

## مدل سازی دینامیکی ترکیبی یک ربات دوپا راه رونده چرخه حدی ناقص عملگر و کنترل آن در برابر اغتشاش خارجی ضربه‌ای

بهنام میری پور فرد<sup>۱</sup>، احمد باقری<sup>۲</sup>، نادر نریمان زاده<sup>۳</sup>

<sup>۱</sup> دانشجوی دکتری مهندسی مکانیک، دانشکده فنی، دانشگاه گیلان، miripour@guilan.ac.ir

<sup>۲</sup> دانشیار گروه مهندسی مکانیک، دانشکده فنی، دانشگاه گیلان، bagheri@guilan.ac.ir

<sup>۳</sup> استاد گروه مهندسی مکانیک، دانشکده فنی، دانشگاه گیلان، nnzadeh@guilan.ac.ir

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۹۱/۸/۱۶، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۹۱/۹/۲۷)

**چکیده:** رباتهای دوپا راه رونده چرخه حدی از نظر مصرف انرژی بسیار کارآمد هستند و حرکات آنها طبیعی و مشابه انسان است، اما قابلیت آنها در دفع اغتشاش خارجی در مقایسه با رباتهایی که بر اساس نقطه ممان صفر راه می روند، به خوبی بررسی نشده است. در این مقاله یک مدل هفت درجه آزادی صفحه‌ای ترکیبی (گسسته-پیوسته) و ناقص عملگر (چهار عملگر) برای ربات راه رونده چرخه حدی در نظر گرفته شده است. فرض می‌شود که ربات به هنگام راه رفتن تحت یک اغتشاش ضربه‌ای خارجی قرار می‌گیرد. ابتدا نگاهشهایی جهت ارتباط دادن حالت‌های قبل و پس از برخورد پاها با زمین و همچنین اغتشاش ضربه‌ای به دست آمده است و سپس به کنترل ربات پرداخته شده است. کنترل بر اساس تعیین قیود مجازی هولونومیک برای کنترل کننده پسخورد بر پایه پیشامد انجام می‌پذیرد تا چرخه حدی پایدار برای ربات پس از اعمال اغتشاش تولید کند. شبیه‌سازی‌های متعددی با در نظر گرفتن اغتشاش در هنگام راه رفتن انجام شده است. نتایج، عملکرد روش در بازیابی تعادل در برابر اغتشاشاتی که در صفحه ساجیتال به سمت جلو و عقب به هنگام فاز تک تکیه‌گاهی و دو تکیه‌گاهی وارد می‌شوند را نشان می‌دهد. علاوه بر آن، نتایج نشان داد که حرکات شبیه‌سازی شده مشابه عکس‌العمل‌های مشاهده شده در انسان برای بازیابی تعادل در برابر اغتشاشات است.

**کلمات کلیدی:** ربات راه رونده چرخه حدی، اغتشاش خارجی، مدل ترکیبی و گسسته پیشامد، کنترل پسخورد.

### Hybrid Dynamical Modeling and Control of an Under-Actuated Limit Cycle Walker Subjected to Impulsive External Disturbances

Behnam Miripour Fard, Ahmad Bagheri, Nader Nariman-zadeh

**Abstract:** The motions which are achievable by Limit Cycle Walkers are energetically efficient and natural looking. But their capability in external disturbance rejection is still an unexplored field of study in comparison with ZMP based walkers. In this paper a planar, under-actuated and hybrid Limit Cycle Walker with seven degrees of freedom (DOF) is considered. During walking, it is assumed that the robot is subjected to an impulsive external disturbance. First, some maps have been obtained to relate the states of the system just before and just after the impact events. Then, the control is done based on the determination of holonomic constraints for the event-based feedback controller. Several simulations have been done considering disturbances exerted during walking. The results showed the performance of the method in recovery of disturbances occurring in the sagittal plane in both anterior and posterior directions. Moreover, the results showed that the simulated motions can be characterized in terms of strategies observed in human for balance recovery against perturbations during walking.

**Keywords:** Limit Cycle Walker, External Disturbance, Hybrid Event Based Model, Feedback Control.

## ۱- مقدمه

رباتهای دوپا ساخته می‌شوند تا در محیط‌هایی که برای انسان طراحی شده‌اند، کار کنند. به هنگام راه رفتن اغتشاشات متنوعی (مانند لغزیدن، سکندری خوردن، هل داده شدن و ...) ممکن است رخ دهد. رباتهای دوپا باید واکنشهای مناسبی در برابر این اغتشاشات انجام دهند تا از افتادن جلوگیری کنند. توانایی بازیابی تعادل در برابر اغتشاش ضربه‌ای خارجی یکی از زمینه‌های مورد علاقه در بحث پایداری رباتهای دوپا است زیرا به کمک آن می‌توان محدوده‌های عملکردی ربات را بیشتر بررسی کرد [۱].

مطالعات پیشین در مورد مدلسازی و کنترل تعادل در برابر اغتشاش ضربه‌ای می‌تواند با در نظر گرفتن دو رده کلی از رباتهای دوپا مرور کرد:

- رباتهای راه‌رونده بر اساس معیار نقطه ممان صفر (ZMP)
- رباتهای راه‌رونده غیرفعال و رباتهای راه‌رونده چرخه‌حدهی (LCW<sup>۱</sup>)

ذکر این نکته ضروری است که منظور از رباتهای راه‌رونده بر اساس ZMP، تمام رباتهایی هستند که از معیارهایی استفاده می‌کنند که بر اساس نقطه‌ای در زمین تعریف می‌شوند. معیارهای دیگری نظیر  $FRI^3$  و  $CMP^4$  و غیره هم وجود دارند که بر اساس نقاطی در زمین تعریف می‌شوند. علت این نام‌گذاری مقبولیت عمومی معیار ZMP و موفقیت بیشتر آن نسبت به بقیه معیارها است. رده اول از رباتهای دوپا موضوع بحث این مقاله نیست و مطالعات پیشین در مورد رباتهای چرخه‌حدهی و ناقص عملگر در ادامه مرور می‌شوند.

رباتهای راه‌رونده چرخه‌حدهی نسبت به رباتهای راه‌رونده بر اساس معیار نقطه ممان صفر قدمت کمتری دارند. در مرجع [۲] راه رفتن چرخه‌حدهی به این صورت تعریف شده است: "راه رفتن چرخه‌حدهی به طور نامی عبارت است از توالی گام‌های متناوب، به گونه‌ای که این گامها در هر لحظه از زمان به طور کلی و نه محلی پایداراند." در این رباتها، با الهام از راه‌رونده‌های کاملاً غیرفعال مک‌گیر<sup>۴</sup> [۳]، از فعال بودن همه عملگرها چشم‌پوشی می‌شود و سعی می‌شود از دینامیک طبیعی و گرانش در تولید حرکت استفاده زیادی می‌شود. رباتهای راه‌رونده چرخه‌حدهی ممکن است کاملاً ناقص عملگر و یا دارای تعداد محدودی عملگر باشند. حتی در حالتی که عملگرهای کمی استفاده می‌شود، حرکاتی که این رباتها از خود نشان می‌دهند واقع‌نما بوده و از نظر مصرف انرژی کارآمد هستند [۴]. استفاده از کنترل با بهره‌بالا در روشهای مبتنی بر روش ZMP به صورت فعال دینامیک طبیعی سیستم را از بین می‌برد و انرژی بیشتری مصرف می‌کند. در مقابل، رباتهای چرخه‌حدهی از دینامیک طبیعی سیستم برای اطمینان از همگرایی به حرکات دلخواه بهره می‌برند. پس از

کار پیشگامانه مک‌گیر، راه‌رونده‌های چرخه‌حدهی گوناگونی در سراسر دنیا ساخته شده است [۴-۷]. اما اگر چه رباتهای چرخه‌حدهی از نظر مصرف انرژی عالی هستند اما توانایی‌های اندکی در دفع اغتشاش دارند [۸]. یکی از کارهای اولیه در زمینه بازیابی تعادل رباتهای چرخه‌حدهی در [۳] گزارش شده است که در آن پژوهشگران توانایی ربات مورد مطالعه-شان را در دفع اغتشاش ارزیابی کردند. این کار با اندازه‌گیری محدوده ضربه معینی که می‌تواند در کمر وارد شود و ربات بدون اینکه بیفتد به حرکت ادامه دهد، انجام شد. در [۹] پژوهشگران به بررسی پایداری ربات راه‌رونده چرخه‌حدهی سه‌لینکی با استفاده از روش کنترل پیش‌بین پرداختند. آنها ربات را در معرض اغتشاشات ضربه‌ای وارد شونده بر بالاتنه در فازهای مختلف راه رفتن قرار داده و مسیرهای مرجع جهت بازیابی تعادل را به کمک روش کنترل پیش‌بین محاسبه کردند. حجم محاسبات بالای روش کنترل پیش‌بین مانع از توسعه این روش برای مدل‌های پیچیده‌تر می‌گردد.

اگر چه رباتهای چرخه‌حدهی پتانسیل چشمگیری دارند اما توانایی آنها در دفع اغتشاشات هنوز به خوبی بررسی نشده است. به عنوان مثال توانایی آنها در کارهای پایه‌ای مانند چرخیدن (دور زدن)، سرعت گرفتن، سرعت کم کردن و بازیابی تعادل پس از اغتشاش به اندازه‌ای که برای رباتهای بر پایه ZMP توسعه داده شده است، توسعه پیدا نکرده است.

ربات دوپا یک سیستم غیر خطی ترکیبی است و حالت این سیستم در اثر برخورد پاها به زمین دچار پرش می‌شود. در منابعی که برای سیستمهای ترکیبی وجود دارد به اینگونه پرشها "پرشهای خودمختار"<sup>۵</sup> می‌گویند. این پرشها با پرشهای کنترل شده که می‌توان آنها را به وسیله متغیرهای کنترل گسسته اعمال کرد، متفاوت است [۱۰]. کنترل کردن پرشهای خودمختار کار بسیار سختی است زیرا روشهای استاندارد کنترل نمی‌توانند رفتار غیر منظم سیستم را دنبال کنند [۱۱]. در مدل ربات مورد بررسی در این پژوهش هم با پرشهای خودمختار ناشی از برخورد پاها با زمین و همچنین ناشی از اغتشاشات روبرو هستیم.

در این مقاله یک مدل راه‌رونده چرخه‌حدهی صفحه‌ای با هفت درجه آزادی و چهار عملگر در نظر گرفته شده است. به هنگام راه رفتن یک اغتشاش ضربه‌ای بر بالاتنه مدل وارد می‌شود. ابتدا نگاهی جهت ارتباط حالت ربات در لحظات قبل و بعد از برخورد به دست آمده و سپس روش کنترلی بر اساس تعیین قیود هولونومیک برای کنترل کننده پس‌خورده بر پایه پیشامد برای بازیابی پایداری ربات استفاده شده است. نوآوری مقاله در این است که با نوشتن زیر برنامه‌های مناسب روش به گونه‌ای توسعه داده شده است که شامل ناپوستگی‌های متعدد ناشی از پرش حالتی سیستم شود که در اثر ضربه خارجی و برخورد پاها به زمین به وجود می‌آیند. همچنین نتایج به دست آمده به صورت کیفی با عکس‌العمل‌های انسان در برابر اغتشاش مقایسه شده است.

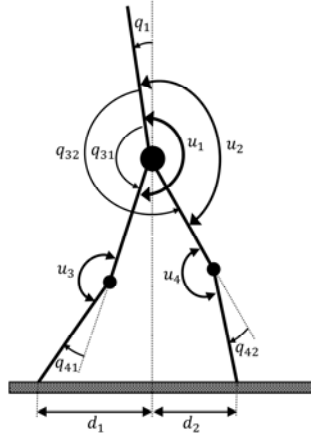
<sup>۱</sup> Limit Cycle Walkers

<sup>۲</sup> Centroidal Moment Pivot

<sup>۳</sup> Foot Rotation Indicator

<sup>۴</sup> McGeer

<sup>۵</sup> Autonomous Jumps



شکل ۲: مختصات تعمیم یافته و گشتاورهای مفاصل

## ۲-۱- مدل دینامیکی در فاز تک تکیه گاهی

پای تکیه گاه در فاز تک تکیه گاهی به زمین متصل است و به عنوان یک محور عمل می کند بنابراین در این فاز تنها پنج درجه آزادی دورانی وجود دارد. با استفاده از روش لاگرانژ [۱۲] مدل ریاضی ربات که حرکت در فاز تک تکیه گاهی در صفحه ساجیتال را نشان می دهد به صورت زیر خواهد بود:

$$M(q)\ddot{q} + N(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = Su + F_{ext} \quad (1)$$

که در آن  $q$  بردار مختصات تعمیم یافته نشان داده شده در شکل (۲) و تعریف شده به صورت  $q = [q_{31}, q_{32}, q_{41}, q_{42}, q_1]$  است. بردار  $[q, \dot{q}]$  حالت ربات را نشان می دهد،  $M(q)$  ماتریس جرم و اینرسی است،  $N(q, \dot{q})$  نیروهای گریز از مرکز و کوریولیس را در بر دارد و بردار  $G(q)$  شامل نیروهای گرانی است.  $u$  بردار گشتاورهای وارد است و ماتریس  $S$  توزیع گشتاور را نشان می دهد.  $F_{ext}$  نمایشگر نیروهای (گشتاورهای) ایجاد شده در اثر برهم کنش با محیط و یا اغتشاش است که در فاز تک تکیه گاهی و در عدم حضور اغتشاش به صورت زیر است:

$$F_{ext} = J_1^T(q)\lambda \quad (2)$$

$J_1^T(q)$  و  $\lambda$  به ترتیب ماتریس جاکوبین قیود هولونومیک تماس با زمین و ضرایب لاگرانژ نیروهای تماس هستند. اگر مختصات پای تکیه گاه را با  $(x_1, z_1)$  نمایش دهیم، قیود تماس را می توان به صورت زیر نشان داد:

$$\begin{aligned} x_1 &= \dot{x}_1 = \ddot{x}_1 \\ z_1 &= \dot{z}_1 = \ddot{z}_1 \end{aligned} \quad (3)$$

$(x_1, z_1)$  به صورت زیر به دست می آید:

$$\begin{cases} x_1 = x_H + l_2 \sin(q_1 + q_{31}) + l_1 \sin(q_1 + q_{31} - q_{41}) \\ z_1 = z_H - l_2 \cos(q_1 + q_{31}) - l_1 \cos(q_1 + q_{31} - q_{41}) \end{cases} \quad (4)$$

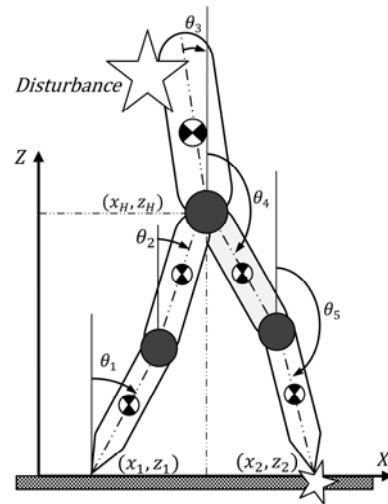
با استفاده از معادلات (۳) و (۴) می توان نوشت:

$$J_1(q)\ddot{q} + \Pi_2(q, \dot{q}) = 0 \quad (5)$$

که در آن:

## ۲- مدل سازی دینامیکی

مدل پنج لینکی مطالعه شده در این مقاله هفت درجه آزادی دارد (شکل ۱). مدل دو ساق پای تلسکوپی دارد که توسط دو مفصل چرخشی بدون اصطکاک زانو به دو ران وصل شده اند. دو عضو ران هم در مفصل کمر با دو مفصل چرخشی بدون اصطکاک به هم متصل شده اند و بالاتنه را حمل می کنند. گشتاورهای وارد شونده در شکل (۱) نشان داده شده است. تماس پا با زمین در یک نقطه است و هیچ گشتاوری بین نقطه تماس و زمین عمل نمی کند.



شکل ۱: مدل پنج لینکی مطالعه شده در این مقاله

چرخه راه رفتن شامل فاز تک تکیه گاهی (یک پا بر روی زمین) و دو تکیه گاهی است. در اینجا فرض می شود انتقال از فاز تک تکیه گاهی به دو تکیه گاهی در زمان بینهایت کوچک انجام می شود. با فرض های بالا لازم است که برخورد پاها با زمین و همچنین اغتشاش خارجی ضربه ای مدل شود. بنابراین مدل دینامیکی ربات شامل دو بخش می شود:

- مدل دینامیکی در فاز تک تکیه گاهی
- مدل دینامیکی در برخوردها (برخورد پا با زمین و اغتشاش ضربه در بالاتنه).

در ادامه به استخراج معادلات برای هر دو بخش پرداخته می شود.

تغییر نمی‌کند، داریم:  $q^+ = q^-$ . در معادله (۹)،  $J_2(q)$ ، ماتریس جاکوبین مختصات پای آویزان است و به صورت زیر به دست می‌آید:

$$J_2(q) = \begin{bmatrix} x_H + l_4 \sin(q_1 + q_{32}) + l_5 \sin(q_1 + q_{32} - q_{42}) \\ z_H - l_4 \cos(q_1 + q_{32}) - l_5 \cos(q_1 + q_{32} - q_{42}) \end{bmatrix} \quad (10)$$

رابطه (۹) شامل هفت معادله و نه مجهول  $\lambda$  و  $\dot{q}^+$  است. دو معادله دیگر را می‌توان با استفاده از شرایط هندسی در محل برخوردها به دست آورد. بر اساس فرضیات برخورد، چون پای تکیه‌گاه به محض برخورد از زمین جدا می‌شود، نیروی خارجی وارد بر آن برابر صفر است. بنابراین تنها لازم است که نیروهای خارجی را در انتهای پای آویزان  $(x_2, z_2)$  در نظر بگیریم. دو معادله مورد نیاز را می‌توان بر اساس فرض عدم لغزش و بازگشت پای برخورد کننده، به صورت زیر نوشت:

$$\ddot{x}_2 = \dot{x}_2^+ = 0; \quad \dot{x}_2 = x_2^+ = 0 \quad (11)$$

با استفاده از رابطه (۱۰) خواهیم داشت:

$$J_2^T(q)\dot{q}^+ = 0 \quad (12)$$

معادلات (۹) و (۱۲) نسبت به مجهولات خطی هستند و اگر برای  $\dot{q}^+$  و  $\lambda$  حل شوند، خواهیم داشت:

$$\begin{cases} \dot{q}^+ = [I - M_e^{-1} J_2^T (J_2 M_e^{-1} J_2^T)^{-1} J_2] \dot{q}^- = D(q) \dot{q}^- \\ \lambda = -(J_2 M_e^{-1} J_2^T)^{-1} J_2 \dot{q}^- \end{cases} \quad (13)$$

$\dot{q}^+$  با استفاده از معادله (۱۳) بر حسب  $\dot{q}^-$  به دست می‌آید و سپس باید به عنوان شرایط اولیه در معادله (۱) به کار برده شود. پس از برخورد با زمین، لازم است تغییر مختصات داده شود چراکه پای آویزان قبلی، پس از برخورد، پای تکیه‌گاه می‌شود و برعکس. تبدیل مختصات را می‌توان به صورت زیر نشان داد:

$$\begin{pmatrix} q^+ \\ \dot{q}^+ \end{pmatrix} = R(q) \begin{pmatrix} q^- \\ \dot{q}^- \end{pmatrix} \quad (14)$$

$R(q)$  ماتریسی است که تبدیل زیر را نشان می‌دهد:

$$[q_{31}, q_{32}, q_{41}, q_{42}, q_1] \rightarrow [q_{32}, q_{31}, q_{42}, q_{41}, q_1]$$

مدل کامل برخورد که شامل پرش در سرعتها و همچنین تغییر مختصات است را می‌توان به طور خلاصه به صورت زیر نشان داد:

$$\begin{pmatrix} q^+ \\ \dot{q}^+ \end{pmatrix} = \Delta_1(q) \begin{pmatrix} q^- \\ \dot{q}^- \end{pmatrix} \quad (15)$$

که در آن:

$$\Delta_1(q) = \begin{pmatrix} R(q) & 0 \\ 0 & R(q)D(q) \end{pmatrix} \quad (16)$$

### ۲-۲-۲- معادلات اغتشاش ضربه‌ای

معادلات برخورد اغتشاش ضربه‌ای به بالاتر ربات با استفاده از روش نیوتن اوایلر و همچنین اصل ضربه و مومنتوم خطی و زاویه‌ای استخراج شده است. فرضیات در نظر گرفته شده در مورد برخورد (بخش ۲-۱-۲) به قوت خود باقی است با این تفاوت که در اینجا فرض می‌شود برخورد به صورت الاستیک صورت می‌گیرد (به عنوان مثال فرض کنید یک

$$\Pi_2(q, \dot{q}) = \begin{pmatrix} d(x_1 - x_H) / dt \\ d(z_1 - z_H) / dt \end{pmatrix} \quad (6)$$

به طور خلاصه، مدل دینامیکی مقید مدل در فاز تک تکیه‌گاهی به صورت زیر است:

$$\begin{cases} M(q)\ddot{q} + N(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = Su + J_1^T(q)\lambda \\ J_1(q)\dot{q} + \Pi_2(q, \dot{q}) = 0 \end{cases} \quad (7)$$

### ۲-۲-۲- مدل دینامیکی برخوردها

#### ۲-۲-۱- برخورد با زمین

در انتهای فاز تک تکیه‌گاهی پای آویزان با زمین برخورد می‌کند. این برخورد به صورت برخورد بین دو جسم صلب مدل می‌شود. در مراجع، مدل‌های متنوعی برای برخورد وجود دارد [۱۳]. با فرضیات مناسب، اغلب این مدلها را می‌توان استفاده نمود تا سرعت مختصات تعمیم یافته در لحظه بعد از برخورد پای آویزان با زمین را بر حسب موقعیت و سرعت آن قبل از برخورد به دست آورد. برای به دست آوردن مدل ریاضی برخورد همه درجات آزادی مدل در نظر گرفته می‌شود. بنابراین یکبار دیگر می‌توان نوشت:

$$M_e(q)\ddot{q} + N_e(q, \dot{q}) + G_e(q) = Su + \delta F_{ext} \quad (8)$$

فرض می‌شود که در اثر برخورد پا با زمین لغزش و برگشت صورت نمی‌گیرد و همزمان پای تکیه‌گاه از روی زمین بدون هیچ برهم کنشی بلند می‌شود. در اینجا مدل مرجع [۱۳] برای برخورد استفاده شده است که در آن فرضیات به قرار زیرند:

- برخورد در زمان بسیار کوچکی انجام می‌پذیرد
- نیروی خارجی وارد بر مدل در هنگام برخورد به صورت ضربه‌ا نشان داده می‌شود
- نیروهای ضربه‌ای باعث جهش ناگهانی در سرعت‌های تعمیم یافته می‌شوند، در حالیکه موقعیت‌ها تغییری نمی‌کند و پیوسته می‌مانند
- گشتاورهای اعمال شونده در مفاصل ربات به صورت ضربه‌ای نیستند
- برخورد کاملاً پلاستیک است.

با در نظر گرفتن فرضیات بالا، معادله (۸) در زمان بسیار ناچیز برخورد انتگرال گیری می‌شود:

$$M_e(q)(\dot{q}^+ - \dot{q}^-) = impulse = J_2^T(q)\lambda \quad (9)$$

که در آن  $impulse = \int_{t^-}^{t^+} \delta F_{ext}(\tau) d\tau$  انتگرال نیروهای برخورد،  $\dot{q}^+$  سرعت درست پس از لحظه برخورد و  $\dot{q}^-$  سرعت در لحظه قبل از برخورد است. از آنجا که موقعیت اعضا درست پس از لحظه برخورد

<sup>۱</sup> Impulse

بار دیگر تاکید می‌شود که فرض شده است اغتشاش ضربه‌ای تنها باعث پرش در سرعتها می‌شود و موقعیتها ثابت باقی می‌مانند. بنابراین در معادله (۱۸) داریم:

$$\Delta_2(q) = \begin{pmatrix} I_{5 \times 5} & 0 \\ 0 & D_2(q) \end{pmatrix} \quad (19)$$

که در آن  $D_2(q)$  باحل کردن معادله (۱۷) برای همه اعضا به دست می‌آید.

### ۲-۳- مدل کلی: سیستم ترکیبی تحت ضربه

اکنون می‌توان مدل کامل ربات را به صورت سیستمی ترکیبی بیان کرد. با در نظر گرفتن حالت سیستم به صورت  $x = [q \ \dot{q}]^T$  می‌توان نوشت:

$$(1) \text{continuous} : \dot{x} = f(x) + g(x)u, \quad x^- \notin S_i, i = 1, 2.$$

$$(2) \text{impact model} \begin{cases} \text{with ground} : x^+ = \Delta_1 x^-, x^- \in S_1 \\ \text{disturbance} : x^+ = \Delta_2 x^-, x^- \in S_2 \end{cases} \quad (20)$$

در رابطه بالا  $S_1$  و  $S_2$  نشان دهنده صفحات تعویض مدل هستند که با رسیدن حالت به این صفحات، مدل تغییر می‌کند. برخورد با زمین زمانی رخ می‌دهد که ارتفاع نوک پای آویزان به صفر برسد. بنابراین صفحه تعویض مدل به صورت زیر خواهد بود:

$$S_1 = \{(q, \dot{q}) \mid z_2(q) = 0\} \quad (21)$$

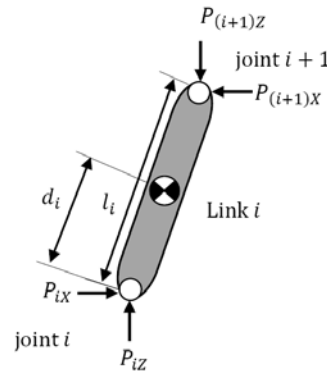
اغتشاش ضربه‌ای را می‌توان به صورت ناگهانی و یا قابل پیش بینی در نظر گرفت. فرض می‌شود مدل توانایی درک لحظه ورود اغتشاش را دارد. در شبیه‌سازی‌های عددی لحظه ورود اغتشاش (صفحه  $S_2$ ) به صورت دستی وارد می‌شود.

به عنوان جمع بندی، می‌توان گفت که حالت ربات با اینگرال‌گیری از رابطه پیوسته (۱) مشخص می‌شود تا زمانی که پیشامدی اتفاق بیفتد. مثلاً برخورد با زمین که در آن حالت ربات به سطح  $S_1$  می‌رسد. یا اغتشاش ضربه‌ای که زمان وقوع آن با رسیدن حالت به صفحه  $S_2$  مشخص می‌شود. نتیجه نهایی این پیشامدها تغییر سریع در حالت سیستم است. سپس بار دیگر این حالت‌های جدید به عنوان شرایط اولیه در اینگرال‌گیری از رابطه (۱) استفاده می‌شوند.

### ۳- کنترل

در این بخش روش کنترل تشریح می‌شود. ایده اصلی در کنترل شامل تعیین قیدهای هولونومیک بر روی متغیرهای حرکتی ربات می‌شود. سپس این قیدها به عنوان خروجی سیستم در نظر گرفته می‌شوند و به کمک کنترل کننده پس‌خورده به مدل اعمال می‌شوند. با نگاهی به راه رفتن انسان به آسانی می‌توان مشاهده کرد که؛ انسان بالاتنه خود را تقریباً به حالت عمود نگه می‌دارد، کمر همواره در ارتفاع ثابت و موقعیت افقی آن تقریباً همواره بین دو پا قرار می‌گیرد، و نوک پای آویزان تقریباً یک

توپ بسکتبال به بالاتنه وارد می‌شود و به طور آنی جدا می‌شود). دیاگرام آزاد عضو  $i$  ام در شکل (۳) نشان داده شد است. فرض می‌شود که اغتشاش ضربه‌ای  $(p_{ex}, p_{ey})$  در انتهای عضو بالاتنه وارد می‌شود.



شکل ۳: دیاگرام آزاد عضو  $i$  ام

با توجه به شکل (۳) و با استفاده از روش مرجع [۱۴] معادلات ضربه برای عضو  $i$  ام به صورت زیر نوشته می‌شوند:

$$\begin{aligned} m_i \Delta \dot{x}_{ci} &= m_i [\Delta \dot{x}_i + \sum_{j=1}^{i-1} a_j l_j \cos(\theta_j) \Delta \dot{\theta}_j + \\ d_i \cos(\theta_i) \Delta \dot{\theta}_i] &= p_{iX} - p_{(i+1)X} + p_{iex} \\ m_i \Delta \dot{z}_{ci} &= m_i [\Delta \dot{z}_i + \sum_{j=1}^{i-1} a_j l_j \sin(\theta_j) \Delta \dot{\theta}_j - \\ d_i \sin(\theta_i) \Delta \dot{\theta}_i] &= p_{iZ} - p_{(i+1)Z} + p_{iez} \\ I_i \Delta \dot{\theta}_i &= p_{(i+1)X} (a_i l_i - d_i) \cos(\theta_i) + p_{iX} d_i \cos(\theta_i) - \\ & p_{(i+1)Z} (a_i l_i - d_i) \sin(\theta_i) + p_{iZ} d_i \sin(\theta_i). \end{aligned} \quad (17)$$

که در آن  $m_i$ ،  $l_i$  و  $d_i$  به ترتیب جرم، طول و مرکز جرم عضو را نشان می‌دهند.  $\Delta \dot{z}_{ci}$ ،  $\Delta \dot{x}_{ci}$  و  $\Delta \dot{\theta}_i$  به ترتیب تغییرات سرعت افقی و عمودی مرکز جرم عضو  $i$  ام و نقطه تماس پای تکیه‌گاه را نشان می‌دهند. دو عبارت پایانی در اینجا برابر صفر است. پارامتر ثابت است که برای همه اعضا برابر یک است غیر از بالاتنه که برای آن  $(a_3)$  برابر صفر است.  $p_{iez}$  و  $p_{iex}$  ضربه ناشی از اغتشاش خارجی است که برای همه اعضا به جز بالاتنه برابر صفر است. با نوشتن معادلات بالا برای هر پنج عضو، یک دستگاه پانزده معادله‌ای غیر خطی به دست می‌آید که با حل آنها (با فرض اینکه اغتشاش مشخص است) می‌توان مجهولات  $\Delta \dot{\theta}_i$  را به دست آورد. با استفاده از تبدیل ساده‌ای می‌توان مختصات مطلق بر حسب  $\theta$  را بر حسب مختصات تعمیم یافته نوشت. به طور خلاصه، مدل برخورد برای اغتشاش ضربه که سرعت‌های درست بعد از لحظه برخورد را به سرعت‌های قبل از لحظه برخورد ارتباط می‌دهد، را می‌توان بر اساس مختصات تعمیم یافته به صورت زیر نمایش داد:

$$\begin{pmatrix} q^+ \\ \dot{q}^+ \end{pmatrix} = \Delta_2(q) \begin{pmatrix} q^- \\ \dot{q}^- \end{pmatrix} \quad (18)$$

$$v = \Psi(y, \dot{y}) = \frac{1}{\varepsilon^2} \begin{bmatrix} \Psi_1(y_1, \varepsilon \dot{y}_1) \\ \Psi_2(y_2, \varepsilon \dot{y}_2) \\ \Psi_3(y_3, \varepsilon \dot{y}_3) \\ \Psi_4(y_4, \varepsilon \dot{y}_4) \end{bmatrix} \quad (28)$$

هر کدام از  $\Psi_i$  ها به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\Psi_i(y_i, \varepsilon \dot{y}_i) = -\text{sign}(\varepsilon \dot{y}_i) |\varepsilon \dot{y}_i|^\alpha - \quad (29)$$

$$\text{sign}(\Phi_i(y_i, \varepsilon \dot{y}_i)) |\Phi_i(y_i, \varepsilon \dot{y}_i)|^{2-\alpha}, i = 1, 2, 3, 4.$$

که در آن  $0 < \alpha < 1$  و:

$$\Phi_i(y_i, \varepsilon \dot{y}_i) = y_i + \frac{1}{2-\alpha} \text{sign}(y_i, \varepsilon \dot{y}_i) |\varepsilon \dot{y}_i|^{2-\alpha} \quad (30)$$

پارامتر حقیقی  $0 < \varepsilon$  برای تنظیم زمان نشست کنترل کننده به کار می‌رود. قانون پس‌خورده نهایی که به سیستم (۲۰) اعمال می‌شود به صورت زیر است:

$$u = (L_g L_f h(x))^{-1} (\Psi(h(x), L_f h(x)) - L_f^2 h(x)) \quad (31)$$

روش فوق در واقع روش گشتاور محاسبه شده با کنترل پایدار کننده زمان نهایی برای هر انتگرال گیر مرتبه دو است. لازم به توضیح است که برای اثبات پایداری تناوبی راه رفتن از روش مقاطع پوانکاره استفاده می‌شود اما در این مقاله پایداری سیستم با شبیه‌سازی‌ها نشان داده شده است.

برای حل معادلات دیفرانسیل از نرم افزار MATLAB و حلگر ODE45 آن به همراه گزینه Event استفاده شده است تا در لحظات وقوع اغتشاش ضربه و یا برخورد پا با زمین، انتگرال‌گیری متوقف شود و پس از انجام محاسبات لازم و به دست آوردن شرایط اولیه، انتگرال‌گیری دوباره از سر گرفته شود.

#### ۴- نتایج شبیه سازی

در این بخش هدف این است که عملکرد روش کنترل توضیح داده شده در بخش قبل در کنترل پایداری راه رفتن تحت اغتشاش ضربه‌ای خارجی محکم زده شود. مدل شکل (۱) را در نظر بگیرید که پارامترهای فیزیکی‌اش دارای مقادیر زیر است:

جدول ۱: پارامترهای فیزیکی مدل ربات دوپا شبیه‌سازی شده

Segment	Tibia	Femur	Torso
Length (m)	0.400	0.400	0.625
Mass (kg)	3.2	6.8	20
Center of mass (m)	0.128	0.163	0.2

مقادیر جدول (۱) مشابه با مرجع [۱۶] انتخاب شده است که در آن پایداری مجانبی به هنگام راه رفتن به کمک روش نگاهت برگشتی پوانکاره اثبات شده است. پارامترهای شبیه‌سازی به صورت زیر مقدار دهی شده اند:

جدول ۲: مقادیر پارامترهای استفاده شده در شبیه سازی‌ها

مسیر سهموی را طی می‌کند. با استفاده از این مشاهدات می‌توان یک سری اهداف کنترل با استفاده از توابع خروجی زیر تعیین کرد:

$$\begin{aligned} y_1 &= h_1(q) = k_1(q_1 - q_{1d}) \\ y_2 &= h_2(q) = k_2(d_1 + d_2) \end{aligned} \quad (22)$$

$$y_3 = h_3(q) = k_3(z_H - z_{Hd}(d_1))$$

$$y_4 = h_4(q) = k_4(z_2 - z_{2d}(d_1))$$

در معادلات بالا،  $z_H$  و  $z_2$  به ترتیب برابر ارتفاع مفصل کمر و نوک پای آویزان هستند.  $d_1$  و  $d_2$  در شکل (۲) مشخص شده‌اند و مقادیر  $k_i$  بهره‌های کنترل هستند. اگر خروجی  $y_1$  صفر شود باعث میل کردن زاویه بالاتنه به مقدار مطلوب  $q_{1d}$  می‌شود. صفر شدن خروجی  $y_2$  باعث به جلو راندن مفصل کمر و همین‌طور نوک پای آویزان از پشت به جلو می‌شود. خروجی‌های  $y_3$  و  $y_4$  هم به ترتیب ارتفاع مفصل کمر و نوک پای آویزان را کنترل می‌کنند. مسیر مطلوب مفصل کمر ( $z_{Hd}(d_1)$ ) به صورت چند جمله‌ای درجه دوم بر حسب  $d_1$  تعریف می‌شود.  $d_1$  در بازه  $[-sld/2, sld/2]$  به صورت اکیدا افزایشی تغییر می‌کند.  $sld$  برابر طول گام مطلوب است. شرایط اولیه، میانی و نهایی برای  $z_{Hd}$  به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} z_{Hd}(-sld/2) &= z_{H \min} \\ z_{Hd}(0) &= z_{H \max} \end{aligned} \quad (23)$$

که در آن  $z_{H \min}$  و  $z_{H \max}$  مقادیر ماکزیمم و مینیمم مطلوب برای ارتفاع مفصل کمر هستند. به همین ترتیب یک چند جمله‌ای درجه دو برای مسیر مطلوب نوک پای آویزان طراحی می‌شود که دارای شرایط زیر است:

$$\begin{aligned} z_{2d}(-sld/2) &= 0 \\ z_{2d}(0) &= z_{2 \max} \\ z_{2d}(sld/2) &= 0 \end{aligned} \quad (24)$$

هدف کنترل کننده این است که خروجی‌های تعریف شده در رابطه (۲۲) را صفر کند. از آنجا که این خروجی‌ها تنها به مختصات تعمیم یافته ربات مرتبط‌اند و دینامیک سیستم هم مرتبه دو است، بنابراین درجه نسبی هر یک از خروجی‌ها برابر دو است. با استفاده از نوشتار لی<sup>۱</sup> با مشتق‌گیری از خروجی‌ها ( $y = h(q)$ ) خواهیم داشت:

$$\ddot{y} = L_f^2 h(x) + L_g L_f h(x) u \quad (25)$$

با فرض معکوس پذیری ماتریس  $L_g L_f h(x)$  در محدوده مورد نظر و بر اساس روش گشتاور محاسبه شده می‌توان نوشت:

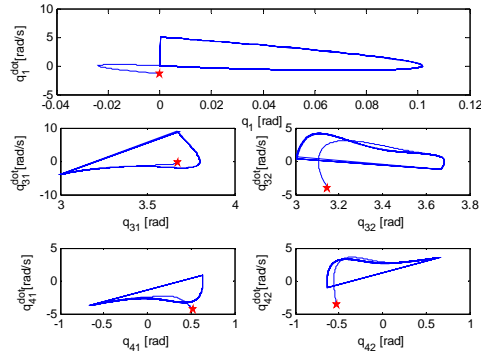
$$v = L_f^2 h(x) + L_g L_f h(x) u \quad (26)$$

که منجر به چهار معادله دیفرانسیل مرتبه دو زیر می‌شود:

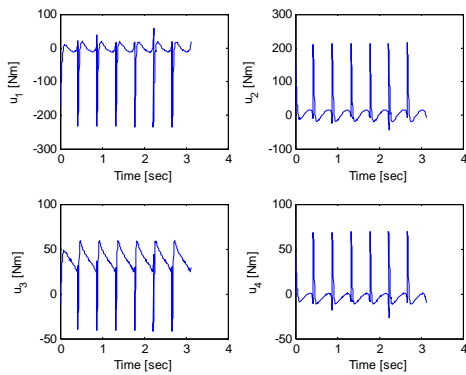
$$\ddot{y} = v_i, \quad i = 1, 2, 3, 4. \quad (27)$$

برای طراحی کنترل پس‌خورده بر اساس روش مرجع [۱۵] توابع پس‌خورده به صورت زیر در نظر گرفته می‌شوند:

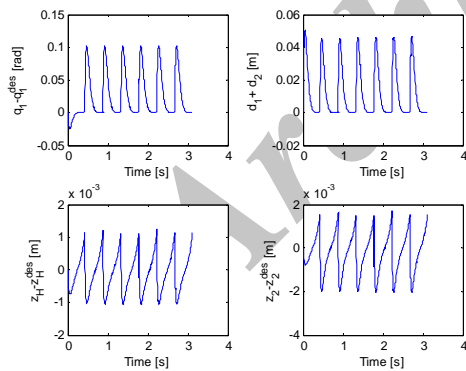
<sup>1</sup> Lie



شکل ۶: نمودار صفحه فازی برای هفت گام از راه رفتن عادی. نقطه مشخص شده با ستاره شرایط اولیه را نشان می‌دهد.



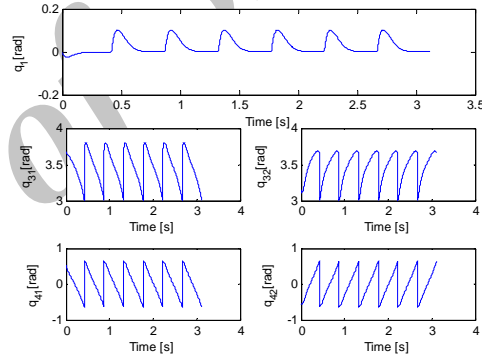
شکل ۷: گشتاورهای اعمال شده به مفاصل در هفت گام از راه رفتن عادی



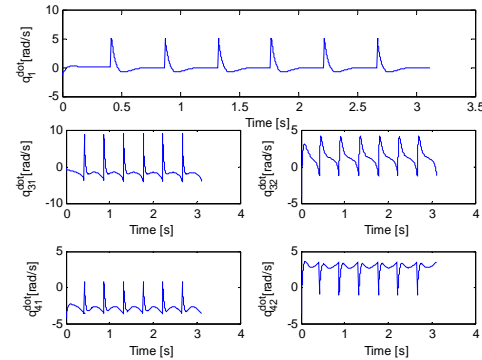
شکل ۸: خروجی‌های سیستم

$g$	$9.806\text{m/s}^2$	$q_{1d}$	$0$
$sl_d$	$0.4\text{m}$	$z_{2\text{max}}$	$0.02\text{m}$
$z_{H\text{min}}$	$0.745\text{m}$	$z_{H\text{max}}$	$0.746\text{m}$
$\alpha$	$0.9$	$\varepsilon$	$0.05$

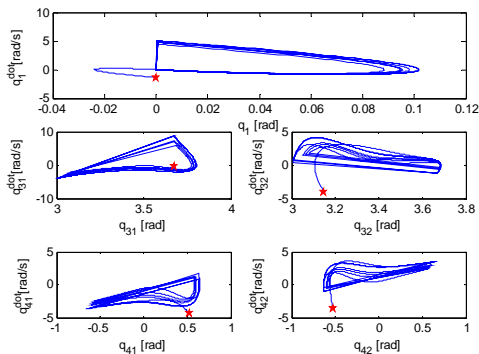
ابتدا نتایج شبیه سازی برای راه رفتن عادی (بدون اغتشاش) را بررسی می‌کنیم. شکل (۴) و (۵) مسیر حرکت مفاصل و سرعت‌های آنها برای هفت گام از راه رفتن را نشان می‌دهند. همچنین شکل (۶) رفتار سیستم را در صفحه فازی نشان می‌دهد. خطوط راست در این شکلها نشان دهنده پرش در حالت سیستم به علت برخورد پا با زمین است. همان گونه که مشاهده می‌شود همه مسیرها به یک چرخه حدی منتهی می‌شوند و این نشان دهنده پایداری راه رفتن تناوبی است. در شکل (۷) و شکل (۸) به ترتیب گشتاورهای کنترلی مفاصل و خروجی‌های سیستم نشان داده شده است. برای مشاهده بهتر راه رفتن ربات نمودار چسبی اعضا ربات در شکل (۹) آورده شده است.



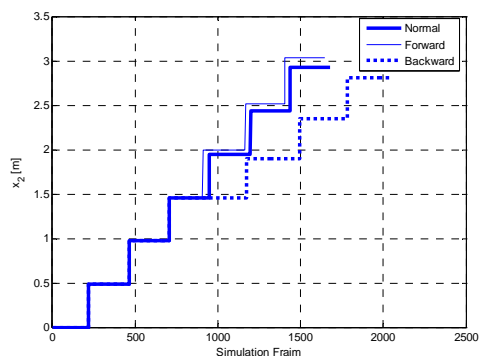
شکل ۹: مسیرهای حرکت مفاصل ربات برای هفت گام از راه رفتن عادی



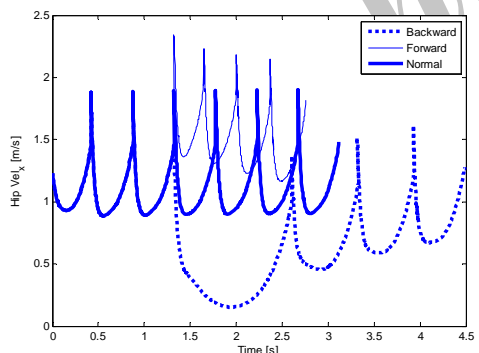
شکل ۱۰: سرعت‌های زاویه‌ای مفاصل ربات در هفت گام از راه رفتن عادی



شکل ۱۱: نمودار صفحه فازی برای هفت گام از راه رفتن در برابر اغتشاش ضربه‌ای رو به عقب در فاز دو تکیه‌گاهی. نقطه مشخص شده با ستاره شرایط اولیه را نشان می‌دهد.

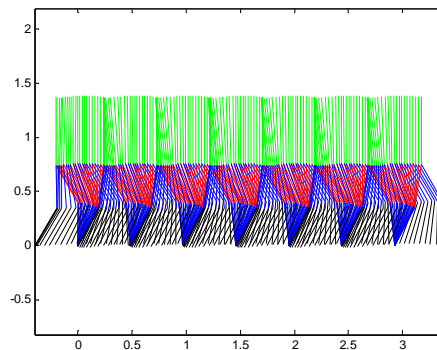


شکل ۱۲: اندازه طول گام برای راه رفتن عادی، اغتشاش رو به جلو و رو به عقب در فاز دو تکیه‌گاهی



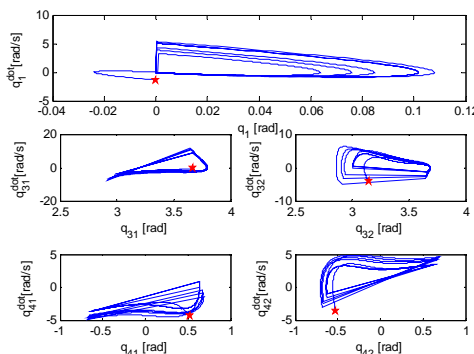
شکل ۱۳: سرعت افقی مفصل کمر برای راه رفتن عادی، اغتشاش رو به جلو و رو به عقب در فاز دو تکیه‌گاهی

اکنون فرض کنید ضربه‌ای برابر با  $(p_{ez} = 0, p_{ex} = 7Ns)$  در میانه گام چهارم از راه رفتن و در لحظه‌ای که ربات در فاز تک‌تکیه‌گاهی قرار دارد، وارد شود. در شکل (۱۴) نتایج صفحه فازی برای اغتشاش رو به جلو نشان داده شده است. در شکل (۱۵) هم نتایج صفحه فازی برای اغتشاش فوق‌این‌بار رو به عقب نشان داده شده است. برای مقایسه



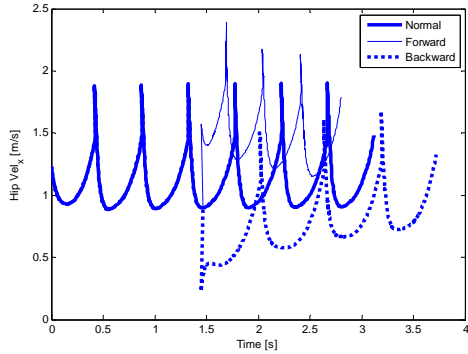
شکل ۹: نمودار چسبی اعضا ربات برای هفت گام از راه رفتن عادی

اکنون فرض کنید ضربه‌ای رو به جلو (هل دادن به جلو) با اندازه  $(p_{ez} = 0, p_{ex} = 2Ns)$  در گام سوم از راه رفتن و در لحظه‌ای که ربات در فاز دو تکیه‌گاهی قرار دارد وارد شود. در شکل (۱۰) رفتار مدل در صفحه فازی نشان داده شده است. در این شکل مشاهده می‌شود که مسیرها بعد از یک انحراف در اثر اغتشاش دوباره به یک چرخه حدی همگرا می‌شوند. در شکل (۱۱) نتایج برای اغتشاش مشابه حالت قبل اما در راستای رو به عقب نشان داده شده است. شکل (۱۱) هم همگرایی به چرخه حدی را نشان می‌دهد. مقایسه بین دو شکل حاکی از اختلاف اندازه تغییرات مسیرها به ویژه برای  $q_{32}$  و  $q_{31}$  است. برای مقایسه بهتر عکس‌العمل ربات به دو اغتشاش هم‌اندازه رو به جلو و رو به عقب، نمودارهای اندازه گام و همچنین سرعت افقی مفصل کمر در شکل‌های (۱۲) و (۱۳) آورده شده است. از شکل (۱۲) و (۱۳) واضح است که بعد از اغتشاش ضربه‌ای رو به عقب، طول گام برداری و سرعت راه رفتن کاهش می‌یابد در حالیکه برای اغتشاش رو به جلو عکس این روند اتفاق می‌افتد. همچنین از شکل (۱۳) واضح است که پس از اعمال اغتشاش، هم به جلو و هم به عقب، با برداشتن گامهای بیشتر، راه رفتن ربات به راه رفتن عادی قبل از وقوع اغتشاش همگرا می‌شود.



شکل ۱۰: نمودار صفحه فازی برای هفت گام از راه رفتن در برابر اغتشاش ضربه‌ای رو به جلو در فاز دو تکیه‌گاهی. نقطه مشخص شده با ستاره شرایط اولیه را نشان می‌دهد.





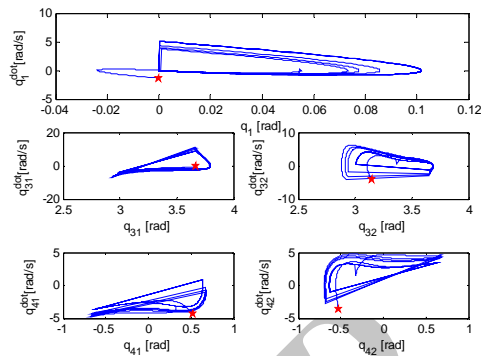
شکل ۱۷: سرعت افقی مفصل کمر برای راه رفتن عادی، اغتشاش رو به جلو و رو به عقب در فاز تک تک تکیه گاهی

مقایسه نتایج به دست آمده با عکس العمل های یک انسان در برابر اغتشاش ممکن است جالب باشد. متاسفانه در منابع داده های سینماتیکی و دینامیکی دقیقی در مورد عکس العمل های انسان در برابر اغتشاش ضربه ای به هنگام راه رفتن (نه در حالت ایستاده) وجود ندارد اما آزمایشهای تجربی بر روی راه رفتن در برابر اغتشاشات دیگری نظیر سکندری خوردن وجود دارد. بر اساس مرجع [۱۷]، استراتژی هایی که انسان در برابر راه رفتن مغشوش شده در فاز تک تکیه گاهی از خود نشان می دهد عبارتند از: افزایش طول گام<sup>۱</sup>، کوتاه کردن طول گام<sup>۲</sup>، و کوتاه کردن با تاخیر طول گام<sup>۳</sup>. در استراتژی سوم ابتدا انسان سعی می کند طول گام را افزایش دهد اما به سرعت تصمیم خود را عوض می کند و آن را کاهش می دهد. واکنشهای انسان متأثر از عوامل روانی (مانند ترس از افتادن)، عصبی (مانند تاخیر در پاسخ عضلات) و محدودیت های مکانیکی (مانند محدوده حرکت مفاصل) است. برای ربات فقط محدودیت های مکانیکی معنا و مفهوم دارد. نتایج پژوهش حاضر به وضوح نشان داد که روش کنترل به کار برده شده می تواند استراتژی افزایش طول گام در برابر اغتشاش رو به جلو و استراتژی کوتاه کردن طول گام در اغتشاش رو به عقب را هم در فاز تک تکیه گاهی و هم دو تکیه گاهی برای مدل تولید کند. این روش به شکل فعلی خود از تولید استراتژی کوتاه کردن با تاخیر طول گام عاجز است. همچنین از نتایج مشاهده شد که مشابه انسان، چندین گام برای بازیابی تعادل در برابر اغتشاش لازم است.

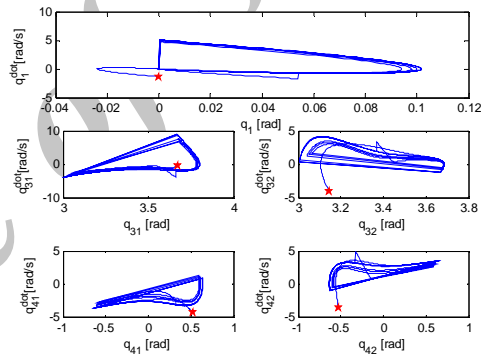
## ۵- نتیجه گیری

در این مقاله تلاش شد یک روش کنترل برای بازیابی تعادل ربات راه رونده ناقص عملگر بعد از اغتشاش ضربه ای به کار برده شود. این روش مبتنی بر تعیین قیود هولونومیک برای سیستم است که یک کنترل کننده پسخورد بر پایه پیشامد این قیدهای حرکتی را برآورده می سازد. مدل ربات ترکیبی (گسسته- پیوسته) در نظر گرفته شده است که با وقوع

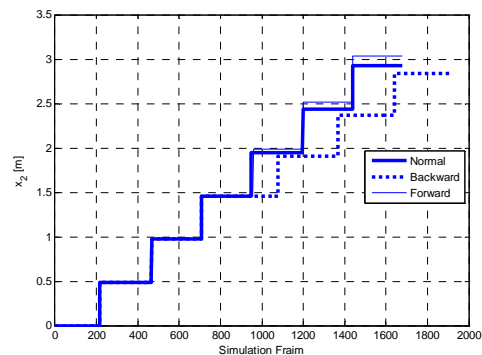
بیشتر دو الگوی متفاوت عکس العمل نمودارهای اندازه طول گام و سرعت افقی کمر در شکل های (۱۶) و (۱۷) آورده شده است.



شکل ۱۴: نمودار صفحه فازی برای هفت گام از راه رفتن در برابر اغتشاش ضربه ای رو به جلو در فاز تک تکیه گاهی. نقطه مشخص شده با ستاره شرایط اولیه را نشان می دهد.



شکل ۱۵: نمودار صفحه فازی برای هفت گام از راه رفتن در برابر اغتشاش ضربه ای رو به جلو در فاز تک تکیه گاهی. نقطه مشخص شده با ستاره شرایط اولیه را نشان می دهد.



شکل ۱۶: طول گام برداری برای راه رفتن عادی، اغتشاش رو به جلو و رو به عقب در فاز تک تکیه گاهی

<sup>1</sup> Elevating strategy

<sup>2</sup> Lowering Strategy

<sup>3</sup> Delayed Lowering Strategy

- [8] D. E. Hobbelen and M. Wisse, "A Disturbance rejection measure for limit cycle walkers: The gait sensitivity norm," *IEEE Transactions on Robotics*, vol. 23, no. 6, pp. 1213-1224, 2007.
- [9] B. Miripour Fard, A. Bagheri and N. Nariman-zadeh, "Limit cycle walker push recovery based on a receding horizon control scheme," *Proc IMechE Part I: J Systems and Control Engineering*, vol. 226, no. 7, pp. 914-926, 2012.
- [10] M. S. Branicky, V. S. Borkar and S. M. Mitter, "A unified framework for hybrid control: Model and optimal theory," *IEEE Transactions on Automatic control*, vol. 43, no. 1, pp. 31-45, 1998.
- [11] M. Alamir, *Stabilization of nonlinear systems using receding-horizon control schemes: a parameterized approach for fast systems*, London: Springer-Verlag, 2006.
- [12] M. W. Spong, S. Hutchinson and M. Vidyasagar, *Robot Modeling and Control*, New York: John Wiley and Sons, 2006.
- [13] Y. Hurmuzlu and D. B. Marghitu, "Rigid body collisions of planar kinematic chains with multiple contact points," *Int. J. Rob. Research*, vol. 13, no. 1, p. 82-92, 1994.
- [14] X. Mu and Q. Wu, "On impact dynamics and contact events for biped robots via impact effects," *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics-Part B: Cybernetics*, vol. 36, no. 6, pp. 1364-1372, 2006.
- [15] S. P. Bhat and D. S. Bernstein, "Continuous finite-time stabilization of the translational and rotational double integrators," *IEEE Trans. Autom. Control*, vol. 43, no. 5, pp. 678-682, 1998.
- [16] J. W. Grizzle, E. R. Westervelt and G. Abba, "Stable walking of a 7-DOF biped robot," *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, vol. 19, no. 4, pp. 653-668, 2003.
- [17] A. F. Cordero, H. J. Koopman and F. C. Helm, "Mechanical model of the recovery from stumbling," *Biological Cybernetics*, vol. 91, pp. 212-220, 2004.
- پیشامدها این مدلها تعویض می‌شوند. پس از وقوع پیشامد (برخورد پاها با زمین و یا اغتشاش ضربه‌ای) با استفاده از نگاهشهای به دست آمده، حالت‌های قبل و پس از پیشامد به هم ارتباط داده می‌شود. با انجام شبیه‌سازی‌های متعدد توانایی روش در بازیابی تعادل در برابر اغتشاشات ضربه‌ای نشان داده شده است. نتایج همچنین نشان داد که توانایی مدل در بازیابی اغتشاشات بزرگتر در فاز تک تکیه‌گاهی بیشتر از فاز دو تکیه‌گاهی است. مقایسه کیفی نتایج به دست آمده با عکس‌العمل‌های انسان، بیانگر این واقعیت است که این مدل از رباتها در اجرای حرکاتی مشابه انسان کارآمد هستند. روشن است که افزودن توانایی‌هایی نظیر شبکه‌های عصبی (یادگیری) به روش کنترل بررسی شده در این پژوهش می‌تواند کمک کند تا ربات‌هایی توسعه یابند که توانایی‌هایی نظیر انسان در حس کردن، فکر کردن و عمل کردن برای دفع اغتشاش دارند.

### مراجع

- [1] B. Stephens, *Push Recovery control for force-controlled humanoid robots*, PhD thesis, Carnegie Mellon University, USA, 2011.
- [2] D. E. Hobbelen and M. Wisse, "Limit Cycle Walking," in *Humanoid Robots, Human-like Machines*, In-Tech Education and Publishing, 2007, pp. 277-294.
- [3] T. McGeer, "Passive dynamic walking," *Int. J. Robot. Res.*, vol. 9, no. 2, pp. 62-82, 1990.
- [4] S. H. Collins, A. Ruina, R. Tedrake and e. al., "Efficient bipedal robots based on passive-dynamic walkers," *Science*, vol. 307, no. 5712, pp. 1082-1085, 2005.
- [5] T. Takuma, K. Hosoda and M. Asada, "Walking stabilization of biped with pneumatic actuators against terrain changes," in *Proc. Int. Conf. Intell. Rob. Syst*, 2005.
- [6] R. Q. Linde, "Passive bipedal walking with phasic muscle contraction," *Biol. Cybern.*, vol. 81, pp. 227-237, 1999.
- [7] M. Wisse and J. V. Frankenhuyzen, "Design and construction of Mike: A 2D autonomous biped based on passive dynamic walking," in *Proc. 2nd Int. Symp. Adapt. Motion Animals Mach*, Kyoto, Japan, 2003.