

آنالیز پایداری غیر خطی فیلتر شکاف دار وفقی چندتایی با استفاده از قضیه شبه پایداری لیاپانوفی و بهبود عملکرد آن در حضور اغتشاشات سینوسی

احمد رضا جناب زاده^۱، طاهره بینازاده^۲، بهروز صفری نژادیان^۳

^۱ دانشجوی دکتری مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه صنعتی شیراز، a.jenabzadeh@gmail.com

^۲ استادیار، دانشکده مهندسی برق و الکترونیک، گروه کنترل، دانشگاه صنعتی شیراز، binazadeh@sutech.ac.ir

^۳ استادیار، دانشکده مهندسی برق و الکترونیک، گروه کنترل، دانشگاه صنعتی شیراز، safarinejad@sutech.ac.ir

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۹۳/۱۲/۲۳، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۹۴/۸/۲۹)

چکیده: در این مقاله حالت‌های مختلف پایداری فیلتر شکافدار وفقی چند تایی (MANF) بررسی می‌شوند. ساختار MANF از N زیر فیلتر موازی تشکیل شده است که هر زیر فیلتر پارامترهای یکی از مولفه‌های یک سیگنال شبه تناوبی شامل مجموع K سیگنال سینوسی را تخمین می‌زند. برای این ساختار سه حالت مختلف پایداری در حالت‌های $N=K$ ، $N>K$ و $N<K$ وجود دارد که شامل پایداری نمایی در نقطه تعادل منفرد، شبه پایداری و کراننداری نهایی در حضور اغتشاش می‌باشد. در این مقاله از بین این حالت‌های پایداری مذکور، دو حالت شبه پایداری و کراننداری نهایی در حضور اغتشاش مورد بررسی بیشتری قرار گرفته است و ضمن معرفی MANF، یک روش جدید برای اثبات شبه پایداری بر اساس تعریف تابع لیاپانوف ارائه شده است. همچنین برای حالت کراننداری نهایی در حضور اغتشاش با توجه به اینکه فرکانس تخمینی زیر فیلترها دارای بایاس هستند یک فرم کلی برای تعیین فرکانس تخمینی زیر فیلترها بدست آمده است. علاوه بر آن به منظور حذف این بایاس یک روش مبتنی بر استفاده از توابع پنجره مستطیلی در MANF ارائه شده است. شبیه سازی‌های صورت گرفته نشان می‌دهند که استفاده از تابع پنجره مستطیلی عملکرد MANF را ارتقا می‌بخشد.

کلمات کلیدی: تخمین فرکانس، فیلتر شکاف دار وفقی، شبه پایداری، کراننداری نهایی، اغتشاش سینوسی.

Nonlinear Stability analysis of Multiple Adaptive Notch Filter with semistability Lyapunov Theorem and performance improvement in the presence of sinusoidal disturbances

Ahmadreza Jenabzadeh, Tahereh Binazadeh, Behrooz Safarinejadian

Abstract: In this paper, different cases of the stability of Multiple Adaptive Notch Filter (MANF) are studied. The structure of MANF is composed of N parallel subfilters. Each subfilter estimates the parameters of one the components of quasi periodic signals including the sum of N periodic signals. For this structure, there are three different cases of stability for $N=K$, $N>K$ and $N<K$, which include the exponential stability in the isolated equilibrium point, the semistability and the ultimate boundedness in the presence of disturbance. Among these cases, the second and the third cases are analyzed more specifically in this paper and therefore in this paper, in addition to the presentation of MANF, a new approach is proposed to prove the semistability based on the Lyapunov function definition. Also, according to the fact that the estimated frequency of subfilters includes a bias, a general form is obtained to determine the estimated frequency of subfilters in the case of the ultimate boundedness under disturbance. Additionally, in order to cancel this bias, a

method is proposed based on the use of rectangular window functions in MANF. Simulations are carried out to demonstrate that using the rectangular window enhances the ANF performance.

Keywords: Frequency Estimation, Adaptive Notch Filter, Semistability, Ultimate Boundedness, Sinusoidal Disturbance.

۱- مقدمه

چپ محور موهومی و تعدادی از آنها صفر هستند در نتیجه با استفاده از قضیه خمینه مرکزی^۴، شبه پایداری^۵ این نقاط تعادل اثبات می شود. در حالت $N < K$ ، مؤلفه های اضافه سیگنال ورودی نسبت به تعداد زیر فیلترها همانند سیگنال اغتشاش ورودی بر روی MANF عمل کرده و باعث می شوند فرکانسهای تخمینی دارای بایاس و واریانس شوند. در این حالت کراننداری نهایی مقادیر تخمینی در حضور اغتشاش مطرح می باشد [۱۱].

همانطور که ذکر شد در حالت $N < K$ فرکانسهای تخمینی زیر فیلترها دارای یک بایاس و واریانس هستند. در واقع در ورودی فیلتر سیگنالهایی هستند که به عنوان اغتشاش عمل می کنند و عملکرد فیلتر را تحت تاثیر قرار می دهند. بدین منظور در ساختار زیر فیلترهای MANF باید اصلاحاتی صورت گیرد تا در مقابل این اغتشاشات عملکرد بهتری داشته باشد. این اصلاحات در مرجع [۱۳] (با استفاده از ایده مطرح شده در مرجع [۱۲]) به منظور بهبود عملکرد ANF در کاهش اثر هارمونیک ها صورت گرفته است. در واقع مرجع [۱۳] حالت خاصی از $N < K$ را مورد بررسی قرار داده و یک راهکار برای کاهش اثر هارمونیکها بر روی فرکانس تخمینی زیر فیلترها معرفی کرده است. این راهکار استفاده از تابع پنجره در ANF است. پنجره استفاده شده در ANF پنجره مستطیلی بوده و در حلقه تخمین فرکانس به کار گرفته شده است.

با توجه به مطالب بیان شده، رویکرد مرجع [۱۱] در حالت $N > K$ تحلیل پایداری MANF بر اساس خطی سازی سیستم و استفاده از قضیه خمینه مرکزی برای اثبات شبه پایداری است. همانطور که در مراجع علمی معتبر آمده است خطی سازی یک مدل تقریبی از سیستم ارائه می دهد و اطلاعات دقیق سیستم در آن لحاظ نمی شود. لذا با استفاده از مدل اصلی سیستم و قضیه شبه پایداری لیاپانوفی [۱۶] می توان تحلیل دقیقی از پایداری در حالت $N > K$ داشت. همچنین در حالت $N < K$ مرجع [۱۱] صرفاً به تحلیل پایداری پرداخته است و هیچ گونه مطلبی در ارتباط با اینکه فرکانس های تخمینی به چه فرکانسی همگرا شده و چگونگی حذف بایاس بوجود آمده بر اثر اغتشاشات سینوسی ارائه نکرده است. در مورد رویکرد مرجع [۱۳] نیز قابل ذکر است گر چه این مرجع یک راهکار به منظور حذف بایاس فرکانس تخمینی زیر فیلترها در حضور سیگنالهای نامطلوب در حالت خاصی از $N < K$ ارائه کرده اما بحثی در ارتباط با تحلیل پایداری MANF در این حالت و اینکه فرکانس تخمینی به چه فرکانسی همگرا می شود نداشته است. لذا بر اساس مطالب ذکر شده نوآوری این مقاله در تحلیل پایداری MANF موارد زیر است:

تخمین فرکانس یکی از مسائل اساسی در تئوری سیستمها و پردازش سیگنال است و کاربردهایی در زمینه های مختلف مهندسی برق مانند کنترل و شناسایی سیستمها، مهندسی پزشکی، کنترل و حفاظت سیستمهای قدرت، مخابرات و رادار دارد [۶-۱]. در یک دهه اخیر یک الگوریتم تخمین فرکانس مبتنی بر فیلتر شکاف دار وفقی^۱ (ANF) مورد توجه محققان قرار گرفته است. یکی از ساختارهای ANF، ANF پیوسته در زمانی است که ابتدا در [۷] پیشنهاد شد. سپس، [۸] همگرایی سراسری این ANF را با انجام اصلاحاتی بر روی آن تأمین و اثبات نمود. همچنین [۹] عملکرد این ANF را بهبود بخشیده و پایداری آن را در حضور نویز و مؤلفه های هارمونیک سیگنال سینوسی مورد بررسی قرار داده است. در ادامه با استفاده از ANF ارائه شده در [۹]، مرجع [۱۰] یک فیلتر شکاف دار وفقی چندتایی^۲، MANF، معرفی کرد که از N زیر فیلتر موازی تشکیل شده بود. هر زیر فیلتر پارامترهای یکی از مؤلفه های یک سیگنال شبه تناوبی شامل مجموع K سیگنال سینوسی را تخمین می زد. در این مرجع تنها حالتی در نظر گرفته شده بود که تعداد زیر فیلترها با تعداد مؤلفه های سینوسی سیگنال ورودی برابر باشد، $N=K$. در این حالت مقادیر ویژه سیستم خطی شده MANF در سمت چپ محور موهومی است. در نتیجه فرکانسهای سیگنال شبه تناوبی ورودی، نقاط تعادل پایدار مجانبی MANF هستند. قابل ذکر است MANF معرفی شده در مرجع [۱۰] توانایی تجزیه سیگنال شبه تناوبی به مؤلفه های تشکیل دهنده آن و تخمین دامنه سیگنالهای سینوسی را نیز دارا می باشد. همانطور که در پاراگراف قبل بیان شد مرجع [۱۰] تنها حالت $N=K$ را در نظر گرفته و پایداری مربوط به این حالت را بررسی کرده است. در حالی که برای MANF سه حالت مختلف $N=K$ ، $N > K$ و $N < K$ می توان در نظر گرفت. مرجع [۱۱] این سه حالت مختلف را در نظر گرفته و پایداری مربوط به این حالات را تحلیل کرده است. در این مرجع حالت $N > K$ زمانی در نظر گرفته شده که تعداد زیر فیلترها بیشتر از تعداد مؤلفه های سینوسی سیگنال شبه تناوبی ورودی است. در این حالت، ANF چندتایی دارای پیوستاری^۳ از نقاط تعادل بوده و برای اثبات پایداری این نقاط تعادل از روش خطی سازی استفاده شده است. از آنجایی که تعدادی از مقادیر ویژه سیستم خطی شده MANF در سمت

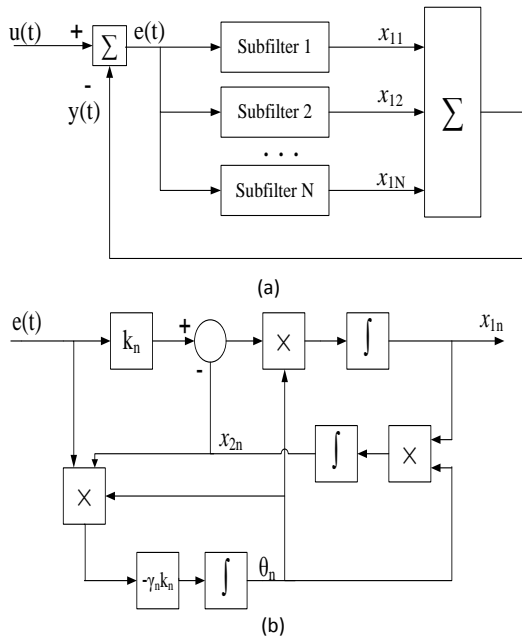
⁴ Center Manifold

⁵ Semistability

¹ Adaptive Notch Filter (ANF)

² Multi Adaptive Notch Filter (MANF)

³ Continuum



شکل ۱: (a) دیاگرام بلوکی فیلتر شکاف دار وقتی چند تایی. (b) جزئیات N امین زیر فیلتر

هر یک از این زیر فیلترها پارامترهای یکی از مؤلفه‌های سینوسی سیگنال $u(t)$ ، یعنی $u_i(t)$ ، را تخمین می‌زند و جمع خروجی همه زیر فیلترها سیگنال شبه تناوبی $u(t)$ است. معادلات حالت n امین زیر فیلتر عبارتست از:

$$\begin{cases} \dot{x}_{1n} = -\theta_n x_{2n} + k_n \theta_n e & n = 1, 2, \dots, N \\ \dot{x}_{2n} = \theta_n x_{1n} \\ \dot{\theta}_n = -\gamma_n k_n \theta_n x_{2n} e \end{cases} \quad (2)$$

که در آن خطای سیستم برابر $e = u(t) - \sum_{n=1}^N x_{1n}$ است. همچنین θ_n ، $\gamma_n > 0$ و $k_n > 0$ به ترتیب فرکانس تخمینی، بهره وقتی شدن فرکانس و ضریب میرایی زیر فیلتر n ام است. این ساختار بسیار شبیه به MANF ارائه شده در مرجع [۱۱] است با این تفاوت که به جای پارامتر μ_n در آن مرجع از عبارت $k_n \theta_n$ استفاده شده است. دیاگرام بلوکی MANF و جزئیات هر زیر فیلتر در شکل ۱ نشان داده شده است. در حالتی که $N=K$ است، معادلات دیفرانسیل (۲) برای ورودی $u(t)$ با رابطه (۱) دارای مدار شبه تناوبی یکنای زیر است.

$$P(t) = \begin{bmatrix} P_1(t) \\ P_2(t) \\ \vdots \\ P_N(t) \end{bmatrix}, \quad P_n(t) = \begin{pmatrix} \bar{x}_{1n} \\ \bar{x}_{2n} \\ \bar{\theta}_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_n \sin(\omega_n t + \delta_n) \\ -U_n \cos(\omega_n t + \delta_n) \\ \omega_n \end{pmatrix} \quad n = 1, 2, \dots, N \quad (3)$$

- اثبات شبه پایداری از روش مستقیم لیانوف و بر اساس تعریف تابع لیانوف در حالت $N > K$
- مشخص کردن ناحیه شبه پایداری در حالت $N > K$
- بررسی دقیق چگونگی همگرا شدن فرکانس تخمینی زیر فیلترها بر اساس مقدار اولیه آنها در حالت $N > K$
- ارائه یک فرمول کلی برای فرکانس تخمینی زیر فیلترها که دارای یک بایاس می‌باشند در حالت $N < K$
- معرفی یک روش به منظور حذف بایاس فرکانس تخمینی زیر فیلترها در حضور سیگنالهای نامطلوب (اغتشاشات سینوسی) در حالت $N < K$

در این مقاله ابتدا در بخش ۲، ANF چندتایی معرفی و حالت‌های پایداری آن مطابق مراجع [۱۰] و [۱۱] مرور خواهد شد. در ادامه در بخش ۳ در حالت $N > K$ یک روش اثبات جدید برای شبه پایداری در پیوستاری از نقاط تعادل ارائه شده است. همچنین در حالت $N < K$ ابتدا یک فرمول کلی برای فرکانس تخمینی زیر فیلترها بدست آمده و در ادامه یک روش به منظور حذف بایاس فرکانس تخمینی زیر فیلترها در حضور سیگنالهای نامطلوب (اغتشاشات سینوسی) معرفی خواهد شد. روش ارائه شده مبتنی بر استفاده از تابع پنجره در حلقه تخمین فرکانس زیر فیلترهای MANF است. در انتها در بخش ۴ با استفاده از شبیه سازی های کامپیوتری مباحث تئوری ارائه شده در بخش ۳ مورد ارزیابی قرار گرفته و عملکرد مطلوب MANF اصلاح شده در کاهش اثر اغتشاشات سینوسی نشان داده خواهد شد.

۲- فیلتر شکاف دار وقتی چند تایی

در این بخش ابتدا یک فیلتر شکاف دار وقتی چندتایی معرفی می‌شود. در ادامه با استفاده از مفهوم وقتی شدن کند و قضیه میانگین گیری، فرکانس تخمینی از معادلات حالت سیستم جداسازی می‌شود. سپس حالت‌های مختلف پایداری MANF مورد بررسی قرار می‌گیرد.

۲-۱ ساختار فیلتر شکاف دار وقتی چند تایی

در بسیاری از موارد وقتی یک سیگنال خواص تناوبی از خود نشان می‌دهد می‌توان آن را با سیگنال شبه تناوبی (۱) مدل کرد.

$$u(t) = \sum_{i=1}^K U_i \sin(\omega_i t + \delta_i) = \sum_{i=1}^K u_i(t) \quad (1)$$

در این سیگنال فرکانسهای غیر صفر ω_i ، دامنه‌های غیر صفر U_i و فازهای اولیه δ_i پارامترهای نامعلوم هستند. تخمین این پارامترهای نامعلوم بویژه تخمین فرکانسهای سیگنال شبه تناوبی از مسائل اساسی تئوری سیستمها و پردازش سیگنال می‌باشد که کاربردهای فراوانی در شاخه‌های مختلف مهندسی دارد. بنابراین ارائه یک الگوریتم که بتواند این پارامترهای نامعلوم را تخمین بزند همواره مورد توجه بوده است. یکی از این الگوریتمها فیلتر شکاف دار وقتی چندتایی است. این الگوریتم تعمیم منطقی فیلتر شکاف دار وقتی برای تخمین فرکانسهای سیگنال شبه تناوبی $u(t)$ است. این الگوریتم از N زیر فیلتر موازی تشکیل شده که

است. در ادامه حالت‌های پایداری MANF مطابق مراجع [۱۰] و [۱۱] بررسی می‌شود.

۲-۲ پایداری MANF

بر اساس تعداد مؤلفه‌های سینوسی موجود در سیگنال ورودی یعنی K و تعداد زیر فیلترهای فیلتر شکاف دار وقتی چندتایی یعنی N می‌توان سه نوع پایداری تعریف کرد. این سه نوع پایداری در حالت‌های $N=K$ ، $N>K$ و $N<K$ بررسی می‌شوند. حالت اول زمانی است که تعداد زیر فیلترها با تعداد مؤلفه‌های سینوسی سیگنال ورودی برابر باشد، $N=K$ در این حالت فرکانسهای سیگنال شبه تناوبی ورودی نقاط تعادل MANF هستند. مقادیر ویژه سیستم خطی شده حول نقطه تعادل در سمت چپ محور موهومی می‌باشند و بنابراین MANF پایدار مجانبی محلی است [۱۰].

در حالت دوم تعداد زیر فیلترها بیشتر از تعداد مؤلفه‌های سینوسی سیگنال شبه تناوبی ورودی است $N > K$. در این حالت فرکانس تخمینی K تا از زیر فیلترها به صورت مجانبی به سمت فرکانسهای سیگنال ورودی همگرا می‌شوند و بعد از یک زمان کوتاه به فرکانسهای مورد نظر می‌رسند. در واقع مقادیر ویژه سیستم خطی شده MANF حول نقطه تعادل در این زیر فیلترها در سمت چپ محور موهومی قرار گرفته‌اند. برای $N-K$ تا از زیر فیلترهای باقیمانده بعد از همگرا شدن K تا زیر فیلتر، فرکانس تخمینی آنها به ثوابت نامعلوم همگرا می‌شوند. شایان ذکر است این فیلترها دارای مقادیر ویژه صفر هستند. وجود مقدار ویژه صفر در این حالت سبب می‌شود خطی سازی قادر به تعیین پایداری نقطه تعادل نباشد. بنابراین برای اثبات پایداری از خمینه مرکزی استفاده می‌شود. همچنین در معادلات حالت فرکانس تخمینی همه زیر فیلترها فاکتورهای وجود دارد که در فرکانسهای سیگنال ورودی صفر می‌شوند. وجود این فاکتورها سبب می‌شود که بعد از همگرا شدن K زیر فیلتر به فرکانسهای سیگنال ورودی صرف نظر از مقدار داشتن فرکانس تخمینی $N-K$ زیر فیلتر، معادلات حالت همه زیر فیلترها صفر شوند. صفر شدن فرکانس تخمینی K زیر فیلتر و مقدار داشتن فرکانس تخمینی $N-K$ زیر فیلتر باعث می‌شود نقاط تعادل به صورت بیوستاری از نقاط تعادل باشد. این نوع از نقاط تعادل نمی‌توانند پایدار مجانبی باشند و پایداری آنها با نظریه شبه پایداری بررسی می‌شود [۱۱].

در حالت سوم تعداد زیر فیلترها کمتر از تعداد مؤلفه‌های سینوسی سیگنال ورودی است، $N < K$. در این حالت مؤلفه‌های اضافی سیگنال ورودی نسبت به تعداد زیر فیلترها همانند سیگنال اغتشاش ورودی بر روی MANF عمل کرده و باعث می‌شوند فرکانسهای تخمینی دارای بایاس و واریانس شوند. در این حالت فرکانسهای سیگنال ورودی دیگر نقاط تعادل نیستند. در این صورت نه می‌توان راجع به پایداری نقطه تعادل بحث کرد و نه انتظار داشت با افزایش زمان فرکانسهای تخمینی به سمت فرکانسهای سیگنال ورودی همگرا گردد. حداکثر انتظار آن است که اثر اغتشاش بر روی سیستم بر حسب معیار خاصی کوچک باشد، آنگاه

در این مدار \bar{x}_{1n} و \bar{x}_{2n} متغیرهای حالت زیر فیلتر n ام در حالت دائمی و زمانی است که $\bar{\theta}_n$ (فرکانس تخمینی) بر مقدار واقعی آن یعنی ω_n ، منطبق است.

دو متغیر n امین زیر فیلتر یعنی x_{1n} و θ_n به ترتیب به تخمین مقادیر u_n و ω_n سیگنال $u(t)$ مربوط می‌شود. همچنین این فیلتر می‌تواند دامنه مؤلفه‌های سینوسی سیگنال ورودی را تخمین بزند. طبق مدار شبه تناوبی $P_n(t)$ تخمین دامنه هر زیر فیلتر با استفاده از فرمول $a_n = \sqrt{x_{1n}^2 + x_{2n}^2}$ انجام می‌شود.

به منظور تحلیل پایداری معادلات دینامیکی (۲) لازم است فرکانس تخمینی زیر فیلترها از متغیرهای حالت جداسازی شود. بدین منظور از مفهوم منحنی انتگرال وقتی کند^۱ استفاده می‌شود [۱۴]. بر این اساس فرکانس تخمینی زیر فیلترها (θ_n) را ثابت گرفته و پاسخ حالت دائمی متغیرهای حالت n امین زیر فیلتر یعنی $\bar{x}_{1n}(t, \theta)$ و $\bar{x}_{2n}(t, \theta)$ برای ورودی (۱) به صورت زیر بدست می‌آید [۱۱].

$$\begin{aligned} \bar{x}_{1n}(t, \theta) &= \sum_{i=1}^K H_{1n}(\omega_i, \theta) U_i \sin(\omega_i t + \delta_i + \varphi(\omega_i, \theta)) \\ \bar{x}_{2n}(t, \theta) &= \sum_{i=1}^K H_{2n}(\omega_i, \theta) U_i \cos(\omega_i t + \delta_i + \varphi(\omega_i, \theta)) \end{aligned} \quad (4)$$

در این معادلات ضرایب دامنه‌ها برابر است با

$$\begin{aligned} H_{1n}(\omega_i, \theta) &= \frac{k_n \theta_n \omega_i}{(\theta_n^2 - \omega_i^2) \sqrt{1 + L^2(\omega_i, \theta)}} \\ H_{2n}(\omega_i, \theta) &= \frac{k_n \theta_n^2}{(\theta_n^2 - \omega_i^2) \sqrt{1 + L^2(\omega_i, \theta)}} \end{aligned} \quad (5)$$

همچنین در این معادلات فاز برابر با

$$\varphi(\omega_i, \theta) = \frac{\pi}{2} - \text{tag}^{-1} L(\omega_i, \theta) \quad (6)$$

$$L(\omega_i, \theta) = \sum_{n=1}^N \frac{k_n \theta_n \omega_i}{(\theta_n^2 - \omega_i^2)}$$

می‌باشد. برای بررسی پایداری قانون تنظیم θ روی پاسخ حالت دائمی (۴) با استفاده از قضیه میانگین گیری که در مرجع [۱۵] آمده است لازم است قانون وقتی تخمین فرکانس از زمان مستقل شود. در این صورت قانون وقتی به صورت زیر در می‌آید [۱۱]:

$$\dot{\theta} = \gamma \bar{F}(\omega, \theta) = \gamma [\bar{F}_1(\omega, \theta) \bar{F}_2(\omega, \theta) \dots \bar{F}_N(\omega, \theta)]^T \quad (7)$$

که در آن

$$\begin{aligned} \bar{F}_n(\omega, \theta) &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T f(t, \theta, \chi) dt \\ &= \frac{-1}{2} \sum_{i=1}^K \frac{k_n^2 \theta_n^3 U_i^2}{(\theta_n^2 - \omega_i^2)(1 + L^2(\omega_i, \theta))} \end{aligned} \quad (8)$$

¹ Integral Manifold of Slow Adaptation

از نقاط تعادل بررسی می شود که در آن تعداد زیر فیلترها N_1 تا بیشتر از تعداد اجزاء سیگنال ورودی می باشد. در این صورت بردار تخمین فرکانس به صورت $[\theta^T \eta^T]^T$ بازنویسی می شود که در آن $\eta = [\eta_1 \dots \eta_{N_1}]^T$ و سیستم میانگین (۷) به دو بخش (۹) و (۱۰) تبدیل می شود [۱۱].

$$\dot{\theta} = f_1(\omega, \theta, \eta) \quad (9)$$

$$\dot{\eta} = f_2(\omega, \theta, \eta) \quad (10)$$

اگر $\theta = \omega$ باشد با وجود مقدار داشتن η ، $f_1(\omega, \theta, \eta) = 0$ و $f_2(\omega, \theta, \eta) = 0$ می شود و سیستم میانگین (۹) و (۱۰) بی شمار نقطه تعادل به شکل زنجیره ای از نقطه تعادل به صورت $\{ \theta = \omega, \eta = const \}$ در $f^{-1}(0) = \{ \theta = \omega, \eta = const \}$ برای این سیستم که پیوستاری از نقاط تعادل دارد پایداری مجانبی مفهوم مناسبی نیست و شبه پایداری آن بر اساس خطی سازی سیستم میانگین و استفاده از قضیه خمینه مرکزی اثبات شده است [۱۱]. با توجه به اینکه اثبات شبه پایداری بر اساس خطی سازی بوده، در ادامه سعی شده یک روش اثبات جدید شبه پایداری بدون خطی سازی و بر اساس آنالیز غیرخطی که در آن ناحیه شبه پایداری نیز مشخص شده است ارائه شود. قبل از آن لازم است قضیه مربوط به این اثبات ذکر شود.

قضیه ۱-۳ [۱۶]. سیستم $\dot{x} = f(x)$ ، $x(0) = x_0$ فرض کنید Q یک همسایگی بگریید. فرض کنید Q یک همسایگی باز $\{x \in Q : f(x) = 0\} = f^{-1}(0)$ و مدار O_x از سیستم برای هر $x \in Q$ کراندار باشد. همچنین فرض کنید که تابع پیوسته مشتق پذیر $V : Q \rightarrow R$ وجود داشته باشد که

$$V'(x)f(x) \leq 0, \quad x \in Q \quad (11)$$

اگر هر نقطه در بزرگترین زیر مجموعه پایای M از مجموعه $\mathcal{R} = \{x \in Q : V'(x)f(x) = 0\}$ پایدار لیاپانوفی باشد آنگاه سیستم شبه پایدار است.

برای استفاده از قضیه ۱-۳ لازم است برای سیستم میانگین یک تابع لیاپانوف تعریف کرده و شبه پایداری با استفاده از این تابع لیاپانوف اثبات شود. شایان ذکر است با توجه به پیچیدگی سیستم شبه پایداری را برای ساده ترین حالت یعنی $N=2$ و $K=1$ اثبات می شود. در این حالت ورودی برابر با $u(t) = U_1 \sin(\omega t + \delta_1)$ و پارامترهای دو زیر فیلتر کاملاً یکسان و برابر γ و k در نظر گرفته شده است. با استفاده از معادله (۸) قانون تنظیم فرکانس دو زیر فیلتر بدست می آید که برابر است با

$$\dot{x} = f(x) = f(\theta, \eta) = \begin{pmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\eta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{-\gamma}{2} \frac{k^2 \theta^3 U_1^2 (\theta^2 - \omega_1^2) (\eta^2 - \omega_1^2)^2}{((\theta^2 - \omega_1^2) (\eta^2 - \omega_1^2))^2 + (k \theta \omega_1 (\eta^2 - \omega_1^2) + k \eta \omega_1 (\theta^2 - \omega_1^2))^2} \\ \frac{-\gamma}{2} \frac{k^2 \eta^3 U_1^2 (\eta^2 - \omega_1^2) (\theta^2 - \omega_1^2)^2}{((\theta^2 - \omega_1^2) (\eta^2 - \omega_1^2))^2 + (k \theta \omega_1 (\eta^2 - \omega_1^2) + k \eta \omega_1 (\theta^2 - \omega_1^2))^2} \end{pmatrix} \quad (12)$$

فرکانسهای تخمینی در غایت امر با مقدار کمی اختلاف نسبت به فرکانسهای سیگنال ورودی کراندار می ماند. این موضوع، مفهوم کراندار نهایی در حضور اغتشاش را نتیجه می دهد [۱۱].

۳- بررسی بیشتر حالت های $N < K$ و $N > K$

در این بخش ابتدا برای حالت $N > K$ چگونگی همگرا شدن فرکانس های تخمینی زیر فیلترها به فرکانس های سیگنال ورودی بیان می شود. در ادامه یک روش اثبات جدید برای شبه پایداری بر اساس روش مستقیم لیاپانوف ارائه شده است. همچنین ناحیه ای که در آن مسیرهای فاز سیستم به این نقاط تعادل همگرا می شوند مشخص شده است. سپس در حالت $N < K$ یک فرمول کلی برای فرکانس تخمینی زیر فیلترها که دارای بایاس می باشند بیان شده است. همچنین یک روش به منظور حذف این بایاس ارائه خواهد شد. روش ارائه شده مبتنی بر استفاده از تابع پنجره در حلقه تخمین فرکانس زیر فیلترهای MANF است.

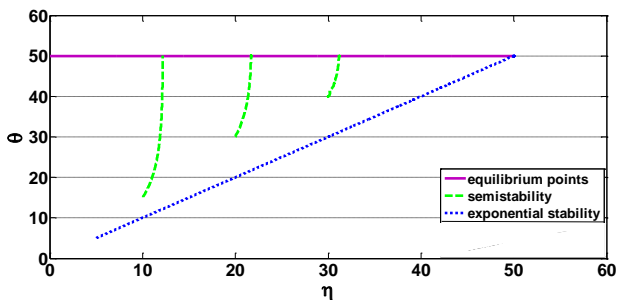
۳-۱ شبه پایداری در پیوستاری از نقاط تعادل

در این حالت $N > K$ است و مقدار اولیه فرکانس تخمینی زیر فیلترها نقش بسیار مهمی در چگونگی همگرا شدن فرکانس تخمینی به فرکانس سیگنال ورودی ایفا می کند. بر اساس مقدار اولیه زیر فیلترها دو اصل زیر را می توان در نظر گرفت:

۱. اولویت همگرا شدن به فرکانسهای سیگنال ورودی برای زیر فیلترهایی است که مقدار اولیه فرکانس تخمینی شان به فرکانسهای سیگنال ورودی نزدیکتر است.

۲. زیر فیلترهای با مقدار اولیه یکسان عملکرد یکسان دارند یعنی به یکی از فرکانسهای سیگنال ورودی همگرا می شوند.

بر اساس این دو اصل برای زیر فیلترها دو حالت نتیجه می شود: حالت اول زمانی است که زیر فیلترها مقدار اولیه یکسان نداشته باشند. در این حالت فرکانس تخمینی K تا از زیر فیلترها بر حسب اینکه مقدار اولیه نزدیک تری نسبت به بقیه زیر فیلترها به فرکانس سیگنال ورودی داشته باشد به صورت مجانبی به فرکانس سیگنال های ورودی همگرا می شود. همچنین فرکانس تخمینی $N_1 = N - K$ تا از آن ها با سرعت بسیار کند تغییر می کند و بعد از یک زمان نسبتاً زیاد به یکی از فرکانسهای سیگنال ورودی همگرا می شود. در حالت دوم بعضی از زیر فیلترها مقدار اولیه یکسان دارند. این زیر فیلترها یک زیر فیلتر حساب می شوند و با استفاده از اصل اول وضعیت فرکانس تخمینی آنها مشخص می شود. برای این بخش بر خلاف مرجع [۱۱] دو نوع پایداری داریم. نوع اول زمانی است که فرکانس تخمینی N_1 زیر فیلتر به فرکانس سیگنال ورودی همگرا نشده اند. در این حالت نقاط تعادل به صورت پیوستاری از نقاط تعادل بوده و برای اثبات پایداری آن از مفهوم شبه پایداری استفاده می شود. نوع دیگر وقتی است که فرکانس تخمینی N_1 زیر فیلتر به فرکانس سیگنال ورودی همگرا می شوند. در این صورت نقطه تعادل به صورت منفرد بوده و پایدار مجانبی است. در ادامه حالت اول یعنی شبه پایداری در پیوستاری



شکل ۲: نمای فاز سیستم (۱۲) برای ورودی با فرکانس ۵۰ هرتز

برای بررسی بیشتر پایداری سیستم (۱۲) ورودی $u(t) = \sin(2\pi \times 50t)$ به این سیستم اعمال می شود. در این حالت نقاط تعادل سیستم به صورت $\theta = 50, 0 < \alpha \leq 50$ است. شکل ۲ نمای فاز سیستم (۱۲) برای ورودی $u(t)$ را نشان می دهد. با توجه به اصلی که در ابتدای این بخش ارائه شد زیر فیلترها با مقدار اولیه یکسان به یک فرکانس سیگنال ورودی همگرا می شوند. در این شکل نیز نمودار نقطه چین که در آن مقادیر اولیه فرکانس تخمینی زیر فیلترها یکسان است به صورت مجانبی به فرکانس ورودی که در اینجا ۵۰ هرتز است همگرا می شوند. برای زیر فیلترها که مقدار اولیه فرکانس تخمینی متفاوت دارند مسیرهای فاز به پیوستاری از نقاط تعادل که در اینجا $\theta = 50$ است همگرا می شوند. در واقع می توان در این حالت ناحیه اعتبار شبه پایداری یعنی Q در قضیه ۳-۲ را بین خطوط $\theta = \eta$ و $\theta = 50$ تعریف کرد. همچنین مسیرهای فازی که در این ناحیه شروع می شوند شبه پایدار هستند (خطوط خط چین).

۳-۲ کراننداری نهایی در حضور اغتشاش

همانطور که در بخش ۲-۲ ذکر شد در حالت $N < K$ فرکانسهای تخمینی زیر فیلترها در غایت امر با مقدار کمی اختلاف نسبت به فرکانسهای سیگنال ورودی کراندار هستند. این موضوع، مفهوم کراننداری نهایی در حضور اغتشاش را نتیجه می دهد. در این بخش ابتدا مقادیری که فرکانس تخمینی زیر فیلترها به آنها همگرا می شوند بدست آورده شده سپس برای اینکه فرکانس تخمینی به فرکانس سیگنال ورودی همگرا شوند یک روش پیشنهاد می شود.

برای تعیین مقادیر تخمینی η_n زیر فیلتر θ_n ، ابتدا قانون تنظیم فرکانس را بر حسب یکی از متغیرهای x_{1n} یا x_{2n} به صورت زیر بیان می شود.

$$\dot{\theta}_n = -\frac{\gamma_n}{\theta_n} x_{2n} (\ddot{x}_{2n} + \theta^2 x_{2n}), n = 1, 2, \dots, N \quad (15)$$

در ادامه با فرض اینکه قانون تنظیم فرکانس در فرکانس تخمینی که بایاس دارد صفر است یعنی $\dot{\theta}_n = 0$ داریم

$$x_{2n} (\ddot{x}_{2n} + \theta_n^2 x_{2n}) = 0 \quad (16)$$

برای ساده تر شدن حل این معادله فرض می شود سیستم در حالت دائمی است. در این حالت \ddot{x}_{2n} جایگزین x_{2n} شده و خواهیم داشت

نقاط تعادل این سیستم برابر با $f^{-1}(0) = \{\theta = \omega_1, \eta = \alpha\}$ است که در آن α یک ثابت نامعلوم بین ۰ و ω_1 می باشد.

قضیه ۳-۲. فیلتر شکاف دار وقتی چند تایی با معادلات حالت (۱۲) را در نظر بگیرد. نقاط تعادل این فیلتر $f^{-1}(0) = \{\theta = \omega_1, \eta = \alpha\}$ شبه پایدار هستند و مسیرهای فاز سیستم برای مقادیر اولیه مثبت $(\theta(t_0), \eta(t_0)) \in Q$ به این نقاط تعادل همگرا می شوند. ناحیه Q ، ناحیه بین خطوط $\theta = \eta$ و $\theta = \omega_1$ است.

اثبات: برای اثبات شبه پایداری نقاط تعادل سیستم (۱۲) تابع لیپانوف بصورت زیر در نظر گرفته می شود.

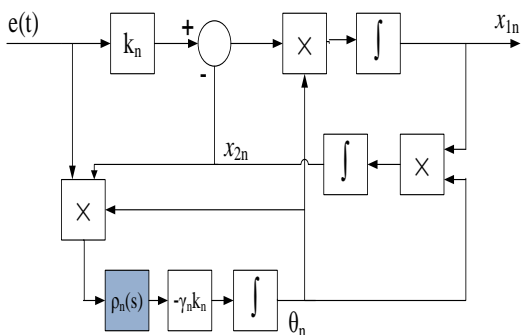
$$V(\theta, \eta) = \frac{1}{2}(\theta - \omega_1)^2 + \frac{1}{2}(\eta - \alpha)^2 \quad (13)$$

با محاسبه مشتق تابع لیپانوف داریم:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= (\theta - \omega_1)\dot{\theta} + (\eta - \alpha)\dot{\eta} \\ &= -\frac{\gamma}{2} \frac{k^2 \theta^3 U_1^2 (\theta - \omega_1) (\theta^2 - \omega_1^2) (\eta^2 - \alpha^2)^2}{\left((\theta^2 - \omega_1^2) (\eta^2 - \alpha^2) \right)^2 + \left(k \theta \omega_1 (\eta^2 - \alpha^2) + k \eta \omega_1 (\theta^2 - \omega_1^2) \right)^2} \\ &\leq \frac{\gamma}{2} \frac{k^2 \eta^3 U_1^2 (\eta - \alpha) (\eta^2 - \alpha^2) (\theta^2 - \omega_1^2)^2}{\left((\theta^2 - \omega_1^2) (\eta^2 - \alpha^2) \right)^2 + \left(k \theta \omega_1 (\eta^2 - \alpha^2) + k \eta \omega_1 (\theta^2 - \omega_1^2) \right)^2} \leq 0 \end{aligned} \quad (14)$$

برای اثبات منفی نیمه معین بودن مشتق تابع لیپانوف کافی است جمله های $(\theta - \omega_1)(\theta^2 - \omega_1^2)$ و $(\eta - \alpha)(\eta^2 - \alpha^2)$ منفی باشند. از آنجایی که جمله $(\theta - \omega_1)(\theta^2 - \omega_1^2)$ را می توان با عبارت $(\theta + \omega_1)(\theta - \omega_1)^2$ جایگزین کرد در نتیجه برای منفی بودن این جمله لازم است عبارت $(\theta + \omega_1)$ مثبت باشد. با توجه به اینکه $\theta(t_0)$ در ناحیه Q مثبت و کوچکتر از ω_1 است با استفاده از معادله (۱۲) ثابت می شود $\dot{\theta}$ مثبت بوده در نتیجه θ و $(\theta + \omega_1)$ مثبت هستند. برای اثبات منفی بودن جمله $(\eta - \alpha)(\eta^2 - \alpha^2)$ لازم است $\eta(0)$ در ناحیه Q در نظر گرفته شود که در این ناحیه $\dot{\eta}$ همیشه مثبت است. در نتیجه در ناحیه Q نامساوی $0 < \eta(0) \leq \eta \leq \alpha \leq \omega_1$ برقرار بوده و جمله $(\eta - \alpha)(\eta^2 - \alpha^2)$ همیشه منفی می باشد. بنابراین ثابت شد مشتق تابع لیپانوف نیمه معین منفی است. همچنین با توجه به اینکه نقاط تعادل $(\theta, \eta) = (\omega_1, \alpha)$ که در آن $0 < \alpha \leq \omega_1$ است در تابع $V(\theta, \eta)$ صدق می کند در نتیجه این نقاط تعادل پایدار لیپانوفی هستند. در ادامه با معرفی مجموعه پایای زیر داریم:

$\mathfrak{R} = \{(\theta, \eta) \in Q | \dot{V} = 0\} = \{(\theta, \eta) \in Q | \theta = \omega_1, \eta = \alpha, 0 < \alpha \leq \omega_1\}$ از آنجایی که \mathfrak{R} از نقاط تعادل تشکیل شده است نتیجه می گیریم $M = \mathfrak{R}$ است. بنابراین برای هر $(\theta(0), \eta(0)) \in Q$ به (θ, η) می کند هر گاه t به بی نهایت میل کند. بنابراین با استفاده از قضیه ۳-۱ نتیجه می شود نقاط تعادل سیستم شبه پایدار هستند.



شکل ۳: زیر فیلتر MANF به همراه تابع پنجره

$$\rho_n(t) = \begin{cases} 1, & 0 \leq t \leq T_{\rho n} \\ 0, & t > T_{\rho n} \end{cases} \quad (21)$$

بر اساس تابع هزینه $J_{\rho n}$ قانون تنظیم فرکانس n امین زیر فیلتر MANF به معادله (۲۲) تبدیل می‌شود.

$$\dot{\theta}_n = -\frac{1}{T_{\rho n}} \int_{t-T_{\rho n}}^t \rho_n(t-\tau) k_n \theta_n x_{2n} e(\tau) d\tau \quad (22)$$

از معادله (۲۲) نتیجه می‌شود که در حلقه تخمین فرکانس هر زیر فیلتر به منظور به دست آوردن θ_n قبل از اینکه از عبارت $-\gamma_n k_n \theta_n x_{2n} e$ انتگرال گرفته شود باید تابع تبدیل پنجره $\rho_n(t)$ روی آن اعمال شود. شکل ۳ چگونگی قرار گرفتن تابع پنجره در زیر فیلتر n ام را نشان می‌دهد. همچنین طول پنجره یعنی $T_{\rho n}$ هر چه کوچکتر باشد موثرتر است. هرچند اگر این پارامتر بیش از حد کوچک انتخاب شود می‌تواند باعث ناپایداری سیستم شود. برای جزئیات بیشتر به مرجع [۱۳] مراجعه کنید.

۴- نتایج شبیه‌سازی

در این بخش ابتدا عملکرد MANF در تخمین فرکانس های سیگنال شبه تناوبی و حالت‌های مختلف پایداری این الگوریتم بررسی می‌شود. سپس تاثیر استفاده از تابع پنجره در MANF نشان داده خواهد شد. شبیه سازی ها در Matlab/Simulink انجام شده است.

۴-۱ پایداری نمایی و شبه پایداری

در این بخش برای بررسی بیشتر حالت‌های پایداری فیلتر شکاف دار وقتی شبیه سازی هایی انجام شده است. سیگنالی که به عنوان ورودی برای دو حالت $N=K$ و $N>K$ در نظر گرفته شده برابر با

$$u(t) = \sum_{k=1}^3 u_k(t) = \sum_{k=1}^3 U_k \sin(2\pi f_k t + \delta_k) \quad (23)$$

می‌باشد. در این شبیه سازی پارامترهای همه زیر فیلترها برابر $\gamma = 20$ و $k = 1$ انتخاب شده‌اند. فرکانس تخمینی θ_k با مقادیر واقعی شان f_k در شکل ۴ نشان داده شده است. همچنین دامنه تخمینی مولفه‌های سینوسی سیگنال (۲۳) یعنی a_k در شکل ۵ نشان داده شده است. در زمان معین $1/2$ ثانیه $N=K$ است در نتیجه فرکانسهای تخمینی θ_1, θ_2 و θ_3 از مقادیر اولیه ۵۰، ۱۰۰ و ۱۵۰ به مقادیر واقعی شان یعنی ۵۰، ۱۰۰ و

$$\sum_{i=1}^K (\theta_n^2 - \omega_i^2) \times \quad (17)$$

$$(H_{2n}(\omega_i, \theta) U_i \cos(\omega_i t + \delta_i + \varphi(\omega_i, \theta)))^2 = 0$$

با میانگین گیری از طرفین معادله (۱۷) خواهیم داشت

$$\sum_{i=1}^K (\theta_n^2 - \omega_i^2) (Y_i^2) = 0, \quad Y_i = H_{2n}(\omega_i, \theta) U_i \quad (18)$$

با استفاده از معادله (۱۸) فرکانس تخمینی n امین زیر فیلتر برابر است با

$$\theta_n = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^K (\omega_i^2) (Y_i^2)}{\sum_{i=1}^K (Y_i^2)}} \quad (19)$$

همچنین باید ذکر شود برای بدست آوردن فرکانس تخمینی n امین زیر فیلتری که در نزدیکی فرکانس سیگنال ورودی است با استفاده از فرمول بالا، باید ω_j را در فرمول Y_i مساوی همان فرکانس قرار داد. با توجه به اینکه فرکانس تخمینی بدست آمده در بالا برابر فرکانس های سیگنال ورودی نیست لازم است در ساختار زیر فیلترها اصلاحاتی صورت گیرد. بدین منظور از تابع پنجره در حلقه تخمین فرکانس زیر فیلترها استفاده می‌شود. در مرجع [۱۳] از مزایای تابع پنجره در ANF استفاده شده تا در مقابل هارمونیکها عملکرد این فیلتر ارتقا یابد. در این بخش از تابع پنجره در زیر فیلترهای MANF استفاده شده تا عملکرد فرکانسهای تخمینی زیر فیلترها در مقابل اغتشاشات سینوسی بهبود بخشد.

استفاده از تابع پنجره بر اساس استفاده از یک تابع هزینه و مینیمم سازی آن است. همانطور که در بخش ۲ ذکر شد قانون تنظیم فرکانس زیر فیلتر n ام به صورت $\dot{\theta}_n = -\gamma_n k_n \theta_n x_{2n} e$ می‌باشد. در سمت راست این قانون، سیگنال خطای سیستم e حضور دارد که می‌توان مجذور آن را به عنوان تابع هزینه سیستم در نظر گرفت. این تابع هزینه به صورت لحظه‌ای بوده و در یک لحظه کوتاه از زمان ارزیابی می‌شود. برای بهتر شدن تخمین فرکانس این تابع هزینه را به یک دوره زمانی معین گسترش می‌یابد. به این منظور تابع هزینه به شکل زیر تعریف می‌شود [۱۳].

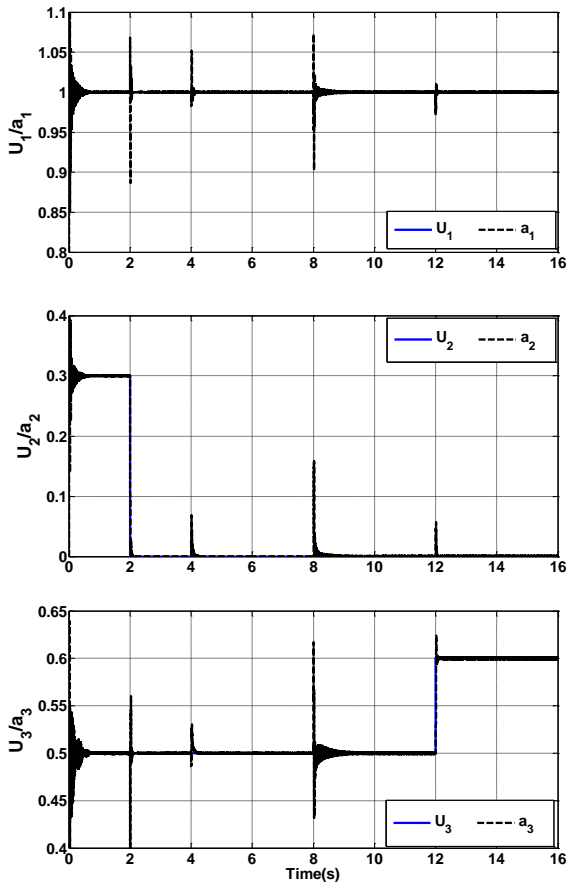
$$J_{\rho n} = \frac{1}{2T_{\rho n}} \int_{t-T_{\rho n}}^t \rho_n(t-\tau) e^2(\tau) d\tau \quad (20)$$

$$= \frac{1}{T_{\rho n}} \rho_n(t) * \frac{1}{2} e^2(t) = \frac{1}{T_{\rho n}} \rho_n(t) * J_n$$

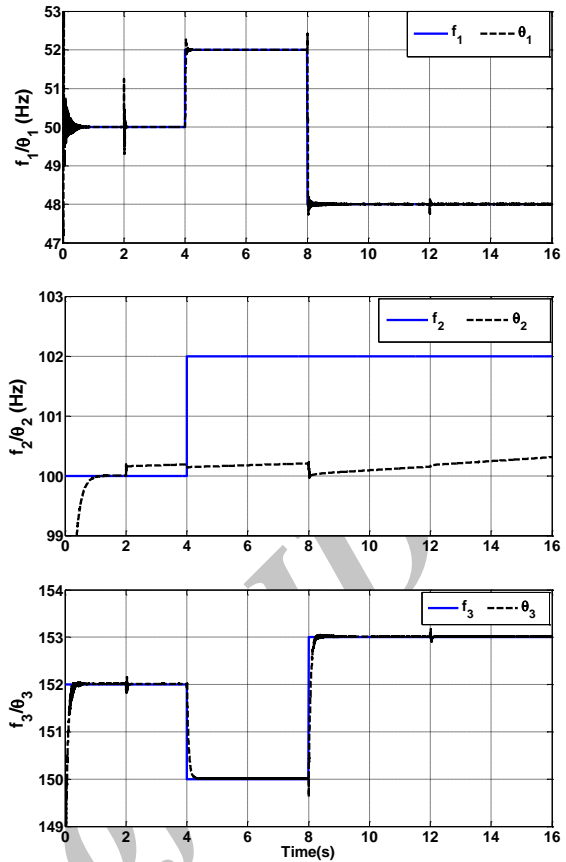
در این معادله $e = u(t) - \sum_{n=1}^N x_{1n}$ علامت کانولوشن

و $J_n = \frac{1}{2} e^2(t)$ تابع هزینه اولیه می‌باشد. همچنین $T_{\rho n}$ طول پنجره

و $\rho_n(t)$ تابع پنجره n امین زیر فیلتر است. تابع پنجره که در این بخش استفاده شده پنجره مستطیلی است که به صورت زیر تعریف می‌شود:



شکل ۵: دامنه تخمینی مولفه‌های سینوسی سیگنال (۲۳)

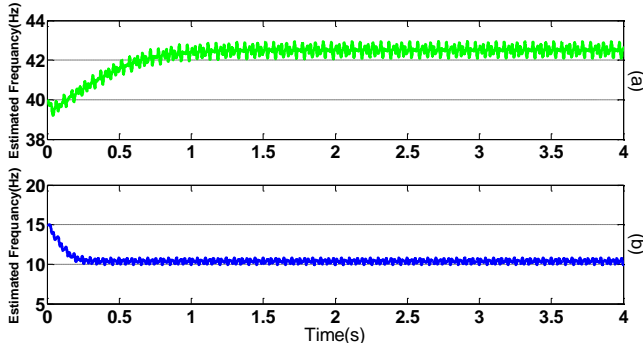


شکل ۴: فرکانس تخمینی و واقعی مولفه‌های سینوسی سیگنال (۲۳)

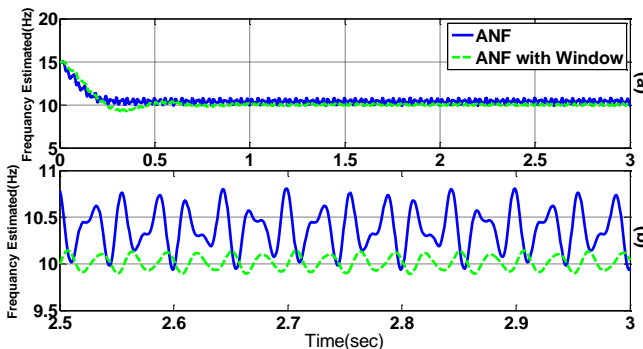
۴-۲ شبیه سازی کرانداری نهایی

شبیه سازی که برای حالت $N < K$ در نظر گرفته شده است ساده ترین حالت یعنی $K=2$ و $N=1$ می باشد. سیگنال ورودی از دو سیگنال سینوسی با دامنه های ۱ و فرکانسهای ۱۰ و ۴۵ هرتز تشکیل شده است. در این حالت فرکانس تخمینی زیر فیلتر بر حسب اینکه چه مقدار اولیه داشته باشد به یکی از فرکانسهای سیگنال ورودی همگرا می شود. البته باید ذکر شود همانطور که در بخش ۳-۲ ذکر شد مقدار نهایی فرکانس تخمینی دارای یک بایاس و نوسان می باشد. این مقدار نهایی را می توان با استفاده از فرمول ذکر شده در آن بخش بدست آورد که برای این شبیه سازی این مقدار برابر $۴۲/۵۲$ و $۱۰/۲$ هرتز می باشد. همچنین می توان با رسم نمودار $\dot{\theta}$ بر حسب θ هم این مقادیر را بدست آورد. این نمودار در شکل ۷ رسم شده که در آن θ بر حسب درجه است. همانطور که از این نمودار مشخص است سیستم دارای دو نقطه تعادل پایدار و دو نقطه تعادل ناپایدار است. دو نقطه پایدار همان فرکانسهای $۴۲/۵۲$ و $۱۰/۲$ هرتز هستند و دو نقطه ناپایدار $۳۷/۴۳$ و ۰ هرتز هستند. بنابراین بر حسب اینکه مقدار اولیه در ناحیه جذب کدام فرکانس سیگنال ورودی که بایاس دارند باشد به آن فرکانس همگرا می شود. برای فرکانس $۱۰/۲$ این بازه از صفر تا $۳۷/۴۳$ هرتز است و برای $۴۲/۵۲$ از $۳۷/۴۳$ تا بینهایت می باشد. برای زیر فیلتر با مقادیر اولیه ۱۵ هرتز فرکانس تخمینی به فرکانس $۱۰/۲$ همگرا می شود که در شکل ۸ نشان داده شده است. برای مقدار اولیه ۴۰

۱۵۲ به طور نمایی نزدیک می شوند. همچنین دامنه های تخمینی a_1 ، a_2 و a_3 از مقادیر اولیه ۱ به مقادیر واقعی شان یعنی ۱، $۰/۳$ و $۰/۵$ نزدیک می شوند. بعد از یک زمان کوتاه فرکانسهای تخمینی برابر فرکانسهای سیگنال ورودی می شوند. در نتیجه طبق آنچه که در بخش ۲-۲ بیان شد در این حالت نقاط تعادل سیستم MANF همان فرکانسهای سیگنال ورودی هستند و پایداری مجانبی آنها در شکل ۴ نشان داده شده است. در زمان ۲ ثانیه دامنه سیگنال سینوسی دوم U_2 صفر می شود در نتیجه تعداد زیر فیلترها از تعداد مؤلفه های سینوسی بیشتر می شود. در این حالت $N > K$ بوده و نقاط تعادل به صورت پیوستاری از نقاط تعادل می باشد. بنابراین پایداری مجانبی فیلتر شکاف دار وقفی به شبه پایداری تبدیل می شود. در زمان ۴ ثانیه فرکانسهای سیگنال ورودی بترتیب تغییرات پله ای به اندازه ۲، ۲ و ۲- هرتز دارند. از آنجایی که مقادیر ویژه فرکانسهای تخمینی زیر فیلترهای اول و سوم منفی هستند در نتیجه این تغییرات پله را تعقیب می کنند. اما با توجه به اینکه مقدار ویژه مربوط به θ_2 صفر است این فرکانس تخمینی با سرعت بسیار کم افزایش پیدا می کند تا اینکه در ثانیه ۱۰۵۰ به فرکانس سیگنال سوم f_3 که برابر ۱۵۳ هرتز است همگرا شود. در این لحظه شبه پایداری به پایداری مجانبی تبدیل می شود. شکل ۶ فرکانس تخمینی زیر فیلتر دوم و سوم را تا زمان ۲۰۰۰ ثانیه نشان داده است. همانطور که از این شکل مشخص است بعد از همگرا شدن فرکانس تخمینی زیر فیلتر دوم به ۱۵۳ هرتز، فرکانس تخمینی زیر فیلتر سوم یک نوسان حول ۱۵۳ پیدا کرده است.



شکل ۸: (a) فرکانس تخمینی زیر فیلتر برای مقدار اولیه ۴۰ هرتز. (b) فرکانس تخمینی زیر فیلتر برای مقدار اولیه ۱۵ هرتز



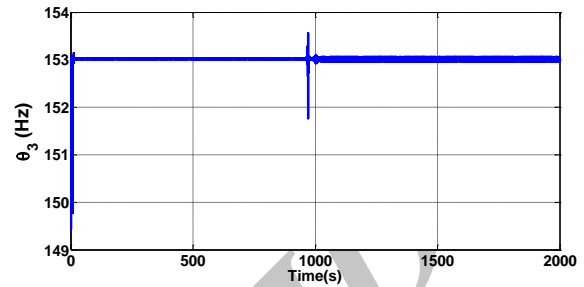
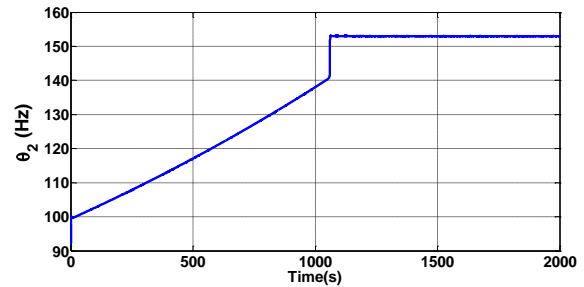
شکل ۹: (a) فرکانس تخمینی زیر فیلتر MANF معمولی و پنجره ای. (b) بزرگنمایی بازه زمانی ۲.۵ الی ۳ ثانیه شکل (a-۹)

۵- نتیجه گیری

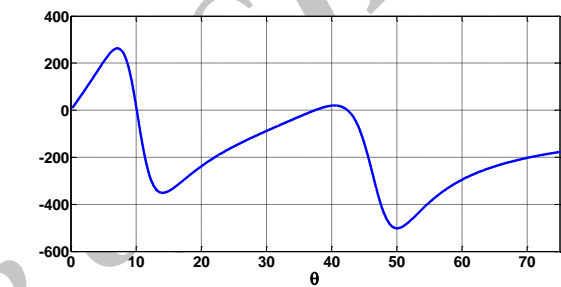
در این مقاله به منظور تخمین فرکانس و استخراج مولفه‌های سینوسی یک سیگنال شبه تناوبی، یک الگوریتم تخمین فرکانس مبتنی بر فیلتر شکاف دار وقتی مورد بررسی قرار گرفت. این الگوریتم از N زیر فیلتر موازی تشکیل شده است که هر کدام از این زیر فیلترها پارامترهای یکی از مولفه‌های سینوسی را تخمین می‌زند. برای این الگوریتم سه حالت پایداری بر اساس تعداد مولفه‌های سینوسی K و تعداد زیر فیلترها N وجود دارد. این پایداریها عبارت بودند از: کرانداری نهایی در حضور اغتشاش، پایداری تمامی در نقاط تعادل منفرد و شبه پایداری در پیوستاری از نقاط تعادل. همچنین در این مقاله یک فیلتر شکاف دار وقتی معرفی شد که عملکرد مطلوبی در تخمین فرکانس سیگنال‌های سینوسی در حضور اغتشاشات سینوسی داشت. به این منظور در حلقه تخمین فرکانس ANF از تابع پنجره استفاده شد. با استفاده از شبیه سازی نشان داده شد که ANF با پنجره نسبت به ANF عملکرد بهتری در تخمین فرکانس سیگنال‌های سینوسی در حضور سیگنال‌های ناخواسته دارد.

مراجع

- [1] R. Arablouei, K. Doğançay, and S. Werner, "Adaptive frequency estimation of three-phase power systems," *Signal Processing*, vol. 109, pp. 290-300, 2015.



شکل ۶: فرکانس تخمینی زیر فیلتر دوم و سوم



شکل ۷: نمودار θ برحسب θ .

هرتز نیز فرکانس تخمینی به فرکانس ۳۸/۳۵ همگرا می‌شود که آن نیز در شکل ۸ نشان داده شده است.

برای بررسی عملکرد MANF پنجره‌ای معرفی شده در بخش ۳-۲ در حضور اغتشاشات سینوسی، از مجموع دو سیگنال سینوسی با دامنه یک و فرکانس ۱۰ و ۴۵ هرتز به عنوان ورودی استفاده می‌شود. هدف تخمین فرکانس ۱۰ هرتز می‌باشد و سیگنال سینوسی ۴۵ هرتز نیز به عنوان اغتشاش عمل می‌کند. این سیگنال سینوسی به دو زیر فیلتر MANF معمولی و پنجره‌ای اعمال می‌شود. مطلوب این است که با استفاده از MANF پنجره شده تخمین بهتری از فرکانس ۱۰ هرتز نسبت به MANF داشته باشیم. عملکرد این فیلترها در تخمین فرکانس ۱۰ هرتز در شکل ۹ نشان داده شده است. این شکل نشان می‌دهد که MANF پنجره شده در مقابل MANF معمولی در حضور اغتشاش سینوسی ۴۵ هرتز تخمین فرکانس بهتری دارد.

باید ذکر شود که فرکانس تخمینی MANF پنجره ای یک نوسان حدود ۰/۱ درجه حول فرکانس ۱۰ هرتز دارد که این می‌تواند نتیجه نزدیک بودن فرکانس سیگنال سینوسی ۴۵ هرتز و دامنه بزرگ این سیگنال باشد. شبیه سازی ها نشان می‌دهد با کوچک کردن دامنه این سیگنال یا انتخاب اغتشاشات سینوسی با فرکانس بالاتر، فرکانس تخمینی زیر فیلتر MANF پنجره ای به خوبی فرکانس ۱۰ هرتز را تخمین می‌زند.

- [2] W. Zhang, K. Li, and W. Jiang, "Micro-Motion Frequency Estimation of Radar Targets with Complicated Translations," *AEU-International Journal of Electronics and Communications*, 2015.
- [3] K.-J. Lee, J.-P. Lee, D. Shin, D.-W. Yoo, and H.-J. Kim, "A novel grid synchronization PLL method based on adaptive low-pass notch filter for grid-connected PCS," *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, vol. 61, pp. 292-301, 2014.
- [4] P. Leekul, M. Krairiksh, and T. K. Sarkar, "Application of the natural frequency estimation technique for mangosteen classification," in *Antennas and Propagation (APCAP), 2014 3rd Asia-Pacific Conference on*, 2014, pp. 928-930.
- [5] Y. Xia and D. P. Mandic, "Augmented mvdr spectrum-based frequency estimation for unbalanced power systems," *Instrumentation and Measurement, IEEE Transactions on*, vol. 62, pp. 1917-1926, 2013.
- [6] C. K. Lee, K. S. Kwak, T. S. Yoon, and J. B. Park, "Cable fault localization using instantaneous frequency estimation in Gaussian-enveloped linear chirp reflectometry," *Instrumentation and Measurement, IEEE Transactions on*, vol. 62, pp. 129-139, 2013.
- [7] M. Bodson and S. C. Douglas, "Adaptive algorithms for the rejection of sinusoidal disturbances with unknown frequency," *Automatica*, vol. 33, pp. 2213-2221, 1997.
- [8] L. Hsu, R. Ortega, and G. Damm, "A globally convergent frequency estimator," *Automatic Control, IEEE Transactions on*, vol. 44, pp. 698-713, 1999.
- [9] M. Mojiri and A. R. Bakhshai, "An adaptive notch filter for frequency estimation of a periodic signal," *Automatic Control, IEEE Transactions on*, vol. 49, pp. 314-318, 2004.
- [10] M. Mojiri and A. R. Bakhshai, "Estimation of Frequencies Using Adaptive Notch Filter," *Circuits and Systems II: Express Briefs, IEEE Transactions on*, vol. 54, pp. 338-342, 2007.
- [11] Z. Chu, M. Ding, S. Du, and X. Feng, "Exponential stability, semistability, and boundedness of a multi-ANF system," *Circuits and Systems I: Regular Papers, IEEE Transactions on*, vol. 58, pp. 326-335, 2011.
- [12] M. Karimi-Ghartemani, S. A. Khajehoddin, P. K. Jain, and A. Bakhshai, "Derivation and design of in-loop filters in phase-locked loop systems," *Instrumentation and Measurement, IEEE Transactions on*, vol. 61, pp. 930-940, 2012.
- [۱۳] جناب زاده، احمدرضا، مجیری، محسن، "بهبود عملکرد فیلتر شکاف دار و فقی در تخمین فرکانس سیگنال های تناوبی"، *مجله مهندسی برق دانشگاه تبریز*، جلد ۴۵، شماره ۱، بهار ۱۳۹۴، صفحه ۹-۱
- [14] B. Riedle and P. V. Kokotovic, "Integral manifolds of slow adaptation," *Automatic Control, IEEE Transactions on*, vol. 31, pp. 316-324, 1986.
- [15] H. K. Khalil, "Nonlinear systems, 3rd," New Jersey, Prentice Hall, vol. 9, 2002.
- [16] W. M. Haddad and V. Chellaboina, *Nonlinear dynamical systems and control: a Lyapunov-based approach*: Princeton University Press, 2008.