهای $G_b=-0.711\times10^{-3}$، $G=-1.139\times10^{-3}$، $R_0=20$، $R=1000$، $C_1=17\times10^{-9}$، $E=1$ و $C_2=178\times10^{-9}$ آشوبی است معادلات رویت‌گر با توجه دینامیک‌های مدار چوآ (۲۹)، ایجاد و به صورت (۱) بازنویسی شده است. با توجه به اینکه دامنه تغییرات حالت‌های سیستم به دلیل آشوبی بودن حتما کران‌دار و متعلق به جاذب آشوبی محدود Ψ هستند، ثابت‌های لیپ‌شیتز محلی (در جاذب آشوبی) زیر برای طراحی رویت‌گر در نظر گرفته شده‌اند.

$$K_g=3,\ K_{f1}=500$$

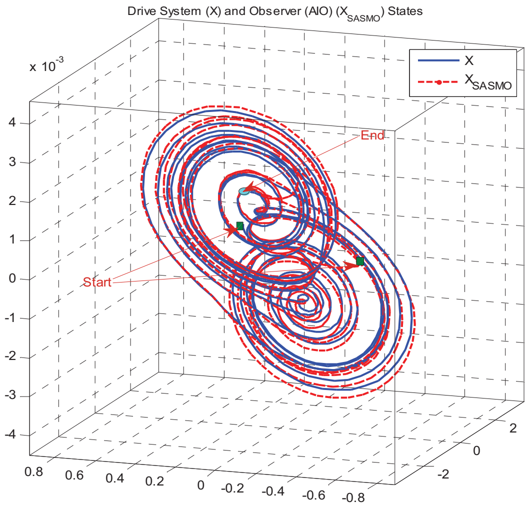
کل سیستم راه‌انداز-پاسخ با شرایط اولیه متفاوت و برای ۰/۰۱ ثانیه شبیه‌سازی شده است. شکل ۱ رفتارهای آشوبی مدار چوآ را نشان می‌دهد. در قسمت (الف) شکل (۱) حالت‌های راه‌انداز به رنگ آبی (خط توپر) و حالت‌های پاسخ به رنگ قرمز (خط چین) آورده شده است. در قسمت (ب) خطای تخمین حالت‌ها به رنگ آبی (خط توپر) و میانگین خطای تخمین به رنگ قرمز (خط چین) آورده شده است.

با توجه به شکل مشاهده می‌شود خطای تخمین حالت‌ها و میانگین خطای تخمین حالت‌ها با گذشت زمان کران‌دار باقی می‌مانند. میانگین خطای تخمین حالت‌ها $E\{e\}=[1.832\text{-}2, 2.32\text{E-}3, 5.24\text{E-}8]^T$ و انحراف از معیار آن $Var\{e\}=[\text{-}4.67\text{E-}4, \text{-}1.202\text{E-}3, 3.63\text{E-}6]^T$ است که در مدت زمان شبیه سازی محاسبه شده‌اند. مشاهده می‌شود که میانگین و انحراف از معیار خطا با گذشت زمان به سمت صفر میل می‌کنند که بیانگر تخمین مناسب حالت‌های راه‌انداز توسط SASMO است. شکل (۲) جاذب آشوبی راه‌انداز و پاسخ را نشان می‌دهد. در شکل (۳) خروجی راه‌انداز و خطای تخمین خروجی آورده شده که بسیار کوچک است.



(الف) (ب)

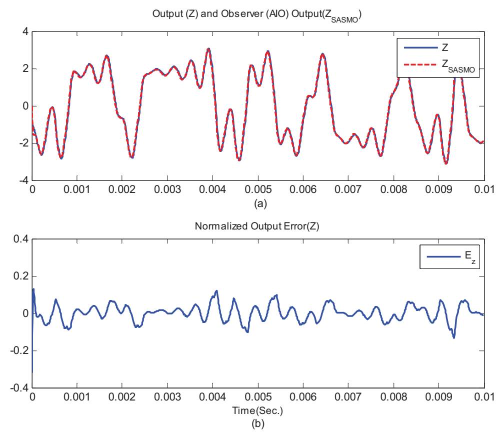
شکل (۱): (الف) حالت‌های راه‌انداز (آبی، خط توپر) و پاسخ (قرمز، خط چین). (ب) خطای نرمالیزه شده تخمین حالت‌ها (آبی، خط توپر) و میانگین خطای تخمین نرمالیزه شده (قرمز، خط چین).



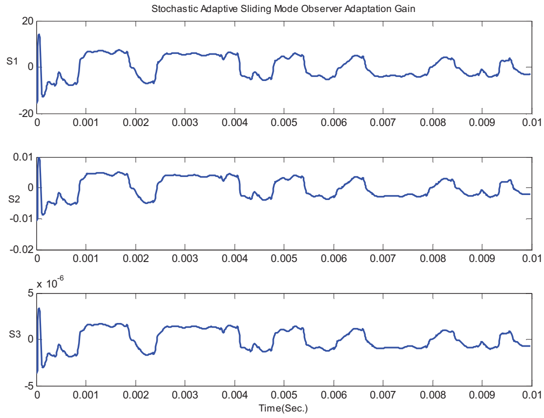
شکل (۲): جاذب آشوبی راه‌انداز (آبی، خط توپر) و پاسخ (قرمز، خط چین).

SASMO با استفاده از تنها یک خروجی نویزی تک بعدی توانسته است حالت‌های مدار چوآ آشوبی با نامعینی پارامتر و مدل را بطور مناسب تخمین بزند. در شکل (۴) بهره مد لغزشی رویت‌گر آورده شده است.

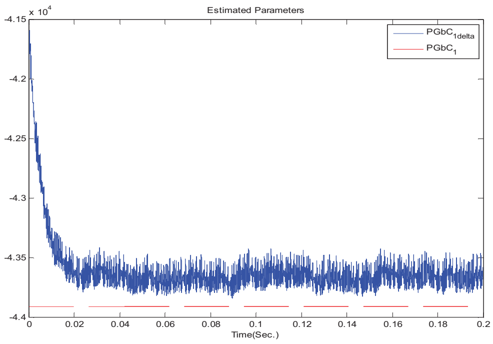
بهره مد لغزشی رویت‌گر طوری تغییر می‌یابد که در حین حفظ پایداری، اثر نویز و نامعینی‌ها در تخمین‌حالت‌ها کاهش یابد. علاوه بر این، بهره مد لغزشی رویت‌گر همیشه محدود باقی می‌ماند. شکل (۵) تخمین پارامتر را نشان می‌دهد.



شکل (۳): (a) خروجی راه‌انداز (آبی، خط توپر) و خروجی SASMO (قرمز، خط چین). (b) خطای تخمین خروجی.

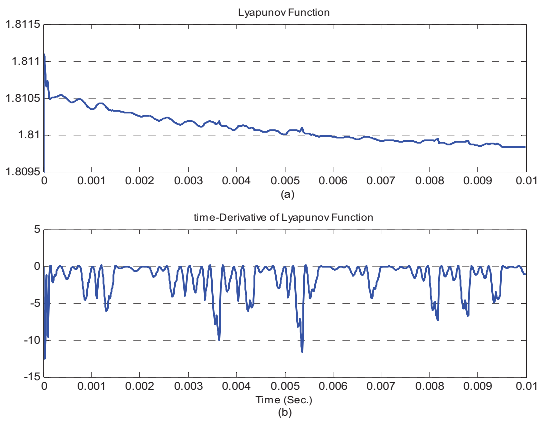


شکل (۴): بردار بهره مد لغزشی رویت‌گر.



شکل (۵): پارامتر تخمین زده شده (آبی، خط توپر) و پارامتر واقعی (قرمز، خط چین).

با توجه به اینکه سیستم آشوبی نسبت به تغییر پارامترها حساسیت شدیدی دارد، تخمین پارامتر مجهول می‌تواند در کاهش خطای تخمین حالت‌ها و بهبود همزمانی بین راه‌انداز و پاسخ تاثیر به سزایی داشته باشد به طوریکه بدون تخمین پارامترها ایجاد همزمانی غیر ممکن است. شکل (۶) هم تابع لیاپانوف و مشتق زمانی اتفاقی تابع لیاپانوف با اعمال عملگر انتشار را نشان می‌دهد. مقدار تابع لیاپانوف همیشه مثبت و مقدار مشتق زمانی تابع لیاپانوف همیشه منفی بوده و برقراری شرایط کافی قضیه ۲ را نشان می‌دهد.



شکل (۶): (a) تابع لیاپانوف. (b) مشتق زمانی تابع لیاپانوف با اعمال عملگر انتشار

۶- نتیجه‌گیری

در این مقاله یک رویت‌گر تطبیقی اتفاقی جدید تحت عنوان SASMO ارایه شده است. از جمله قابلیت‌های SASMO، عدم نیاز به دانستن مدل دقیق سیستم است بطوریکه سیستم می‌تواند شامل نامعینی‌های مدل و پارامتر باشد. کران بالای نامعینی مدل توسط SASMO تخمین زده می‌شود و برای تخمین پارامترهای نامعین هم قانون تطابق مناسبی در نظر گرفته شده است. نویز اندازه‌گیری توسط حرکت براونی مدل شده و برای توصیف مناسب‌تر، رویت‌گر توسط معادلات دیفرانسیل اتفاقی مدلسازی و پایداری سیستم خطای حالت‌ها توسط قضیه پایداری لیاپانوف اتفاقی اثبات شده است. بهره مد لغزشی رویت‌گر ارایه شده همیشه حتی وقتی خطای تخمین حالت‌ها به سمت صفر میل می‌کند، ناویژه و محدود است. با توجه به قابلیت‌های SASMO، از آن در یک طرح همزمان‌سازی سیستم‌های آشوبی بر اساس مدار چوآ با سیگنال کوپل یکطرفه نویزی اسکالر استفاده و توانایی رویت‌گر در تخمین حالت‌های سیستم راه‌انداز نامعین با استفاده از شبیه‌سازی نشان داده شده است.

سپاسگزاری

این تحقیق توسط مرکز تحقیقات مخابرات ایران حمایت شده است.

مراجع

[1] Lorenz, E.N., 1963, “Deterministic non periodic flow”, *Journal of Atmos. Science*, 20, 130-141.

[2] Ott, E., Grebogi, C., Yorke, J.A., 1990, “Controlling chaos,” *Physical Review Letters*, 64, 11, 1196-1199.

[3] Cuomo K.M., Oppenheim, A.V., 1993, “Circuit implementation of synchronized chaos with applications to communications”, *Physics Review Letters*, 71, 65-68.

[4] Cuomo, K.M., Oppenheim, A.V., Strogatz, S.H. , 1993, “Synchronization of Lorenz based chaotic circuits with applications to communications”, *IEEE Transaction on Circuits and Systems-I: Fundamental theory and applications*, 40, 626-633.

[5] Pecora L.M., Carroll, T.L., 1990, “Synchronization in chaotic systems,” *Physics Review Letters*, 64, 821-824.

[6] Yang, T., 2004, “A survey of chaotic secure communication systems”, *International Journal of Computational Cognition*, vol. 2, no. 2, pp. 81-130.

[7] Azemi A., Yaz, E.E., 2000, “Sliding-mode adaptive observer approach to chaotic synchronization”, *Transaction of ASME*, 122, 758-765.

[8] Rodriguez, A., Leon, D.J., Femat, R., 2007, “Chaos suppression based on adaptive observer for a P-class of chaotic systems”, *Chaos, Solitons and Fractals*, vol. 32, pp. 1345-1356.

[9] Arefi M.M., Jahed-Motlagh M.R., 2010, "Adaptive robust synchronization of Rossler systems in the presence of unknown matched time-varying parameters", Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, vol. 15, no. 12, pp. 4149-4157.

[10] Zhu, F., 2008, “Full-Order and reduced-Order Observer-based Synchronization for Chaotic Systems with unknown Disturbances and Parameters”, *Physics letters A*, 372, 223-232.

[11] Stamnesa, Ø.N., Aamo, O.M., Kaasa, G.O., 2011, “Redesign of adaptive observersnext term for improved previous termparameternext term identification in nonlinear systemsstar”, *Automatica*, 47, 2, 403-410.

[12] Kakmeni, F.M., Bowong S., Tchawoua C., 2006, “Nonlinear Adaptive Synchronization of a Class of Chaotic Systems”, *Physics Letters A*, 355, 47-54.

[13] Morgul, O., Solak, E., Akgul, M., 2003, “Observer based Chaotic Message transmission”, *International journal of Bifurcation & Chaos*, 13, 4, 1003-1017.

[14] Hyuna, C.H., Parkb, C.W., Kima, J.H., Parka, M., 2007, “Synchronization and secure communication of chaotic systems via robust adaptive high-gain fuzzy observer”, *Chaos, Solitons & Fractals*, 40, 5, 2200-2209.

[15] Sunga, W.J., Leea, S.C., You, K.H., 2010, “Ultra-precision positioning using adaptivenext term fuzzy-Kalman filter observer”, *Precision Engineering*, 34, 1, 195-199

[16] Ayati, M., Khaloozadeh, H., 2010, “A Stable Chaos Synchronization Scheme for Nonlinear Uncertain Systems”, *IET Control Theory and Applications*, 4, 3, 437-447.

[17] Ayati, M., Khaloozadeh, H., 2009, “A stable adaptive synchronization scheme for uncertain chaotic systems via observer”, *Chaos, Solitons and Fractals*, 42, 2473–2483.

[18] Oksendal, B., *Stochastic differential equations an introduction with applications*, 6th Edition, Springer Verlag, 2007.

[19] X., Mao, *Stochastic differential equations and their applications*. Horwood Publishing, Chechester, 1997.

[20] Kushner, H.J., *Stochastic stability and control,* Academic Press, New York, 1967.

[21] Chen, C.C., Yao, K., 2000, “Stochastic-calculus-based numerical Evaluation and performance analysis of chaotic communication systems”, *IEEE Transaction on Circuits and systems-I: Fundamental Theory and Applications*, 47, 12, 1663-1672.

[22] Raoufi, R., and Khaloozadeh, H., 2004, “A modified robust adaptive chaos synchronization”, *International Conference on Signal Processing & Communication*, Bangalore, India, 76-80.

[23] Khalil, H., *Nonlinear systems*, Prentice Hall, Upper Saddle River, NewJersey, Ed. 3, 2002.

[24] Sun, Y., Cao, J., 2007, “Adaptive synchronization between two different niose-perturbed chaotic systems with fully unknown parameters”, *Physica A*, 376, 253-265.