

تولید دستور کنترلی بهینه برای دویدن صفحه‌ای ربات دوپای اتریاس در مقایسه با دویدن بر مبنای مدل آونگ وارون فتری

بهنام داداش زاده^۱، حیدر شبان^۲، سید محمد رضا سید نورانی^۱، بهروز کوهستانی^۱

^۱ استادیار، دانشکده مهندسی فناوریهای نوین، گروه مهندسی مکاترونیک، دانشگاه تبریز،

{b.dadashzadeh, smrs.noorani, b.koohestani}@tabrizu.ac.ir

^۲ فارغ‌التحصیل کارشناسی ارشد مهندسی مکاترونیک، دانشکده مهندسی فناوریهای نوین، دانشگاه تبریز، shaban.heidar91@ms.tabrizu.ac.ir

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۹۳/۱۱/۱۸، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۹۴/۳/۱۴)

چکیده: در این مقاله به تولید گام دویدن بهینه برای مدل صفحه‌ای ربات دوپای اتریاس می‌پردازیم. ربات اتریاس در دانشگاه ایالتی اورگان با هدف دویدن با سرعت بالا طراحی شده است. الگوی دویدن اتریاس قبلاً بر مبنای مدل آونگ وارون فتری طرح‌ریزی شده است. اگرچه این مدل غیرفعال مبنای خوبی برای تولید گام در ربات‌های دوپای می‌باشد ولی الزاماً بهترین جواب انرژی کارا نیست. از این رو در این مقاله به کمک روش برمبنای مشتق و با شروع از جواب موجود که بر مبنای مدل آونگ وارون فتری می‌باشد، به جستجوی الگویی برای تولید گام دویدن می‌پردازیم که شاخص مصرف انرژی در طول یک قدم کامل یعنی هزینه حمل را کمینه کند. برای این منظور ابتدا با استخراج معادلات حرکت در هر یک از مراحل زمان پیوسته تکیه گاهی و پرواز و نیز مدل گذار بین آن‌ها در لحظه‌های کنده شدن و برخورد، مدلی صفحه‌ای از دویدن ربات اتریاس به دست می‌آوریم. سپس با پارامتری کردن منحنی گشتاور موتورها با استفاده از توابع چندجمله‌ای و حل دینامیک مستقیم، مساله بهینه سازی برای کمینه کردن میزان هزینه حمل انجام می‌شود. روند بهینه سازی با چندجمله‌ای‌های درجه ۳، ۴ و ۵ تکرار می‌شود تا بهترین شکل گشتاورها برای مسئله مورد نظر حاصل شود. نتایج نشان می‌دهند به ازای هر سه منحنی گشتاور بهینه سازی شده، هزینه حمل نسبت به مقدار حاصل از دویدن بر مبنای مدل آونگ وارون فتری بهبود می‌یابد. بهترین کارایی از نقطه نظر تابع هزینه به ازای منحنی‌های گشتاور درجه ۴ به دست می‌آید.

کلمات کلیدی: ربات دوپای اتریاس، تولید گام، پارامتری سازی، بهینه‌سازی برمبنای مشتق.

Optimal Control Command Generation for Planar Running of ATRIAS Biped Robot vs. SLIP Based Running

Behnam Dadashzadeh, Heidar Shaban, Mohammad-Reza S. Noorani, Behrooz Koohestani

Abstract: In this paper we investigate generating an optimal running gait for the planar model of ATRIAS bipedal robot. ATRIAS is a robotic prototype implemented in Oregon State University with the aim of high speed running. Gait generation for ATRIAS has been done based on SLIP model. Although this passive model is a good base for gait generation, it does not necessarily yield to the best energy efficient solution. So, in this paper via the gradient based method starting from an initial point given by SLIP based control, we search for an optimal pattern for the running gait that minimizes cost of transport (COT) during one complete step. Equations of motion for each continuous time phases, called stance and flight, and models for take-off and touch-down events are derived. Then by parameterization of motors torque profiles using polynomials and solving the direct dynamic model, optimization problem is solved to minimize COT. The optimization is

repeated three times by performing the parameterization in terms of polynomials of degrees 3, 4, and 5, to obtain the most efficient torque profiles. The results indicate that for all three shapes of polynomials COT is reduced compared with SLIP based running gait. Moreover, the minimal COT is achieved by torque profiles of degree 4.

Keywords: ATRIAS Biped Robot, Gait Generation, Parameterization, Gradient based Optimization.

در بخشی از طول قدم، پیکره‌ی مکانیکی پیش انداخته می‌شود تا تحت نیروی وزن به جلو سقوط کند؛ که البته با فرود آمدن پای آونگی از سقوط کامل و ناپایداری حرکت جلوگیری می‌شود. بنابراین اگر پیکره‌ی ربات (یا بدن انسان) را به شکل یک مجموعه نگاه کنیم، در هنگام سقوط پیکره به سبب عدم تعادل استاتیکی، نیروی وزن پیکره به عنوان یک منبع انرژی پیشران عمل می‌کند. از دیدگاه دینامیکی این سیر حرکتی مدلی مشابه یک آونگ وارون دارد، که روی تکیه‌گاهش به-شکل فعال یا غیرفعال لولا شده و در یک تعادل ناپایدار حول وضعیت تعادلی خود در نوسان است. توجه کنیم که مدل آونگ وارون در حل فاز تکیه‌گاهی بررسی می‌شود و مطلوب است که حرکت ترکیبی فازهای حرکت به طور پایدار در دوره‌های تناوبی قدم تکرار شود.

به‌علاوه در حرکت یک ربات دویا باید توجه داشت که به سبب تحریک مفاصل و حرکت رابطها و در نتیجه تغییر پیکره‌بندی، مرکز جرم بدن محل ثابتی نداشته و در صفحه‌ی حرکت (با فرض حرکت صفحه‌ای) جابه‌جا خواهد شد. بر این اساس با اصلاح مدل آونگ وارون، مدل کامل‌تر «آونگ وارون فتری»^۱ ارائه شده است، که در آن رابط بین جرم متمرکز و نقطه‌ی تکیه‌گاهی فتری می‌باشد تا بدین ترتیب جابجایی محل مرکز جرم امکان‌پذیر شود [۶-۸].

نکته‌ی دیگری که باید به آن اشاره کرد، وجود یا عدم وجود کف پا است. در حالتی که کف پا وجود دارد مفصل قوزک پا فعال است و در فاز تکیه‌گاهی سیستم با تحریک کامل^۲ می‌باشد. اما در حالت پای نقطه‌ای، مفصل بین ساق پای تکیه‌گاهی و زمین غیرفعال می‌باشد و از دیدگاه کنترلی در این حالت با یک سیستم زیرفعال^۳ مواجه هستیم. در این حالت طرح کنترلی در تمام دوره‌ی قدم می‌بایست تضمین‌کننده‌ی پایداری حلقه باز سیستم نسبت به درجه آزادی غیرفعال سیستم باشد و این موضوع سبب پیچیدگی بیشتر در تولید یک گام پایدار در ربات‌های دویای زیرفعال خواهد شد [۹-۱۰].

از نقطه‌نظر ریاضی نیز ربات‌های دویا چالش برانگیز خواهند بود. علاوه بر تعداد درجات آزادی زیاد که به معادلات حرکت به شدت غیرخطی و جفت شده منجر می‌شود، گذار بین برخی فازهای حرکت نیز پیوسته نیست. علت این امر وجود ضربه و تغییر آنی سرعت‌ها است که سبب پرش در نمودار زمانی آنها خواهد شد. به علاوه در گام دویدن

۱- مقدمه

ربات‌های انسان‌نما از جذاب‌ترین و پیچیده‌ترین موضوعات مهندسی رباتیک به حساب می‌آیند، که طی سال‌های اخیر علاقه‌ی پژوهشگران زیادی را به خود جلب کرده‌اند. شاخصه‌ی اصلی ربات‌های انسان‌نما راه رفتن بر روی دویا می‌باشد که آنها را از سایر ربات‌های متحرک متمایز می‌سازد. مزیت اصلی این مکانیزم حرکتی، قابلیت مانوردهی در محیط‌های پیچیده و عبور از موانع و سطوح ناهموار می‌باشد. در مقابل، پیچیدگی و توان مصرفی بالا از معایب آن محسوب می‌شود [۱].

از دیدگاه حفظ تعادل در حرکت، گام‌برداری ربات‌های دویا به دو شکل «تعادل استاتیکی» و «تعادل دینامیکی» قابل اجرا خواهد بود. اگر در طول زمان گام برداری پیکره‌ی مکانیکی ربات در تعادل استاتیکی قرار گیرد، (حتی با خاموش شدن موتورها) چنین الگوی حرکتی را تعادل استاتیکی می‌گوییم. از نقطه نظر مکانیکی، این شرط هنگامی برقرار می‌شود که امتداد اثر نیروی وزن همواره درون محدوده‌ی چندضلعی تکیه‌گاهی قرار گیرد. اما اگر این شرط در بخشی از دوره‌ی حرکت نقض شود و همچنان ربات دویا قادر به اجرای حرکتی پایدار باشد، آنگاه گام‌برداری به شکل تعادل دینامیکی اجرا می‌شود. انسان به‌طور طبیعی به شکل تعادل دینامیکی حرکت می‌کند؛ در واقع در بخشی از دوره‌ی حرکت، شخص با به جلو راندن بالاتنه و در نتیجه مرکز جرم بدن، خود را به جلو انداخته و شرط تعادل استاتیکی را به هم می‌زند. بدین ترتیب نیروی وزن در تأمین بخشی از انرژی لازم برای جلو راندن بدن سهیم شده و کارایی مکانیزم حرکتی افزایش می‌یابد.

با ملاحظه‌ی نیروی محرکه ربات، می‌توان ربات‌های دویا را به دو دسته‌ی غیرفعال و فعال تقسیم‌بندی کرد. ربات‌های غیرفعال فاقد هر نوع محرکه‌ی خارجی در سیستم حرکتی خود هستند و حرکت آنها تنها تحت تأثیر نیروی گرانش و روی بستری شیب‌دار انجام می‌گیرد. نظریه‌ی ربات‌های غیرفعال اولین بار توسط مک‌گیر در سال ۱۹۹۰ ارائه شد [۲]. در واقع ربات‌های غیرفعال به عنوان بستری برای مطالعه‌ی اصول حرکتی در یک ربات دویا، مبتنی بر حرکت طبیعی انسان، مورد توجه پژوهشگران قرار گرفته‌اند [۳-۵].

اگرچه هم انسان و هم ربات‌های دویای امروزی دارای محرکه‌های متعددی در سیستم حرکتی خود هستند، با این حال همچنان که اشاره شد، در حرکت به شکل طبیعی که با تعادل دینامیکی محقق خواهد شد،

1. Spring Loaded Inverted Pendulum (SLIP)
2. Fully actuated
3. Underactuated system

برای نمونه روش‌های مبتنی بر یادگیری مانند شبکه‌های عصبی و یا یادگیری تقویتی [۱۵-۱۶]، روش‌های مبتنی بر مولدهای الگوی مرکزی الهام گرفته از جانوران [۱۷-۱۸]، تولید و کنترل گام بر مبنای مدل آونگ و ارون فنی [۱۹-۲۰]، فراهم آوردن شرایط پایدارسازی گام در مکانیزم‌های غیرفعال [۳-۵]، و روش تعریف قیود هولونومیک مجازی و طرح قانون کنترلی برای ماندن روی مینفولد دینامیک صفر^۵ [۲۱-۲۴] به وفور در ادبیات فن مطرح شده‌اند. شایان ذکر است در بیشتر روش‌های رایج، پارامتری کردن متعیرهای مفصل^۶ و سپس اعمال روشی برای یافتن جواب بهینه، مانند الگوریتم‌های تکاملی^۷ و یا روشی برای تضمین پایداری مانند نگاشت بازگشتی پوانکاره^۸ [۲۲-۲۴] روال عمومی تولید گام در ربات‌های دویا می‌باشد.

در این مقاله قصد داریم به روش پارامتری کردن توابع زمانی گشتاورهای مفصل یک نمونه ربات موجود، یعنی ربات دویای اتریاس^۹، گام دویدن این ربات را در مدل صفحه‌ای آن که در نرم‌افزار متلب شبیه‌سازی می‌شود بهینه‌سازی کنیم. تابع هزینه‌ی مورد نظر برای این هدف عبارت است از انرژی لازم در موتورها به ازای واحد وزن ربات و واحد مسافت طی شده که به آن «هزینه‌ی حمل»^{۱۰} گوئیم. به ویژه قصد داریم نشان دهیم گام دویدن بهینه‌ی به دست آمده به این روش، در مقایسه با گامی که به روش کنترل شده بر اساس مدل آونگ و ارون فنی حاصل شود، از هزینه‌ی حمل کمتری برخوردار است.

در مسئله‌ی بهینه‌سازی از «روش بر مبنای مشتق»^{۱۱} استفاده می‌شود. پارامتری کردن تاریخچه‌ی زمانی گشتاورها نیز با ساختار چندجمله‌ای‌ها انجام می‌گیرد. روند پارامتری کردن با چندجمله‌ای‌های درجه ۳، ۴ و ۵ تکرار می‌شود تا بهترین شکل گشتاورها برای مسئله‌ی مورد نظر حاصل شود. شایان ذکر است نمودار گشتاور هر مفصل شامل دو چندجمله‌ای هم درجه خواهد بود که یکی برای مرحله‌ی تکیه‌گاهی و دیگری برای مرحله‌ی پرواز منظور می‌شود. بنابراین ابعاد فضای جستجو وابسته به تعداد مفصل‌های ربات، درجه چندجمله‌ای‌ها، و تعداد مراحل زمان پیوسته در حرکت خواهد بود. همچنین برای طرح‌ریزی گام دویدن و اطمینان از اینکه نمودار گشتاورها پس از اعمال به مدل شبیه‌سازی‌شده‌ی ربات مفروض، محدودیت‌های فیزیکی مانند فرو نرفتن درون سطح تکیه‌گاهی را رعایت می‌کند، قیدهای مناسبی تعریف شده و برای هر جواب احتمالی در روند بهینه‌سازی ارزیابی می‌شوند. پس از حصول جواب‌های بهینه به روش بر مبنای مشتق، مسئله‌ی موجود با روش الگوریتم ژنتیک نیز حل می‌شود. هدف از این بررسی، اول مقایسه‌ی زمان‌بری و هزینه‌ی محاسباتی بین دو روش بر مبنای مشتق و الگوریتم ژنتیک، و دوم حصول

وجود فاز پرواز، سبب اضافه شدن متغیرهای تعمیم‌یافته در حرکت بالستیک خواهد شد و این امر معادلات حرکت را به دو فاز تکیه‌گاهی و پرواز می‌شکند.

همچنین از منظر طراحی ربات‌های دویا، می‌توان مکانیزم‌های حرکتی را به دو دسته‌ی پای صلب و پای انعطاف‌پذیر تقسیم کرد. پای انعطاف‌پذیر نیز به دو دسته‌ی زانودار فنی و کشویی فنی قابل تقسیم-بندی است. مکانیزم‌های زانودار فنی نیز از نظر نحوه‌ی اتصال فنر بین موتور و فنر در قالب طرح‌های سری، موازی و یا ترکیبی از سری و موازی پیشنهاد شده‌اند. ربات‌های دویا با مکانیزم پای فنی یا انعطاف‌پذیر از لحاظ صرفه‌ی انرژی در مقایسه با مکانیزم‌های پای صلب کارایی بیشتری دارند. علاوه بر این راه رفتن و دویدن آنها در مقایسه با ربات با پای صلب طبیعی‌تر است و نمودار نیروی عکس‌العمل نوک پای آنها شبیه‌تر به نمونه‌ی انسانی می‌شود. حتی می‌توان ادعا نمود استفاده از پای انعطاف‌پذیر برای دویدن و راه رفتن ربات دویا ضروری است [۱۱].

از نظر تاریخی، اولین ربات انسان‌نما با ۱۱ درجه آزادی در سال ۱۹۷۳ توسط کاتو و همکارانش در دانشگاه واسدا^۱ در کشور ژاپن ساخته شد. این ربات قادر بود تا به طور تعادل استاتیکی راه برود. البته آنها بعداً گام حرکت را به گام تعادل شبه دینامیکی توسعه دادند [۱۲]. پس از آن نیز توسعه‌ی ربات‌های انسان‌نما با حرکت استاتیکی و یا شبه دینامیکی ادامه یافت، و شاید بتوان گفت مشهورترین آنها ربات آسیمو^۲ ساخت شرکت هوندا باشد. این ربات بر مبنای معیار «نقطه‌ی لنگر صفر»^۳ راه رفتن با تعادل استاتیکی را اجرا می‌نمود [۱۳].

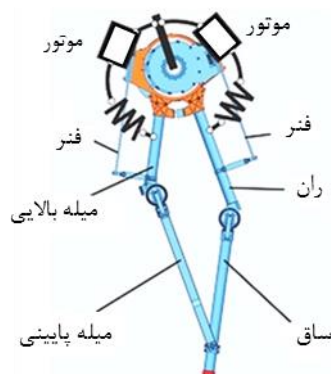
شایان ذکر است معیار نقطه‌ی لنگر صفر اولین بار در سال ۱۹۶۹ توسط وکوباتویچ، اهل کشور یوگسلاوی سابق، مطرح شد. این معیار برای حفظ تعادل استاتیکی در ربات‌های دویا دارای کف پا استفاده شده است. نقطه‌ی لنگر صفر مکانی است که مجموع لنگرهای واژگون کننده شامل لنگر نیروی وزن و نیروهای لختی تمام اعضا، حول آن نقطه صفر است. مطابق این معیار تا هنگامی که نقطه‌ی لنگر صفر داخل چندضلعی تکیه‌گاهی قرار گیرد سیستم مکانیکی در تعادل دینامیکی خواهد بود و اگر این نقطه به مرز چندضلعی تکیه‌گاهی برسد پا در حال واژگون شدن است. واضح است که این معیار در ربات‌های دویا دارای کف پا کارایی دارد اما در ربات‌های دویا با پای نقطه‌ای که در آن نقطه گشتاور صفر همواره در نقطه اتصال پا به زمین قرار دارد، پا همواره در حال واژگون شدن است و اعمال معیار نقطه‌ی لنگر صفر ممکن نیست [۱۴]. در این موارد حرکت پایدار می‌بایست با روشهای دیگری مثل پایداری کل حلقه گام دویدن محقق شود.

به جز روش اعمال معیار نقطه‌ی لنگر صفر، روش‌های دیگری نیز برای تولید گام^۴ و پایدارسازی آن در ربات‌های دویا استفاده شده است.

5. Zero Dynamics Manifold
6. Joint Trajectory Parametrization
7. Evolution Algorithms
8. Poincare Return Map
9. ATRIAS (Assume The Robot Is A Sphere)
10. Cost of Transport
11. Gradient Based Method

1. Waseda University
2. HONDA ASIMO 2007
3. Zero Moment Point (ZMP)
4. Gait Generation

در انتهای مرحله‌ی چهارم منطبق بر حالت اولیه‌ی آن در شروع دوره گردد:



شکل ۱: مکانیزم چهارمیله‌ای پای ربات اتریاس با سیستم تحریک فنی [۲۳]

۱- مرحله‌ی تکیه‌گاهی: قدم دویدن با مرحله‌ی تکیه‌گاهی آغاز می‌شود و طی آن مجموعه‌ی پیکره با دوران حول نقطه‌ی اتکای پای تکیه‌گاهی بر زمین، خود را به جلو سوق می‌دهد. در مرحله‌ی تکیه‌گاهی معادلات حرکت در قالب معادلات دینامیک غیرخطی زمان پیوسته است و به سبب عدم وجود موتور در نقطه‌ی اتکای پای، سیستم زیرفعال می‌شود.

۲- لحظه‌ی کنده‌شدن: چنانچه ربات در مرحله‌ی تکیه‌گاهی طوری پیش برود که انرژی لازم برای بلند شدن مجموعه فراهم آید، آنگاه لحظه‌ای پیش خواهد آمد که نیروی واکنش زمین در نقطه‌ی اتکای پای صفر می‌شود. با رخ دادن این وضعیت، شرایط گذر از مرحله‌ی تکیه‌گاهی به مرحله‌ی پرواز برای ربات دوندۀ برقرار شده است.

۳- مرحله‌ی پرواز: در این مرحله هر دو پای ربات از زمین جدا شده و مجموعه‌ی ربات یک حرکت بالستیک را اجرا می‌کند. با فرض صفحه‌ای بودن، در مرحله‌ی پرواز دو درجه آزادی انتقالی مازاد در دو راستای افقی و قائم به درجات آزادی ربات افزوده می‌شوند. در واقع باید گفت حرکت مرکز جرم در صفحه‌ی قائم مانند حرکت یک پرتابه دنبال خواهد شد. با این حال پیکره‌بندی ربات در حین مرحله‌ی پرواز توسط مفاصل فعال قابل کنترل است. بنابراین می‌توان پیکره‌بندی مناسبی برای فرود پای تکیه‌گاهی بعدی بر زمین ایجاد نمود.

۴- لحظه‌ی برخورد: با استقرار پای تکیه‌گاهی (پای آونگی دوره‌ی پیشین) دوره‌ی جدیدی آغاز می‌شود. در لحظه‌ی برخورد ضربه‌ی پای بر زمین موجب تغییر آنی در تکانه و در نتیجه متغیرهای حالت سرعت می‌شود در حالی که متغیرهای حالت پیکره‌بندی پیوسته می‌مانند. مدل برخورد متغیرهای حالت پس از برخورد را به همان‌ها در پیش از برخورد مرتبط می‌کند. این مدل که یک نگاشت گسسته است به «نگاشت برخورد» نیز شناخته می‌شود.

اگر مراحل بالا به ترتیب در دوره‌های متناوب گام‌برداری تکرار شوند، آنگاه قدمهای دویدن متناوب تولید می‌شود. برای تحقق این

اطمینان از اینکه جواب‌های به دست آمده از روش پرمبنای مشتق یک کمینه‌ی محلی در فضای جستجو نیستند، می‌باشد.

در بخش‌های بعدی ابتدا به معرفی فنی ربات اتریاس و سپس و استخراج معادلات حرکت حاکم بر آن می‌پردازیم. استخراج معادلات حرکت به منظور شبیه‌سازی نرم‌افزاری ربات لازم خواهد بود. پس از آن مسئله‌ی طرح‌ریزی گام و یافتن جواب بهینه که انرژی لازم برای دویدن را کمینه کند دنبال می‌شود. بدین منظور ابتدا با پارامتری کردن نمودار گشتاورهای مفاصل هر بار مسئله‌ی دینامیک مستقیم ربات به ازای هر جواب احتمالی در روند بهینه‌یابی حل شده و سپس تابع هزینه که متناسب با کار انجام شده یا همان انرژی مصرف شده باشد محاسبه می‌شود. مسئله‌ی پارامتری سازی گشتاورها با سه ساختار چندجمله‌ای از درجه‌های ۳، ۴ و ۵ تکرار می‌شود. در آخر جواب‌های بهینه‌ی به دست آمده، با الگوی گام دویدن که بر مبنای مدل آونگ وارون فنی طرح‌ریزی شده و در عمل روی ربات اتریاس پیاده‌سازی شده است مقایسه می‌شود، تا کارآمدی روش و شایستگی جواب‌های حاصل ارزیابی شود.

۲- معرفی فنی ربات دوپای اتریاس

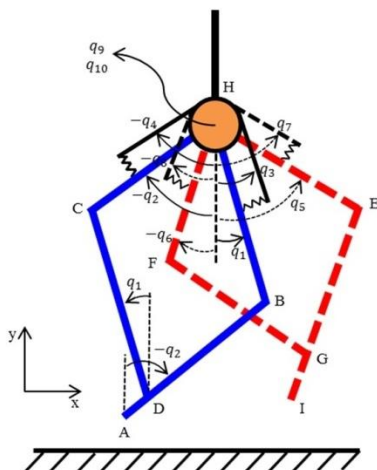
ربات دوپای اتریاس در دانشگاه ایالتی اورگان^۱ آمریکا به سرپرستی دکتر جی. هرست ساخته شده است. این ربات دارای پای نقطه‌ای (فاقد کف پا) است و برای حرکت صفحه‌ای از مکانیزم «میلۀ گردان»^۲ استفاده می‌کند. پیکره‌بندی ربات شامل یک رابط برای تۀ، دو رابط ران و دو رابط ساق می‌باشد و در یک زنجیره‌ی متوالی سینماتیکی با مفاصل لولایی به هم متصل هستند. البته از لحاظ طراحی مکانیزم هر پا شامل دو موتور الکتریکی تعبیه شده در قسمت تۀ ربات است که به واسطه‌ی اهرم‌بندی‌های چهارمیله‌ای رابط‌های ران و ساق را به طور مستقل حرکت می‌دهند. علاوه بر این اهرم‌بندی‌های چهارمیله‌ای بین موتورها و رابط‌های ران و ساق، شامل صفحه‌ی واسطه‌ی فنی هستند که مطابق شکل ۱، در نقش فنی که به طور سری بین موتور و رابط قرار می‌گیرد مدل می‌شود. در این شکل هم موتور و فنر صفحه‌ای واقعی و هم موتور و فنر شماتیکی نشان داده شده‌اند. بنابراین اتریاس از جمله ربات‌های انعطاف‌پذیر^۳ محسوب می‌شود. با توجه به نبود کف پا و غیرفعال بودن مفصل پای نقطه‌ای با زمین، ربات اتریاس در تمام دوره‌ی گام حرکتی خود زیرفعال است و بدیهی است حرکت این ربات با تعادل دینامیکی اجرا می‌شود [۲۵].

۳- مدل سازی دینامیکی

یک قدم دویدن در ربات‌های دوپا شامل چهار مرحله‌ی متوالی است که باید به ترتیب زیر دنبال شوند، و به شرط پایداری گام، حالت سیستم

1. Oregon State University
2. Rotating Boom
3. Compliant Robots

است. مقادیر مشخصه‌های فیزیکی و مکانیکی اجزا ربات اتریاس بر اساس نمونه‌ی ساخته شده‌ی آن در جدول‌های ۲ و ۳ فهرست شده است [۲۵-۲۶].



شکل ۲: مختصات تعمیم‌یافته‌ی انتخابی برای تحلیل دینامیکی ربات اتریاس

جدول ۱: گشتاورهای کنترلی روی مفاصل فعال

نماد	تعریف
u_1	گشتاور کنترلی محرک رابط HB (پای تکیه‌گاهی)
u_2	گشتاور کنترلی محرک رابط HC (پای تکیه‌گاهی)
u_3	گشتاور کنترلی محرک رابط HE (پای آونگی)
u_4	گشتاور کنترلی محرک رابط HF (پای آونگی)

جدول ۲: مشخصه‌های فیزیکی اجزا در نمونه‌ی ساخته شده‌ی ربات اتریاس

رابط	نماینه	لنگر لختی \bar{I}_i ($kg \cdot m^2$)	جرم m_i (kg)	طول l_i (m)	مرکز جرم a_i (m)
HB, HE	۱	۰/۰۱۹۸	۰/۶۲۵	۰/۵	۰/۱۶۹
HC, HF	۲	۰/۰۱۵۶	۰/۶۱۰	۰/۴	۰/۱۴۶
AB, IE	۳	۰/۰۱۴۳	۰/۵۱۰	۰/۵	۰/۱۰۶
CD, FG	۴	۰/۰۱۰۹	۰/۴۷۵	۰/۵	۰/۰۷۹
بدنه*	۹	۳/۸۳۱۶	۵۰/۶۵۰	-	۰/۱۸۷
مجموعه فنر	S	۰/۰۲۳۱	۱/۷۰۵	-	$a_{S1} = ۰/۰۴۵$ $a_{S2} = ۰/۰۷۳$

*جرم روتور روی جرم بدنه لحاظ شده است.

جدول ۳: مشخصه‌های مکانیکی اجزا در نمونه‌ی ساخته شده‌ی ربات اتریاس

کمیت	یکا	مقدار تخمینی
ثابت گشتاور موتور (\bar{k})	N. m/A	۰/۰۹۸۷
لنگر لختی روتور و درایور (J_r)	kg. m ²	۰/۰۰۱۲
ضریب فنری پیچشی (k_s)	N. m/rad	۴۱۱۹
ضریب میرایی پیچشی (c_s)	N. m. s/rad	۱/۴۶
میرایی پیچشی معادل جعبه‌دنده (Chd)	N. m. s/rad	۱۹/۰

موضوع لازم است بردار حالت سیستم در انتهای مرحله‌ی چهارم منطبق بر بردار حالت سیستم در ابتدای مرحله‌ی اول واقع شود. از این رو در این مقاله سعی می‌کنیم طرح‌ریزی گام با برآوردن ملزومات فوق انجام گیرد. در طراحی مدل ربات اتریاس فرضیات زیر را در نظر می‌گیریم:

- ۱- محور هر موتور به واسطه‌ی یک جعبه‌دنده‌ی کاهنده با نسبت کاهش $r_g = ۵۰$ به رابط چهارمیله‌ای خود متصل می‌شود.
- ۲- میله‌ی واسطه‌ی فنی در هر چهارمیله‌ای، ترکیبی سری در اتصالات به صورت «موتور - فنر - رابط» ایجاد می‌کند. از این رو می‌توان گفت گشتاور خروجی از محور موتور، پس از ملاحظه‌ی جعبه‌دنده و اهرم‌بندی، به طور متناسب بر فنر اعمال می‌شود [۲۵].
- ۳- در ربات اتریاس فنر و موتور دارای خاصیت میرایی نیز می‌باشند که به صورت میراگر ویسکوز در مدل دینامیکی لحاظ می‌شود و سهم تلفات ریلی نیز در استخراج معادلات حرکت منظور می‌شود.
- ۴- از تغییر مکان مرکز جرم صفحات فنی ناشی از خمش آنها تحت تأثیر نیروی روی پاها صرف نظر می‌شود.
- ۵- برخورد به صورت پلاستیک و بدون برگشت و یا لغزش پا در نظر گرفته می‌شود.

برای نگهداری ربات اتریاس از میله‌ی گردان بلندی استفاده می‌شود، که به وسیله‌ی آن از حرکت ربات در صفحه‌ی تمام‌رخ^۱ جلوگیری شده و حرکتی صفحه‌ای در صفحه‌ی نیم‌رخ^۲ را به دست می‌دهد. از این رو مناسب است در انتخاب مختصات تعمیم‌یافته، زاویه‌ی بدنه‌ی ربات با راستای عمودی را ثابت فرض کنیم، و مطابق شکل ۲ سایر زوایای رابط‌ها را نیز با سنجش نسبت به محور عمودی محاسبه کنیم (زوایای مطلق). بنابراین مدل ربات اتریاس بر مبنای بدنه قفل شده^۳ ساخته می‌شود.

در مرحله‌ی تکیه‌گاهی نقطه‌ی تماس پای تکیه‌گاهی با زمین به عنوان مبدأ چارچوب مرجع انتخاب شده و پیکره‌بندی ربات نسبت به آن توصیف می‌شود. مطابق شکل ۲، برای هر پا چهار مختصه‌ی پیکره‌بندی داریم که عبارتند از زوایای رابط‌های ران، میله بالایی، فنر ران، و فنر میله بالایی، که همگی نسبت به راستای رابط تنه سنجیده می‌شوند. با انتخاب این زوایا به عنوان مختصات تعمیم‌یافته، آنها را برای پای تکیه‌گاهی به ترتیب با q_1, q_2, q_3, q_4 ، و به طور متناظر برای پای آونگی با q_5, q_6, q_7, q_8 ، نشان می‌دهیم. آنگاه با معلوم بودن این زوایا، پیکره‌بندی ربات در مرحله‌ی تکیه‌گاهی مشخص می‌شود. کنده شدن پای تکیه‌گاهی در مرحله‌ی پرواز دو درجه آزادی اضافه می‌کند که از این رو دو مختصه‌ی q_9 و q_{10} محل مفصل ران، لحاظ می‌شود. گشتاور اعمالی موتورها روی مفاصل فعال ربات سبب راندن رابط‌های ران و میله‌ی بالایی در هر پای می‌شود. بنابراین ۴ موتور یا ۴ مفصل فعال در راندن مجموعه‌ی ربات سهم هستند. گشتاور کنترلی روی هر مفصل که موجب تغییر زاویه‌ی رابط متصل به آن نسبت به راستای تنه می‌شود، در جدول ۱ مشخص شده

1. Frontal Plane
2. Sagittal Plane
3. Locked Torso

انرژی مکانیکی رابط ران HB:

اگر \bar{x}_{HB}^S و \bar{y}_{HB}^S به ترتیب مختصه‌های افقی و عمودی مرکز جرم رابط HB و بالانویس S نماینده‌ی مقدار آنها در مرحله‌ی تکیه‌گاهی باشد، آنگاه داریم:

$$\bar{x}_{HB}^S = l_3 \sin(-q_2) - (l_1 - a_1) \sin(q_1) \quad (\bar{A}-7)$$

$$\bar{y}_{HB}^S = l_3 \cos(-q_2) + (l_1 - a_1) \cos(q_1) \quad (\bar{B}-7)$$

انرژی جنبشی رابط HB عبارت خواهد بود از:

$$T_{HB}^S = \frac{1}{2} m_1 ((\dot{\bar{x}}_{HB}^S)^2 + (\dot{\bar{y}}_{HB}^S)^2) + \frac{1}{2} \bar{I}_1 (\dot{q}_1)^2 \quad (8)$$

انرژی پتانسیل رابط HB نیز برابر خواهد بود با:

$$V_{HB}^S = m_1 g \bar{y}_{HB}^S \quad (9)$$

انرژی مکانیکی مکانیزم فنری متصل به رابط HB:

با توجه به آنکه جرم مکانیزم فنری متصل به رابطها در مقایسه با خود رابطها قابل ملاحظه است، لذا لازم است تأثیر آن در معادلات حرکت منظور شود. تصور کنیم مرکز جرم مکانیزم فنری متصل به هر رابط از محل لولای ران در سمت راستی رابط و نیز عمود بر آن به ترتیب به اندازه‌ی a_{s1} و a_{s2} فاصله داشته باشد. آنگاه مختصه‌های افقی و عمودی مکانیزم فنری متصل به رابط HB نسبت به چارچوب مرجع برابر است با:

$$\bar{x}_{HB,S} = l_3 \sin(-q_2) - l_1 \sin(q_1) + [a_{s1} \sin(q_3) - a_{s2} \cos(q_3)] \quad (\bar{A}-10)$$

$$\bar{y}_{HB,S} = l_3 \cos(-q_2) + l_1 \cos(q_1) - [a_{s1} \cos(q_3) + a_{s2} \sin(q_3)] \quad (\bar{B}-10)$$

بدین ترتیب انرژی‌های جنبشی و پتانسیل مکانیزم فنر متصل به رابط HB عبارت خواهند شد از:

$$T_{HB,S} = \frac{1}{2} m_s ((\dot{\bar{x}}_{HB,S}^S)^2 + (\dot{\bar{y}}_{HB,S}^S)^2) + \frac{1}{2} \bar{I}_s (\dot{q}_3)^2 \quad (11)$$

$$V_{HB,S} = m_s g \bar{y}_{HB,S}^S + \frac{1}{2} k_s (q_3 - q_1)^2 \quad (12)$$

انرژی جنبشی روتور راننده‌ی رابط HB:

با فرض آنکه دوران محور خروجی جعبه‌دنده‌ی راننده‌ی رابط HB برابر با دوران فنر متصل به HB باشد، آنگاه با ملاحظه‌ی نسبت کاهش جعبه‌دنده، k_g ، سرعت زاویه‌ای روتور راننده‌ی رابط HB برابر است با:

$$\dot{\theta}_{HB,R}^S = r_g \dot{q}_3 \quad (13)$$

با منظور کردن جرم موتورها روی جرم تنه، در اینجا تنها سهم دوران روتورها باید به انرژی جنبشی ربات اضافه شود:

$$T_{HB,R}^S = \frac{1}{2} J_r (\dot{\theta}_{HB,R}^S)^2 \quad (14)$$

کار اتلافی ناشی از اصطکاک در جعبه‌دنده و مکانیزم فنری متصل به رابط HB:

با استفاده از رابطه‌ی ریلی برای ملاحظه‌ی اصطکاک لزج در روش لاگرانژی جهت استخراج معادلات حرکت، توان اتلافی در جعبه‌دنده و مکانیزم فنری متصل به رابط HB عبارت خواهد بود از:

$$R_{HB,D}^S = \frac{1}{2} c_{hd} (\dot{q}_3)^2 + \frac{1}{2} c_s (\dot{q}_3 - \dot{q}_1)^2 \quad (15)$$

معادلات حاکم بر حرکت در هر یک از مراحل تکیه‌گاهی و پرواز ربات اتریاس در صفحه‌ی نیم‌رخ، به‌روش لاگرانژی و با احتساب سهم مربوط به تلفات ریلی استخراج می‌شود. بدین ترتیب داریم:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} + \frac{\partial R}{\partial \dot{q}_i} = Q_i \quad (1)$$

$$L = T - V \quad (2)$$

که در روابط بالا، L لاگرانژین، T و V به ترتیب انرژی جنبشی و پتانسیل، R کار اتلافی ریلی، Q_i نیروی‌های تعمیم‌یافته اعمال شده توسط موتورها، و q_i مختصه‌های تعمیم‌یافته‌ی مجموعه هستند.

انرژی جنبشی کل شامل مجموع انرژی جنبشی انتقالی و دورانی هر یک از اجزای ربات می‌باشد، یعنی:

$$T = \sum_i \left(\frac{1}{2} m_i \bar{v}_i^2 + \frac{1}{2} \bar{I}_i \omega_i^2 \right) \quad (3)$$

که در آن، m جرم، \bar{v} سرعت خطی مرکز جرم، ω سرعت زاویه‌ای و \bar{I} لنگر لختی حول مرکز جرم، برای هر رابط ربات می‌باشد. انرژی پتانسیل نیز شامل مجموع اثر وزن رابطها و اثر کشسانی رابطهای فنری می‌باشد:

$$V = \sum_i m_i g h_i + \sum_{i=1}^2 \frac{1}{2} k_{s_i} (\Delta \theta_{s_i})^2 \quad (4)$$

که در آن، h ارتفاع مرکز جرم هر رابط نسبت به زمین، k_s ضریب فنری پیچشی معادل $\Delta \theta_s$ پیچش معادل ناشی از تغییر شکل رابطهای فنری می‌باشند. تلفات ریلی در جعبه‌دنده و مکانیزم فنری نیز بر اساس مدل اصطکاک لزج به صورت زیر قابل محاسبه است:

$$R = \frac{1}{2} \dot{q}^T D \dot{q} \quad (5)$$

که در آن D ماتریس میرایی شامل ضرایب میرایی پیچشی ربات می‌باشد. نیروهای تعمیم‌یافته را نیز می‌توان بر مبنای اصل کار مجازی از تساوی زیر محاسبه نمود:

$$\delta W = \sum_i Q_i \delta q_i \quad (6)$$

$$\equiv r_g [0 \ 0 \ u_1 \ u_2 \ 0 \ 0 \ u_3 \ u_4]^T \delta q$$

۳-۱- معادلات حرکت در مرحله‌ی تکیه‌گاهی

در مرحله‌ی تکیه‌گاهی فرض کرده‌ایم با تأمین اصطکاک لازم انتهای پای تکیه‌گاهی بر زمین لولا شده و مجموع پیکره حول این نقطه دوران می‌کند. شرط تحقق این امر آن است که در طول فاز تکیه‌گاهی همواره $F_y > 0$ باشد تا تماس پا با زمین حفظ شود و $F_x < \mu_s F_y$ باشد تا لغزش رخ ندهد، که در آن F_x و F_y نشان دهنده مولفه افقی و عمودی نیروی واکنش زمین و μ_s نشان دهنده ضریب اصطکاک ایستایی بین پا و زمین می‌باشد. در این فاز پیکره‌بندی ربات شامل یک زنجیره‌ی سینماتیکی باز می‌باشد که می‌توان با شروع از نقطه‌ی تکیه‌گاه مشخصه‌های سینماتیکی همه‌ی رابطها را نسبت به چارچوب مرجع محاسبه نمود. پس از آن می‌توان معادلات حرکت را تشکیل داد. برای نمونه اگر قسمت بالایی پای تکیه‌گاهی را در نظر بگیریم، محاسبات زیر می‌بایست انجام گیرد:

۳-۳- تحلیل رخدادهای مرحله‌ای

چنانچه حرکت مجموعه در مرحله‌ی تکیه‌گاهی طوری بوده باشد که انرژی لازم برای بلند شدن مجموعه فراهم آید، آنگاه لحظه‌ای پیش خواهد آمد که نیروی واکنش زمین در نقطه‌ی اتکای پا صفر می‌شود. با رخ دادن این وضعیت، شرایط گذر از مرحله‌ی تکیه‌گاهی به مرحله‌ی پرواز برقرار می‌شود. با بکار بستن قانون دوم نیوتن در راستای عمودی، که برای پیکره‌ی منزوی شده از زمین ارزیابی شود، در لحظه‌ی کنده شدن داریم:

$$N = m_{tot}g + m_{tot}\ddot{y}_{COM}^s = 0 \quad (20)$$

که در آن m_{tot} جرم و \ddot{y}_{COM}^s مؤلفه‌ی عمودی شتاب مرکز جرم کل ربات می‌باشد. با صفر شدن مؤلفه‌ی عمودی نیروی واکنش زمین، N ، می‌توان پیش‌بینی کرد در لحظه‌ی کنده شدن داریم:

$$m_{tot}g + \sum_i m_i \left(\frac{\partial \bar{y}_i}{\partial q^s} \ddot{q}^s + \frac{\partial}{\partial q^s} \left(\frac{\partial \bar{y}_i}{\partial q^s} \dot{q}^s \right) \dot{q}^s \right) \Big|_{q^*} = 0 \quad (21)$$

که m_i و \bar{y}_i جرم و مختصه‌ی عمودی مکان مرکز جرم هر رابط، و q^* پیکره‌بندی ربات درست در لحظه‌ی کنده شدن، می‌باشند. شایان ذکر است با توجه به پیوسته بودن متغیرهای حالت (هم پیکره‌بندی و هم سرعتی) هنگام کندگی از زمین، شرایط اولیه برای حل معادلات حرکت مرحله‌ی پرواز برابر با شرایط انتهایی حالت سیستم در مرحله‌ی تکیه‌گاهی است، یعنی داریم:

$$\begin{cases} q_0^f(1:8) = q^*, & q_0^f(9) = x_H^*, & q_0^f(10) = y_H^* \\ \dot{q}_0^f(1:8) = \dot{q}^*, & \dot{q}_0^f(9) = \dot{x}_H^*, & \dot{q}_0^f(10) = \dot{y}_H^* \end{cases} \quad (22)$$

که در آن زیرنویس H نماینده‌ی کمیت‌های مربوط به مفصل ران می‌باشد.

۳-۴- تحلیل رخداد برخورد

در انتهای مرحله‌ی پرواز با برخورد انتهای پای جلویی بر زمین، مرحله‌ی پرواز و نیز دوره‌ی یک قدم به اتمام می‌رسد و ربات دویا به ابتدای مرحله‌ی تکیه‌گاهی قدم بعدی وارد می‌شود. همان طور که در دوییدن یا راه رفتن انسان نیز قابل مشاهده است، هنگام رخداد برخورد پیکره‌بندی بدون تغییرات ناگهانی و به طور هموار از دوره‌ی پیش از برخورد به دوره‌ی پس از آن جابه‌جا می‌شود. با این حال برخورد با اعمال نیروی واکنشی ضربه‌ای که از سمت زمین به انتهای پای فرود آمده وارد می‌شود همراه است و سبب تغییر ناگهانی در مقدار تکانه‌ی مجموعه می‌شود. از این رو متغیرهای سرعتی حالت سیستم نیز در هنگام برخورد دستخوش تغییرات ناگهانی می‌شوند. علاوه بر این با ورود به قدم جدید نقش پاها تعویض می‌شود، یعنی پای آونگی فرود آمده نقش پای تکیه‌گاهی را می‌گیرد و برعکس. بنابراین باید برچسب شماره‌ی متغیرها نیز عوض شوند. این کار با ضرب ماتریس تعویض نام انجام می‌گیرد. بدین ترتیب شرایط اولیه برای حل معادلات حرکت در مرحله‌ی تکیه‌گاهی

به همین ترتیب محاسبات فوق برای رابط‌های فعال HE، HC و HF و نیز رابط‌های BA، CD، EI و FG که فاقد مکانیزم محرکه‌ی فیزی هستند، انجام می‌گیرد. سپس با جای‌گذاری عبارات‌های محاسبه شده در رابطه‌ی (۱) و مرتب‌سازی آنها، معادلات حرکت ربات اتریاس در مرحله‌ی تکیه‌گاهی به شکل معادلات دیفرانسیلی زمان پیوسته از مرتبه‌ی دوم مطابق رابطه‌ی بسته‌ی زیر حاصل می‌شود:

$$\begin{aligned} [M^s(q^s)]_{8 \times 8} \cdot [\ddot{q}^s]_{8 \times 1} + [C^s(q^s, \dot{q}^s)]_{8 \times 8} [\dot{q}^s]_{8 \times 1} \\ + [D^s]_{8 \times 8} [\dot{q}^s]_{8 \times 1} \\ + [P^s(q^s)]_{8 \times 1} \\ = [B^s]_{8 \times 4} \cdot [u_m^s]_{4 \times 1} \end{aligned} \quad (16)$$

که در این رابطه M^s موسوم به ماتریس جرم شامل اثرات خطی لختی و C^s ماتریس شامل اثرات شتاب‌های جانب مرکزی و کوریولیس هستند. $D^s \dot{q}^s$ سهم اتلاف اصطکاکی و P^s سهم نیروی‌های پایستار گرانشی و کشسانی در معادلات حرکت را شامل می‌شوند. u_m نیز بردار گشتاورهای موتور است. ماتریس B^s نیز به شکل زیر می‌باشد:

$$B^s = r_g \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T \quad (17)$$

۳-۲- معادلات حرکت در مرحله‌ی پرواز

در مرحله‌ی پرواز هر دو پا از زمین کنده می‌شوند و مرکز جرم مجموعه مانند یک پرتابه در صفحه‌ی حرکت طی مسیر می‌کند. کنده شدن پای تکیه‌گاهی از زمین دو درجه آزادی به مجموعه اضافه می‌کند و از این رو لازم است به بردار مختصه‌های تعمیم‌یافته‌ی مرحله‌ی تکیه‌گاهی دو مختصه‌ی جدید اضافه، و از آن برای توصیف پیکره‌بندی ربات در مرحله‌ی پرواز استفاده کنیم. بنابراین با افزودن دو مختصه‌ی q_9 و q_{10} ، محل مفصل ران، مختصه‌های تعمیم‌یافته در مرحله‌ی پرواز عبارت خواهد شد از: $q^f = [q^s, q_9, q_{10}]$. بالانویس f نماینده‌ی مقدار کمیت‌ها در مرحله‌ی پرواز است. بدین ترتیب در محاسبه‌ی مکان مرکز جرم رابط‌ها از محل مفصل ران به عنوان نقطه‌ی مرجع استفاده خواهد شد. برای نمونه در محاسبه‌ی مکان مرکز جرم رابط HB می‌نویسیم:

$$\bar{x}_{HB}^f = q_9 + a_1 \sin(q_{10}) \quad (18-آ)$$

$$\bar{y}_{HB}^f = q_{10} - a_1 \cos(q_{10}) \quad (18-ب)$$

مشابه مرحله‌ی تکیه‌گاهی، معادلات حاکم بر حرکت ربات در مرحله‌ی پرواز نیز معادلات دیفرانسیلی زمان پیوسته از مرتبه‌ی دوم خواهند بود، و می‌توان آنها را با بکار بردن مجدد روابط (۱) تا (۶) به روش لاگرانژی استخراج نمود. در نهایت به دست خواهیم آورد:

$$\begin{aligned} [M^f(q^f)]_{10 \times 10} \cdot [\ddot{q}^f]_{10 \times 1} \\ + [C^f(q^f, \dot{q}^f)]_{10 \times 10} [\dot{q}^f]_{10 \times 1} \\ + [D^f]_{10 \times 10} [\dot{q}^f]_{10 \times 1} \\ + [P^f(q^f)]_{10 \times 1} \\ = [B^f]_{10 \times 4} [u_m^f]_{4 \times 1} \end{aligned} \quad (19)$$

که در اینجا $[B^f] = [B^s, 0_{4 \times 2}]$ بوده و سایر عبارات‌ها مشابه با عبارات‌های رابطه‌ی (۱۶) می‌باشد.

برای اجتناب از بروز اشتباه در استخراج معادلات از ابزار سمبولیک نرم افزار متلب برای محاسبات و مشتق‌گیری های پارامتری استفاده می‌شود. همچنین برای صحنه گذاری مدل دینامیکی فاز پرواز و فاز تکیه-گاهی به طور جداگانه، معادلات دینامیکی سیستم با شرایط اولیه دلخواه و با گشتاور موتورهای صفر حل می‌شوند و با استفاده از پاسخ عددی بدست آمده انرژی مکانیکی کل سیستم محاسبه می‌شود. در صورتی که انرژی مکانیکی در این حالت در طول زمان ثابت بماند تاییدی بر درست بودن معادلات حرکت می‌باشد. همچنین برای صحنه گذاری مدل برخورد تکانه زاویه‌ای سیستم حول نقطه برخورد را قبل و بعد از برخورد به صورت عددی محاسبه می‌کنیم و چک می‌کنیم که این مقادیر باهم برابر باشند. پایستاری تکانه زاویه‌ای حول این نقطه نیز تاییدی بر درست بودن مدل برخورد می‌باشد [۲۶].

۴- تشکیل تابع هزینه برای مسئله بهینه‌سازی

بر اساس روش پیشنهاد شده در این مقاله در پی یافتن توابع گشتاورهای مفصل بر حسب زمان هستیم که بتوانند ضمن تولید گام دوییدن برای ربات اتریاس، انرژی لازم برای این منظور را نیز کمینه کنند. بدین منظور به تعداد موتورهای فعال، به طور جداگانه برای هر یک از مراحل تکیه‌گاهی و پرواز توابع چندجمله‌ای بر حسب زمان و با ضرائب نامعین تعریف می‌کنیم، که این توابع نحوه تغییرات گشتاور تولیدی موتورها را معین می‌کنند. بنابراین ۴ تابع گشتاور برای مرحله تکیه-گاهی و ۴ تابع گشتاور برای مرحله پرواز منظور می‌گردد. با تعیین ضرائب، توابع گشتاور هر مرحله معین می‌شود، و آنگاه با حل معادلات حرکت (۱۶) و (۱۹)، یعنی حل مسئله دینامیک مستقیم، الگوی گام حاصل از گشتاورهای اعمالی ارزیابی خواهد شد. اگر نتیجه حاصل از شبیه‌سازی الزامات زیر برای تحقق یک گام قابل قبول برای دوییدن را برآورد کند، آنگاه آن دسته گشتاورهای اعمالی، رقابت برای کمینه کردن هزینه حمل را ادامه خواهند داد.

اولین الزام برای تحقق گام در یک ربات آن است که تمام رابطهای آن بالای سطح زمین قرار گرفته باشند و در آن فرو نروند. با این حال در ارزیابی الگوهای حاصل شده در مسئله بهینه‌سازی این مقاله، با تعریف مقدار نفوذ به عنوان یک جریمه بزرگ و افزودن آن به تابع هزینه گام طوری طرح ریزی می‌شود که مقدار نفوذ پای آونگی در زمین صفر باشد. جریمه نفوذ پا در زمین، به صورت زیر، در هر یک از مراحل تکیه‌گاهی و پرواز جداگانه محاسبه می‌شود:

$$\begin{cases} p_{cla}^s = \sum_t y_{tip}^s(t) & \forall t : y_{tip}^s(t) < 0 \\ p_{cla}^f = \sum_t y_{tip}^f(t) & \forall t : y_{tip}^f(t) < 0 \end{cases} \quad (27)$$

که در اینجا y_{tip} مختصه قائم انتهای پای آونگی در چارچوب مرجع است.

قدم جدید، که بلافاصله پس از رخداد برخورد حاصل می‌شود، با اعمال نگاشت زیر موسوم به نگاشت برخورد قابل محاسبه است:

$$x_{\pm}^s \equiv \begin{Bmatrix} q_{\pm}^s \\ \dot{q}_{\pm}^s \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S \\ S \cdot \Delta q \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q^f \\ \dot{q}^f \end{Bmatrix} \equiv f^s \Delta \cdot x^f \quad (23)$$

که در آنها زیرنویس‌های «+» و «-» به ترتیب نماینده مقدار آن کمیت، درست پس و پیش از لحظه برخورد هستند. x بردار حالت و S ماتریس تعویض نام می‌باشند. با توجه به توضیحات بالا S عبارت است از:

$$S \equiv \begin{bmatrix} 0_{4 \times 4} & 1_{4 \times 4} & 0_{4 \times 2} \\ 1_{4 \times 4} & 0_{4 \times 4} & 0_{4 \times 2} \end{bmatrix} \quad (24)$$

که 0 و 1 به ترتیب ماتریس‌های صفر و همانی از مرتبه ذکر شده هستند. همچنین Δq نگاشت تغییرات ناگهانی بردار سرعت در رخداد برخورد است. این نگاشت، بر اساس روش ارائه شده در مرجع [۲۷]، با ملاحظه دو فرض محاسبه می‌شود. اول اینکه رخداد برخورد آنی صورت می‌گیرد و حین آن موتورهای گشتاورهای ضربه‌ای تولید نمی‌کنند. و دوم آنکه فرود پا بر زمین بدون لغزش یا جهش صورت می‌گیرد که نتیجه آن صفر شدن آنی سرعت نقطه‌ای انتهایی پای فرود آمده می‌باشد. بر این مبنای نگاشت Δq خواهد بود:

$$\begin{aligned} \Delta q = & [M^f(q^f)]^{-1} [M^f(q^f) - \\ & J^t(p_2) [J(p_2) [M^f(q^f)]^{-1} J^t(p_2)]^{-1} J(p_2)] \quad (25) \end{aligned}$$

که در این رابطه $p_2 = p_2(q^f)$ مکان نقطه‌ای انتهایی پای فرود آمده و $J(p_2) = \frac{\partial p_2}{\partial q^f}$ ژاکوبین آن نسبت به مختصات تعمیم‌یافته مرحله پرواز می‌باشند.

۳-۵- دینامیک ترکیبی حاکم بر دوییدن

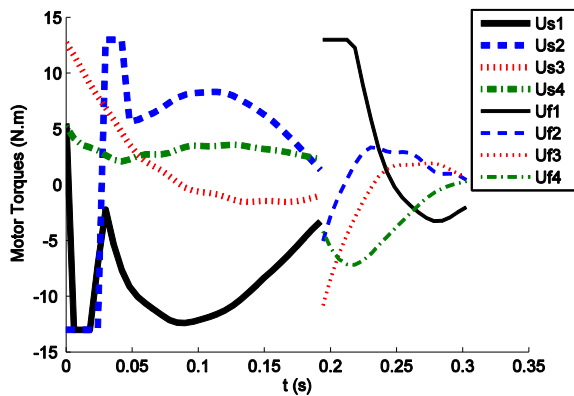
در این قسمت دینامیک ترکیبی حاکم بر دوییدن ربات دوی با پای نقطه‌ای، شامل مراحل زمان پیوسته تکیه‌گاهی و پرواز، گذر هموار کنده شدن و نیز برخورد ضربه‌ای همراه با ناپیوستگی، را به شکل زیر جمع‌بندی می‌کنیم:

$$\begin{cases} \dot{x}^s = F^s(x^s, u_m^s) & \text{معادله دیفرانسیل حاکم بر مرحله تکیه‌گاهی} \\ x^s \longrightarrow x_0^f & \text{گذر هموار از مرحله تکیه‌گاهی به مرحله پرواز} \\ \dot{x}^f = F^f(x^f, u_m^f) & \text{معادله دیفرانسیل حاکم بر مرحله پرواز} \\ x^f \longrightarrow x_{\pm}^s & \text{گذر همراه با ناپیوستگی هنگام رخداد برخورد} \end{cases} \quad (26)$$

یک قدم کامل دوییدن از توالی مراحل فوق حاصل می‌شود. برای یک گام متناوب لازم است در انتهای هر قدم پس از رخداد برخورد، x_0^s حاصل شده برای شروع قدم جدید همواره مقدار ثابتی باشد. البته در عمل سعی در همگرا کردن دنباله‌ی x_0^s ها در قدم‌های متوالی می‌باشد که می‌باید به واسطه‌ی یک کنترل‌کننده مناسب حاصل شود. صرف‌نظر از این موضوع، هدف این مقاله یافتن توابع گشتاور $u_m = [u_m^s; u_m^f]$ که تنها یک قدم دوییدن را تولید نمایند و در آخر بردار حالت را به شرایط آغازین قدم ختم کند.

برای حل مسئله‌ی بهینه‌سازی از جعبه ابزار بهینه‌سازی نرم افزار متلب بر اساس روش بر مبنای مشتق استفاده می‌کنیم. از این رو انتخاب حدس اولیه در سرعت همگرایی و نیز اجتناب از کمینه‌های محلی نقش مهمی خواهد داشت. هر چه محل حدس اولیه نزدیک‌تر به حوزه‌ی همگرایی جواب بهینه‌ی غالب قرار گیرد، سریع‌تر و با اطمینان بیشتر به آن جواب بهینه نزدیک خواهیم شد. بدین جهت در انتخاب حدس اولیه از جواب موجود بر مبنای مدل آونگ وارون فزری که در مرجع [۲۶] در موضوع طرح‌ریزی و کنترل گام دوییدن در ربات اتریاس به دست آمده است، استفاده می‌کنیم. باید انتظار داشت الگوی دوییدن حاصل از حل مسئله‌ی بهینه‌سازی نسبت به آن که بر مبنای مدل آونگ وارون فزری به دست آمده و آن را به عنوان حدس اولیه در روند بهینه‌سازی وارد کردیم، هزینه‌ی کمتری داشته باشد. برای محاسبه‌ی حدس اولیه می‌بایست برداری از ضرائب نامعین مربوط به چندجمله‌ای‌های سازنده‌ی توابع گشتاور را ایجاد کنیم. این کار با برازش چندجمله‌ای‌هایی از درجه مطلوب با نمودارهای گشتاور ارائه شده بر مبنای مدل آونگ وارون فزری که در شکل ۳ نشان داده شده انجام می‌شود. لازم به ذکر است که پیچیدگی، درجه آزادی بالا و داشتن گسستگی مدل دینامیکی و نیز تعداد زیاد پارامترهای بهینه‌سازی باعث می‌شود که مساله بهینه‌سازی با شروع از یک حدس اولیه نامناسب در مینیمم‌های موضعی گیر بیفتد و به نتایجی بسیار دورتر از گام دوییدن بهینه منجر شود.

نمودار مولفه‌های افقی و عمودی نیروی واکنش زمین برای کنترل دوییدن اتریاس بر مبنای آونگ وارون فزری در شکل ۴ نشان داده شده است که حداکثر ضریب اصطکاک لازم زمین برای آن ۰/۳۴ می‌باشد.



شکل ۳: نمودار گشتاورهای موتورهای ارائه شده بر مبنای مدل آونگ وارون فزری

الزام دیگری که باید در الگوی حرکتی رعایت شود تناوبی بودن آن است. از آنجا که هر قدم کامل عبارت از جواب حاصل از حل معادلات (۲۶) است، بنابراین اگر شرایط اولیه در شروع فاز تکیه‌گاهی برای هر قدم برابر گرفته شود، آنگاه جواب‌های یکسان و یا به عبارتی قدم‌های یکسان خواهیم داشت. همچنان که گفته شد خروجی نگاشت برخورد، شرایط اولیه برای قدم جدید خواهد بود. اگر چه برابری کامل بین شرایط اولیه‌ی داده شده برای حل معادلات حرکت در مرحله‌ی تکیه‌گاهی x_0^s و خروجی نگاشت برخورد x_0^f مطلوب آرمانی در یافتن الگوی دوییدن است، با این حال می‌توان اختلاف کم بین آن دو را قابل قبول دانست، و در عین حال سعی کرد مقدار این اختلاف به کمترین مقدار خود کاهش پیدا کند. از این رو اندازه‌ی برداری تفاضل آنها را به عنوان جریمه‌ای دیگر به تابع هزینه اضافه می‌کنیم تا در روند بهینه‌یابی و در تعامل با تابع هزینه تا حد ممکن کاهش یابد.

تابع هزینه‌ی اصلی در مسئله‌ی بهینه‌سازی ما تحت عنوان هزینه‌ی حمل همراه با جریمه‌ها با ظابطه‌ی بی بعد شده‌ی زیر تعریف می‌شود:

$$COT = \frac{W}{m_{tot}g \Delta x_{STD}} + \frac{|x_+^s - x_0^s|}{|x_0^s|} + \frac{p_{cld}^s + p_{cld}^f}{l_1 + l_3} \quad (28)$$

که Δx_{STD} جابه‌جایی افقی انتهایی پای آونگی و W کار انجام شده‌ی ربات طی یک قدم کامل می‌باشد. W از رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شوند:

$$W = \int_{t_0^s}^{t_*} |[\dot{q}^s]^t [B^s][u_m^s]| dt + \int_{t_*}^{t_f^f} |[\dot{q}^f]^t [B^f][u_m^f]| dt \quad (29)$$

که t_* و t_f^f به ترتیب زمان وقوع رخداد‌های کنده شدن و برخورد می‌باشند، که همراه با بردار سرعت تعمیم‌یافته در هر مرحله‌ی زمان پیوسته، پس از حل مسئله‌ی دینامیک مستقیم معلوم می‌شوند.

همچنین توابع گشتاور برای هر یک از مراحل تکیه‌گاهی و پرواز، در قالب چندجمله‌ای‌های جداگانه بر حسب زمان با ضرائب نامعین طرح‌ریزی می‌شوند. بدین ترتیب یافتن دسته توابع بهینه‌کننده‌ی گام محدود به یافتن ضرائب سازنده‌ی آن چندجمله‌ای‌ها شده که به آن پارامتری‌سازی مسئله می‌گوییم. روند پارامتری‌سازی با چندجمله‌ای‌های درجه ۳، ۴ و ۵ تکرار می‌شود تا بهترین شکل گشتاورها برای مسئله‌ی مورد نظر حاصل شود. برای نمونه اگر چندجمله‌ای‌ها از درجه ۳ انتخاب شوند، شکل توابع گشتاور به صورت زیر خواهد شد:

$$\begin{cases} u_i^s = a_{i,3}^s t^3 + a_{i,2}^s t^2 + a_{i,1}^s t + a_{i,0}^s & t_0^s \leq t < t_* \\ u_i^f = a_{i,3}^f t^3 + a_{i,2}^f t^2 + a_{i,1}^f t + a_{i,0}^f & t_* \leq t < t_f^f \end{cases} \quad (30)$$

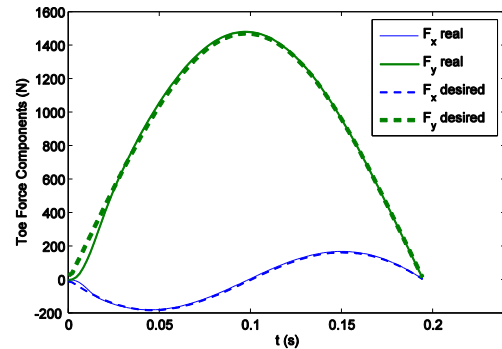
که نمایه‌ی i به ازای $i = 1, 2, 3, 4$ نماینده‌ی شماره‌ی موتورها می‌باشد. بنابراین هر دسته توابع گشتاور با تعیین ۳۲ ضریب طرح‌ریزی می‌شود. تعداد این ضرائب هنگامی که چندجمله‌ای‌ها از درجات ۴ و ۵ انتخاب شوند به ترتیب به ۴۰ و ۴۸ ضریب افزایش می‌یابد. ملاحظه می‌شود که تابع هزینه تابعی کاملاً غیرخطی، ناپیوسته‌ی رخداد پایه و با تعداد متغیرهای زیاد است، که سبب افزایش هزینه‌ی محاسباتی و زمان‌بری حل مسئله می‌شود.

ی تکیه‌گاهی، انرژی مکانیکی مجموعه در طول یک قدم، و نیز تصاویر متوالی از پیکره‌بندی حین دوییدن، به ترتیب در شکل‌های ۶ تا ۸ نشان داده شده‌اند.

با مقایسه‌ی شکل‌های ۴ و ۵ مشاهده می‌شود، نمودارهای گشتاور حاصل از بهینه‌سازی به حد اشباع موتورها (۱۳ N.m) نمی‌رسند و از این رو تغییراتی هموار دارند. به‌علاوه ناپیوستگی‌های موجود در نمودارهای گشتاور شکل ۴ که موجب ایجاد ضربه‌های شدید حین حرکت ربات می‌شوند در نمودارهای شکل ۵ به جز در هنگام گذر از مرحله‌ی تکیه-گاهی به مرحله‌ی پرواز حذف شده‌اند، زیرا که هر یک از نمودارهای گشتاور حاصل از جواب بهینه منحنی‌های پیوسته‌ی چندجمله‌ای از درجه ۳ با تغییراتی هموار می‌باشند.

در شکل ۶ مؤلفه‌های نیروی واکنش زمین که حین مرحله‌ی تکیه-گاهی بر انتهای پای تکیه‌گاهی وارد می‌شود، از نظر کیفی نموداری مشابه با اندازه‌گیری‌های تجربی همین نیروها در دوییدن انسان، تشکیل داده‌اند. مؤلفه‌ی افقی نیروی واکنش زمین در واقع نیروی اصطکاک لازم در حرکت است که بر اساس تعادل دینامیکی در راستای افقی محاسبه شده است. در این نمودار نسبت F_x/F_y در اوایل فاز تکیه‌گاهی مقادیر بالاتر از یک را داراست و در ادامه کمتر یک می‌باشد. حداکثر مقدار آن ۱/۸۹ است که نشانگر حداقل ضریب اصطکاک لازم بین پا و زمین می‌باشد. فراهم آوردن این ضریب اصطکاک در عمل امکان‌پذیر است زیرا ضریب اصطکاک بین لاستیک و فلزات بین ۱ تا ۴ می‌باشد [۲۸] و نیز پلیمرهایی با آرایه‌های میکروفیبر ساخته شده است که حتی ضریب اصطکاک بالای ۱۰ را نیز فراهم می‌کند [۲۹]. مؤلفه‌ی عمودی نیروی واکنشی در مرحله‌ی تکیه‌گاهی می‌بایست مقداری مثبت داشته باشد تا نشان فشرده شدن و حفظ تماس پای تکیه‌گاهی با زمین باشد. از این رو همان‌طور که ملاحظه می‌شود در لحظه‌ای که مقدار نیروی عمودی به صفر می‌رسد کنده شدن پای تکیه‌گاهی و شروع مرحله‌ی پرواز را مشاهده می‌کنیم.

در شکل ۸ تصاویر متوالی از پیکره‌بندی ربات اتریاس حین دوییدن نشان داده شده است، که با شبیه‌سازی طبق گشتاورهای بهینه‌ساز درجه ۳ گرفته شده‌اند. در این تصاویر نحوه‌ی پیش آمدن ربات در مرحله‌ی تکیه-



شکل ۴: نمودار مؤلفه‌های نیروی واکنش زمین بدست آمده بر مبنای مدل آونگ و ارون فنی

۵- نتایج و بحث

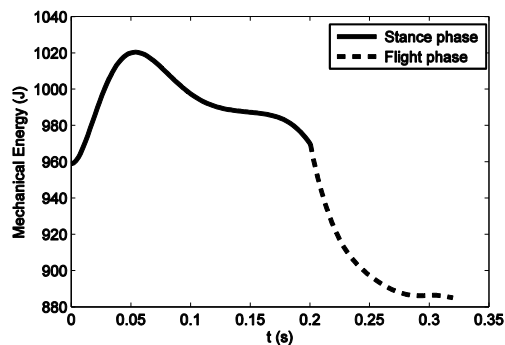
پس از شبیه‌سازی مدل (۲۶) در نرم‌افزار متلب و مقداردهی گشتاورها مطابق توابع (۳۰) با اجرای برنامه‌ی بهینه‌سازی بر مبنای مشتق توسط جعبه ابزار موجود در همان نرم‌افزار، جواب بهینه برای تولید گام دوییدن در ربات دوپای اتریاس به ازای سه درجه انتخابی در ساخت چندجمله‌ای‌ها محاسبه شد. شرایط اولیه فاز تکیه‌گاهی x_0^s برای شروع حرکت در هر تکرار و حدس اولیه برای توابع گشتاور در اولین تکرار، متناظر با الگوی گام دوییدن بر مبنای مدل آونگ و ارون فنی اعمال شدند. توقف برنامه با ثابت شدن مقدار هزینه در تکرارهای متوالی انجام می‌گرفت.

نتایج به دست آمده از اجرای سه روند بهینه‌سازی بر مبنای مشتق و یک بار اجرای الگوریتم ژنتیک در مقایسه با نتیجه‌ی حاصل از مدل آونگ و ارون فنی، برای تولید گام دوییدن در ربات دوپای اتریاس در جدول ۴ فهرست شده است. همچنان که ملاحظه می‌شود به ازای هر سه درجه انتخاب شده در ساخت توابع گشتاور هزینه‌ی حمل به دست آمده نسبت به مقدار حاصل از دوییدن بر مبنای مدل آونگ و ارون فنی کمتر است. به علاوه کمترین مقدار تابع هزینه به ازای منحنی‌های گشتاور درجه ۴ به دست آمده است. همچنین خطای ناشی از عدم تطابق حالت پس از برخورد با شرایط اولیه، به ازای منحنی‌های گشتاور درجه ۴، تقریباً برابر با منحنی‌های درجه ۵ و البته کمتر از منحنی‌های درجه ۳ و نیز مقدار متوسط آن در دوییدن بر مبنای مدل آونگ و ارون فنی می‌باشد. به این نکته اشاره کنیم که نتایج ذکر شده برای دوییدن بر مبنای مدل آونگ و ارون فنی، با شبیه‌سازی اجرای ده قدم محاسبه شده است، و با توجه به تغییرات کم مقدار هزینه‌ی حمل در ده قدم، متوسط هزینه‌ی حمل در جدول ۴ درج شده است.

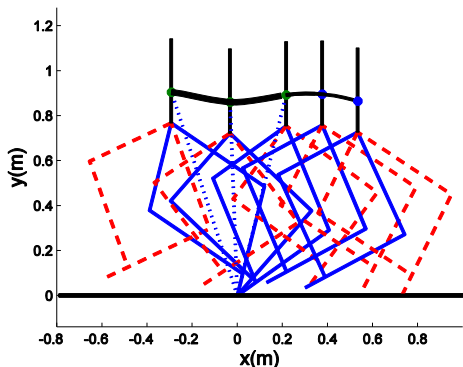
در شکل ۵ منحنی گشتاورهای بهینه که با پارامتری‌سازی بر اساس چندجمله‌ای‌های درجه ۳ برای تولید گام دوییدن در ربات دوپای اتریاس حاصل شدند، نمایش داده شده است. با شبیه‌سازی دوییدن ربات طبق منحنی گشتاورهای بدست آمده نمودار نیروی واکنش زمین حین مرحله-

جدول ۴: مقایسه‌ی نتایج به دست آمده از بهینه‌سازی و مدل آونگ و ارون فنی

مساله بهینه سازی	شماره‌ی تکرار	هزینه‌ی حمل	$ x_f^s - x_0^s $
درجه ۳ با fmincon	حدس اولیه	۲/۵۲۲۹	۶/۴۶۷۱
	۱۰	۱/۵۷۹۷	۱/۱۲۵۶
	۳۰	۱/۵۵۰۶	۰/۶۷۹۸
	۵۰	۱/۵۴۶۵	۰/۶۷۱۱
	۷۵	۱/۵۴۵۹	۰/۶۴۵۹



شکل ۷: انرژی مکانیکی مجموعه حین یک قدم، با شبیه‌سازی طبق گشتاورهای بهینه درجه ۳



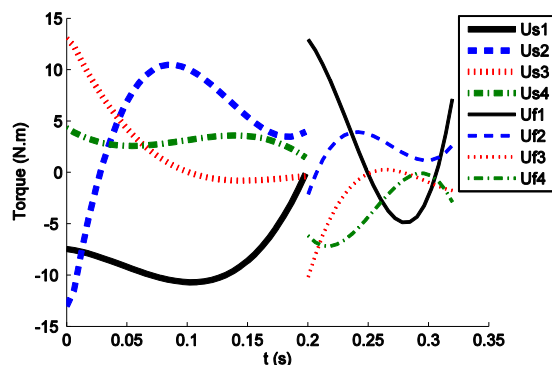
شکل ۸: تصاویر متوالی از پیکره‌بندی حین دویدن، با شبیه‌سازی طبق گشتاورهای بهینه درجه ۳

گاهی تا لحظه‌ی کنده شدن و نیز ادامه‌ی پیشروی در مرحله‌ی پرواز تا رخداد برخورد مشاهده می‌شود. همچنین مسیر دنبال شده توسط مرکز جرم نیز به تفکیک در هر یک از مراحل تکیه‌گاهی و پرواز نمایانده شده است. این مسیر مشابه مسیری است که مرکز جرم بدن انسان طی دویدن در صفحه‌ی نیم‌رخ ایجاد می‌کند.

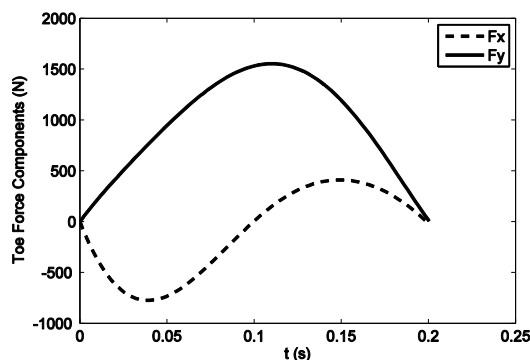
شبیه‌سازی دویدن به ازای جواب بهینه سازی شده با گشتاورهای پارامتری شده از درجه‌های ۴ و ۵ نتایج مشابهی را نشان می‌دهند. از مقایسه نمودارهای گشتاور حاصل شده در این حالتها در شکل‌های ۹ و ۱۰ مشاهده می‌شود که منحنی‌های گشتاورهای متناظر اختلاف کمی باهم دارند. همه منحنی‌ها هموار هستند و به جز لحظات کوتاهی در شروع مرحله‌ی تکیه‌گاهی که موتور ۲ و نیز شروع مرحله‌ی پرواز که موتور ۱ به اشباع می‌رسد، در سایر لحظات از پدیده‌ی اشباع اجتناب می‌شود. حداکثر ضریب اصطکاک لازم در هر دو حالت ۱/۸۸ بدست آمده است که خیلی نزدیک به مقدار اصطکاک لازم برای گشتاورهای بهینه درجه ۳ است. با شبیه‌سازی گام دویدن این ربات بر مبنای آونگ وارون فزنی ضریب اصطکاک لازم ۰/۳۴ بدست می‌آید. این امر نشانگر آن است که در این پژوهش به گامهای دویدن با کارایی انرژی بهتر و گشتاورهای هموار موتورها به بهای ضریب اصطکاک بیشتر بین زمین و پای ربات دست یافته‌ایم.

سایر نتایج حاصل از جواب بهینه با گشتاورهای درجه ۴ و ۵، از نظر کیفی و نیز تقریباً از نظر کمی مشابه با نتایج ارائه شده برای گشتاورهای

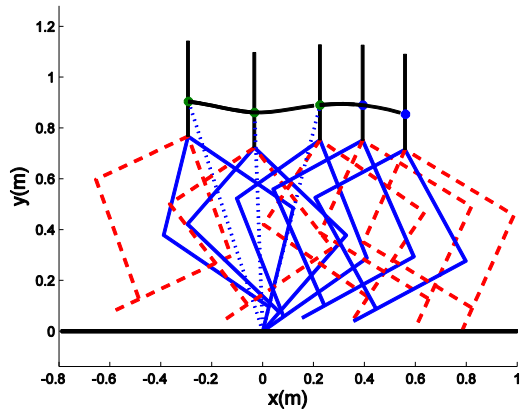
۵/۹۰۸۴	۲/۴۹۵۱	حدس اولیه	درجه ۴ با fmincon
۲/۹۷۶۳	۱/۵۹۹۴	۵	
۰/۷۵۲۴	۱/۵۵۶۳	۴۰	
۰/۹۱۳۱	۱/۵۲۵۷	۵۰	
۰/۳۴۳۰	۱/۵۰۱۲	۷۵	درجه ۵ با fmincon
۵/۵۵۴۲	۲/۴۶۲۵	حدس اولیه	
۳/۳۸۸۰	۱/۵۵۴۳	۵	
۱/۷۳۱۲	۱/۹۲۹۱	۳۰	
۰/۸۴۵۴	۱/۳۷۱۸	۵۰	درجه ۴ با اجرای الگوریتم ژنتیک با جمعیت ۵۰
۰/۳۳۹۵	۱/۵۲۳۴	۱۲۰	
۰/۳۳۵۴	۱/۵۰۲۳	۳۰	بر مبنای مدل آونگ وارون فزنی
۵/۷۰۷ تا	۱/۷۱		
۰/۰۰۳۴			



شکل ۵: نمودار گشتاورهای بهینه با ضابطه‌ی چندجمله‌ای‌های درجه ۳

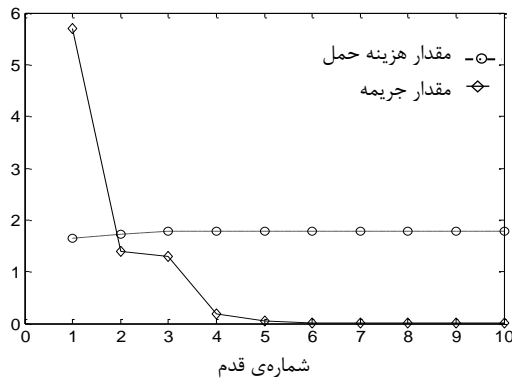


شکل ۶: نیروی واکنش زمین بر انتهای پای تکیه‌گاهی حین مرحله‌ی تکیه‌گاهی، با شبیه‌سازی طبق گشتاورهای بهینه درجه ۳



شکل ۱۱: تصاویر متوالی از بیکره‌بندی حین دوییدن، با شبیه‌سازی طبق گشتاورهای بهینه‌ساز درجه ۴

چنان که ذکر شد، هدف مقاله‌ی حاضر یافتن توابع گشتاور است که ربات اتوریاس به ازای دریافت آنها یک الگوی دوییدن با هزینه‌ی حمل کمتری نسبت به الگوی دوییدن به دست آمده از مدل آونگ و ارون فتری ارائه دهد. بنابراین در این مقایسه لازم بود که الگوی دوییدن بر مبنای آونگ و ارون فتری نیز شبیه‌سازی شود. در روش تولید گام در این مقاله به تولید گشتاورهای مفاصل برای اجرای یک قدم از گام دوییدن پرداختیم.

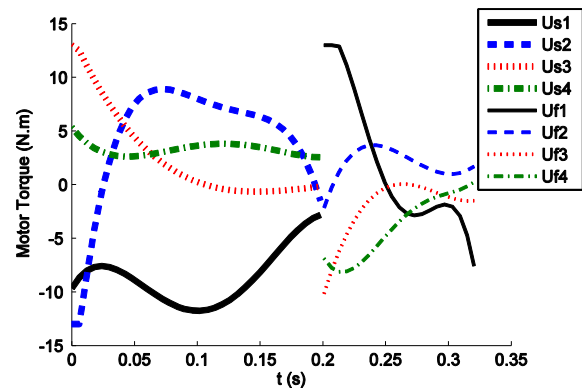


شکل ۱۲: تغییرات هزینه‌ی حمل و جریمه‌ی عدم تطابق به ازای انجام ۱۰ قدم دوییدن بر مبنای مدل آونگ و ارون فتری

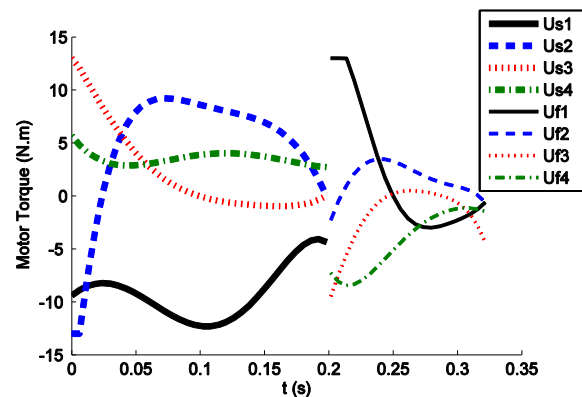
لازم به ذکر است که دوییدن رباتهای دویا با پای نقطه‌ای به صورت حلقه باز ناپایدار است و با تکرار اعمال گشتاورهای مرجع حاصل شده ربات پس از چند قدم دوییدن به زمین خواهد افتاد. لذا برای پایدارسازی گام دوییدن طرح‌ریزی شده لازم است یک کنترلر مناسب مثل کنترل بر مبنای رخدادهای [۳۰] طراحی شود تا حرکت دوییدن پایا و پایدار حاصل شود. طراحی کنترلر و پایدارسازی فاز بعدی پس از طرح‌ریزی گام می‌باشد که می‌تواند در ادامه انجام شود اما موضوع بحث این مقاله نیست. در استراتژی کنترل بر مبنای آونگ و ارون فتری، گام دوییدن بر اساس کنترل نیروی پای ربات و تعقیب پروفیل نیروی آونگ و ارون فتری انجام می‌شود که قادر است در قدم‌های متوالی حالت ربات را به سمت یک

درجه ۳ می‌باشد. تفاوت نمودارهای نیروی واکنش زمین و نمودارهای انرژی مکانیکی حاصل از دو الگوی دوییدن بر مبنای گشتاورهای بهینه از درجه ۴ و درجه ۵ بسیار ناچیز است. تنها برای نمونه الگوی دوییدن حاصل از شبیه‌سازی دوییدن با گشتاورهای بهینه از درجه ۴ در شکل ۱۱ نشان داده شده است.

با توجه به پیچیدگی تابع هزینه و وابستگی آن به معادلات پیوسته غیرخطی و گسسته حرکت، احتمال گیر افتادن الگوریتم در مینیمم‌های موضعی وجود دارد. برای اطمینان از بهینه بودن جوابهای بدست آمده، به عنوان نمونه توابع گشتاور درجه ۴ را با استفاده از الگوریتم ژنتیک نیز بهینه‌سازی می‌کنیم. اندازه جمعیت را ۵۰ و نقطه شروع را بهترین نقطه حاصل از بهینه‌سازی قبلی انتخاب می‌کنیم. مطابق جدول ۴، اجرای الگوریتم ژنتیک با ۳۰ تکرار تقریباً به همان نقطه حاصل از بهینه‌سازی بر مبنای مشتق منتهی می‌شود و کاهش در هزینه‌ی حمل و خطای خطای گام مشاهده نمی‌شود. قابل ذکر است که اجرای بهینه‌سازی توابع درجه ۴ با `fmincon` حدود ۹ ساعت طول کشیده است که این زمان برای همین مساله با الگوریتم ژنتیک حدود ۸۰ ساعت بوده است. بنابراین حل این مساله با روش بر مبنای مشتق معقول‌تر است زیرا قادر است به نقطه مینیمم جهانی برسد و به حجم محاسبات بسیار کمتری نسبت به الگوریتم ژنتیک نیاز دارد.



شکل ۹: نمودارهای گشتاور بهینه با ضابطه‌ی چندجمله‌ای‌های درجه ۴



شکل ۱۰: نمودارهای گشتاور بهینه با ضابطه‌ی چندجمله‌ای‌های درجه ۵

مراجع

- [1] J.W. Grizzle, Ch. Chevallereau, R.W. Sinnet, A.D. Ames, "Models, feedback control, and open problems of 3D bipedal robotic walking," *Automatica*, Vol. 50, pp. 1955-1988, 2013.
- [2] T. McGeer, Passive Dynamic Walking "The International Journal of Robotics Research," Vol. 9(2), pp. 62-82, 1990.
- [3] S. Collins, A. Ruina, R. Tedrake, M. Wisse, "Efficient Bipedal Robots Based on Passive-Dynamic Walkers," *Science*, Vol. 307, pp. 1082-1085, 2005.
- [4] J.-S. Moon and M.W. Spong, "Bifurcations and Chaos in Passive Walking of a Compass-Gait Biped with Asymmetries," *Proc. of IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, pp. 1721-1726, Anchorage, Alaska, USA, 2010.
- [5] X. Luo, L. Zhu, L. Xia, "Principle and method of speed control for dynamic walking biped robots," *Robotics and Autonomous Systems*, Vol. 66, pp. 129-144, 2005.
- [6] J. Li and W. Chen, "Energy-efficient gait generation for biped robot based on the passive inverted pendulum model," *Robotica*, Vol. 29(4), pp. 595-605, 2011.
- [7] J. Rummel, Y. Blum, A. Seyfarth, "Robust and efficient walking with spring-like legs," *Bioinspiration & Biomimetics*, Vol. 5(4), pp. 046004-046019, 2010.
- [8] I. Poulakakis and J.W. Grizzle, "The Spring Loaded Inverted Pendulum as the Hybrid Zero Dynamics of an Asymmetric Hopper," *IEEE Trans. on Automatic Control*, Vol. 54(8), pp. 1779-1793, 2009.
- [9] Y. Hu, G. Yan, Zh. Lin, "Stable running of a planar underactuated biped robot," *Robotica*, Vol. 29, pp. 657-665, 2011.
- [10] A.D. Ames, "Human-Inspired Control of Bipedal Walking Robots," *IEEE Trans. on Automatic Control*, Vol. 59(5), pp. 1115-1130, 2014.
- [11] H. Geyer, A. Seyfarth, R. Blickhan, "Compliant leg behaviour explains basic dynamics of walking and running," *Proc. of the Royal Society B: Biological Sciences*, pp. 2861-2867, 2006.
- [12] K. Kaneko, K. Miura, F. Kanehiro, M. Morisawa, Sh. Nakaoka, Sh. Kajita, "Cybernetic Human HRP-4C," *Proc. of 9th IEEE-RAS Int. Conf. on Humanoid Robots*, pp. 7-14, Paris, France, 2009.
- [13] J. Chestnutt, M. Lau, G. Cheung, J. Kuffner, J. Hodgins, T. Kanade, "Footstep Planning for the Honda ASIMO Humanoid," *Proc. of IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, pp. 629-634, Barcelona, Spain, 2005.

چرخه‌ی حدی همگرا کند. از این رو در شکل ۱۲ تغییرات هزینه‌ی حمل و نیز جریمه‌ی عدم تطابق $|x_4^d - x_0^d|$ به ازای انجام ۱۰ قدم نشان داده شده است و ما مقدار میانگین ۱۰ قدم را برای مقایسه با مقادیر بدست آمده در این مقاله ملاک ارزیابی قرار داده‌ایم.

۶- نتیجه‌گیری

در این پژوهش مسئله‌ی تولید گام بهینه برای دویدن یک ربات دوپای واقعی، یعنی ربات دوپای اتریاس، مورد بررسی قرار گرفت. همان‌طور که بیان شد بر اساس مرجع [۲۶] هزینه حمل میانگین برای ده قدم دویدن ربات اتریاس بر مبنای مدل آونگ وارون فنی برابر ۱/۷۱ است. آونگ وارون فنی مدلی غیرفعال است و طرح‌ریزی گام بر مبنای آن می‌تواند جوابی بهینه به حساب آید. با این حال ما در این پژوهش به الگوهای بهتر برای دویدن ربات دوپای اتریاس از نقطه نظر مصرف انرژی و هموار بودن گشتاور موتورهای دست یافتیم. هرچند الگوهای بدست آمده به ضریب اصطکاک بیشتری نیاز دارند که با استفاده از مواد مهندسی قابل تامین است. به منظور طرح ریزی گام بهینه با پارامتری کردن گشتاورها توسط توابع چندجمله‌ای بر حسب زمان، یک مسئله‌ی بهینه‌سازی وابسته به حل دینامیک مستقیم مدل ربات تعریف شد. پس از آن با استفاده از برنامه‌ی حل‌کننده‌ی کمینه‌ساز مقید غیرخطی نرم‌افزار متلب، مسئله را با حدس اولیه‌ی گرفته شده از نتایج حاصل از دویدن بر مبنای مدل آونگ وارون فنی حل کردیم. این فرآیند سه بار به ازای گشتاورهای پارامتری شده با چندجمله‌ای‌های درجات ۳، ۴، ۵ و تکرار شد. نتایج نشان دادند به ازای هر سه درجه انتخاب شده، هزینه‌ی حمل به دست آمده نسبت به مقدار حاصل از دویدن بر مبنای مدل آونگ وارون فنی کمتر است. به علاوه کمترین مقدار تابع هزینه به ازای منحنی‌های گشتاور درجه ۴، با ۱۲/۲٪ کاهش هزینه‌ی حمل، به دست آمد. نتایج این پژوهش ویژگی‌های اساسی مورد نیاز برای اجرای دویدن در یک ربات دوپا از جمله کارایی انرژی، شکل طبیعی دویدن و همواری منحنی‌های گشتاور را دارا هستند.

به عنوان پیشنهاداتی برای ادامه کار می‌توان مقدار ضریب اصطکاک لازم زمین را نیز به تابع هزینه ربات اضافه کرد تا گام‌های بهینه انرژی با ضریب اصطکاک کمتر حاصل شود. همچنین می‌توان این روش را روی مدل ربات اتریاس با تنه آزاد انجام داد که دارای یک درجه آزادی بیشتر نسبت به این مقاله می‌باشد و پایدارسازی آن سختتر است. فاز بعدی کار پس از طرح ریزی گام، طراحی کنترلر و پایدارسازی گام دویدن می‌باشد که می‌تواند در ادامه این کار انجام شود. در این مقاله گام دویدن متناوب برای حالت پایا بحث شد. طرح ریزی و پایدارسازی حرکت ربات هنگام تغییر سرعت نیز یکی از زمینه‌های ادامه کار می‌باشد.

- [23] A. Ramezani, J.W. Hurst, K.A. Hamed, J.W. Grizzle, "Performance analysis and feedback control of ATRIAS, a three-dimensional bipedal robot," *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, Vol. 136(2), pp. 021012, 2014.
- [24] A. Hereid, Sh. Kolathaya, M.S. Jones, J.V. Why, J.W. Hurst, A.D. Ames, "Dynamic Multi-Domain Bipedal Walking with ATRIAS through SLIP based Human-Inspired Control," *Hybrid Systems and Control Conf.*, 2014.
- [25] J.A. Grimes and J.W. Hurst, "The Design of ATRIAS 1.0, A Unique Monopod, Hopping Robot," *Proc. of the 15th Int. Conf. on CLAWAR*, pp. 23-26, Baltimore, MD, USA, 2012.
- [26] B. Dadashzadeh, H.R. Vejdani, J. Hurst, "From template to anchor: A novel control strategy for spring-mass running of bipedal robots," *Proc. of the IEEE/RSJ Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems*, pp. 2566-2571, Chicago, IL, USA, 2014.
- [27] S.M.R.S. Noorani, A. Ghanbari, M.A. Jafarizadeh, "Stable Walking on Slope for a Planar 3-Link Biped Robot via Orbital Stabilization upon Zero Dynamic Manifold," *Sharif Journal – Mechanical Engineering*, Vol. 3-30(2), pp. 83-95, 2014. (in Persian)
- [28] <http://www.engineershandbook.com/Tables/frictioncoefficients.htm>
- [29] C. Majidi, R.E. Groff, Y. Maeno, B. Schubert, S. Baek, B. Bush, R. Maboudian, N. Gravish, M. Wilkinson, K. Autumn, and R.S. Fearing, "High Friction from a Stiff Polymer using Micro-Fiber Arrays," *Physical Review Letters*, vol. 97, no. 076103, August 2006.
- [30] Behnam Dadashzadeh, M.J. Mahjoob, M. Nikkiah Bahrami and Chris Macnab, "Stable Active Running of a Planar Biped Robot Using Poincare Map Control", *Advanced Robotics*, vol.28, Issue 4, 2014.
- [14] M. Vukobratović, B. Borovac, "Zero-moment point—thirty five years of its life. *International Journal of Humanoid Robotics*," Vol. 1, No. 01, pp. 157-173, 2004.
- [15] Y. Nakamura, T. Moria, M. Satoc, Sh. Ishiia, "Reinforcement learning for a biped robot based on a CPG-actor-critic method. *Neural Networks*," Vol. 20, pp. 723-735. 2007.
- [16] A. Ghanbari, Y. Vaghei, S.M.R.S. Noorani, "Neural Network Reinforcement Learning for Walking Control of a 3-Link Biped Robot," *IACSIT International Journal of Engineering and Technology*, Vol. 7(6), 2015.
- [17] G. Taga, "A model of the neuro-musculo-skeletal system for human locomotion," *I. Emergence of basic gait, Biological Cybernetics*, Vol. 73, pp. 97-111, 1995.
- [18] Ch. Liu, D. Wang, Q. Chen, "Central Pattern Generator Inspired Control for Adaptive Walking of Biped Robots," *IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, Vol. 43(5), pp. 1206-1215, 2013.
- [19] G. Garofalo, Ch. Ott, A. Albu-Schaffer, "Walking control of fully actuated robots based on the Bipedal SLIP model," *Proc. of the IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, pp. 1456-1463, Saint Paul, USA, 2012.
- [20] M. Millarda, E. Kubicab, J. McPheea, "Forward dynamic human gait simulation using a SLIP target model," *Procedia IUTAM*, Vol. 2, pp. 142-157, 2011.
- [21] C. Chevallereau, E.R. Westervelt, J.W. Grizzle, "Asymptotically Stable Running for a Five-Link, Four-Actuator Planar Bipedal Robot," *The International Journal of Robotics Research*, Vol. 24(6), pp. 431-464, 2005.
- [22] K.A. Hamed and J.W. Grizzle, "Event-based Stabilization of Periodic Orbits for Underactuated 3D Bipedal Robots with Left-Right Symmetry," *IEEE Trans. on Robotics*, Vol. 30(2), pp. 365-381, 2014.