

## طراحی و آنالیز پایداری سیستم‌های کنترل مبتنی بر مدل فازی T-S نوع-۲- فاصله‌ای با رویکرد تابع لیاپانوف فازی و جبران‌سازی توزیع شده غیرموازی

آرمان خانی<sup>۱</sup>، سحرانه قائمی<sup>۲</sup>، محمد علی بادامچی زاده<sup>۳</sup>

<sup>۱</sup>فارغ‌التحصیل کارشناسی ارشد مهندسی برق، دانشگاه تبریز، a.khani90@ms.tabrizu.ac.ir

<sup>۲</sup>استادیار، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه تبریز، ghaemi@tabrizu.ac.ir

<sup>۳</sup>دانشیار، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه تبریز، mbadamchi@tabrizu.ac.ir

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۹۳/۱۰/۱۱، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۹۴/۲/۵)

**چکیده:** در این مقاله آنالیز پایداری کنترل‌کننده‌های فازی نوع-۲ مدل T-S برای سیستم‌های غیرخطی همراه با پارامترهای نامعین ارائه می‌شود. مدل فازی T-S بر مبنای مجموعه‌های فازی نوع-۲ فاصله‌ای برای مدل‌سازی دینامیک سیستم غیرخطی اعمال می‌شود. پارامترهای نامعین توسط توابع عضویت مجموعه‌های فازی نوع-۲ فاصله‌ای با تعریف توابع عضویت بالا و پایین مشخص می‌شود. برای کنترل‌کننده فازی نوع-۲ فاصله‌ای توابع عضویت و تعداد قانون‌های فازی کنترل‌کننده به صورت دلخواه به نحوی انتخاب می‌شوند که با مدل فازی T-S سیستم متفاوت باشد این روش به نام روش جبران‌سازی توزیع شده غیرموازی (Non-PDC) معروف می‌باشد. برای آنالیز پایداری، یک تابع لیاپانوف فازی در نظر گرفته می‌شود این امر سبب می‌شود شرایط پایداری به صورت نامساوی‌های ماتریسی خطی (LMI) بدست می‌آید.

**کلمات کلیدی:** مدل T-S فازی نوع-۲ فاصله‌ای، آنالیز پایداری، تابع لیاپانوف فازی، نامساوی‌های ماتریسی خطی (LMI)

### Stability Analysis and Controller Design for Interval Type-2 T-S Fuzzy Systems under Non-parallel Distributed Compensation and Fuzzy Lyapunov Function Approach

Arman Khani, Sehraneh Ghaemi, Mohammad Ali Badamchizadeh

**Abstract:** In this paper, we investigate the design method for interval type-2 (IT2) fuzzy controller for nonlinear systems along with uncertainty parameters. In order to analyze the stability and synthesis the control methods conveniently, an IT2 T-S fuzzy model is applied through representing the dynamic of nonlinear systems. Uncertainty parameters are captured by IT2 membership function characterized by the lower and upper membership functions. In this paper, for IT2 fuzzy controller, the membership functions and number of rules can be freely chosen different from the IT2 T-S fuzzy model. This method is known Non-Parallel Distributed Compensation. To reduce the conservativeness of stability analysis, a fuzzy Lyapunov function candidate is applied. The stability conditions in term of linear matrix inequalities (LMI) are obtained.

**Keywords:** Interval type-2 T-S fuzzy model, Stability analysis, Fuzzy Lyapunov function, Linear matrix inequalities (LMI)

۱- مقدمه

در سال‌های اخیر کنترل‌کننده‌های فازی مدل T-S<sup>۱</sup> بر مبنای مجموعه‌های فازی نوع-۱ توجه محققان زیادی را به خود جلب کرده‌اند. تئوری پایداری لیاپانوف و جبران‌سازی توزیع شده موازی (PDC<sup>۲</sup>) رایج‌ترین روش برای طراحی و آنالیز پایداری سیستم‌های کنترل مدل T-S بر مبنای مجموعه‌های فازی نوع-۱ می‌باشند، بطوریکه برای هر زیرسیستم خطی یک کنترل‌کننده بصورت جداگانه طراحی می‌شود که در آن شرط پایداری بصورت مجموعه‌ای از نامساوی‌های ماتریسی خطی (LMI<sup>۳</sup>) بدست می‌آید [۷-۱]. در روش‌های ارائه شده برای تمامی زیرسیستم‌های خطی مدل شده بصورت T-S یک تابع لیاپانوف عمومی برای آنالیز پایداری در نظر گرفته شده است. پیدا کردن تابع لیاپانوف عمومی برای تمام زیرسیستم‌های خطی ممکن است محدودیتی بر روی آنالیز پایداری بوجود آورد. به منظور کاهش محدودیت بر روی آنالیز پایداری اخیراً توابع لیاپانوف متعددی مانند تابع لیاپانوف فازی در نظر گرفته شده است که باعث افزایش انعطاف پذیری امر طراحی شده است [۲].

به منظور در نظر گرفتن تابع لیاپانوف که به شکل توابع عضویت بستگی داشته باشد، تابع لیاپانوف فازی بر اساس مجموعه‌های فازی نوع-۲ و [۲-۷] در نظر گرفته شده است. اخیراً مجموعه‌های فازی نوع-۲ به منظور مدل کردن نامعینی در مقالات ارائه شده است [۸]. نامعینی در پارامترهای سیستم به خوبی در توابع عضویت مجموعه‌های فازی نوع-۲ قابل مشاهده می‌باشد [۸]. کاربردهای مختلفی از جمله در کنترل سیستم‌های غیرخطی نامعین بر مبنای مجموعه‌های فازی نوع-۲ در مقالات مشاهده می‌شود [۸]. اخیراً بعضی تحقیقات بر روی کنترل سیستم‌های غیرخطی بر مبنای مجموعه‌های فازی نوع-۲ و مدل کردن سیستم‌های غیرخطی نامعین با استفاده از مدل T-S انجام شده است. در [۸] روش مدل‌سازی سیستم‌های غیرخطی نامعین با استفاده از مجموعه‌های فازی نوع-۲ به طور مفصل ارائه شده است.

در مقاله حاضر ایده اصلی، طراحی کنترل‌کننده فازی بر اساس مدل T-S و مجموعه‌های فازی نوع-۲ فاصله‌ای بر اساس رویکرد جبران‌سازی توزیع شده غیر موازی (Non-PDC) و در نظر گرفتن تابع لیاپانوف فازی برای آنالیز پایداری می‌باشد که در آن لزوماً تعداد قانون‌های فازی مدل T-S سیستم با تعداد قانون‌های فازی مدل T-S کنترل‌کننده برابر نمی‌باشند بطوریکه می‌توان با در نظر گرفتن تعداد قانون‌های فازی کمتر برای کنترل‌کننده نسبت به مدل فازی سیستم و همچنین در نظر گرفتن توابع عضویت مناسب به کنترل‌کننده‌ای با ساختار ساده دست یافت. ویژگی بارز طراحی کنترل‌کننده با این روش سادگی ساختار کنترل‌کننده نسبت به رویکرد PDC و مقاوم بودن کنترل‌کننده در برابر نامعینی در

پارامترهای سیستم می‌باشد. همچنین در این مقاله توابع عضویت مدل فازی T-S سیستم غیرخطی لزوماً از قسمت‌های غیرخطی سیستم بدست نمی‌آیند، بطوریکه طرح می‌تواند با در نظر گرفتن توابع عضویت مناسب به وزن‌های فازی ساده‌ای دست یابد که محاسبه مشتق زمانی وزن‌های فازی که در آنالیز پایداری از آن استفاده می‌شود را آسان کند. در عین حال شرایط پایداری سیستم کنترل مبتنی بر مدل فازی T-S سیستم و کنترل‌کننده بصورت نامساوی‌های ماتریسی خطی (LMI) ارائه شده است.

در ادامه ابتدا در بخش ۲ مدل فازی T-S سیستم بر مبنای مجموعه‌های فازی نوع-۲ فاصله‌ای ارائه می‌شود. در بخش ۳ مدل T-S کنترل‌کننده بر مبنای مجموعه‌های فازی نوع-۲ فاصله‌ای بیان شده است. در بخش ۴ سیستم کنترل مبتنی بر مدل T-S سیستم، مدل T-S رولت‌گر و مدل T-S کنترل‌کننده ارائه می‌شود. در بخش ۵ آنالیز پایداری ارائه شده است. در بخش ۶ شبیه‌سازی و نهایتاً در بخش آخر نتیجه‌گیری بیان شده است.

۲- مدل فازی T-S سیستم بر مبنای مجموعه‌های فازی نوع-۲ فاصله‌ای [۸]

یک سیستم فازی مدل T-S بر مبنای مجموعه‌های فازی نوع-۲ با  $p$  قانون فازی و  $\psi$  ورودی بصورت زیر تعریف می‌شود.

$$\text{Rule } i : \text{ IF } f_1(x(t)) \text{ is } \tilde{M}_1^i \text{ and, } \dots, f_\psi(x(t)) \text{ is } \tilde{M}_\psi^i \\ \text{ THEN } \dot{x}(t) = A_i x(t) + B_i u(t) \quad i = 1, 2, \dots, p \quad (1)$$

که در آن  $\tilde{M}_\alpha^i$  یک مجموعه فازی نوع-۲ فاصله‌ای مربوط به قانون فازی  $i$ ام همراه با متغیر فازی  $f_\alpha(x(t))$  می‌باشد بطوریکه:  $\alpha = 1, 2, \dots, \psi, i = 1, 2, \dots, p$  همچنین

در آن  $B_i \in \mathbb{R}^{n \times m}, A_i \in \mathbb{R}^{n \times n}$  به ترتیب ماتریس حالت و ماتریس ورودی سیستم می‌باشند.  $x(t) \in \mathbb{R}^{n \times 1}$  بردار حالت‌های سیستم و  $u(t) \in \mathbb{R}^{m \times 1}$  سیگنال کنترلی می‌باشند. در مدل فازی T-S نوع-۲ برای هر قانون دو وزن بالا و پایین تعریف می‌شود که برای قانون  $i$ ام به صورت زیر می‌باشد:

$$[w_i^L(x(t)), w_i^U(x(t))] \quad , i = 1, 2, \dots, p \quad (2)$$

که در آن:

$$w_i^L(x(t)) = \mu_{M_1^i}(f_1(x(t))) \times \mu_{M_2^i}(f_2(x(t))) \times \dots \times \mu_{M_\psi^i}(f_\psi(x(t))) \geq 0 \quad (3)$$

$$w_i^U(x(t)) = \bar{\mu}_{M_1^i}(f_1(x(t))) \times \bar{\mu}_{M_2^i}(f_2(x(t))) \times \dots \times \bar{\mu}_{M_\psi^i}(f_\psi(x(t))) \geq 0$$

بطوریکه:

$$\mu_{M_\alpha^i}(f_\alpha(x(t))) \in [0, 1] \\ \bar{\mu}_{M_\alpha^i}(f_\alpha(x(t))) \in [0, 1] \quad (4)$$

<sup>1</sup> Takagi - Sugeno

<sup>2</sup> Parallel Distributed Compensation

<sup>3</sup> Linear Matrix Inequality

$$M_j(x(t)) = [\underline{m}_j(x(t)), \bar{m}_j(x(t))], \quad (10)$$

$$\underline{m}_j(x(t)) = \prod_{\alpha=1}^p \underline{\mu}_{\tilde{N}_\alpha^j}(g_\alpha x(t)) \geq 0 \quad (11)$$

$$\bar{m}_j(x(t)) = \prod_{\alpha=1}^p \bar{\mu}_{\tilde{N}_\alpha^j}(g_\alpha x(t)) \geq 0 \quad (12)$$

$$\bar{\mu}_{\tilde{N}_\alpha^j}(g_\alpha x(t)) \geq \underline{\mu}_{\tilde{N}_\alpha^j}(g_\alpha x(t)) \geq 0 \quad \forall j \quad (13)$$

که در آن  $\bar{m}_j(x(t))$ ،  $\underline{\mu}_{\tilde{N}_\alpha^j}(g_\alpha(x(t)))$ ،  $\bar{\mu}_{\tilde{N}_\alpha^j}(g_\alpha(x(t)))$  و  $\underline{m}_j(x(t))$  به ترتیب درجه عضویت بالای ورودی  $\alpha$ ، درجه عضویت پایین ورودی  $\alpha$ ، وزن بالا و وزن پایین مربوط به  $j$  امین قانون فازی می‌باشند [۱۰]. در روابط (۹) تا (۱۳) فرض بر این است تعداد این قوانین کمتر یا مساوی تعداد قوانین فازی مربوط به مدل فازی سیستم می‌باشد. در نهایت قانون کنترل کننده که بصورت فیدبک حالت می‌باشد بصورت رابطه زیر تعریف می‌شود:

$$u(t) = \sum_{j=1}^c \tilde{m}_j(x(t)) G_j x(t) \quad (14)$$

که در آن [۱۰]:

$$\tilde{m}_j(x(t)) = \frac{\beta_j(x(t)) \underline{m}_j(x(t)) + \bar{\beta}_j(x(t)) \bar{m}_j(x(t))}{\sum_{k=1}^c (\beta_k(x(t)) \underline{m}_k(x(t)) + \bar{\beta}_k(x(t)) \bar{m}_k(x(t)))} \geq 0, \quad (15)$$

$$\sum_{j=1}^c \tilde{m}_j(x(t)) = 1$$

که در آن  $\beta_j \in [0, 1]$ ،  $\bar{\beta}_j \in [0, 1]$  متغیرهای از پیش تعریف شده می‌باشند که در رابطه  $\beta_j(x(t)) + \bar{\beta}_j(x(t)) = 1$  صدق می‌کنند و معمولاً برابر 0.5 در نظر گرفته می‌شوند [۱۰].

#### ۴- سیستم کنترل مبتنی بر مدل T-S سیستم و مدل T-S کنترل کننده

با توجه به روابط (۷) و (۱۴) و در نظر گرفتن تساوی‌های زیر [۱۰]

$$\sum_{i=1}^p \tilde{w}_i(x(t)) = \sum_{j=1}^c \tilde{m}_j(x(t)) = \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^c \tilde{w}_i(x(t)) \tilde{m}_j(x(t)) = 1 \quad (16)$$

با ترکیب سیستم کنترل مبتنی بر مدل فازی T-S رابطه (۷) و کنترل کننده

رابطه (۱۴) سیستم حلقه بسته به صورت رابطه (۱۷) به دست می‌آید:

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^p \tilde{w}_i(x(t)) \left( A_i x(t) + B_i \sum_{j=1}^c \tilde{m}_j(x(t)) G_j x(t) \right) \\ = \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^c \tilde{w}_i(x(t)) \tilde{m}_j(x(t)) (A_i + B_i G_j) x(t) \quad (17)$$

که در آن هدف پیدا کردن بهره‌های فیدبک حالت  $G_j$  می‌باشد به گونه‌ای که سیستم (۱۷) پایدار شود.

که بترتیب درجه عضویت پایین و بالای توابع عضویت مربوطه می‌باشند. لذا رابطه زیر نیز صادق می‌باشد:

$$\bar{\mu}_{M_\alpha^i}(f_\alpha(x(t))) \geq \underline{\mu}_{M_\alpha^i}(f_\alpha(x(t))) \geq 0 \quad (5)$$

که منجر به نامساوی زیر می‌شود:

$$w_i^U(x(t)) \geq w_i^L(x(t)) \quad (6)$$

در نهایت مدل فازی T-S سیستم بصورت رابطه زیر بدست می‌آید:

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^p w_i^L(x(t)) v_i(x(t)) (A_i x(t) + B_i u(t)) \\ + \sum_{i=1}^p w_i^U(x(t)) \bar{v}_i(x(t)) (A_i x(t) + B_i u(t)) \\ = \sum_{i=1}^p \tilde{w}_i(x(t)) (A_i x(t) + B_i u(t)) \quad (7)$$

که در آن:

$$\tilde{w}_i(x(t)) = w_i^L(x(t)) v_i(x(t)) + w_i^U(x(t)) \bar{v}_i(x(t)) \in [0, 1] \quad (8)$$

بطوریکه:

$$\sum_{i=1}^p \tilde{w}_i(x(t)) = 1, v_i(x(t)) \in [0, 1], \bar{v}_i(x(t)) \in [0, 1]$$

که در آن  $v_i(x(t))$ ،  $\bar{v}_i(x(t))$  توابع غیرخطی هستند که معمولاً برابر 0.5 در نظر گرفته می‌شوند.

### ۳- مدل فازی T-S کنترل کننده بر مبنای مجموعه‌های فازی نوع-۲ فاصله‌ای

در این بخش کنترل کننده فازی نوع-۲ فاصله‌ای به منظور پایداری مدل فازی T-S بیان شده توسط رابطه (۷) ارائه می‌شود. قانون‌های فازی مربوط به کنترل کننده بصورت رابطه زیر می‌باشند این قوانین عمدتاً رویکرد جبران سازی توزیع شده غیر موازی را دارا می‌باشد مگر برای سیستم‌هایی که تعداد متغیرهای فازی آن به گونه‌ای باشد که رویکرد بصورت جبران‌سازی توزیع شده موازی باشد.

$$\text{Rule } j: \text{ IF } g_1(x(t)) \text{ is } \tilde{N}_1^j \text{ AND } \dots \text{ AND } g_\psi(x(t)) \text{ is } \tilde{N}_\psi^j \\ \text{ THEN } u(t) = G_j x(t) \quad (9)$$

بطوریکه  $G_j \in R^{m \times n}$ ،  $j = 1, 2, \dots, c$  بهره‌های فیدبک حالت می‌باشند که باید تعیین شوند  $\tilde{N}_\alpha^j$  مجموعه فازی نوع-۲ فاصله‌ای مربوط به  $j$  امین قانون فازی و متغیر فازی  $(g_\alpha(x(t)))$ ،  $\alpha = 1, 2, \dots, \psi$  می‌باشد. همچنین روابط زیر در نظر گرفته می‌شوند:

### ۵- آنالیز پایداری

$$\begin{aligned}
 &= \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^c \tilde{w}_i \tilde{m}_j (2x(t)^T P_{ij} \dot{x}(t) + \sum_{l=1}^p \dot{\tilde{w}}_l x(t)^T (P_{ij} + S_j)x(t) \\
 &+ \sum_{l=1}^c \dot{\tilde{m}}_l x(t)^T (P_{il} + Y_i)x(t)) \\
 &= \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^c \tilde{w}_i \tilde{m}_j (2x(t)^T P_{ij} x(t) + \sum_{l=1}^p \dot{\tilde{w}}_l x(t)^T (P_{ij} + S_j)x(t) \\
 &+ \sum_{l=1}^c \dot{\tilde{m}}_l x(t)^T (P_{il} + Y_i)x(t)) + 2[x(t)^T M + \lambda \dot{x}^T(t) M] \\
 &\times \left[ \dot{x}(t) - \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^c \tilde{w}_i \tilde{m}_j (A_i + B_i G_j)x(t) \right] \quad (22)
 \end{aligned}$$

با فرض:

$$P_{ij} + S_j > 0, P_{ij} + Y_i > 0, i = 1, 2, \dots, p, j = 1, 2, \dots, c$$

و در نظر گرفتن کران بالای  $\dot{\tilde{w}}_i$  و  $\dot{\tilde{m}}_j$  به صورت رابطه (۲۲):

$$|\dot{\tilde{w}}_i| \leq \sigma_i, |\dot{\tilde{m}}_j| \leq \phi_j \quad (23)$$

که در آن  $\sigma_i \geq 0$  و  $\phi_j \geq 0$  می‌باشند. با توجه به رابطه (۲۱) و (۲۲) می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned}
 \dot{V} &\leq \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^c \tilde{w}_i \tilde{m}_j (2x(t)^T P_{ij} \dot{x}(t) + \sum_{l=1}^p \sigma_l x(t)^T (P_{ij} + S_j)x(t) \\
 &+ \sum_{l=1}^c \phi_l x(t)^T (P_{il} + Y_i)x(t) + 2x(t)^T M \dot{x}(t) \\
 &- 2x(t)^T M (A_i + B_i G_j)x(t) + 2\lambda \dot{x}(t)^T M \dot{x}(t) \\
 &- 2\lambda \dot{x}(t)^T M (A_i + B_i G_j)x(t) \quad (24)
 \end{aligned}$$

با استفاده از ماتریس  $M$  تعریف شده در رابطه (۱۹) رابطه نامساوی بالا بصورت زیر بازنویسی می‌شود.

$$\begin{aligned}
 \dot{V}(t) &\leq \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^c \tilde{w}_i \tilde{m}_j (2x(t)^T M M^{-1} P_{ij} M^{-T} M^T \dot{x}(t) \\
 &+ \sum_{l=1}^p \sigma_l x(t)^T M M^{-1} (P_{ij} + D_j) M^{-T} M^T x(t) \\
 &+ \sum_{l=1}^c \phi_l x(t)^T M M^{-1} (P_{il} + F_i) M^{-T} M^T x(t) \\
 &+ 2x(t)^T M M^{-1} M M^{-T} M^T \dot{x}(t) \\
 &- 2x(t)^T M M^{-1} M (A_i + B_i G_j) M^{-T} M^T x(t) \\
 &+ 2\lambda \dot{x}(t)^T M M^{-1} M M^{-T} M^T \dot{x}(t) \\
 &- 2\lambda \dot{x}(t)^T M M^{-1} M (A_i + B_i G_j) M^{-T} M^T x(t)) \quad (25)
 \end{aligned}$$

در نهایت رابطه (۲۵) به صورت زیر بازنویسی می‌شود.

$$\begin{aligned}
 \dot{V}(t) &\leq \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^c \tilde{w}_i \tilde{m}_j (2(M^T x_a(t))^T M^{-1} P_{ij} M^{-T} (M^T \dot{x}_a(t)) \\
 &+ \sum_{l=1}^p \sigma_l (M^T x_a(t))^T M^{-1} (P_{ij} + S_j) M^{-T} (M^T x_a(t))
 \end{aligned}$$

در این قسمت از تابع لیاپانوف فازی زیر برای آنالیز پایداری استفاده می‌شود. (برای سادگی به جای  $\tilde{w}_i(x(t))$ ,  $\tilde{m}_j(x(t))$  از  $\tilde{w}_i$ ,  $\tilde{m}_j$  استفاده می‌شود):

$$V(t) = \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^c \tilde{w}_i \tilde{m}_j x(t)^T P_{ij} x(t) \quad (18)$$

به طوری که  $P_{ij} = P_{ij}^T > 0$ . با توجه به رابطه (۱۷) معادله (۱۹) بدست می‌آید.

$$\begin{aligned}
 &2[x(t)^T M + \lambda \dot{x}^T(t) M] \times \\
 &\left( \dot{x}(t) - \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^c \tilde{w}_i \tilde{m}_j (A_i + B_i G_j)x(t) \right) = 0 \quad (19)
 \end{aligned}$$

که در آن  $M \in \mathcal{R}^{n \times n}$  ماتریس کمکی در آنالیز پایداری و  $\lambda > 0$

یک عدد حقیقی می‌باشد که باید تعیین شود. همچنین با توجه به تساوی رابطه (۱۶) و در نظر گرفتن این که وزن‌های فازی در نظر گرفته شده توابعی پیوسته و مشتق پذیر نسبت به زمان و حالت‌های سیستم می‌باشند [۷-۲] می‌توان نوشت:

$$\sum_{i=1}^p \dot{\tilde{w}}_i = \sum_{j=1}^c \dot{\tilde{m}}_j = 0 \quad (20)$$

که در آن  $\dot{\tilde{w}}_i$ ,  $\dot{\tilde{m}}_j$  مشتق زمانی وزن‌های فازی  $\tilde{w}_i$ ,  $\tilde{m}_j$  می‌باشند. با تعریف ماتریس‌های  $S_j \in \mathcal{R}^{n \times n}$ ,  $Y_i \in \mathcal{R}^{n \times n}$  را می‌توان بصورت زیر نوشت:

$$\begin{aligned}
 \sum_{l=1}^p \dot{\tilde{w}}_l x(t)^T S_j x(t) &= 0, j = 1, 2, \dots, c \\
 \sum_{l=1}^c \dot{\tilde{m}}_l x(t)^T Y_i x(t) &= 0, i = 1, 2, \dots, p \quad (21)
 \end{aligned}$$

با توجه به رابطه‌های (۱۸) و (۱۹) و (۲۱)، به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\begin{aligned}
 \dot{V}(t) &= \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^c \dot{\tilde{w}}_i \tilde{m}_j x(t)^T P_{ij} x(t) + \\
 &\sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^c \tilde{w}_i \dot{\tilde{m}}_j x(t)^T P_{ij} x(t) + \\
 &2 \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^c \tilde{w}_i \tilde{m}_j x(t)^T P_{ij} \dot{x}(t) \\
 &= \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^c \tilde{w}_i \tilde{m}_j (2x(t)^T P_{ij} x(t) + \sum_{l=1}^p \dot{\tilde{w}}_l x(t)^T P_{ij} x(t) + \\
 &\sum_{l=1}^c \dot{\tilde{m}}_l x(t)^T P_{il} x(t))
 \end{aligned}$$

$$S_j = S_j^T \in \mathfrak{R}^{n \times n}, Y_i = Y_i^T \in \mathfrak{R}^{n \times n},$$

$$V_{ij} = V_{ij}^T \in \mathfrak{R}^{n \times n}, E_j = E_j^T \in \mathfrak{R}^{n \times n}, I_i = I_i^T \in \mathfrak{R}^{n \times n},$$

$$Z \in \mathfrak{R}^{n \times n}, N_j \in \mathfrak{R}^{m \times n},$$

$$(i = 1, 2, \dots, p, j = 1, 2, \dots, c), (c \leq p)$$

به طوری که  $LMI$  های (۲۹) برآورده شوند.

$$\Upsilon_j = \sum_{l=1}^p \sigma_l (V_{lj} + E_j), \quad \Gamma_i = \sum_{l=1}^c \phi_l (V_{il} + I_i)$$

در نهایت بهره‌های فیدبک حالت به صورت زیر بدست می‌آیند:

$$G_j = N_j Z^{-T}, \quad j = 1, 2, \dots, c$$

### ۶- شبیه‌سازی

سیستم پاندول معکوس همراه با پارامترهای نامعین بصورت رابطه زیر را در نظر بگیرید [۸]:

$$\ddot{\theta}(t) = \begin{pmatrix} g \sin(\theta(t)) - a m_p L \dot{\theta}(t)^2 \sin(2\theta(t)) / 2 \\ -a \cos(\theta(t)) u(t) \end{pmatrix} \quad (۳۰)$$

$$/ (4L/3 - a m_p L \cos^2(\theta(t)))$$

که در آن  $\theta(t)$  زاویه تغییر موضع پاندول،  $g$  شتاب جاذبه،  $m_p$  جرم پاندول،  $M_c$  جرم ارابه،  $a = 1/(m_p + M_c)$ ،  $L$  طول پاندول و  $u(t)$  نیروی وارد بر ارابه بر حسب نیوتون می‌باشد. محدوده تغییرات پارامترهای سیستم بصورت زیر می‌باشند:

$$m_p \in [m_{p\min} \quad m_{p\max}] = [2 \quad 3] \text{ kg}$$

$$M_c \in [M_{c\min} \quad M_{c\max}] = [8 \quad 16] \text{ kg}$$

$$2L = 1 \text{ m}$$

با در نظر گرفتن متغیرهای حالت بصورت زیر:

$$x_1(t) = \theta(t) \in [-5\pi/12 \quad 5\pi/12] \text{ (rad)}$$

$$x_2(t) = \dot{\theta}(t) \in [-5 \quad 5] \text{ (rad/s)}$$

$$\dot{V}(t) \leq \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^c \tilde{w}_i \tilde{m}_j \begin{bmatrix} \zeta(t)^T \\ \gamma(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Upsilon_j + \Gamma_i - A_i Z^T - Z A_i^T - B_i N_j - N_j^T B_i^T & [V_{ij} + Z - \lambda(A_i Z^T + B_i N_j)]^T \\ V_{ij} + Z - \lambda(A_i Z^T + B_i N_j) & \lambda(Z + Z^T) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \zeta(t) \\ \gamma(t) \end{bmatrix} \quad (۲۷)$$

$$= \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^c \tilde{w}_i \tilde{m}_j [\zeta(t)^T \gamma(t)^T] \Theta \begin{bmatrix} \zeta(t) \\ \gamma(t) \end{bmatrix}$$

$$\Theta = \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^c \tilde{w}_i \tilde{m}_j \Omega_{ij}$$

$$\Omega_{ij} = \begin{bmatrix} \Upsilon_j + \Gamma_i - A_i Z^T - Z A_i^T - B_i N_j - N_j^T B_i^T & [V_{ij} + Z - \lambda(A_i Z^T + B_i N_j)]^T \\ V_{ij} + Z - \lambda(A_i Z^T + B_i N_j) & \lambda(Z + Z^T) \end{bmatrix} \quad (۲۸)$$

$$V_{ij} > 0 \quad V_{ij} + E_j > 0, \quad V_{ij} + I_i > 0$$

$$\begin{bmatrix} \Upsilon_j + \Gamma_i - A_i Z^T - Z A_i^T - B_i N_j - N_j^T B_i^T & [V_{ij} + Z - \lambda(A_i Z^T + B_i N_j)]^T \\ V_{ij} + Z - \lambda(A_i Z^T + B_i N_j) & \lambda(Z + Z^T) \end{bmatrix} < 0 \quad (۲۹)$$

$$(i = 1, 2, \dots, p, j = 1, 2, \dots, c), (c \leq p)$$

$$+ \sum_{l=1}^c \phi_l (M^T x(t))^T M^{-1} (P_{il} + Y_i) M^{-T} (M^T x(t))$$

$$+ 2(M^T x(t))^T M^{-1} M M^{-T} (M^T \dot{x}(t))$$

$$- 2(M^T x(t))^T M^{-1} M (A_i + B_i G_j) M^{-T} (M^T x(t))$$

$$+ 2\lambda (M^T \dot{x}(t)) M^{-1} M M^{-T} (M^T \dot{x}(t))$$

$$- 2\lambda (M^T \dot{x}(t))^T M^{-1} M (A_i + B_i G_j) M^{-T} (M^T x(t)) \quad (۲۶)$$

با تعریف ماتریس‌های زیر با ابعاد مناسب:

$$Z = M^{-1}, G_j = N_j Z^{-T}, V_{ij} = Z P_{ij} Z^{-T}, E_j = Z S_j Z^T$$

$$I_i = Z Y_i Z^T, \Upsilon_j = \sum_{l=1}^p \sigma_l (V_{lj} + E_j)$$

$$\Gamma_i = \sum_{l=1}^c \phi_l (V_{il} + I_i), \xi(t) = Z^{-T} x(t)$$

$$\gamma(t) = Z^{-T} \dot{x}(t);$$

$$i = 1, 2, \dots, p, \quad j = 1, 2, \dots, c$$

در نهایت رابطه (۲۶) به صورت (۲۷) بازنویسی می‌شود.

که در آن  $\Theta$  و  $\Omega_{ij}$  به صورت رابطه (۲۸) می‌باشند

برای پایداری سیستم حلقه بسته باید  $\dot{V} < 0$  باشد. مشاهده می‌شود که با  $\Omega_{ij} < 0$  شرط  $\dot{V} < 0$  برقرار می‌شود. نتایج آنالیز پایداری و طراحی کنترل کننده در قضیه زیر آورده شده است.

**قضیه:** فرض کنید  $\lambda > 0$  یک عدد حقیقی بوده و داشته باشیم  $|\dot{\tilde{m}}_j| \leq \phi_j$  و  $|\dot{\tilde{w}}_i| \leq \sigma_i$  که طوری که  $\phi_j \geq 0$  و  $\sigma_i \geq 0$  سیستم کنترل مبتنی بر مدل فازی T-S نوع ۲ فاصله‌ای (۱۷) تشکیل شده از مدل فازی سیستم (۷) و کنترل کننده فازی نوع ۲ (۹) به صورت حلقه بسته پایدار است اگر ماتریس‌های زیر در نظر گرفته شوند:

برای بدست آوردن حد بالای وزن‌های فازی مدل سیستم و کنترل‌کننده

می‌توان نوشت:

$$\dot{\tilde{w}}_i = \frac{\partial \tilde{w}_i}{\partial x} \times \frac{\partial x}{\partial t} = \frac{\partial \tilde{w}_i}{\partial x} \dot{x}(t), \quad \dot{\tilde{m}}_j = \frac{\partial \tilde{m}_j}{\partial x} \times \frac{\partial x}{\partial t} = \frac{\partial \tilde{m}_j}{\partial x} \dot{x}(t)$$

با توجه به اینکه  $\tilde{w}_i$  و  $\tilde{m}_j$  فقط تابع  $x_1(t)$  می‌باشند، مشتق وزن‌های مدل فازی سیستم و مدل فازی کنترل‌کننده بصورت زیر بدست می‌آیند:

$$\dot{\tilde{w}}_i = \frac{\partial \tilde{w}_i}{\partial x_1} \times \frac{\partial x_1}{\partial t} = \frac{\partial \tilde{w}_i}{\partial x_1} \dot{x}_1(t)$$

$$\dot{\tilde{m}}_j = \frac{\partial \tilde{m}_j}{\partial x_1} \times \frac{\partial x_1}{\partial t} = \frac{\partial \tilde{m}_j}{\partial x_1} \dot{x}_1(t)$$

که در آن:

$$\dot{x}_1 = (\tilde{w}_1[0 \ 1] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \tilde{w}_2[0 \ 1] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \tilde{w}_3[0 \ 1] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \tilde{w}_4[0 \ 1] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix})$$

$$= (\tilde{w}_1 x_2 + \tilde{w}_2 x_2 + \tilde{w}_3 x_2 + \tilde{w}_4 x_2) = x_2 \sum_{i=1}^4 \tilde{w}_i = x_2$$

در نتیجه با توجه به محدوده تغییرات متغیرهای حالت  $x_1(t)$  و  $x_2(t)$  حد بالای مشتق زمانی وزن‌های فازی مدل سیستم و مدل کنترل‌کننده بصورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$\left| \dot{\tilde{w}}_1 \right| \leq \sigma_1 = 30.99, \quad \left| \dot{\tilde{w}}_2 \right| \leq \sigma_2 = 95.77$$

$$\left| \dot{\tilde{w}}_3 \right| \leq \sigma_3 = 7.80, \quad \left| \dot{\tilde{w}}_4 \right| \leq \sigma_4 = 19.79$$

$$\left| \dot{\tilde{m}}_1 \right| \leq \phi_1 = 14.25, \quad \left| \dot{\tilde{m}}_2 \right| \leq \phi_2 = 14.25$$

با استفاده از قضیه بالا بهره‌های فیدبک حالت به صورت  $G_1 = G_2 = [1008.5 \ 240.3]$  بدست می‌آیند. نتایج شبیه سازی، پاسخ حالت‌های سیستم و سیگنال کنترلی تحت شرایط اولیه مختلف زیر

$$(1): X(0) = \begin{bmatrix} \frac{5\pi}{12} & 0 \end{bmatrix}^T$$

$$(2): X(0) = \begin{bmatrix} \frac{\pi}{6} & 0 \end{bmatrix}^T$$

$$(3): X(0) = \begin{bmatrix} -\frac{\pi}{6} & 0 \end{bmatrix}^T$$

$$(4): X(0) = \begin{bmatrix} -\frac{5\pi}{12} & 0 \end{bmatrix}^T$$

و جرم‌های مختلف (نامعینی)

$$\begin{cases} m_p = m_{p \min} = 2 \text{ kg}, M_c = M_{c \min} = 8 \text{ kg} \\ m_p = m_{p \max} = 3 \text{ kg}, M_c = M_{c \max} = 16 \text{ kg} \end{cases}$$

را نشان می‌دهند. شبیه‌سازی‌ها نشان می‌دهند که کنترل‌کننده به خوبی سیستم غیرخطی پاندول معکوس را در حضور جرم‌های مختلف  $M_c$  و

معادلات حالت به صورت رابطه (۳۱) بدست می‌آیند:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \frac{g - a m_p L x_2(t)^2 \cos(x_1(t))}{4L/3 - a m_p L \cos^2(x_1(t))} \left( \frac{\sin(x_1(t))}{x_1(t)} \right) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{-a \cos(x_1(t))}{4L/3 - a m_p L \cos^2(x_1(t))} \end{bmatrix} u(t) \quad (31)$$

با توجه به معادلات (۳۱) متغیرهای فازی بصورت رابطه زیر در نظر گرفته می‌شوند:

$$f_1(x(t)) = \frac{g - a m_p L x_2(t)^2 \cos(x_1(t))}{4L/3 - a m_p L \cos^2(x_1(t))} \left( \frac{\sin(x_1(t))}{x_1(t)} \right)$$

$$f_2(x_1(t)) = \frac{-a \cos(x_1(t))}{4L/3 - a m_p L \cos^2(x_1(t))} \quad (32)$$

با توجه به روابط (۱) و (۳۲) مدل T-S سیستم (۳۱) بدست می‌آید که در آن:

$$A_1 = A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ f_{1 \min} & 0 \end{bmatrix}, \quad A_3 = A_4 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ f_{1 \max} & 0 \end{bmatrix},$$

$$B_1 = B_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ f_{2 \min} \end{bmatrix}, \quad B_2 = B_4 = \begin{bmatrix} 0 \\ f_{2 \max} \end{bmatrix}$$

$$f_{1 \min} = 10.0078, \quad f_{1 \max} = 18.4800,$$

$$f_{2 \min} = -0.1765, \quad f_{2 \max} = -0.0261 \quad (33)$$

توابع عضویت بالا و پایین مربوط به قانون‌های فازی مدل سیستم و رویتر بصورت جدول (۱) در نظر گرفته می‌شوند.

### جدول ۱: توابع عضویت مربوط به مدل T-S پاندول معکوس

توابع عضویت بالا	توابع عضویت پایین
$\bar{\mu}_{M_1^1} = \bar{\mu}_{M_1^2} = 1 - 0.23e^{-\frac{x_1^2}{0.25}}$	$\underline{\mu}_{M_1^1} = \underline{\mu}_{M_1^2} = 1 - e^{-\frac{x_1^2}{1.2}}$
$\bar{\mu}_{M_1^3} = \bar{\mu}_{M_1^4} = e^{-\frac{x_1^2}{1.2}}$	$\underline{\mu}_{M_1^3} = \underline{\mu}_{M_1^4} = 0.23e^{-\frac{x_1^2}{0.25}}$
$\bar{\mu}_{M_2^1} = \bar{\mu}_{M_2^3} = e^{-\frac{x_1^2}{1.5}}$	$\underline{\mu}_{M_2^1} = \underline{\mu}_{M_2^2} = 0.5e^{-\frac{x_1^2}{0.25}}$
$\bar{\mu}_{M_2^2} = \bar{\mu}_{M_2^4} = 1 - 0.5e^{-\frac{x_1^2}{0.25}}$	$\underline{\mu}_{M_2^2} = \underline{\mu}_{M_2^4} = 1 - e^{-\frac{x_1^2}{1.5}}$

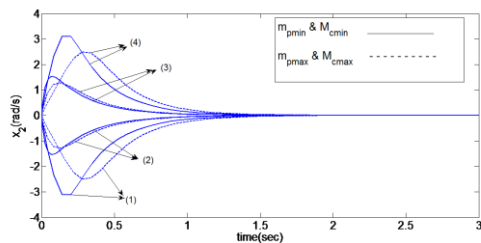
برای کنترل‌کننده نیز دو قانون فازی در نظر گرفته می‌شود که در اینجا متغیر فازی مربوط به کنترل‌کننده بصورت دلخواه و تابع متغیر حالت  $x_1(t)$  در نظر گرفته می‌شود به طوری که شرایط قضیه بالا را برآورده کند. توابع عضویت بالا و پایین مربوط به کنترل‌کننده با توجه به متغیر

$$\text{فازی } g_\alpha(x(t)) = e^{-\frac{x_1^2}{0.35}} \text{ و } \alpha = 1 \text{ بصورت زیر می‌باشند:}$$

$$\underline{m}_1(x_1) = \underline{\mu}_{N_1^1}(x_1) = \bar{m}_1(x_1) = \bar{\mu}_{N_1^1} = e^{-\frac{x_1^2}{0.35}}$$

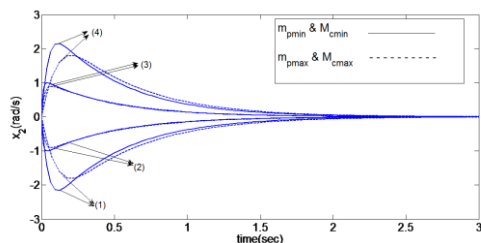
$$\underline{m}_2(x_1) = \underline{\mu}_{N_1^2}(x_1) = \bar{m}_2(x_1) = \bar{\mu}_{N_1^2} = 1 - \bar{\mu}_{N_1^1}(x_1)$$

$$\beta_j = \bar{\beta}_j = 0.5$$



شکل ۵: پاسخ حالت  $x_2(t)$  تحت شرایط اولیه مختلف و نامعینی‌های مختلف با

توجه به روش مرجع [۸]



شکل ۶: پاسخ حالت  $x_2(t)$  تحت شرایط اولیه مختلف و نامعینی‌های مختلف با

توجه به روش مرجع [۱۰]

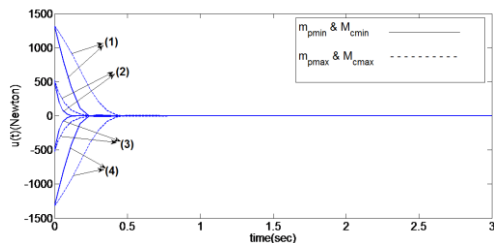
با توجه به جدول ۲ و شکل پاسخ‌ها مشاهده می‌شود که پاسخ حالت  $x_1(t)$  و  $x_2(t)$  با روش این مقاله نسبت به روش‌های دیگر دارای پاسخ زمانی بهتری می‌باشد که نشان از بهبود پاسخ حالت‌ها می‌باشد.

جدول ۲: مقایسه روش پیشنهادی با سایر روش‌ها برای پاسخ حالت  $x_1(t)$  و

$x_2(t)$

روش	زمان صفر شدن پاسخ (ثانیه)
روش پیشنهادی	1.6 s
روش مرجع [۸]	2s
روش مرجع [۱۰]	2.7s

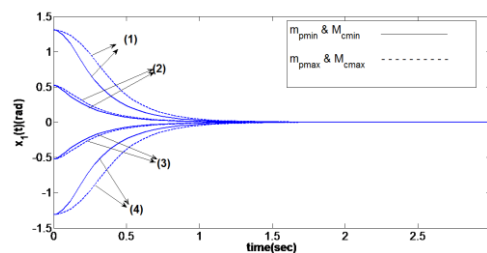
شکل (۷) پاسخ سیگنال کنترلی  $u(t)$  را برای شرایط اولیه و جرم‌های مختلف بر حسب نیوتون نشان می‌دهد. همچنین شکل‌های (۸) و (۹) پاسخ سیگنال کنترلی  $u(t)$  که با استفاده از روش‌های ارائه شده در مراجع [۸] و [۱۰] شبیه‌سازی شده‌اند را نشان می‌دهند.



شکل ۷: سیگنال کنترلی  $u(t)$  تحت شرایط اولیه مختلف و نامعینی‌های

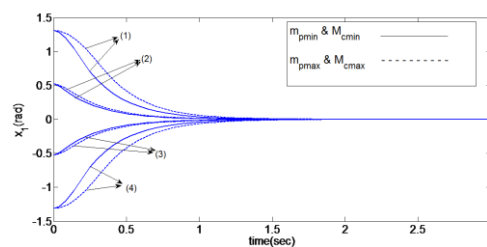
مختلف

$m_p$  و شرایط اولیه مختلف پایدار کرده و نمونه یک کنترل‌کننده مقاوم می‌باشد. شکل (۱) پاسخ حالت  $x_1(t)$  را برای شرایط اولیه و جرم‌های مختلف نشان می‌دهد همچنین شکل‌های (۲) و (۳) پاسخ حالت  $x_1(t)$  را نشان می‌دهند که با روش‌های ارائه شده در مراجع [۸] و [۱۰] شبیه‌سازی شده‌اند.



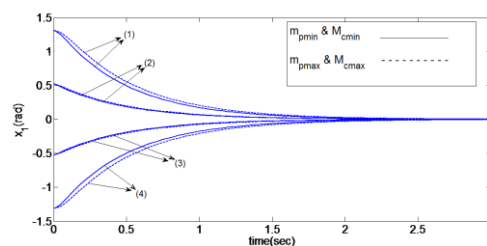
شکل ۱: پاسخ حالت  $x_1(t)$  تحت شرایط اولیه مختلف و نامعینی‌های

مختلف



شکل ۲: پاسخ حالت  $x_1(t)$  تحت شرایط اولیه مختلف و نامعینی‌های مختلف

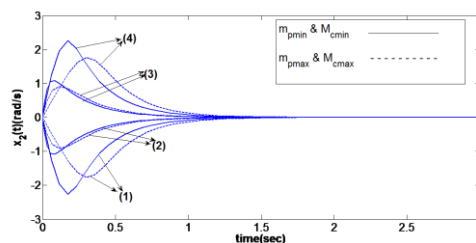
با توجه به روش مرجع [۸]



شکل ۳: پاسخ حالت  $x_1(t)$  تحت شرایط اولیه مختلف و نامعینی‌های مختلف

با توجه به روش مرجع [۱۰]

شکل (۴) پاسخ حالت  $x_2(t)$  را برای شرایط اولیه و جرم‌های مختلف نشان می‌دهد همچنین شکل‌های (۵) و (۶) پاسخ حالت  $x_2(t)$  را نشان می‌دهند که با روش‌های ارائه شده در مراجع [۸] و [۱۰] شبیه‌سازی شده‌اند.

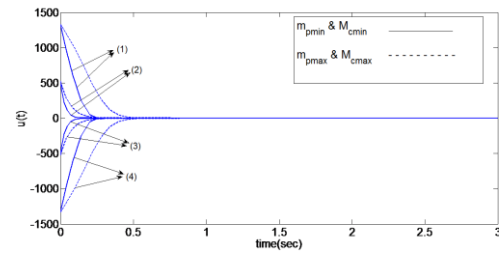


شکل ۴: پاسخ حالت  $x_2(t)$  تحت شرایط اولیه مختلف و نامعینی‌های مختلف

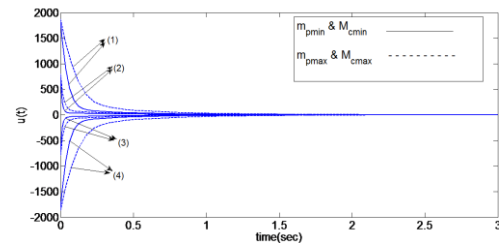
عضویت مربوط به مدل فازی سیستم به صورت توابعی ساده در نظر گرفته شده‌اند که منجر به محاسبه ساده مشتق زمانی وزن‌های مدل فازی T-S سیستم می‌شود. همچنین بر خلاف روش PDC نیازی به استفاده از تعداد قوانین فازی یکسان برای سیستم و کنترل‌کننده نمی‌باشد. به طوری که طراح می‌تواند با در نظر گرفتن تعداد قانون‌های فازی مناسب و کمتر برای کنترل‌کننده و تعریف توابع عضویت مناسب در نهایت به کنترل‌کننده‌ای ساده دست یابد که پیاده‌سازی آسان‌تر نسبت به رویکرد PDC داشته باشد. کاهش حجم محاسبات از ویژگی‌های بارز دیگر طراحی با رویکرد تابع لیاپانوف فازی برای بدست آوردن بهره‌های فیدبک حالت می‌باشد. در مثال شبیه‌سازی به خوبی مشاهده شد که سیستم غیرخطی با پیچیدگی زیاد در حضور نامعینی در پارامترها، با کنترل‌کننده پیشنهادی کنترل شد که نمونه یک کنترل‌کننده مقاوم نیز می‌باشد. همچنین روش پیشنهادی باعث بهبود پاسخ سیستم و سیگنال کنترلی - که از اهمیت ویژه‌ای در سیستم‌های کنترل برخوردار است - شده است.

### مراجع

- [1] K. H.O. Wang, K. Tanka, M.F. Griffin, "An approach to fuzzy control of nonlinear systems: stability and design issues", IEEE Trans. Fuzzy Syst., Vol. 4, no. 1, pp. 14-23, Feb 1996.
- [2] K. Tanaka, T. Hori, and H. O. Wang, "A multiple Lyapunov function approach to stabilization of fuzzy control systems", IEEE Trans. Fuzzy Syst., Vol 11, no. 4, pp. 582-589, Aug. 2003.
- [3] K. Tsanaka, T.Hori and H.O.Wang, "A descriptor system approach to fuzzy control system design via fuzzy Lyapunov function", IEEE Transactions on Fuzzy systems, Vol.15, no.3, pp. 333-341, 2007.
- [4] H. K. Lam, "Stability analysis of TCS fuzzy control systems using parameter-dependent Lyapunov function", IET control theory & Applications, Vol.3, no.6, pp. 550-762, 2009.
- [5] D.H.Lee, J.B.Park and Y.H.Joo, "A New Fuzzy Lyapunov function for relaxed stability condition of continuous - time Takagi-Sugeno Fuzzy Systems", IEEE Transactions on Fuzzy Systems. Vol 19. no.4, pp. 785-791, 2011.
- [6] L. A. Mozeli, R.M Palhares, F.O.Souza and E.M.A.M.Mendes, "Reducing conservativeness in recent stability condition of T-S fuzzy systems", Automation, Vol.45, no.6, pp.1580-1583, 2009.



شکل ۸: سیگنال کنترلی  $u(t)$  تحت شرایط اولیه مختلف و نامعینی‌های مختلف با توجه به روش مرجع [۸]



شکل ۹: شکل سیگنال کنترلی  $u(t)$  تحت شرایط اولیه مختلف و نامعینی‌های مختلف با توجه به روش مرجع [۱۰]

با توجه به جدول (۳) و شکل پاسخ‌ها مشاهده می‌شود زمان صفر شدن سیگنال کنترلی و بیشترین مقدار سیگنال کنترلی با روش این مقاله نسبت به روش مراجع [۸] و [۱۰] کمتر می‌باشد که نشان از بهبود سیگنال کنترلی با توجه به روش این مقاله می‌باشد.

جدول ۳: مقایسه روش پیشنهادی با سایر روش‌ها برای سیگنال کنترلی  $u(t)$

روش	بیشترین مقدار سیگنال کنترلی
روش پیشنهادی	۱۳۱۹ نیوتن
روش مرجع [۸]	۱۴۱۵ نیوتن
روش مرجع [۱۰]	۱۸۷۶ نیوتن

### ۸- نتیجه گیری

در این مقاله ابتدا با استفاده از مدل فازی T-S و منطق فازی نوع ۲ فاصله‌ای به مدل‌سازی فازی سیستم‌های غیرخطی نامعین پرداخته شد. سپس بر اساس مدل فازی T-S سیستم غیرخطی و تعریف تابع لیاپانوف درجه دوم فازی به طراحی و آنالیز پایداری کنترل‌کننده پرداخته شد که نتایج آنالیز پایداری تحت یک قضیه که به صورت نامساوی‌های ماتریسی خطی (LMI) می‌باشند بیان شد. در اکثر روش‌های طراحی استفاده از تابع لیاپانوف عمومی برای آنالیز پایداری و طراحی کنترل‌کننده استفاده شده است. پیدا کردن تابع لیاپانوف عمومی برای کل زیرسیستم‌های خطی مدل شده با استفاده از مدل T-S می‌تواند طراحی را از انعطاف کمتری برخوردار سازد، بنابراین استفاده از تابع لیاپانوف فازی محدودیت پیدا کردن تابع لیاپانوف عمومی را به خوبی حل کرده و به طراحی انعطاف بالایی می‌دهد. در این آنالیز بر خلاف روش PDC توابع



- 
- [10] H. K. Lam, Hongyi Li; C. Deters, E. L. Secco, H. A. Wurdemann, K. Althofer, "Control Design for Interval Type-2 Fuzzy Systems Under Imperfect Premise Matching", *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, Vol.61, no.2, pp.956-968, Feb. 2014.
- [11] S. Boyd, L.E. ghaoui, E. feron, and V. Balahrishnan, *Linear Matrix Inequalities in System and control Theory*. Philadelphia, PA: SLAM, Vol.15, SIAM studies in Applied Mathematics, 1994.
- [7] Tao Zhao, Jian Xiao, ye Li and YiXing Li, "A Fuzzy Lyapunov Function Approach to Stabilization of Interval Type-2 T-S Fuzzy Systems", *IEEE Control and Decision Conferences (CCDC)*, pp.2234-2238, 2013.
- [8] H. K. Lam and L. D. Seneviratne, "Stability analysis of interval type-2 fuzzy-model-based-control systems," *IEEE Trans. Syst., Man, Cybern. B*, Vol.38, no.3, pp. 617-628, Jun.2008.
- [9] H. K. Lam, M. Narimani, and L.d senevirtane, "LMI-based stability conditions for interval type-2 fuzzy logic based control systems," *in proc. IEEE Int. Conf. Fuzzy Syst.*, pp. 298-303, 2011.