

طراحی کنترل کننده متمرکز برای حرکت وسایل نقلیه در یک کاروان با هدف دست یافتن به پایداری مقاوم رشته‌ای

بیژن معاونی^۱، مهرا ن موحدی^۲

^۱ استادیار، دانشکده مهندسی راه آهن، گروه راه آهن برقی و کنترل و علائم، دانشگاه علم و صنعت ایران، b_moaveni@iust.ac.ir

^۲ دانش آموخته کارشناسی ارشد مهندسی کنترل و علائم، دانشکده مهندسی راه آهن، دانشگاه علم و صنعت ایران، movahedi.57@gmail.com

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۹۳/۹/۲۳، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۹۴/۱/۱۹)

چکیده: استراتژی های پیشرفته کنترل ترافیک برآند تا علاوه بر در نظر گرفتن دینامیک کاملی از وسایل نقلیه، ایمنی سفر را با تضمین فاصله مطلوب بین وسایل نقلیه توسط کنترل کننده ارتقا بخشند. در این خصوص یکی از مسائلی که در کنترل خودکار سیستمهای کاروانی حائز اهمیت است، پایداری رشته ای می باشد. در این مقاله یک سیستم کنترل ترافیک متمرکز برای کاروانی از وسایل نقلیه مشابه در نظر گرفته شده و شرایط لازم برای وجود پایداری مقاوم رشته ای در قالب نامساوی های ماتریسی خطی استخراج گشته است و این شرایط در یک سناریوی حرکتی برای کاروانی از وسایل نقلیه، شبیه سازی شده و عملکرد موفق سیستم کنترل پیشنهادی، نشان داده شده است.

کلمات کلیدی: سیستم کنترل خودکار ترافیک، پایداری مقاوم، پایداری رشته ای، کاروانسازی.

Centralized Controller Design for the Moving Vehicles in a Platoon to Achieve the Robust String Stability

Bijan Moaveni, Mehran Movahedi

Abstract: Advanced traffic control strategies are designed to improve the safety issue, as well as these strategies consider the dynamic of vehicles in traffic system. One important issue in the field of automatic traffic control in platoons is the string stability. In this paper, a robust centralized traffic control system, for a platoon of the same vehicles based on the linear matrix inequalities (LMIs), is designed. This control system satisfies the robust stability and robust string stability conditions. Simulation results are presented to show the effectiveness of the control design methodology.

Keywords: Automatic traffic control system, robust stability, string stability, platooning.

۱- مقدمه

سرفاصله زمانی^۱ و همچنین کاهش مصرف انرژی بوده است. در بسیاری از مقالات به کاروانسازی^۲ که به مفهوم کنترل اتوماتیک یک رشته^۳ از وسایل نقلیه است که به دنبال یکدیگر حرکت می کنند، پرداخته شده است. حال هرچه بتوان در فاصله مشخص، تعداد بیشتری از وسایل نقلیه را

با افزایش روز افزون ترافیک ریلی و جاده ای و لزوم افزایش ظرفیت حمل و نقل و کاهش مصرف انرژی، رویکرد بسیاری از تحقیقات در دهه های اخیر معطوف به استراتژی هایی در جهت کاهش فاصله طولی بین وسایل نقلیه اعم از ریلی و جاده ای، جهت افزایش ظرفیت و کاهش

¹ Time headway

² platoon

³ string

سیستم کنترل خطی با دو انتگرال گیر در سیستم حلقه باز، داشته است. در [۲۱]، یک کنترل غیرخطی خودکار تطبیقی برای کاروانی از وسایل نقلیه مطرح شده و در پایان، پایداری رشته‌ای این نوع کنترل مورد بررسی قرار گرفته است. در [۲۲]، اغتشاشات انتشار یافته در طول کاروان مورد بررسی قرار گرفته و ناپایداری رشته‌ای در کنترل فاصله ثابت را ناشی از محدودیت انتگرال مکمل حساسیت دانسته است. در [۲۳]، کروز کنترل تطبیقی مشارکتی توصیف شده و کنترل کننده‌ای با این ویژگی پیشنهاد شده است و برای آن شرایط وجود پایداری رشته‌ای در حوزه فرکانس مورد بررسی قرار گرفته است. ولیکن موضوعی که در هیچ یک از تحقیقات ذکر شده در بالا راه حلی برای آن پیشنهاد نگشته است ارائه شرایط پایداری رشته‌ای در حضور نامعینی در مدل است. لذا، در این مقاله هدف ارائه شرایط پایداری مقاوم رشته‌ای برای یک کاروان از وسایل نقلی مشابه (قطار) است که در آنها مدل دقیق نبوده و دارای نامعینی کراندار می‌باشد.

به منظور طراحی سیستم کنترل برای یک کاروان از وسایل نقلیه لازم است دو مساله زیر به صورت هم‌زمان مورد بررسی قرار گیرند:

۱. هر وسیله نقلیه در کاروان به تنهایی پایدار باشد.
۲. کاروان پایدار رشته‌ای باشد.

در سیستم‌های کنترل ترافیک کاروانی، حرکت هر وسیله نقلیه مستقل از سایر وسایل نقلیه نیست و تحت تاثیر سایر وسایل قرار می‌گیرد. به عبارت دیگر، ما در سیستم‌های کنترل ترافیک کاروانی با یک سیستم متداخل روبرو هستیم که این امر طراحی سیستم کنترل را سخت می‌نماید. سیستم کنترل از طریق پردازش اطلاعات حرکتی وسایل نقلیه، به دنبال پایداری و بهبود عملکرد کاروان است. کنترل اتوماتیک وسایل نقلیه در یک کاروان مشتمل بر دو موضوع است:

۱. تنظیم سرعت وسیله بر اساس سرعت کاروان.
۲. تنظیم فاصله از پیش تعیین شده بین دو وسیله نقلیه برای دستیابی به ایمنی سفر و افزایش ظرفیت مسیر.

سیاست تنظیم فاصله بین وسایل نقلیه می‌تواند به صورت ثابت^۴ یا متغیر^۵ باشد. در سیاست فاصله ثابت، تنظیم فاصله بین وسایل نقلیه به سرعت آنها وابستگی ندارد، در حالی که در سیاست فاصله متغیر، تنظیم فاصله وابسته به سرعت وسیله نقلیه می‌باشد، یعنی با افزایش سرعت، فاصله بین دو وسیله می‌بایست بیشتر شود [۲۴].

پایداری رشته‌ای کاروانی از وسایل نقلیه که از سیاست فاصله متغیر استفاده می‌کنند، می‌تواند بدون نیاز به فیدبک اطلاعات یا فقط با انتقال اطلاعات موقعیت برآورده شود [۱۶]، [۱۷]. حال آنکه پایداری رشته‌ای در کاروانی که از سیاست فاصله ثابت پیروی می‌کند، وابسته به استراتژی فیدبک و اینکه چه نوع اطلاعاتی را چگونه فیدبک کند، می‌باشد. اگر در کاروانی با سیاست فاصله ثابت، فقط اطلاعات مربوط به خطای فاصله

قرار داد، می‌توان ظرفیت حمل و نقل را در آن فاصله افزایش داد. این موضوع مستلزم آن است که فاصله طولی بین وسیله‌های نقلیه کاهش یابد. البته باید شرایط وجود ایمنی که به طور ساده، وجود حداقل فاصله مطلوب بین وسایل نقلیه است، مورد توجه قرار گیرد. یکی از مسائلی که در این زمینه با آن مواجه هستیم، وجود نامعینی‌ها در مدل سیستم تحت کنترل می‌باشد. منبع حضور این نامعینی‌ها را می‌توان در تغییرات وزن وسایل نقلیه، ناشی از تغییر تعداد مسافران، تغییرات نیروهای مقاوم^۱ وارد بر وسیله، نامعینی‌های مربوط به مدل‌سازی موتور کشش و سیستم ارتباطات بین وسایل نقلیه دانست. مساله دوم، بحث پایداری رشته‌ای^۲ در کاروان می‌باشد. بدین مفهوم که اختلالی کوچک در فاصله مابین دو وسیله نقلیه نسبت به مقدار مطلوب، زمانی که در طول کاروان گسترش می‌یابد، نمی‌بایست تقویت گردد و باعث اختلالی نامتناهی در انتهای کاروان شود. ما در این مقاله به طراحی یک سیستم کنترل اتوماتیک ترافیک ریلی می‌پردازیم که علاوه بر مقاوم بودن کنترل کننده نسبت به نامعینی‌های موجود در مدل سیستم، بگونه‌ای طراحی شده است که تضمین می‌نماید، خطای فاصله طولی زمانی که در طول کاروان انتشار می‌یابد، تقویت نخواهد شد [۱-۶].

در طراحی سیستم اتوماتیک ترافیک، در [۷]، از استراتژی مرجع ثابت و یک کنترل کننده بهینه در طراحی استفاده شده است که در آن، ورودی هر وسیله به خطای فاصله و سرعت تمام وسایل نقلیه کاروان، وابسته بوده و از لحاظ عملی، به دلیل حجم اطلاعاتی که می‌بایست در تمام کاروان گسترش یابد، مخصوصاً زمانی که تعداد وسایل نقلیه زیاد باشد (حالت کاروان)، مشکل ساز است. نویسندگان [۸]، [۹]، [۱۰] با ترکیب روش‌های مرجع ثابت و مرجع متحرک، و لحاظ نمودن عوامل غیرخطی، توانسته‌اند روشی ترکیبی برای طراحی کنترل کننده اتوماتیک ترافیک ریلی ذکر نمایند. در [۱۱] سعی شده است با تعریف نوع فیدبک اطلاعات و استراتژی‌های مختلف، مشکل مربوط به حجم اطلاعات ارسالی که در بالا ذکر شد را محدود نمایند.

در عین حال در [۱۲] شرایط لازم برای طراحی کنترل کننده غیرخطی پایدار مقاوم (نه رشته‌ای) در حضور اغتشاشات توصیف شده در [۱۳] برای وسایل نقلیه مورد بررسی قرار گرفته است. نحوه تقویت خطای انتشار یافته در طول کاروان در ابتدا توسط [۱۴] و [۱۵] مطرح و عنوان پایداری رشته‌ای بر آن نهاده شده و در [۱۶] تعریف جامعی برای پایداری رشته‌ای مطرح گردید. در بحث پایداری یک کاروان، موضوع پایداری رشته‌ای مبحث مهمی است که در تمام سیاستهای کنترلی که برای یک کاروان مطرح می‌شود، باید مورد بررسی قرار گیرد و در تمام تحقیقات دهه‌های اخیر که در حوزه سیستم‌های حمل و نقل هوشمند^۳ انجام شده است، مورد بررسی قرار گرفته است. در [۱۸]، با قرار دادن محدودیت‌هایی برای سرفاصله زمانی، سعی در پایدار رشته‌ای نمودن،

¹ Drag force

² String stability

³ Intelligent transportation system

⁴ Constant spacing policy

⁵ Variable spacing policy

فضای حالت سیستم مربوط به یک کاروان از قطارها مطرح گردیده است و در قسمت ۳ با مدل‌سازی نامعینی‌های سیستم ناشی از عدم اطلاع دقیق از مقدار وزن، نیروهای مقاوم و... شرایط وجود کنترل‌کننده‌های پایدار مقاوم بررسی شده است و در بخش ۴ با مدل‌سازی خطای فاصله بین دو قطار و محاسبه تابع تبدیل انتشار خطای فاصله، شرایطی که برای وجود پایداری رشته‌ای لازم است، در قالب یک نامساوی ماتریس خطی مطرح شده است. در بخش ۵ با ترکیب شرایط وجود پایداری رشته‌ای و پایداری مقاوم الزاماتی که پارامترهای فیدبک در خصوص برقراری توامان پایداری رشته‌ای مقاوم و پایداری مقاوم، می‌بایست داشته باشند استخراج گردیده است. به منظور درک بهتر مطالب، در قسمت ۶ یک کنترل‌کننده پایدار مقاوم رشته‌ای طراحی و شبیه‌سازی شده است و نتایج شبیه‌سازی مورد تحلیل و بررسی قرار گرفته‌اند.

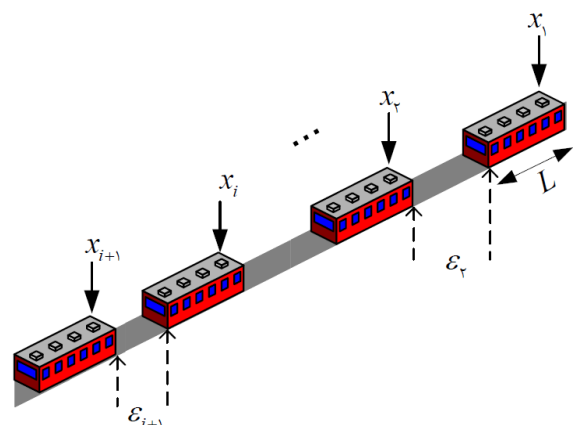
۲- مدل‌سازی دینامیک کاروانی از وسایل نقلیه

مشابه

معادلات حاکم بر وسایل نقلیه‌ای که در یک کاروان مطابق شکل ۱ در حال حرکت است، همانطور که در [۷]، [۱۳] و ... نیز مطرح شده، به صورت (۱) است. متغیرها و پارامترهای بکارگرفته شده در این معادلات در جدول ۱ معرفی گشته‌اند.

$$\begin{cases} x_{i+1} = x_i + L + \varepsilon_{i+1} \\ \zeta_{i+1} = \varepsilon_{i+1} - \Delta \\ \delta v_{i+1} = v_{i+1} - v_{drag} \\ \delta f_{i+1} = f_{i+1} - f_{drag} \\ \ddot{x}_{i+1} = \frac{f_{i+1} - f_{drag}}{M_{i+1}} \end{cases} \quad i = 1, 2, 3, \dots \quad (1)$$

با توجه به معادلات دینامیکی ارائه شده در (۱)، مدل فضای حالت توصیف کننده مدل دینامیکی کاروان برای یک وسیله نقلیه به صورت (۲) قابل بیان است.



شکل ۱: شمای کلی یک کاروان از وسایل نقلیه (قطارها)

وسيله جلویی فیدبک شود و در آن از مدل خطی که سیستم حلقه باز آن فقط شامل دو انتگرال گیر است، استفاده شده باشد، کاروان پایدار رشته‌ای نخواهد بود [۱۱]، [۱۶]. البته با تغییر سیاست تنظیم فاصله و کنترل غیرمتمرکز^۱ در این سیستم نیز می‌توان به پایداری رشته‌ای دست یافت [۱۸] یا با استفاده از کنترل‌کننده‌های غیرمتداول^۲، پایداری رشته‌ای را تضمین کرد [۱۹].

برخی از تحقیقات مانند [۲۰]، با مسئله پایداری رشته‌ای به صورت ناپایداری رشته‌ای برخورد نموده‌اند و شرایطی که باعث می‌شود کاروان، ناپایدار رشته‌ای نباشد را بررسی کرده‌اند. در [۱۳] نیز به نظر می‌رسد به مساله طراحی کنترل کننده پایدار مقاوم رشته‌ای پرداخته شده است ولیکن برخلاف ادعای نویسندگان آن، در آن مقاله به طراحی کنترل کننده متمرکز مقاوم و اینکه پارامترهای کنترلی می‌بایست دارای چه شرایطی باشند تا پایداری مقاوم تضمین گردد، پرداخته شده است. همچنین تنها نامعینی لحاظ شده در این مقاله مربوط به تداخل زیرسیستم‌ها در مدل کاروان بوده است و نامعینی‌هایی که در بالا به آنها اشاره شد، به هیچ عنوان مورد توجه قرار نگرفته‌اند.

در اینجا مروری نیز خواهیم داشت بر پروژه‌های فناوری محور در حوزه کنترل حرکت کاروانی وسایل نقلیه و بکارگیری عملی آنها در سیستم‌های واقعی ترافیک. از آن جمله، می‌توان به پروژه‌های مهمی همچون SARTRE در اروپا [۲۶-۲۵]، PATH در ایالات متحده [۲۸-۲۷] و KONVOI در آلمان [۲۵]، اشاره نمود. ولیکن متأسفانه از انجام پروژه‌های مشابه در کشور اطلاعی چندانی در دسترس نیست و به نظر می‌رسد با افزایش تقاضا برای حمل و نقل سریعتر، نیاز است که بحث‌هایی از این دست بیش از پیش پرداخته شود. البته هم اکنون با ورودی خوردوهای روز دنیا به کشور، ذهنیت‌هایی برای استفاده از امکانات کاروان‌سازی آنها وجود آمده است ولیکن لازم است زیرساخت‌هایی در حوزه‌های مختلف فراهم و ایجاد گردد. در حوزه حمل و نقل ریلی، نیز با توجه به نوع امکانات و استانداردهایی که در سال‌های اخیر برای تبادل اطلاعات ارائه شده است، همچون CBTC و GSM-R، عملیاتی نمودن انجام چنین پروژه‌هایی در مسیرهای فرکانس بالا (خطوط متروی سریع‌السیر) ممکن و لازم می‌نماید ولیکن تا کنون کاری صورت نگرفته است. لازم به ذکر است که هم اکنون بزرگترین چالشی که در خصوص پیاده‌سازی روش‌هایی مشابه آنچه در این مقاله به آن پرداخته شده است مطرح است و محققین و مهندسين با آن مواجه هستند و مورد توجه نیز قرار گرفته است، مساله انتقال اطلاعات است که مرجع [۲۹] به مرور راهکارها و پیشرفت‌های صورت گرفته در آن می‌پردازد.

در این مقاله ما بر یک کاروان از وسایل نقلیه مشابه متمرکز می‌شویم و شرایط وجود پایداری مقاوم و پایداری رشته‌ای را در قالب قضایایی بیان خواهیم کرد. در قسمت ۲ با در نظر گرفتن مدل‌های متعارف، مدل

¹ Decentralized control

² Non-identical controller

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} X_r \\ X_r \\ X_r \\ \vdots \\ X_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_r & \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ A_d & A_r & \cdot & \cdots & \cdot \\ \cdot & A_d & A_r & \cdots & \cdot \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \cdot & \cdot & \cdots & A_d & A_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_r \\ X_r \\ X_r \\ \vdots \\ X_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_r & \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ \cdot & B_r & \cdot & \cdots & \cdot \\ \cdot & \cdot & B_r & \cdots & \cdot \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \cdot & \cdot & \cdots & \cdot & B_n \end{bmatrix} U \quad (6)$$

۳- مدل سازی نامعینی و طراحی کنترل کننده

پایدار مقاوم

در بخش قبل معادلات دینامیکی ترافیک ارائه گردید. در این بخش ابتدا نامعینی مدل گردیده و سپس کنترل کننده مقاوم طراحی می‌گردد. به منظور مدل سازی نامعینی، معادله (۶) را می‌توان به صورت معادله (۷) بازنویسی نمود.

$$\dot{X} = (A_D + \Delta A) X + (B_D + \Delta B) U \quad (7)$$

که در آن A_D و B_D به ترتیب بخش‌های معین مدل و ΔA و ΔB به ترتیب بخش‌های نامعینی از ماتریس‌های A و B می‌باشند که به صورت ساختاریافته و جمع‌شونده مدل شده‌اند و جزئیات آنها در (۸) نشان داده شده است.

$$A_D = \begin{bmatrix} A_r & \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ \cdot & A_r & \cdot & \cdots & \cdot \\ \cdot & \cdot & A_r & \cdots & \cdot \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \cdot & \cdot & \cdots & A_r & A_n \end{bmatrix}, B_D = \begin{bmatrix} B_r & \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ \cdot & B_r & \cdot & \cdots & \cdot \\ \cdot & \cdot & B_r & \cdots & \cdot \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \cdot & \cdot & \cdots & \cdot & B_n \end{bmatrix}$$

$$\Delta A = \begin{bmatrix} \Delta A_r & \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ A_d & \Delta A_r & \cdot & \cdots & \cdot \\ \cdot & A_d & \Delta A_r & \cdots & \cdot \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \cdot & \cdot & \cdots & A_d & \Delta A_n \end{bmatrix}$$

$$\Delta B = \begin{bmatrix} \Delta B_r & \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ \cdot & \Delta B_r & \cdot & \cdots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \Delta B_r & \cdots & \cdot \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \cdot & \cdot & \cdots & \cdot & \Delta B_n \end{bmatrix}$$

$$\Delta A_i = \begin{bmatrix} \cdot & -1 & \cdot \\ \cdot & \cdot & 1 \\ \cdot & \cdot & \Delta \alpha_i \end{bmatrix} \quad i = 2, 3, \dots, n$$

$$\Delta B_i = \begin{bmatrix} \cdot \\ \cdot \\ \Delta M_i \end{bmatrix} \quad i = 2, 3, \dots, n$$

line

(

جدول ۱: متغیرهای بکار رفته در روابط (۱)

X_i	موقعیت ابتدای قطار i ام
L	طول قطار
Δ	فاصله مطلوب و ایمن بین دو قطار
ζ_{i+1}	انحراف از فاصله مطلوب بین قطار i ام و قطار $i+1$ ام
v_i	سرعت قطار i ام
v_d	سرعت مطلوب کاروان
δv_{i+1}	انحراف سرعت قطار $i+1$ ام از سرعت مطلوب
\ddot{x}_{i+1}	شتاب قطار $i+1$ ام
f_{drag}	نیروهای مقاوم
f_{i+1}	نیروی کششی (تراکشن)
M_{i+1}	جرم قطار

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \zeta_{i+1} = \delta v_i - \delta v_{i+1} \\ \frac{d}{dt} \delta v_{i+1} = \delta v_{i+1} \\ \frac{d}{dt} \delta v_{i+1} = -\frac{b + \gamma c v_d}{M_{i+1}} \delta v_{i+1} + \frac{1}{M_{i+1}} u_{i+1} \end{cases} \quad (2)$$

که در رابطه (۲)،

$$u_{i+1} = \dot{f}_{i+1} \quad (3)$$

اگر معادلات (۲) برای n وسیله نقلیه (قطار) بازنویسی گردد و با تعریف متغیر حالت به صورت (۴)

$$X_{i+1} = \begin{bmatrix} \zeta_{i+1} \\ \delta v_{i+1} \\ \delta \dot{v}_{i+1} \end{bmatrix} \quad i = 1, 2, 3, \dots, n-1 \quad (4)$$

و همچنین با تعریف متغیرها و ماتریس‌های زیر

$$\alpha_{i+1} = -\frac{b_{i+1} + \gamma c_{i+1} v_d}{M_{i+1}} \quad (5)$$

$$A_{i+1} = \begin{bmatrix} \cdot & -1 & \cdot \\ \cdot & \cdot & 1 \\ \cdot & \cdot & \alpha_{i+1} \end{bmatrix} \quad A_d = \begin{bmatrix} \cdot & 1 & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix} \quad B_{i+1} = \begin{bmatrix} \cdot \\ \cdot \\ \frac{1}{M_{i+1}} \end{bmatrix}$$

معادلات حالت حاکم بر کاروانی شامل n وسیله نقلیه (قطار)، به صورت (۶) قابل بیان می‌باشد. توجه گردد که در این سیستم فرض بر این است که وسیله نقلیه (قطار) اول (پیشرو) با سرعت مرجع در حال حرکت است و لذا انحراف از سرعت مطلوب آن صفر بوده و بدلیل اینکه پیش از خود وسیله نقلیه‌ای ندارد، انحراف از فاصله مطلوب برای آن قابل تعریف نخواهد بود. به همین دلیل در متغیرهای حالت، X_1 لحاظ نشده است.

مسأله: یافتن L و Y بطوریکه مقدار $\tau > 0$ مینیمم گردد و

$$\begin{bmatrix} YA_D^T + A_D Y + L^T B_D^T + B_D L & I & YH^T \\ I & -I & \cdot \\ HY & \cdot & -\tau I \end{bmatrix} \prec \cdot \quad (16)$$

که در آن Y ماتریس مثبت معین، $\tau = \frac{1}{\beta^2}$ و ضرایب فیدبک از رابطه $K_D = LY^{-1}$ بدست می‌آیند.



نامساوی ماتریسی خطی (۱۶) را می‌توان به صورت نامساوی (۱۵) نیز بازنویسی نمود.

$$YA_D^T + YK_D^T B_D^T + A_D Y + B_D K_D Y + \beta^2 YH^T HY + I \prec \cdot \quad (17)$$

۴- طراحی کنترل کننده با شرایط پایداری رشته‌ای

در [۱۶]، تعریف جامعی برای پایداری رشته‌ای به این صورت مطرح شده است که، اگر تعریف کنیم $\|\zeta_i\|_\infty = \sup_{t \geq 0} |\zeta_i(t)|$ و $\|\zeta_i(0)\|_\infty = \sup_i |\zeta_i(0)|$ که در آن ζ_i بیانگر خطای فاصله بین دو وسیله نقلیه باشد، پایدار رشته‌ای است هرگاه $\forall \varepsilon > 0, \exists \delta > 0$:

$$\|\zeta_i(0)\|_\infty < \delta \Rightarrow \|\zeta_i\|_\infty < \varepsilon \quad (18)$$

بدین معنی که یک اغتشاش محدود در انحراف از فاصله مطلوب یک وسیله، باعث اغتشاش نامحدود انحراف از فاصله مطلوب سایر وسایل نقلیه در طول کاروان نشود.

عنوان "slinky effect" که بر اساس نسبت تقویت قله خطای فاصله در دو وسیله نقلیه متوالی، در یک کاروان بیان شده و به صورت (۱۹) تعریف می‌شود، نیز نگاه ارزشمندی بر تعریف پایداری رشته‌ای است [۱۶].

$$SE = \frac{\|\zeta_{i+1}\|_\infty}{\|\zeta_i\|_\infty} \quad (19)$$

با تعریف $G(s)$ به عنوان نسبت انحراف فاصله مابین دو وسیله متوالی نسبت به انحراف فاصله دو وسیله نقلیه قبلی، و با استفاده از (۱)، رابطه (۱۸) برای $G(s)$ قابل بیان خواهد بود.

$$G(s) = \frac{\zeta_{i+1}}{\zeta_i} \quad (20)$$

آنگاه برای برقراری پایداری رشته‌ای [۱۶]، لازم است نامساوی (۲۱) برقرار باشد.

همانگونه که در رابطه (۸) نشان داده شده است، نامعینی‌های مدل شده در ΔA ، مدل کننده تداخل ما بین حرکت وسایل مختلف و نامعینی‌های ناشی از عدم مدل‌سازی دقیق نیروهای مقاوم بوده و نامعینی مدل شده در ΔB مدل کننده عدم اطلاع دقیق از وزن واگن‌ها، عدم اطلاع دقیق از شیب، فراز و مقدار قوس خط است. با توجه به رابطه (۸) و توضیحات ارائه شده، نامعینی‌های معرفی شده ماهیت کراندار داشته و همانگونه که پیشتر اشاره شد از دسته نامعینی‌های ساختار یافته می‌باشند.

از آنجایی که هدف طراحی یک کنترل کننده مقاوم مبتنی بر فیدبک حالت است، لذا

$$U = K_D X \quad (9)$$

که با توجه به فرم قطری بلوکی A_D و B_D ماتریس بهره حالت K_D نیز یک ماتریس قطری بلوکی به فرم (۱۰) است.

$$K_D = \text{diag}\{K_\tau, K_\tau, \dots, K_\tau\} \quad (10)$$

$$K_i = [k_\nu \quad k_\tau \quad k_\tau] = K$$

از این رو معادله (۷) را می‌توان به صورت زیر بازنویسی نمود.

$$\dot{X} = \hat{A}X + h(t, X) \quad (11)$$

که در آن

$$\hat{A} = A_D + B_D K_D \quad (12)$$

$$h(t, X) = (\Delta A + \Delta B \times K_D) X$$

پر واضح است که به منظور مدل‌سازی نامعینی کراندار لازم است تابع $h(t, X)$ در دامنه پیوستگی‌اش محدود بوده و در نامعادله مجذوری زیر صدق کند.

$$h^T(t, X)h(t, X) \leq \beta^2 X^T H^T H X \quad (13)$$

که در آن β پارامتر مرزی و H یک ماتریس ثابت می‌باشند که تعیین کننده حد بالای دامنه $h(t, X)$ می‌باشد. به عبارت دیگر رابطه (۱۳) بیان کننده کران بالای نامعینی است.

به سادگی می‌توان نشان داد که اگر حد بالای نامعینی برای ΔA و ΔB به صورت زیر باشد:

$$\|\Delta A\| \leq \bar{\delta}_A \quad (14)$$

$$\|\Delta B\| \leq \bar{\delta}_B$$

آنگاه مقادیر β و H می‌بایست بگونه‌ای انتخاب گردند که در رابطه (۱۵) صدق نمایند.

$$\bar{\delta}_A^2 + \bar{\delta}_B^2 + \tau K_D \bar{\delta}_A \bar{\delta}_B \leq \beta^2 \|H\|^2 \quad (15)$$

سیستم (۱۲) یک سیستم کنترل فیدبک با وجود نامعینی می‌باشد که با شرایط مطرح در [۱۳] سازگار است. بنابراین:

قضیه ۱ [۱۳]: سیستم (۱۱) با شرط (۱۳) پایدار مقاوم از درجه β است اگر مسأله زیر قابل حل باشد:

$$\zeta_{i+1}^{(r)} = \frac{1}{M}(u_i - u_{i+1}) + \alpha \zeta_{i+1}^{(r)} \quad \|G(s)\|_{\infty} < \gamma = 1 \quad (21)$$

$$\Rightarrow \zeta_{i+1}^{(r)} = \frac{1}{M} [k_1 \quad k_r \quad k_r] (X_i - X_{i+1}) + \alpha \zeta_{i+1}^{(r)} \quad (26)$$

$$\zeta_{i+1}^{(r)} = \frac{1}{M} [k_1 \quad k_r \quad k_r] \begin{bmatrix} \zeta_i - \zeta_{i+1} \\ \zeta_{i+1} \\ \zeta_{i+1} \end{bmatrix} + \alpha \zeta_{i+1}^{(r)}$$

$$\Rightarrow \zeta_{i+1}^{(r)} - (\alpha + \frac{k_1}{M}) \zeta_{i+1}^{(r)} - \frac{k_r}{M} \zeta_{i+1}^{(r)} + \frac{k_r}{M} \zeta_{i+1}^{(r)} = \frac{k_1}{M} \zeta_i$$

با گرفتن تبدیل لاپلاس از دو طرف تساوی، رابطه (27) حاصل می‌گردد.

$$\zeta_{i+1}(s) = \frac{\frac{k_1}{M}}{s^2 - (\alpha + \frac{k_1}{M})s^2 - \frac{k_r}{M}s + \frac{k_r}{M}} \zeta_i(s) \quad (27)$$

بنابراین، تابع تبدیل انتشار اغتشاشات $G(s)$ به صورت (28) خواهد بود.

$$G(s) = \frac{\zeta_{i+1}(s)}{\zeta_i(s)} = \frac{\frac{k_1}{M}}{s^2 - (\alpha + \frac{k_1}{M})s^2 - \frac{k_r}{M}s + \frac{k_r}{M}} \quad (28)$$

با توجه به تابع تبدیل (28)، به سادگی می‌توان به تحقق فضای حالتی به صورت (23) دست یافت. حال به منظور برآورده شدن شرایط پایداری رشته‌ای، (21)، می‌توان از برقراری شرایط قضیه بهره کوچک استفاده نمود. بر اساس قضیه بهره کوچک برقرار رابطه (21) معادل است با برقراری شرط پایداری مدل فضای حالت (23)، که بر اساس [30-31] *Bounded real lemma*، معادل است با وجود $P > 0$ بطوریکه برای $\gamma = 1$ در رابطه (29) صدق نماید.

$$A^T P + PA + PBB^T P + C^T C < 0 \quad (29)$$

به سادگی و به کمک *Schur Complement* [30-31]، نامساوی (29) را می‌توان به صورت نامساوی ماتریس خطی (22) بازنویسی نمود.



۵- طراحی سیستم کنترل با پایداری مقاوم و

رشته‌ای

در قسمتهای ۳ و ۴، دو قضیه مطرح گردید که یکی، شرایط سیستم برای وجود کنترل کننده پایدار مقاوم (۱۶) را مطرح کرده و دیگری شرایط وجود پایداری رشته‌ای (۲۲) را بیان می‌کند. حال برای دست‌یابی به یک کنترل کننده با پایداری مقاوم و پایداری رشته‌ای باید دو قضیه ذکر شده را به صورت توامان، برای یافتن بهره فیدبک حالت مورد بررسی قرار داد. در نامساوی (۲۹)، عناصر بردار بهره فیدبک حالت K_D در ماتریس‌های A و B رابطه (۲۳) مستتر بوده و برای محاسبه این ضرایب لازم است که K_D به صورت صریح در نامساوی، مشخص باشد. سپس با حل توامان دو نامعادله، ضرایب فیدبک K_D قابل محاسبه خواهد بود. در ادامه، ابتدا نحوه بازنویسی ماتریس‌های A و B برحسب ماتریس K_D بیان می‌گردد. به این منظور در کاروانی شامل n وسیله نقلیه (قطار) مشابه (یک قطارپیشرو و $n-1$ قطار که

اگر (A, B, C) نمایش فضای حالت حداقل مرتبه از تابع تبدیل $G(s)$ باشد، می‌توان قضیه زیر را برای برقراری شرایط پایداری رشته‌ای ارائه نمود.

قضیه ۲: سیستم ترافیک رشته‌ای با تابع تبدیل انتشار اغتشاشات به صورت (۲۰)، پایدار رشته‌ای است اگر ماتریس مقارن و مثبت معین P ($P > 0$) چنان وجود داشته باشد، بطوریکه نامساوی زیر برای $\gamma = 1$ برقرار گردد.

$$\begin{bmatrix} A^T P + PA & PB & C^T \\ B^T P & -\gamma I & 0 \\ C & 0 & -\gamma I \end{bmatrix} < 0 \quad (22)$$

که در آن

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -\frac{k_1}{M} & -\frac{k_r}{M} & \alpha + \frac{k_r}{M} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{k_1}{M} \end{bmatrix} \quad (23)$$

$$C = [1 \quad 0 \quad 0], \quad D = [0]$$

اثبات: برای دست‌یابی به پایداری رشته‌ای لازم است تابع تبدیل انتشار اغتشاشات ارائه شده در (۲۰) محاسبه گردد. بدین منظور با استفاده از (۱) می‌توان رابطی به صورت (۲۴) را ارائه نمود.

$$\begin{cases} \zeta_{i+1} = x_i - x_{i+1} - L \\ \dot{\zeta}_{i+1} = \dot{x}_i - \dot{x}_{i+1} = v_i - v_{i+1} \\ \ddot{\zeta}_{i+1} = \ddot{x}_i - \ddot{x}_{i+1} \end{cases} \quad (24)$$

با جایگذاری \ddot{x}_i و \ddot{x}_{i+1} از (۱) و فرض آنکه وسایل نقلیه (قطارها) مشابه هستند، خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \ddot{\zeta}_{i+1} &= \ddot{x}_i - \ddot{x}_{i+1} = \frac{f_i - (a + bv_i + cv_i^2)}{M} - \frac{f_{i+1} - (a + bv_{i+1} + cv_{i+1}^2)}{M} \\ \Rightarrow \zeta_{i+1}^{(r)} &= x_{i+1}^{(r)} - x_i^{(r)} = \frac{f_i - bv_i - \gamma cv_d v_i^2}{M} - \frac{f_{i+1} - bv_{i+1} - \gamma cv_d v_{i+1}^2}{M} \\ &= \frac{f_i}{M} - \frac{f_{i+1}}{M} + \alpha(v_i - v_{i+1}) = \frac{f_i}{M} - \frac{f_{i+1}}{M} + \alpha(\zeta_{i+1}^{(r)}) \end{aligned} \quad (25)$$

بنابراین با توجه به رابطه $u_{i+1} = \dot{f}_{i+1} = K_{i+1} X_{i+1}$ و در نظر گرفتن $K_{i+1} = [k_1 \quad k_r \quad k_r]$ و با فرض مشابه بودن وسایل نقلیه، داریم:

$$F^T P + PF + \frac{1}{M} W^T G^T K_D^T L Q^T P + \frac{1}{M} P Q L^T K_D G W \quad \text{ine} \\ + \frac{1}{M \tau} P N G^T K_D^T L L^T K_D G N^T P + C^T C < \cdot \quad (36)$$

با تعریف متغیر S به صورت

$$S = K_D Y \quad (37)$$

و همچنین تعریف متغیرهای X و Z به صورت (38)

$$Z = P Q L^T K_D G \quad (38)$$

$$X = P N G^T K_D^T L \quad (39)$$

و با توجه به اینکه ماتریس P ، ماتریس متقارن است می توان با ارائه قضیه ۳، شرایط و نحوه طراحی فیدبک حالت برای دست یافتن به پایداری مقاوم و پایداری رشته ای را مطرح نمود.

قضیه ۳: سیستم (۶)، با سیستم کنترل مبتنی بر فیدبک حالت به صورت (۹)، پایدار مقاوم و پایدار رشته‌ای از درجه β است، اگر ماتریس‌های متقارن مثبت معین Y, P و ماتریس‌های Z, S را بتوان یافت بطوریکه مقدار $\tau > 0$ مینیمم گردد و سه رابطه ماتریسی (۴۰) به صورت هم‌زمان برقرار باشد.

$$\begin{bmatrix} Y A_D^T + A_D Y + S^T B_D^T + B_D S & I & Y H^T \\ I & -I & \cdot \\ H Y & \cdot & -\tau I \end{bmatrix} < \cdot \quad (40) \\ \begin{bmatrix} F^T P + PF + \frac{1}{M} W^T Z^T + \frac{1}{M} Z W & \frac{1}{M} X & C^T \\ \frac{1}{M} X^T & -I & \cdot \\ C & \cdot & -I \end{bmatrix} < \cdot$$

$$Z = P Q L^T S Y^{-1} G$$

که در آن X از رابطه (۴۱) قابل محاسبه بوده

$$X = P N Z^T P^{-1} Q \quad (41)$$

$K_D = S Y^{-1}$ از رابطه حالت از فیدبک حالت است و ضرایب فیدبک محاسبه می‌شوند.

اثبات: با جایگزینی (۳۷) در (۳۵) و استفاده از *Schur Complement* بخش اول نامساوی ماتریس خطی (۴۰) بدست می‌آید. همچنین با جایگذاری (۳۸) در (۳۶)، رابطه ای به صورت (۴۲) خواهیم داشت.

$$F^T P + PF + \frac{1}{M} W^T G^T K_D^T L Q^T P + \frac{1}{M} P Q L^T K_D G W + \frac{1}{M \tau} P N G^T K_D^T L L^T K_D G N^T P + C^T C < \cdot \quad \text{ine} \\ \Rightarrow F^T P + PF + \frac{1}{M} W^T Z^T + \frac{1}{M} Z W + \frac{1}{M \tau} X X^T + C^T C < \cdot \quad (42)$$

پس از قطار پیشرو قرار دارند)، و با تعریف ماتریس های L و G به صورت (۳۰):

$$L_{(n-1) \times 1} = [0 \quad \dots \quad 0 \quad 1]^T \quad (30)$$

$$G_{\tau \times \tau(n-1)} = [0_{\tau \times \tau} \quad \dots \quad 0_{\tau \times \tau} \quad I_{\tau \times \tau}]^T$$

می‌توان رابطه (۳۱) را برای بهره فیدبک حالت بیان نمود.

$$K = L^T K_D G \quad (31)$$

که در آن ماتریس $K_{D_{(n-1) \times \tau(n-1)}}$ به صورت (۱۰) بوده و به دلیل تشابه قطارها، $K = K_i, i = 2, 3, \dots, n$ فرض شده است (رابطه (۱۰)). حال با تعریف ماتریس های F, Q, W و N به صورت (۳۲):

$$F = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \alpha \end{bmatrix}, \quad Q = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (32)$$

$$W = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad N = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

می‌توان ماتریس‌های A و B در رابطه (۲۳) را به صورت رابطه (۳۳) بازنویسی نمود.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -\frac{k_1}{M} & \frac{k_\tau}{M} & \alpha + \frac{k_\tau}{M} \end{bmatrix} = F + \frac{1}{M} Q K W \quad (33)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{k_1}{M} \end{bmatrix} = \frac{1}{M} N K^T$$

با جایگزینی K از رابطه (۳۱)، می‌توان رابطه (۳۳) را به صورت (۳۴) در آورد که ویژگی بارز آن عبارت است از اینکه ماتریس‌های A و B به صورت صریح از K_D بیان شده اند که در فرایند محاسبه بهره فیدبک حالت مورد استفاده قرار خواهد گرفت.

$$A = F + \frac{1}{M} Q L^T K_D G W \quad (34)$$

$$B = \frac{1}{M} N G^T K_D L$$

حال اگر ماتریس‌های A و B را در رابطه (۲۹) قرار دهیم، نامعادلات توأمان، برای یافتن یک سیستم پایدار مقاوم و پایدار رشته‌ای به صورت (۳۵) و (۳۶) حاصل می‌گردند.

$$Y A_D^T + A_D Y + Y K_D^T B_D^T + B_D K_D Y + \beta^2 Y H^T H Y + I < \cdot \quad (35)$$

$$f = a + bv + cv^2$$

$$a = ۸۶۲ / ۹۵۰۸$$

$$b = ۲۶۸ / ۶۵۹۲$$

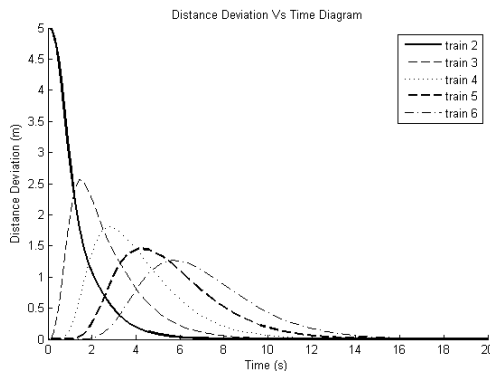
$$c = ۹ / ۸۲۸۱$$

$$A_i = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -۱۱/۰۲۹۷ \end{bmatrix} \quad B_i = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ ۰/۰۱۶۷ \end{bmatrix} \quad (۴۷)$$

$$i = ۲, ۳, \dots, n$$

سناریوی ۱: در این سناریو فرض بر آن است که قطارها با سرعت ۲۰ متر بر ثانیه در حال حرکت بوده و قطار دوم دارای انحراف از فاصله مطلوب ۵ متر می‌باشد. این کاروان بدون وجود نامعینی، برای برقراری پایداری رشته‌ای مقاوم و پایداری مقاوم تحلیل شده و ضرایب فیدبک به صورت $k_1 = ۶۴۹ / ۹۱۶۲$, $k_2 = -۹۴۳ / ۹۳۱۸$, $k_3 = ۳۹۰ / ۱۹۴۹$ بدست آمده است و نمودار انحراف از فاصله مطلوب، انحراف از سرعت مطلوب و شتاب قطارها در شکل‌های ۲ الی ۴ ترسیم شده‌اند. همانطور که در شکل ۲ دیده می‌شود، قطار دوم (اولین قطار بعد از قطار پیشرو) انحراف از فاصله مطلوب خود (۵متر) را به صفر رسانده است. برای این منظور با توجه به شکل ۳، سرعت خود را افزایش داده است، تا فاصله را جبران کند. از طرفی این افزایش سرعت در قطار دوم، باعث ایجاد انحراف از فاصله مطلوب در قطار سوم شده است. لذا قطار سوم نیز به نوبه خود، برای جبران انحراف از فاصله مطلوب، سرعتش را افزایش داده است و این مورد برای تمام قطارهای کاروان اتفاق افتاده است. با دقت در نمودار انحراف از فاصله مطلوب مشاهده می‌شود که این اغتشاش در انحراف از فاصله یک وسیله نقلیه در طول کاروان انتشار یافته و تا انتهای کاروان تضعیف شده است (پایداری رشته‌ای).

در شکل ۳ مشاهده می‌شود که سرعت قطارها، همانطور که گفته شد، افزایش می‌یابد ولی تمام قطارها باید سرعت خود را برابر سرعت کاروان (سرعت قطار پیشرو)، تنظیم نمایند. لذا شاهد کاهش سرعت و صفر شدن انحراف از سرعت مطلوب در قطارها می‌باشیم. در شکل ۴ شتاب وسایل نقلیه برای دست‌یابی به مانوری که توضیح داده شد، ترسیم شده است.



شکل ۲: نمودار انحراف از فاصله مطلوب مربوط به ۵ قطار پس از قطار پیشرو

نامساوی (۴۲) را به سادگی و به کمک *Schur Complement* به صورت بخش دوم نامساوی ماتریس خطی (۴۰) میتوان بازنویسی نمود. همچنین، ماتریس‌های مجهول نامساوی اول Y, P و ماتریس‌های مجهول نامساوی دوم Z, S هستند که لازم است در رابطه (۳۸) صدق نمایند. رابطه (۳۸) را با استفاده از (۳۷) می‌توان به صورت بخش سوم رابطه (۴۰) بازنویسی نمود.

در (۴۰) متغیر X نیز به عنوان پارمتری مجهول دیده میشود ولیکن با استفاده از (۳۸)، (۳۹) و (۳۲) و مثبت معین بودن ماتریس P ، می‌توان نشان داد که X وابسته به مقدار Z بوده و از رابطه (۴۱) قابل محاسبه خواهد بود. به این منظور با استفاده از رابطه (۳۸) داریم:

$$P^{-1}Z = QK \quad (۴۳)$$

همچنین می‌توان رابطه (۳۹) را به صورت زیر بازنویسی نمود:

$$P^{-1}X = NK^T \rightarrow X^T P^{-T} = KN^T \quad (۴۴)$$

با ضرب رابطه (۴۴) از سمت چپ در ماتریس Q و استفاده از (۴۳) خواهیم داشت:

$$QX^T = P^{-1}ZN^T P^T \rightarrow XQ^T = PNZ^T P^{-T} \quad (۴۵)$$

با توجه به تعریف ماتریس Q در رابطه (۳۲) و ضرب رابطه (۴۵) از سمت راست در ماتریس Q به سادگی خواهیم داشت:

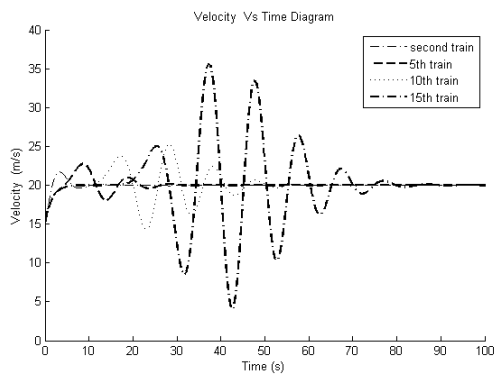
$$X = PNZ^T P^{-T} Q \quad (۴۶)$$

لذا برای برقراری پایداری مقاوم و پایداری مقاوم رشته‌ای لازم است روابط (۴۰) و (۴۱) هم‌زمان برقرار بوده و اگر $K_D = SY^{-1}$ یافت شود که در این معادلات صدق نماید، آنگاه، هم شرایط پایدار مقاوم و هم شرایط پایداری مقاوم رشته‌ای برقرار خواهد بود.

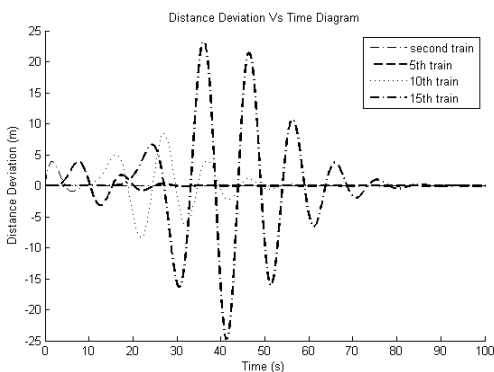
۶- نتایج شبیه‌سازی

در این بخش با انجام شبیه‌سازی نتایج ارائه شده در قضایای بالا مورد تحلیل و بررسی قرار می‌گردد. به این منظور با تعریف چند سناریو، به کمک نرم افزار MATLAB و جعبه ابزار YALMIP در حل نامساوی-های ماتریسی خطی مسأله (۴۰) را برای کاروانی از قطارها با وجود نامعینی و بدون آن حل عددی کرده و نتایج در شکل‌های ۲ الی ۱۳ آورده شده است. همچنین در تمامی سناریوها، هر قطار به صورت یک لکوموتیو، با جرم‌های مشابه و با مقدار برابر ۶۰ تن در نظر گرفته شده و نوع کنترل بر مبنای فیدبک حالت می‌باشد. همچنین بهره فیدبک حالت به صورت (۱۰) و با فرض $K = K_i = [k_1 \quad k_2 \quad k_3]$ در نظر گرفته شده است. در شبیه‌سازی‌ها مقادیر معین ماتریس‌های حالت و ضرایب نیروی مقاوم به صورت (۴۷) می‌باشند.

و نمودار مربوط به سرعت و انحراف از فاصله مطلوب در شکل های ۸ و ۹ ترسیم شده است.

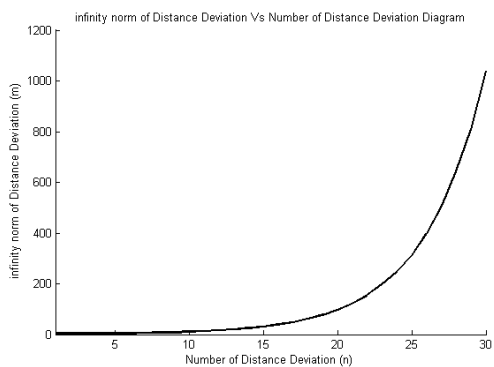


شکل ۵: نمودار سرعت-زمان مربوط به تعدادی قطار پس از قطار پیشرو



شکل ۶: نمودار انحراف از فاصله مطلوب مربوط به تعدادی قطار پس از قطار

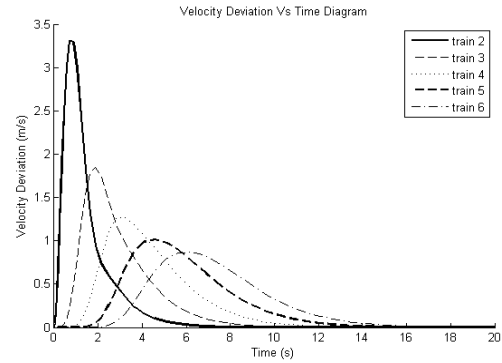
پیشرو



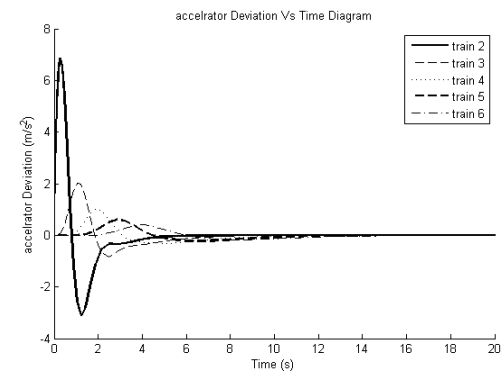
شکل ۷: نمودار نرم بینهایت انحراف از فاصله مطلوب، مربوط به تعدادی قطار

پس از قطار پیشرو

همانطور که در شکل های ۸ و ۹ مشاهده می شود، هر قطار پایدار است و سرعت خود را بر روی ۲۰ متر بر ثانیه تنظیم کرده و انحراف از فاصله مطلوب را به صفر می رساند، علاوه بر آن اغتشاش ایجاد شده در طول کاروان تضعیف شده است و لذا سیستم پایدار رشته ای است. این مورد به وضوح در شکل ۱۰، که بیانگر نرم بینهایت انحراف از فاصله مطلوب می باشد، قابل مشاهده است و با افزایش تعداد قطارها، انحراف از فاصله



شکل ۳: نمودار انحراف از سرعت مطلوب مربوط به ۵ قطار پس از قطار پیشرو



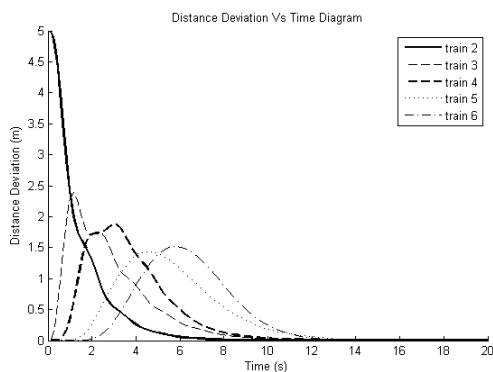
شکل ۴: نمودار شتاب-زمان مربوط به ۵ قطار پس از قطار پیشرو

سناریوی ۲: در این سناریو فرض بر آن است که کاروانی که در سناریوی قبل ذکر شد، با سرعت ۱۵ متر بر ثانیه در حال حرکت است و می‌خواهیم سرعت کاروان به ۲۰ متر بر ثانیه افزایش یابد. یعنی قطار پیشرو شروع به افزایش سرعت می‌کند و مابقی قطارها، نیز سرعت خود را با سرعت قطار مرجع تنظیم می‌کنند. در این حالت با استفاده از (۱۶) برای پایداری مقاوم و با در نظر گرفتن ضرایب فیدبک به صورت $k_1 = 4638/8$, $k_p = -5290/6$, $k_v = -7541/4$, $\beta = 0/25.2$ بطوریکه این ضرایب در مساله (۲۲) مربوط به شرط پایداری رشته‌ای، صدق نمی‌کند، نمودار مربوط به سرعت و انحراف از فاصله مطلوب در شکل‌های ۵ و ۶ ترسیم شده است. همانطور که در شکل‌های ۵ و ۶ مشاهده می‌شود، هر قطار پایدار است و سرعت خود را بر روی ۲۰ متر بر ثانیه تنظیم کرده و انحراف از فاصله مطلوب را به صفر می‌رساند، ولی با افزایش تعداد قطارها مشاهده می‌شود که دامنه نوسان در حال افزایش است بدین معنی که اغتشاش ایجاد شده در طول کاروان در حال تقویت است. این مورد به وضوح در شکل ۷ که بیانگر نرم بینهایت انحراف از فاصله مطلوب می‌باشد، قابل مشاهده است و با افزایش تعداد قطارها، قطارهایی که در انتهای کاروان قرار دارند، دچار مساله برخورد می‌گردند. لذا در این حالت مفهوم پایداری رشته ای برقرار نیست.

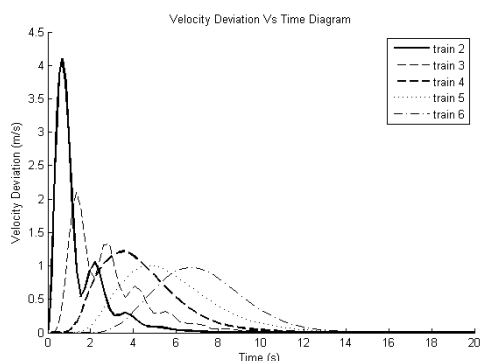
اکنون مساله (۱۶) را با همان پارامتر مرزی حل می‌کنیم با این تفاوت که شرایط پایداری رشته ای را لحاظ می‌نماییم یعنی ضرایب فیدبک باید در شرایط رابطه (۴۰) صدق نمایند. ضرایب فیدبک حالت بصورت $k_1 = 3863/6$, $k_p = -4835/2$, $k_v = 441/2$, $\beta = 0/23.56$

$$\Delta h = \Delta A + \Delta B \times K_D \quad (48)$$

که در آن ΔA و ΔB نامعینی‌های موجود در ماتریس‌های A_D و B_D در رابطه (۸) می‌باشد. برای شبیه سازی این سناریو، کنترل کننده پایدار مقاوم رشته‌ای با ضرایب فیدبک حالت به صورت $k_1 = 649/9162, k_2 = -943/9318, k_3 = 390/1949, \beta = 0/5513$ و نامعینی به صورت $\|\Delta h\|_{\infty} \leq 15/3376$ در نظر گرفته شده است و نمودار انحراف از فاصله مطلوب، انحراف از سرعت مطلوب و شتاب قطارها در شکل‌های ۱۱ الی ۱۳ ترسیم شده‌اند. با توجه به نمودارهای ترسیم شده در شکل‌های ۱۱ الی ۱۳، مشخص است که انحراف از فاصله مطلوب انتشار یافته در طول کاروان، در حضور نامعینی نیز کاهش یافته است و انحراف از فاصله و سرعت مطلوب نیز به صفر تنظیم شده است. به عبارت دیگر در این شکل‌ها مشخص است که کاروان تحت کنترل، شرایط پایداری مقاوم و پایداری رشته‌ای مقاوم را در حضور نامعینی دارا می‌باشند.

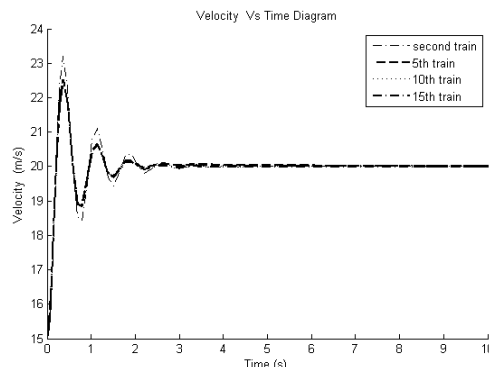


شکل ۱۱: نمودار انحراف از فاصله مطلوب مربوط به ۵ قطار پس از قطار پیشرو، در حضور نامعینی

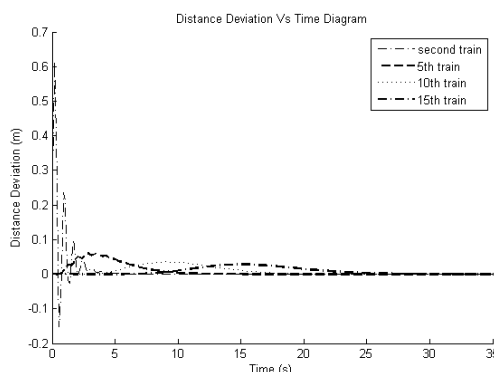


شکل ۱۲: نمودار انحراف از سرعت مطلوب مربوط به ۵ قطار پس از قطار پیشرو، در حضور نامعینی

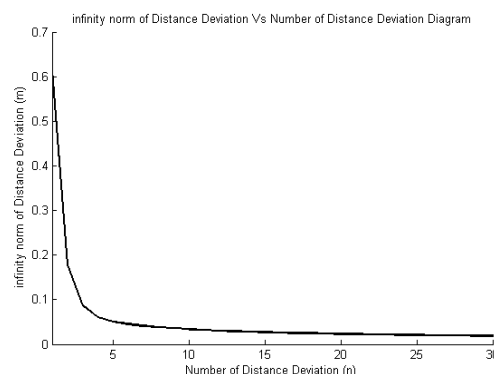
مطلوب در طول کاروان تقویت نشده است. با توجه به شکل‌های ۵ الی ۱۰، نمایان است که کنترل کننده‌ای با فیدبک حالت، که ضرایب فیدبک حالت آن از حل مساله (۴۰) بدست آید، نسبت به کنترل کننده‌ای که فقط پایدار مقاوم باشد، از نظر پایداری رشته‌ای عملکرد بهتری دارد.



شکل ۸: نمودار سرعت-زمان مربوط به تعدادی قطار پس از قطار پیشرو



شکل ۹: نمودار انحراف از فاصله مطلوب مربوط به تعدادی قطار پس از قطار پیشرو



شکل ۱۰: نمودار نرم بینهایت انحراف از فاصله مطلوب مربوط به تعدادی قطار پس از قطار پیشرو

سناریوی ۳: در این سناریو مانند سناریوی اول، فرض بر آن است که قطارها با سرعت ۲۰ متر بر ثانیه در حال حرکت بوده و قطار دوم دارای انحراف از فاصله مطلوب ۵ متر می‌باشد. در این حالت سیستم با وجود نامعینی به صورت زیر در نظر گرفته شده است.

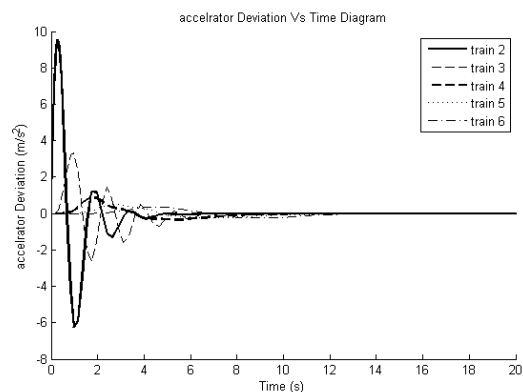
- [3] X. Liu, A. Goldsmith, S. S. Mahal and J. K. Hedrick, Effects of communication delay on string stability in vehicle platoons, in *Proceeding of IEEE Conf. on Int. Trans. Syst.* Oakland (CA) USA, pp. 625-630, 25-29 Aug 2001.
- [4] P. Jeroen, D. P. Shukla, N. Wouw, and H. Nijmeijer. "Controller synthesis for string stability of vehicle platoons." *IEEE Transactions Intelligent Transportation Systems*, Vol. 15, No. 2 pp. 854-865, 2014.
- [5] Morbidi, Fabio, Patrizio Colaneri, and Thomas Stanger. "Decentralized optimal control of a car platoon with guaranteed string stability." in *Proceeding of European Control Conference (ECC)*, pp. 3494-3499. IEEE, 2013.
- [6] Pan, Deng, and Yingping Zheng. "Velocity difference control based on dynamic tracking of safe following distance in the process of vehicle following." *Intelligent Transport Systems, IET*, Vol. 8, No. 3, pp. 232-243, 2014.
- [7] J. Levine and M. Athans "On the optimal error regulation of a string of moving vehicles", *IEEE Trans. Automat. Control*, vol. AC-11, no. 11, pp. 355-361, NOV. 1966

[۸] ب.معاونی، م.موحدی و ح.حسن آبادی "تحلیل، بررسی و مقایسه استراتژی‌های پیشرفته در کنترل اتوماتیک ترافیک" سیزدهمین همایش بین المللی حمل و نقل ریلی، تهران، ایران، آبان ۱۳۹۰

[۹] ب.معاونی، م.موحدی و ح.حسن آبادی "ارائه الگوریتمی هوشمند در کنترل اتوماتیک ترافیک قطارها" سومین کنفرانس بین المللی حوادث رانندگی و جاده‌ای، تهران، ایران اردیبهشت ماه ۱۳۹۱

[۱۰] ب.معاونی، م.موحدی و ح.حسن آبادی "کنترل اتوماتیک ترافیک ریلی بر مبنای تلفیق استراتژی های مرجع ثابت و متحرک" بیستمین کنفرانس بین المللی برق، تهران، ایران اردیبهشت ماه ۱۳۹۱

- [11] S. Sheikholeslam and C.A. Desoer "Longitudinal Control of a Platoon of Vehicles", *Proc. ACC, San Diego, CA*, Vol.1, pp. 291-297. 1990
- [12] D. Siljack "Stability of large-scale systems under structural perturbations", *IEEE Transactions on Syst. Man and Cybern*, Vol. SMC-2, pp. 657-663. 1972
- [13] L. Wu , X. Chen , Y. Jing and W. Wang "Robust String Stability Analysis of Autonomous Intelligent Vehicles" In *International Conference on Control and Automation Budapest, Hungary*, Vol.2, pp. 807-811. 2005



شکل ۱۳: نمودار شتاب - زمان مربوط به ۵ قطار پس از قطار پیشرو در حضور نامعینی

۷- نتیجه گیری

در این مقاله، یک سیستم کنترل با ساختار متمرکز برای کاروانی از وسایل نقلیه مشابه مطرح گردید و شرایط وجود پایداری مقاوم رشته‌ای در قالب قضیه ای مطرح شد. لذا سیستمی که شرایط ذکر شده در قضیه را در طراحی مدنظر قرار دهد، در حضور نامعینی‌های موجود در وزن و نیروهای مقاوم، مقاوم بوده (پایداری مقاوم) و اغتشاشات انتشار یافته در طول کاروان، بدلیل وجود اغتشاش در فاصله بین دو وسیله نقلیه یا سرعت یک وسیله نقلیه، تقویت نخواهد شد (پایداری رشته‌ای). در نهایت این سیستم کنترلی برای کاروانی از قطارها شبیه‌سازی شد و مشاهده گردید که در حضور نامعینی، انحراف از فاصله و سرعت مطلوب به صفر تنظیم گردیده و اغتشاش ایجاد شده در انحراف از فاصله، در طول کاروان تضعیف شده است، که این امر بیانگر عملکرد مقاوم سیستم کنترل از دیدگاه پایداری و پایداری رشته‌ای می‌باشد.

نکته مهمی که لازم است مدنظر باشد، این است که طراحی کنترل کننده متمرکز و حجم پردازش داده‌ای که لازم است در این ساختار انجام پذیرد، پیاده‌سازی کنترل کننده پیشنهادی در این مقاله را با چالش مواجه می‌نماید. لذا، در انجام تحقیقات آینده در این حوزه، لازم می‌نماید که به طراحی کنترل کننده‌های غیرمتمرکز و یا کنترل کننده های مبتنی بر فیدبک خروجی که برآورده کننده شرایط پایداری رشته‌ای مقاوم نیز باشند و در پیاده سازی آنها نیازی به فیدبک تمامی اطلاعات نباشد، توجه بیشتری گردد.

مراجع

- [1] X. Lingyun, and F. Gao. "Practical string stability of platoon of adaptive cruise control vehicles." *IEEE Transactions Intelligent Transportation Systems*, Vol. 12, No. 4, pp. 1184-1194, 2011.
- [2] D. Swaroop, J. K. Hedrick, "String Stability of Interconnected Systems", *IEEE Trans. Automat. Contr.*, Vol. 41, No. 3, pp. 349-356, 1996.

- [22] P. Seiler, A. Pant and K. Hedrick "Disturbance Propagation in Vehicle Strings", *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 49, No.10, pp 1835–1841. 2004
- [23] G. J. L. Naus, R. P. A. Vugts, J. Ploeg and M. Steinbuch "String-Stable CACC Design and Experimental Validation: A Frequency-Domain Approach", *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, Vol. 59, No. 9, 2010.
- [24] P. A. Ioannou and C. C. Chien "Autonomous Intelligent Cruise Control", *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, Vol. 42, No. 4, pp. 657-672. 1993.
- [25] Bergenhem, Carl, et al. "Challenges of platooning on public motorways." *17th world congress on intelligent transport systems*. pp. 1-12. 2010.
- [26] Chan, Eric, et al. "Cooperative control of SARTRE automated platoon vehicles." *19th ITS World Congress, Vienna, Austria*. pp. 22-26. 2012.
- [27] Shladover, S. E. *Recent International Activity in Cooperative Vehicle-Highway Automation Systems*. No. FHWA-HRT-12-033. 2012.
- [28] Shladover, Steven E. "PATH at 20--History and Major Milestones." *IEEE Transactions on intelligent transportation systems*, Vol. 8, No. 4, pp. 584-592. 2007.
- [29] Hobert, L. H. X. "A study on platoon formations and reliable communication in vehicle platoons." MSc Thesis, University of Twente, Netherlands, 2012.
- [30] Gahinet, Pascal, and Pierre Apkarian. "A linear matrix inequality approach to H_∞ control." *International journal of robust and nonlinear control*, Vol.4, No.4, pp 421-448, 1994.
- [31] El Ghaoui, L., & Niculescu, S. I. (Eds.), *Advances in linear matrix inequality methods in control*. Siam, 2000.
- [14] L. Peppard and V. Gourishankar "Optimal Control of a String of Moving Vehicles", *IEEE Transaction on Automatic Control*, Vol. 15, No.3, pp 386-387. 1970
- [15] K.C. Chu "Decentralized Control of high speed vehicle strings", *Transportation, Research*, pp 361-383. June 1974
- [16] D. Swaroop "String stability of interconnected systems: An application to platooning in automated highway systems", *Ph.D. dissertation, Dept. of Mechanical Engineering, Univ. of California, Berkeley*, Dec. 1994
- [17] P. Ioannou and C. C. Chien "Autonomous intelligent cruise control", *IEEE Trans. Veh. Techno.*, Vol. 42, pp. 657–672, 1993
- [18] S. Klinge and R.H. Middleton "Time Headway Requirements for String Stability of Homogeneous Linear Unidirectionally Connected Systems" In *48th IEEE Conference on Decision and Control and 28th Chinese Control Conference Shanghai, P.R. China*, pp 1992-1997 .2009
- [19] M. E. Khatir and E. J. Davison "Decentralized Control of a Large Platoon of Vehicles Using Non-Identical Controllers" In *American Control Conference*. Vol. 3, pp 2769-2776. 2004
- [20] R. H. Middleton and J. H. Braslavsky "String Instability in Classes of Linear Time Invariant Formation Control with Limited Communication Range", *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 55, No.7, pp 1519–1530. 2010
- [21] F. H. Somda and H. Cormerais "Auto-adaptive and string stable strategy for intelligent cruise control", *IET Intelligent Transport Systems*, Vol. 5, No.3, pp 168–174. 2011