

طراحی جبران‌ساز ریدوم در حلقه هدایت با رویکرد شکل‌دهی پاسخ فرکانسی

مهردی خسروی سامانی^۱، سید محمدجواد معافی مدنی^۲، مهدی نیکو‌سخن^۳، ایمان محمدزمان^۴

^۱ دانشجوی دکتری هوافضا- دینامیک پرواز و کنترل، دانشگاه صنعتی خواجه نصیر، mahdi.kh65@yahoo.com

^۲ فارغ التحصیل کارشناسی ارشد، مجتمع برق و الکترونیک، گروه کنترل، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، javadmadany@yahoo.com

^۳ دانشجوی دکتری هوافضا- دینامیک پرواز و کنترل، دانشگاه صنعتی شریف، nikusokhan@ae.sharif.edu

^۴ استادیار، مجتمع برق و الکترونیک، گروه کنترل، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، mohammadzaman@mut.ac.ir

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۹۵/۴/۱۲، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۹۵/۸/۵)

چکیده: ریدوم منجر به انحراف امواج راداری در رهگیرهای هدایتشونده راداری شده و در نتیجه باعث ناپایداری حلقه هدایت به خصوص در ارتفاع‌های بالاتر شود. بنابراین به یک جبران‌ساز که حلقه هدایت را پایدار کرده و در حضور خطای ریدوم منجر به کمترین خطای برخورد به هدف شود، نیاز است. از دیدگاه کنترل، ریدوم منجر به ایجاد یک پس‌خور ناخواسته شده که مشابه حلقه‌های پس‌خور مرسوم که در آن خروجی باید سیگنال کنترلی مطلوب را تعقیب کند، نمی‌باشد. در این مقاله ابتدا پاسخ حلقه‌بسته مطلوب هدایت مشخص شده و با رویکردی جدید پاسخ فرکانسی مسیر پیش‌رو به گونه‌ای شکل‌دهی می‌شود که نیازمندی‌های پایداری و عملکردی ارضی شود. شکل‌دهی پاسخ فرکانسی با استفاده از ابزار نامساوی ماتریسی خطی (LMI) انجام شده و به منظور انتخاب بهترین پاسخ فرکانسی از ابزار شکاف متریک وی (v-gap metric) استفاده شده است. نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد که جبران‌ساز طراحی شده علاوه بر تأمین پایداری حلقه هدایت، خطای برخورد به هدف را هم به میزان چشمگیری کاهش می‌دهد.

کلمات کلیدی: خطای ریدوم، پایداری حلقه هدایت، شکل‌دهی حلقه، نامساوی ماتریسی خطی، شکاف متریک وی.

Design of Radome Compensator in Guidance Loop Using Frequency Response Shaping

Mahdi Khosravi Samani, Mohammad Javad Moafi Madani, Mahdi Nikusokhan, Iman Mohammadzaman

Abstract: Radome causes refraction of the incoming radar wave in radar-guided interceptors, thus having a destabilizing effect on the guidance loop, especially at high altitudes. Therefore, a compensator is required to maintain the stability of the guidance loop and causes minimum miss distance in the presence of radome error. From the control perspective, Radome causes an unwanted feedback that is not similar to the conventional feedback loops, in which output must follow a desired control signal. In this paper, the desired closed-loop response is determined first, then a novel approach is proposed to shape the frequency response of the feedforward path so that the stability and performance requirements are satisfied. Frequency response is shaped by linear matrix inequality (LMI) tools and v-gap metric is used to select the best frequency response. Simulation results show that the designed compensator drastically decreases the miss distance, while the stability is guaranteed.

Keywords: Radome error, guidance loop stability, loop shaping, linear matrix inequality, v-gap metric

فهرست علایم

- θ : زاویه خطی محور جستجوگر
- λ : زاویه خط دید
- D: زاویه آتن جستجوگر
- z: زاویه انحراف
- θ : زاویه پیچ رهگیر
- θ_H : زاویه طوفه (گیمبال)
- R: شب ریدوم
- K_{sl} : بهره پایدارساز جستجوگر
- T_1 : ثابت زمانی حلقه ردیابی جستجوگر
- V_M : سرعت رهگیر
- V_C : سرعت تزدیک‌شوندگی
- nC: شتاب فرمان
- nL: شتاب جانبی رهگیر
- nT: شتاب هدف
- R_{TM} : فاصله نسبی رهگیر تا هدف

۱- مقدمه

مراجعی که به تحلیل و طراحی جبران‌ساز ریدوم پرداخته‌اند را به سه دسته کلی می‌توان تقسیم کرد. قدیمی‌ترین راهکار برای جبران‌سازی خطای ریدوم، افزایش ثابت زمانی سیستم هدایت رهگیر از طریق افزایش ثابت زمانی فیلتر نویز است. گرچه تحلیل و پیاده‌سازی این روش ساده می‌باشد، اما باعث افزایش خطای برخورد در مقابل مانور هدف می‌شود [۳]-[۵].

راهکار دوم جبران‌سازی خطای ریدوم، ذخیره کردن جداول پارامترهای جبران‌ساز در رایانه پرواز رهگیر است. در این روش، مقادیر خطای ریدوم در آزمایشگاه اندازه‌گیری می‌شود. کارایی این روش منوط به در اختیار داشتن امکانات آزمایشگاهی مناسب و ایجاد شرایط پرواز واقعی در آن است [۶] و [۸].

سومین راهکار برای کاهش اثر مخرب ریدوم شناسایی برخط و تخمين خطای ریدوم در حین پرواز می‌باشد. در [۹] حل تحلیلی خطای برخورد در روش هدایت ناوبری تابعی با بازخورد سرعت زاویه بدن، شتاب جانبی و نرخ آن در حضور اثر ریدوم (و تخمين شیب آن)، با استفاده از روش الحقی استخراج شده است. در این مقاله تابع تبدیل از دستور شتاب به شتاب جانبی به صورت مرتبه اول و جستجوگر با یک مشتق‌گیر خالص مدل شده است. در مرجع [۷] تکنیکی ارائه شده است که شیب ریدوم را با استفاده از یک سیگنال دیتر^۳ غیرمخرب بر روی فرمان شتاب جانبی تخمين می‌زند. در مرجع [۳] و [۶] شیب ریدوم به صورت یک مجموعه‌ای از مقادیر گستته مدل شده که برای هر مقدار شیب ریدوم یک فیلتر کالمون طراحی شده است. خروجی‌های فیلترهای کالمون با وزن‌های مشخصی با یکدیگر جمع شده و یک تخمين از شیب ریدوم بدست می‌آید. در مرجع [۱۰] اشاره شده است که یکی از مشکلات خطای ریدوم، مشاهده‌پذیری ضعیف و غیر قابل پیش‌بینی بودن آن است. در این مرجع ادعا شده که اگر هدف مانور نداشته باشد، می‌توان برای حل مشکلات ریدوم، از تخمين‌گر تطبیقی چند مدلی^۴ استفاده کرد و برای حالتی که مانور هدف وجود دارد، اطلاعات هدف از روی رادار زمینی به رهگیر ارسال می‌شود تا مشکلات مشاهده‌پذیری ضعیف سیستم حل شود. در مرجع [۱۱] برای تخمين خطای ریدوم از یک تخمين‌گر دو مرحله‌ای استفاده کرده است تا خطای ریدوم را از حالت‌های نامی رهگیر مستقل سازد. در مرجع [۱۲] توسط یک فیلتر ذرات تطبیقی نرخ چرخش خط دید با وجود خطای ریدوم تخمين زده شده است. این روش علاوه بر محاسبات سنگین نیاز به تخمين شتاب هدف نیز دارد. مرجع [۱۳] با ارائه یک الگوریتم فازی-تطبیقی و براساس فیلتر کالمون تعیین یافته شیب ریدوم را تخمين می‌زند. این الگوریتم دارای دو سطح استنتاج فازی می‌باشد. در مرجع [۱۴] قانون هدایت فاز نهایی به صورت فازی و با ساختار PID طراحی شده است و نشان داده با در نظر گرفتن اثر ریدوم در مقایسه با قانون ناوبری تابعی خطای برخورد کمتری حاصل می‌شود. مرجع

³ Dither

⁴ Multiple adaptive estimator

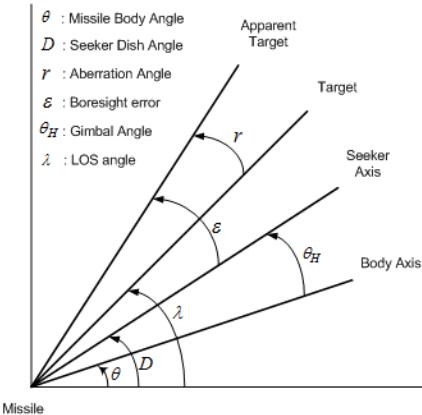
¹ Gimbal

² Miss Distance

می‌شود. سپس نحوه تبدیل جبران سازی خطای ریدوم به یک مسئله کنترلی تعریف و جبران‌ساز مناسب به گونه‌ای طراحی می‌شود که علاوه بر افزایش پایداری حلقة هدایت در برابر عدم قطعیت ریدوم، عملکرد را نیز بطور محسوسی بهبود دهد. در نهایت از طریق شیوه‌سازی حلقة آشانه‌یاب رهگیر، عملکرد جبران‌ساز ارزیابی می‌شود.

۲- بورسی اثر مخرب ریدوم بر حلقة هدایت

پوشش ریدوم منجر به شکست پرتو برگشتی از هدف و جایگایی زاویه‌ای بردار هدف می‌شود. تفاوت بین بردار هدف ظاهری (که در اثر شکست پرتوی بازگشتی می‌باشد) و بردار هدف واقعی را انحراف ریدوم می‌نامند. انحراف ریدوم پدیده‌ای با رفتار خطی در زاویه‌های کوچک و رفتار غیرخطی در زاویه‌های بزرگ می‌باشد [۱۷]. هندسه در گیری رهگیر و هدف در شکل ۱ نشان داده شده است.



شکل ۱. هندسه در گیری رهگیر و هدف [۱۴]
طبق شکل ۱ روابط زیر برقرار است.

$$\varepsilon = \lambda - D - r \quad (1)$$

$$D = \theta + \theta_H \quad (2)$$

همچنین بر اساس مرجع [۱۹] زاویه انحراف ریدوم با زاویه طوفه جستجوگر بصورت خطی متناسب است.

$$r = R\theta_H \quad (3)$$

که R را شیب ریدوم می‌نامند. در واقعیت شیب ریدوم مقدار ثابتی در طول پرواز ندارد و در یک بازه مشخص تغییر می‌کند لذا باید آن را به عنوان یک نوع عدم قطعیت در نظر گرفت.

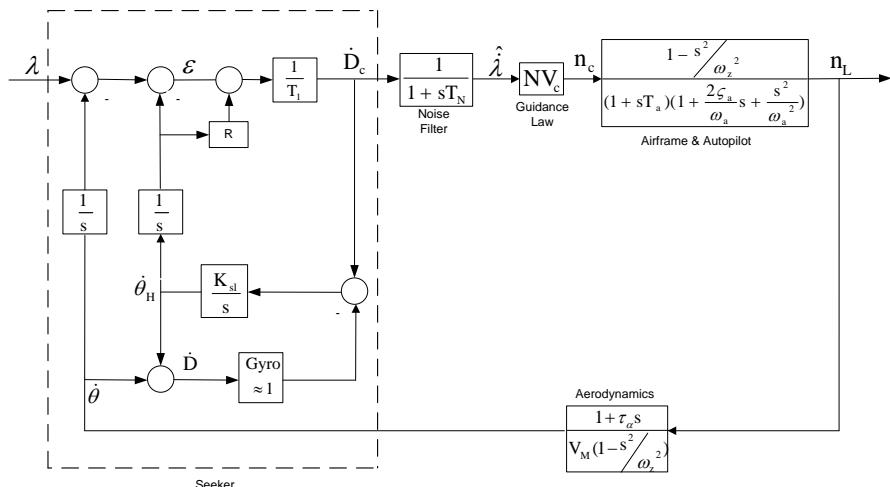
در حالت کلی اثر ریدوم باید از دو جنبه پایداری و عملکرد بررسی شود. از نظر پایداری، اثر ریدوم کاهش پایداری و در موقعی ناپایداری حلقة هدایت می‌باشد و از دیدگاه عملکرد، ریدوم باعث افت عملکرد تخمین نرخ چرخش خط دید می‌شود [۱۸]. دیگر اثراً که حلقة هدایت رهگیر که در شکل ۲ نشان داده شده است را در نظر بگیرید.

[۱۵] با اصلاح الگوریتم فیلتر کالمن چندگانه، شب ریدوم را تخمين می‌زنند. علی‌رغم تحقیقات گسترده در خصوص استفاده از تخمين گرها در جبران‌سازی اثر ریدوم، این روش به علت حجم محاسبات بالا، وابستگی شدید فیلتر کالمن به مدل و پیچیدگی آن دارای کاربرد عملیاتی نبوده‌اند. در صورتیکه بتوان مشابه رویکرد اول، با ارائه یک کنترل کننده مناسب در فضای فرکانس، پایداری و عملکرد مطلوب حلقة هدایت را در حضور عدم قطعیت ریدوم تضمین کرد، ارزش پیاده‌سازی و کاربردی بالایی دارد.

در این مقاله سعی می‌شود با کاربرد تئوری‌های کنترلی و استفاده از رویکردی جدید، جبران‌سازی اثر ریدوم در حضور عدم قطعیت انجام شود. مزیت استفاده از این روش در این است که می‌توان معیارهای کارآیی را در قالب یک مسئله کنترلی تعریف نمود و با طراحی کنترل کننده مقاوم تمامی این معیارها را ارضاء کرد. برای تبدیل این مسئله به یک مسئله کنترلی یک چالش مهم وجود دارد و آن این است که جبران‌سازی ریدوم شبه مسائل رایج کنترلی نمی‌باشد. این امر به خاطر آن است که در این جا، حلقة پس خور از جنس پارازیتی بوده و پس خور کنترلی نمی‌باشد. یعنی برخلاف مسائل رایج کنترلی، هدف از طراحی جبران‌ساز، صفر کردن اختلاف ورودی و خروجی نمی‌باشد بلکه هدف جبران اثر مخرب ریدوم بر عملکرد حلقة هدایت می‌باشد که به تفصیل در متن بیان خواهد شد. این چالش کنترلی از آن جهت مهم است که دیگر نمی‌توان از معیارهای رایج کنترلی برای طراحی سیستم کنترل استفاده کرد. ابتدا برای حل این مسئله در روشی جدید برخلاف روش‌های مرسوم کنترل که پاسخ فرکانسی حلقباز یا بسته سیستم شکل‌دهی می‌شود، پاسخ فرکانسی مسیر پیش رو شکل‌دهی خواهد شد. همچنین به منظور تعیین پاسخ مطلوب از ابزار شکاف متريک و استفاده شده است. سپس شکل‌دهی پاسخ فرکانسی که در حالت کلی، مساله پیچیده و زمان‌بری می‌باشد، تبدیل به یک مسئله نامساوی ماتریسی خطی می‌شود [۱۶] و نشان داده می‌شود با وجود اینکه شکل‌دهی پاسخ، نیاز به سعی و خطای فراوان و تجربه طراح دارد، با استفاده از نامساوی ماتریسی خطی به یک مسئله سیستماتیک تبدیل شده و به سادگی قابل انجام است. در نهایت با این رویکرد می‌توان به معیارهای مطلوب کنترلی دست یافت. از مزایای این روش می‌توان به درجه پایین جبران‌ساز و سادگی پیاده‌سازی اشاره کرد. از طرف دیگر می‌توان پاسخ سیستم حلقة بسته را به سادگی به شکل پاسخ مطلوب تزدیک کرد.

در این مقاله مدل سازی هندسه در گیری تنها در صفحه فراز انجام گرفته و از قانون هدایت ناوبری تناوبی حقیقی^۱ جهت تولید فرامین شتاب جانبی استفاده شده است. همچنین دینامیک بدن هواپی و خلبان خود کار بوسیله یکتابع تبدیل مرسوم درجه سه بیان شده است. سازماندهی مقاله بدین صورت است که در ابتدا اثر نامطلوب ریدوم بر پایداری و عملکرد حلقة هدایت رهگیرهای آشانه‌یاب بررسی

^۱ True Proportional Navigation



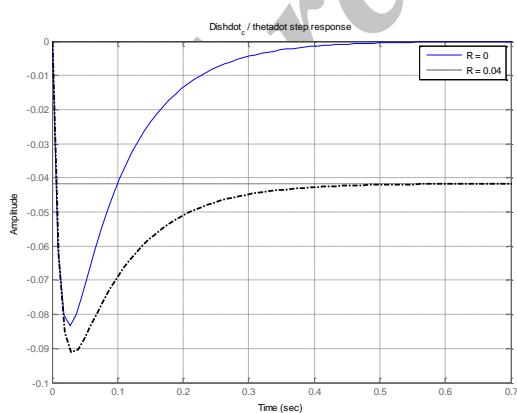
شکل ۲. دیاگرام بلوکی حلقه هدایت [۱]

$$G = \frac{1}{1+sT_N} \times NV_c \times \frac{1+\tau_\alpha s}{V_M(1+sT_a)(1+\frac{2\zeta_a}{\omega_a}s + \frac{s^2}{\omega_a^2})} \quad (۷)$$

با مقداردهی روابط فوق با استفاده از مقادیر جدول ۱، نمودار پاسخ پله آن به ازای $R = [0, 0.04]$ در شکل ۳ و شکل ۴ آورده شده است.

جدول ۱. مشخصات سیستم

symbol	value
N	3
τ_α	2 sec
$[T_1, T_N]$	$[0.1, 0.15]$ s
$[\omega_z, \omega_a]$	$[30, 20]$ rad/s
ζ_a	0.7
K_{sl}	100



شکل ۳. پاسخ پله $\frac{\dot{D}_c}{\theta}$ به ازای شیب‌های ریدوم مختلف

با توجه به دیاگرام بلوکی فوق تابع تبدیل حلقه باز هدایت به صورت زیر می‌باشد.

$$\begin{aligned} OpenLoop &= \frac{\dot{D}_c}{\dot{\theta}} \times \frac{1}{1+sT_N} \times NV_c \\ &\times \frac{1 - \frac{s^2}{\omega_z^2}}{(1+sT_a)(1+\frac{2\zeta_a}{\omega_a}s + \frac{s^2}{\omega_a^2})} \times \frac{1+\tau_\alpha s}{V_M(1-\frac{s^2}{\omega_z^2})} \end{aligned} \quad (۸)$$

از آنجا که $\dot{\theta} / \dot{D}_c$ تابعی از شیب ریدوم است، تغییرات شیب ریدوم باعث تغییر حاشیه پایداری (حاشیه بهره و حاشیه فاز) خواهد شد. با رسم دیاگرام بود حلقه باز هدایت مشخص می‌شود که با افزایش شیب ریدوم از مقدار ایده‌آل (یا همان صفر)، حاشیه بهره و حاشیه فاز کاهش می‌یابد و از یک مقدار به بعد سیستم ناپایدار خواهد شد. در ادامه به بررسی اثر مخرب ریدوم بر عملکرد حلقه هدایت پرداخته شده است.

وظیفه اصلی جستجوگر تخمین نرخ چرخش خط دید (λ) می‌باشد. در این مقاله (با توجه به شکل ۲) تخمینی از نرخ چرخش خط دید در نظر گرفته شده است. ریدوم باعث ایجاد تزویج بین دینامیک جستجوگر و نرخ پیچش رهگیر می‌شود. از این تزویج به عنوان پس خور پارازیتی نام برده می‌شود [۱۹]. در اینجا $\dot{\theta}$ را می‌توان یک عامل اغتشاشی بر دینامیک جستجوگر تلقی کرد. با توجه به دیاگرام بلوکی کلی حلقه هدایت توابع تبدیل زیر قابل استخراج می‌باشد.

$$\frac{\dot{D}_c}{\dot{\theta}} = \frac{-\left(\frac{s}{K_{sl}} + R\right)}{\frac{T_1 s^2 + T_1 s + (1-R)}{K_{sl}}} \quad (۹)$$

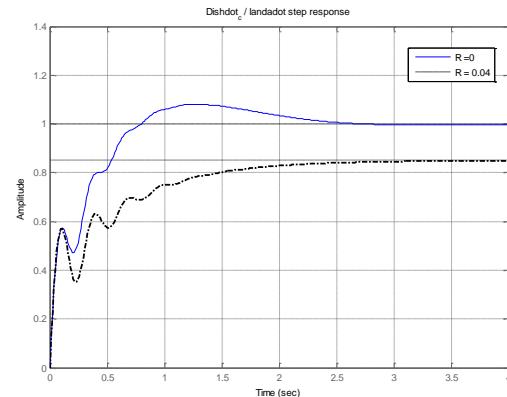
$$\frac{\dot{D}_c}{\lambda} = \frac{-\left(\frac{s}{K_{sl}} + 1\right)}{\left(\frac{s}{K_{sl}} + 1\right)(T_1 s + G) + (1-R)(1-G)} \quad (۱۰)$$

که

ثانیاً با توجه به شکل ۲ ورودی حلقه هدایت زاویه خط دید (λ) و خروجی آن شتاب لحظه‌ای (n_L) رهگیر می‌باشد بنابراین ذاتاً این حلقه یک حلقه ردیابی نمی‌باشد. درنتیجه باید معیار عملکردی بهصورت تحلیلی تعریف شود که با اراضی آن رفتار حلقه هدایت بهبود و در نتیجه خطای برخورد کاهش یابد.

در این قسمت با استفاده از یک نگرش جدید جبران‌سازی طراحی می‌شود که همزمان باعث بهبود پایداری و عملکرد حلقه هدایت شود. در این روش برخلاف روش‌های مرسوم کنترل که پاسخ فرکانسی حلقه باز یا بسته سیستم شکل‌دهی می‌شود، پاسخ فرکانسی مسیر پیش‌رو شکل‌دهی خواهد شد.

اگر حلقه پایدارساز جستجوگر ایده‌آل فرض شود ($K_{\text{sys}} = \infty$) دیاگرام بلوکی حلقه هدایت (شکل ۲) در حضور جبران‌ساز بهصورت شکل ۶ خواهد شد. چون این حلقه از نوع ردیابی نمی‌باشد بنابراین براساس روش‌های متداول شکل‌دهی حلقه‌باز یا بسته که هدف تعیب ورودی یا حذف اغتشاش و نویز می‌باشد، نمی‌توان این مسئله را حل کرد. به عنوان مثال در مسائل متداول ردیابی رابطه مستقیمی بین پاسخ فرکانسی حلقه‌باز سیستم با رفتار سیستم حلقه‌بسته وجود دارد. به عنوان مثال می‌توان با افزایش بهره در فرکانس‌های پایین و کاهش بهره در فرکانس‌های بالای سیستم حلقه‌باز، هیچ رابطه مشخصی بین پاسخ فرکانسی حلقه‌باز سیستم با بهبود خطای برخورد در سیستم حلقه‌بسته وجود ندارد. به عنوان مثال افزایش بهره در فرکانس‌های پایین و یا کاهش بهره در فرکانس‌های بالا لزوماً به معنی عملکرد بهتر سیستم در کاهش خطای برخورد نمی‌باشد. در نتیجه هیچ معیار مشخصی برای طراحی جبران‌ساز باشند. در نتیجه هیچ مدل نداشتند. این مشکل از آن جهت احتمیت است که در صورت نداشتن معیار مشخصی برای طراحی جبران‌ساز، از هیچ کدام از روش‌های موجود در حوزه فرکانس (روش‌های کلاسیک و یا روش‌های مدرن از قبیل روش‌های مقاوم H_∞) نمی‌توان برای طراحی کنترل کننده بهره جست. جهت حل مشکل ذکر شده در این مقاله ایده‌ای ارائه می‌شود که در ادامه توضیح داده شود. فرض کنید که تابع تبدیل حلقه‌بسته ایده‌آل n_L/λ بر اساس تحلیل‌های هدایتی و با معیار خطای برخورد n_L/λ داده شده است. این تابع تبدیل با توجه به ثابت زمانی کل حلقه هدایت با یک تابع تبدیل مرتبه اول با ثابت زمانی مشخص تقریب زده شده است. در ایده ارائه شده در این مقاله ابتدا با توجه به تابع تبدیل حلقه‌بسته ایده‌آل n_L/λ مسیر پیش‌روی مطلوب حلقه هدایت بدست می‌آید. در آن بعد با تکنیک شکل‌دهی پاسخ فرکانسی، جبران‌سازی طراحی می‌شود که با حفظ پایداری به ازای ریدوم‌های مختلف کمترین فاصله را با مسیر پیش‌روی مطلوب داشته باشد. بدین صورت می‌توان در حضور عدم‌قطعیت ریدوم عملکرد را بهبود داد.

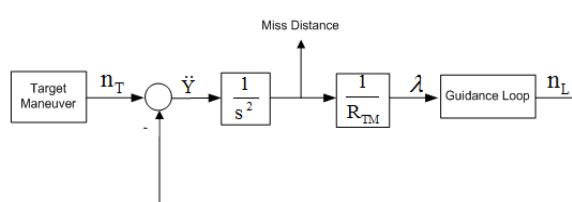


شکل ۴ پاسخ پله $\lambda / \dot{\lambda}$ به ازای شیب‌های ریدوم مختلف

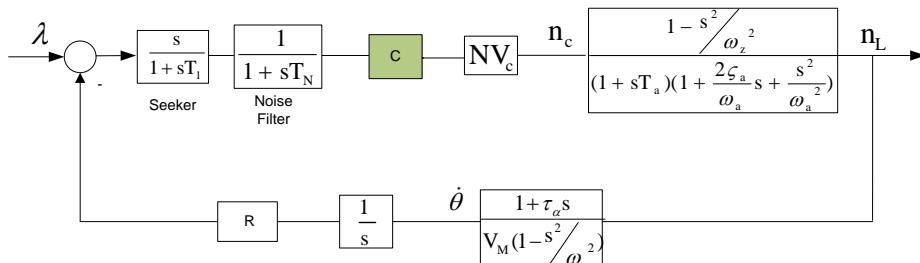
با توجه به اینکه θ به عنوان ورودی مستقل مدل نشده است پس اثر پارازیتی خود را به صورت غیرمستقیم در تابع تبدیل $\lambda / \dot{\lambda}$ می‌گذارد. بنابراین رفتار مناسب پاسخ پله $\lambda / \dot{\lambda}$ قطعاً ناشی از حذف مناسب اثر پارازیتی θ نیز می‌باشد و لازم به بررسی رفتار پاسخ پله $\lambda / \dot{\lambda}$ به صورت جداگانه نمی‌باشد و فقط به این دلیل در این قسمت آورده شده است که اثر حذف آن بخطاب ماهیت پارازیتی بودن آن روش گردد. نمودارهای فوق دید کنترلی مناسبی در مورد اثر محکب شیب ریدوم بر پایداری و عملکرد جستجوگر می‌دهد. با توجه به نمودار فوق می‌توان نتیجه گرفت که تغییر شیب ریدوم علاوه بر کاهش پایداری، خطای حالت ماندگار محسوسی در تاخین نرخ چرخش خط دید ایجاد می‌کند و رفتار پاسخ گذرا را نیز خراب می‌کند بنابراین منجر به افزایش خطای برخورد به هدف در فاز نهایی هدایت خواهد شد. از این روش استفاده از یک جبران‌ساز جهت بهبود پایداری و عملکرد حلقه هدایت لازم است.

۳- طراحی جبران‌ساز ریدوم

جهت طراحی جبران‌ساز همواره نیاز به تعریف یک معیار عملکرد می‌باشد که با زبان ریاضی از دیدگاه کنترل قابل فرموله کردن باشد. از آنجا که هدف نهایی جبران‌ساز کاهش خطای برخورد در حضور عدم‌قطعیت ریدوم می‌باشد، در مسئله مورد بررسی دو مشکل جهت تعریف معیار عملکرد وجود دارد. اولاً حلقه آشیانه یا ب مطابق شکل ۵ به دلیل وجود پارامتر فاصله نسبی رهگیر تا هدف (R_{TM})، یک حلقه متغیر با زمان می‌باشد لذا ارتباط برقرار کردن میان خطای برخورد به هدف و جبران‌ساز از دیدگاه کنترل به سادگی قابل انجام نمی‌باشد.



شکل ۵. دینامیک خطای برخورد در حلقه آشیانه یا ب [۱۹]



شکل ۶. دیاگرام بلوکی حلقه هدایت با فرض $K_{SI} = \infty$

فرکانسی، جبران‌ساز به گونه‌ای طراحی می‌شود که رفتار تابع A مشابه رفتار A_{ideal} موردنظر شود. این ایده و الگوریتم ارائه شده در بخش بعد توضیح داده خواهد شد. اما مسئله‌ای برای محاسبه A_{ideal} وجود دارد که در اینجا بررسی این مسئله و نحوه حل آن پرداخته می‌شود.

با دقت در رابطه (۱۳) مشاهده می‌شود که پاسخ فرکانسی تابعی از شیب ریدوم می‌باشد و از آن‌جایی که در عمل شیب ریدوم دارای عدم قطعیت می‌باشد، لذا اندازه پاسخ فرکانسی A_{ideal} برای شیب ریدوم‌های مختلف به صورت یک پوش منحنی خواهد شد. اما برای طراحی جبران‌ساز فقط به یک پاسخ فرکانسی نیاز است. از این رو در این مقاله برای انتخاب A_{ideal} مورد نظر (از میان دسته پوش بدست آمده ناشی از ریدوم‌های مختلف) از ابزار شکاف متريک وی استفاده می‌شود. در ادامه ابتدا این ابزار معرفی شده و سپس به ارائه ایده مورد نظر برای شکل دهی پاسخ فرکانسی پرداخته شده است.

ابزار شکاف متريک وی برای اندازه گیری فاصله بین دو سистем حلقه‌بسته از روی رفتار حلقه‌باز آن‌ها مورد استفاده قرار می‌گیرد. شکاف وی بین دو سیستم بیان گر تفاوت در رفتار حلقه‌بسته آن‌هاست. شکاف وی همواره عددی بین صفر و یک بوده و هرچه این عدد به یک نزدیک‌تر باشد بیان گر تفاوت بیشتر دینامیک دو سیستم حلقه‌بسته می‌باشد. در ادامه به تعریف این ابزار پرداخته شده و سپس نحوه استفاده از این ابزار برای انتخاب A_{ideal} بیان خواهد شد.

تعریف: شکاف متريک وی به صورت زیر تعریف می‌شود [۲۰]:

$$\delta_v(P_1, P_2) = \begin{cases} \|\Psi(P_1, P_2)\|_\infty, & \det \theta(j\omega) \neq 0 \quad \forall \omega, \text{ wno} \det \theta(s) = 0 \\ 1, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (14)$$

که در آن:

$$\Psi(P_1, P_2) := -\tilde{N}_2 M_1 + \tilde{M}_2 N_1 \quad (15)$$

$$\theta(s) := \tilde{N}_2 N_1 + \tilde{M}_2 M_1 \quad (16)$$

و $\tilde{N}_2, N_1, \tilde{M}_2, M_1$ ضرایب نرمالیزه شده نسبت به هم اول پلانت‌های P_1, P_2 بوده و $\text{wno} \det \theta(s)$ برابر تعداد چرخش تابع $\theta(s)$ در جهت عقربه‌های ساعت حول مبدأ می‌باشد که در نمودار نایکوئیست مشخص است.

از منظر طراح هدایت تابع تبدیل حلقه‌بسته مطلوب هدایت به صورت زیر می‌باشد:

$$\frac{n_L}{\lambda} = \frac{sNV_c}{1 + sT_G} \quad (8)$$

که T_G معادل ثابت زمانی مطلوب کل حلقه هدایت می‌باشد. با توجه به شکل ۶ اگر مسیر پیش‌رو و پس‌خور را مطابق زیر به ترتیب با A و B نشان دهیم

$$A = \text{Seeker} \times \text{Noise Filter} \times NV_c \times \frac{n_L}{n_c} \quad (9)$$

$$B = R \times \frac{1}{s} \times \frac{\dot{\theta}}{n_L} \quad (10)$$

تابع تبدیل حلقه‌بسته به صورت زیر خواهد شد.

$$\frac{n_L}{\lambda} = \frac{A}{1 + AB} \quad (11)$$

که همانند شکل ۶ با قردادن جبران‌ساز می‌توان مسیر پیش‌رو (A) را تغییر داد لذا اگر بخواهیم تابع تبدیل حلقه هدایت همانند تابع تبدیل مطلوب شود، خواهیم داشت:

$$\frac{sNV_c}{1 + sT_G} = \frac{A_{ideal}}{1 + A_{ideal}B} \quad (12)$$

که با انجام عملیات جبری، تابع تبدیل ایده‌آل مسیر پیش‌رو (A_{ideal}) به صورت زیر بدست می‌آید.

$$A_{ideal} = \frac{sNV_c}{1 + sT_G - RNV_c \times \frac{\dot{\theta}}{n_L}} \quad (13)$$

اکنون اگر بتوان به کمک یک جبران‌ساز، پاسخ فرکانسی مسیر پیش‌رو حلقه هدایت (A) را به پاسخ فرکانسی A_{ideal} شبیه کرد می‌توان انتظار داشت که عملکرد سیستم حلقه‌بسته مشابه تابع تبدیل حلقه‌بسته مطلوب هدایت (n_L/λ) شود و در نتیجه عملکرد سیستم بهبود یابد. در این مقاله با استفاده از نامساوی ماتریسی خطی در شکل دهی پاسخ

$$\min_{G_0} \max_{G_i} \delta_v(G_0, G_i) \quad (17)$$

در این رابطه G_i ها از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\Delta G = 0.005 \quad (18)$$

$$G_i = \Delta G \times i$$

برای این نظرور شکاف وی بین پاسخ‌های فرکانسی A_{ideal} محاسبه می‌شود که نتایج آن در جدول زیر نشان داده شده‌است.

مزیت ابزار شکاف وی این است که می‌توان با بررسی رفتار دو سیستم حلقه‌باز، مقدار مشابهت رفتار حلقه‌بسته آن‌ها را تحلیل کرد. در مقاله حاضر نیز با استفاده از این ابزار شکاف وی بین پاسخ‌های فرکانسی A_{ideal} برای شبیه ریدوم‌های مختلف را نسبت به هم به دست آورده و شبیه ریدومی انتخاب می‌شود که پاسخ‌های فرکانسی A_{ideal} کمترین فاصله را با سایر پاسخ‌های فرکانسی A_{ideal} داشته باشد. به عبارت دیگر اگر پاسخ‌های فرکانسی A_{ideal} را در شبیه ریدوم‌های مختلف با G_i نشان داده شود، از معیار زیر برای انتخاب بهترین G استفاده می‌شود [۲۱].

جدول ۲. شکاف وی بین پاسخ‌های فرکانسی A_{ideal} در شبیه ریدوم‌های مختلف

	G_1	G_2	G_3	G_4	G_5	G_6	G_7	G_8	G_9
G_1	0	0.0142	0.0326	0.0516	0.0713	0.0918	0.1131	0.1353	0.1583
G_2	0.142	0	0.0184	0.0374	0.0572	0.0777	0.0991	0.1213	0.1444
G_3	0.0326	0.0184	0	0.0191	0.0389	0.0594	0.0809	0.1031	0.1264
G_4	0.0516	0.0374	0.0191	0	0.0198	0.0404	0.0619	0.0843	0.1076
G_5	0.0713	0.0572	0.0389	0.0198	0	0.0206	0.0421	0.0646	0.0880
G_6	0.0918	0.0777	0.0594	0.0404	0.0206	0	0.0215	0.0440	0.0675
G_7	0.1131	0.0991	0.0809	0.0619	0.0421	0.0215	0	0.0225	0.0460
G_8	0.1353	0.1213	0.1031	0.0843	0.0646	0.0440	0.0255	0	0.0235
G_9	0.1583	0.1444	0.1264	0.1076	0.0880	0.0675	0.0460	0.0235	0
$\max \delta_v$	0.1583	0.1444	0.1264	0.1076	0.0880	0.0918	0.1131	0.1353	0.1583

نامساوی ماتریسی خطی برای طراحی وزن‌های شکل‌دهی حلقه ارائه گردیده است.

برای شکل‌دهی مسیر پیش‌رو می‌بایست وزن‌های شکل‌دهی حلقه A به گونه‌ای انتخاب شوند که با ضرب آن‌ها در سیستم نامی W_2, W_1 رفتار سیستم شبیه حالت ایده‌آل A_{ideal} شود. یعنی رابطه زیر برقرار شود:

$$W_2 A W_1 = A_{ideal} \quad (19)$$

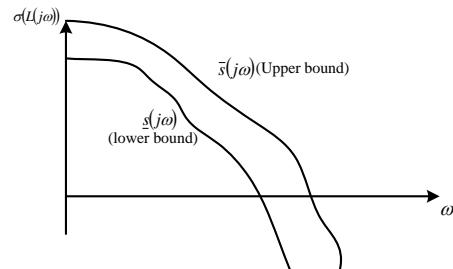
باید توجه شود که در عمل شبیه ریدوم دارای عدم قطعیت می‌باشد. بنابراین اندازه پاسخ فرکانسی A_{ideal} برای شبیه ریدوم‌های مختلف به صورت یک پوش منحنی خواهد شد. البته لازم به ذکر است که در اینجا چون حلقه ایده‌آل به صورت SISO می‌باشد می‌توان یکی از وزن‌ها را برابر یک فرض کرد و تنها به طراحی وزن دوم پرداخت. در اینجا برای سادگی، وزن W_1 برابر یک انتخاب می‌شود. برای تبدیل مسئله فوق به یک مسئله نامساوی ماتریسی خطی، فرض

همان‌طور که از جدول فوق مشاهده می‌شود بر مبنای معیار بیان شده در رابطه (۱۷)، بهترین سیستم برای انتخاب A_{ideal} سیستم G_5 می‌باشد. اکنون می‌بایست جبران‌ساز به گونه‌ای طراحی شود که مسیر پیش‌روی واقعی (A) بر A_{ideal} انتخاب شده منطبق گردد.

طراحی جبران‌ساز حلقه به گونه‌ای که با ضرب آن در مسیر واقعی A رفتاری شبیه حالت ایده‌آل A_{ideal} بدست آید، معمولاً کار سختی بوده و نیاز به سعی و خطا فراوان دارد. در این مقاله برای طراحی وزن‌های شکل‌دهی حلقه، ابتدا مسئله فوق با استفاده از یکسری روابط جبری تبدیل به یک مسئله نامساوی ماتریسی خطی می‌شود و سپس به سادگی وزن‌های مورد نظر طراحی می‌گردد. ایده مورد استفاده در این مقاله مشابه [۱۶] می‌باشد اما با این تفاوت که در روش ارائه شده در [۱۶] یک مسئله بهینه‌سازی برای طراحی کنترل کننده و وزن‌های شکل‌دهی حلقه ارائه شده است در حالی که در این مقاله یک مسئله جبری در قالب

$W_2(s), W_1(s)$ با منطبق کردن توابع تبدیل می‌نمیم فاز روی مقادیر
قطر اصلی $(\hat{A}_{2\omega})^{1/2}, (\hat{A}_{1\omega})^{1/2}$ به سادگی به دست می‌آیند.

می‌شود که A_{ideal} درون یک ناجیه فرکانسی مجاز مطابق شکل ۷ حرکت می‌کند (رابطه (۲۰)):



شکل ۷. محدوده مجاز بالا و پایین برای پاسخ فرکانسی مسیر پیش رو ایده‌آل

$$|\underline{s}(j\omega)| < |A_{ideal}(j\omega)| < |\bar{s}(j\omega)| \quad \forall i, \omega \quad (20)$$

هدف طراحی وزن‌های شکل دهی حلقه این است که با ضرب آن‌ها در پاسخ فرکانسی سیستم نامی A ، سیستم A_{ideal} بودست آید. پس می‌توان در رابطه (۲۰) به جای A ، A_{ideal} ، رابطه $W_2 AW_1$ را قرار داد. با جایگذاری در رابطه فوق رابطه زیر به دست می‌آید:

$$|\underline{s}(j\omega)| < |W_2(j\omega)A(j\omega)W_1(j\omega)| < |\bar{s}(j\omega)| \quad \forall i, \omega \quad (21)$$

با مجدور نمودن طرفین تساوی رابطه زیر به دست می‌آید:

$$|\underline{s}(j\omega)|^2 < |W_1^* A^* W_2^* W_2 A W_1| < |\bar{s}(j\omega)|^2 \quad \forall i, \omega \quad (22)$$

با استفاده از رابطه بالا، رابطه زیر به سادگی به دست می‌آید:

$$|\underline{s}(j\omega)|^2 (W_1^{-*} W_1^{-1}) < A^* (W_2^* W_2) A < |\bar{s}(j\omega)|^2 (W_1^{-*} W_1^{-1}) \quad \forall \omega \quad (23)$$

از آنجایی که وزن‌های W_2, W_1 قطري هستند توابع $W_1^{-*} W_1^{-1}$ و $W_2^* W_2$ نيز قطري بوده که به صورت زير نمايش داده می‌شوند:

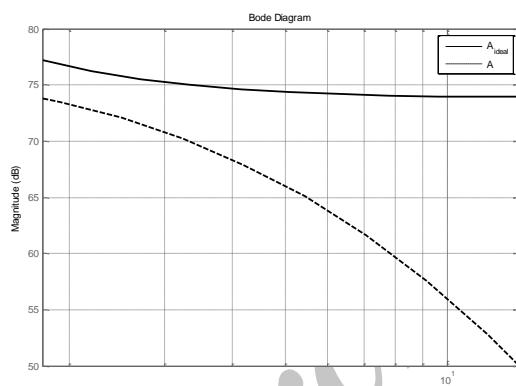
$$\begin{aligned} A_{1\omega} &= W_1^{-*} W_1^{-1} \in \Lambda_n \\ A_{2\omega} &= W_2^* W_2 \in \Lambda_m \end{aligned} \quad (24)$$

با در اختیار داشتن $\Lambda_{1\omega}$ و $\Lambda_{2\omega}$ می‌توان به سادگی توابع W_1, W_2 را با منطبق کردن توابع تبدیل می‌نمیم فاز روی قطر اصلی $(\Lambda_{1\omega})^{-1/2}$ (رابطه (۲۴)) بدست آورد. با جایگذاری $\Lambda_{1\omega}$ و $\Lambda_{2\omega}$ از رابطه (۲۴) در (۲۳) می‌توان نوشت:

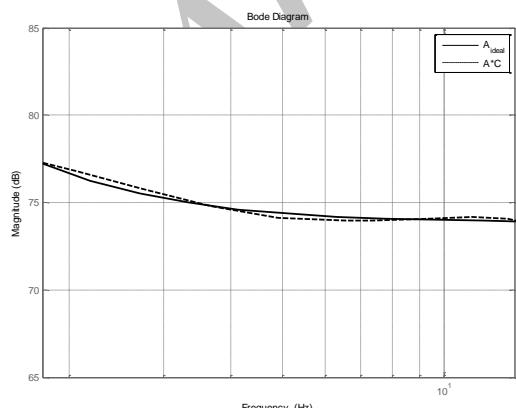
$$|\underline{s}(\omega)|^2 (A_{1\omega}) < A^* (A_{2\omega}) A \quad \forall \omega \quad (25)$$

$$A^* (A_{2\omega}) A < |\bar{s}(\omega)|^2 (A_{1\omega}) \quad \forall \omega \quad (26)$$

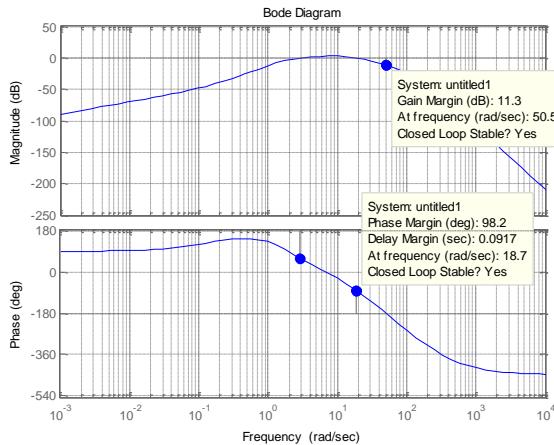
دو نامساوی بيان شده در روابط فوق در هر فرکانس ω یک مسئله نامساوی ماتریسی خطی بوده که به سادگی توسط ابزارهای نرم‌افزار MATLAB قابل حل می‌باشد. کافی است که این نامساوی‌ها به‌ازای یک بازه فرکانسی حل شوند. ماتریس‌های توابع تبدیل قطری



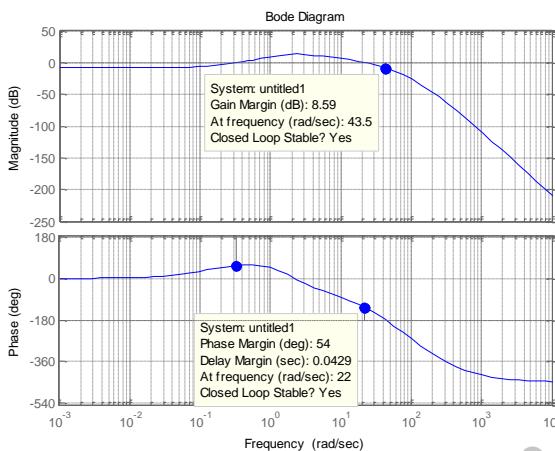
شکل ۸. دیاگرام بود مسیر پیش رو ایده‌آل و مسیر پیش رو بدون جبران‌ساز



شکل ۹. دیاگرام بود مسیر پیش رو ایده‌آل و مسیر پیش رو با جبران‌ساز



شکل ۱۲. دیاگرام بود حلقه‌باز هدایت با جبران‌ساز ($R = 0$)



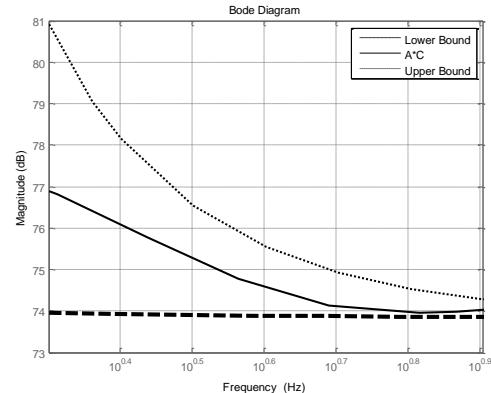
شکل ۱۳. دیاگرام بود حلقه‌باز هدایت با جبران‌ساز ($R = 0.04$)

همانطور که مشخص است در حضور خطای ریدوم حاشیه بهره و فاز حلقه هدایت با وجود جبران‌ساز به ترتیب برابر 8.59 dB و 54 درجه می‌شود بنابراین در بازه تغییرات شیب ریدوم جبران‌ساز پایداری حلقة هدایت را به خوبی تأمین می‌نماید. در ادامه نتایج شبیه‌سازی آورده شده است.

جهت بررسی عملکرد جبران‌ساز ارائه شده، شبیه‌سازی پرواز رهگیر و هدف در حضور عدم قطعیت ریدوم و سناریوهای برخورد متفاوت (از حیث زمان پرواز و مانور هدف) مطابق با شکل ۲ و شکل ۵ انجام شد. تمامی سناریوها صفحه‌ای می‌باشد و از قانون هدایت ناوی برتری تنسیبی حقیقی (TPN) جهت تولید فرمانی ثابت جانبی استفاده شده است. همچنین مانور هدف به صورت یک تابع پله با زمان اعمال تصادفی به صورت زیر مدل شده است:

$$n_T(t) = n_T^{\max} u(t - T) \quad (28)$$

که $(t - T) u(t - T)$ تابع پله و T به صورت تصادفی و با چگالی احتمال یکنواخت در بازه $[0, t_f]$ می‌باشد که t_f زمان پرواز است. مشخصات مانور هدف در جدول ۳ آورده شده است.

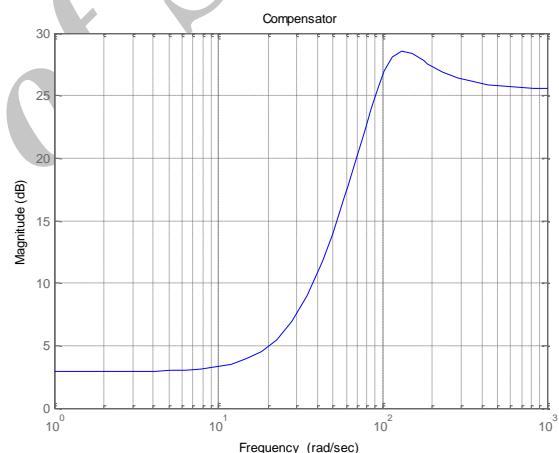


شکل ۱۰. مسیر پیشرو جبران‌سازی شده در حضور محدوده مجاز بالا و پایین

همچنین تابع تبدیل جبران‌ساز طراحی شده نیز به صورت زیر می‌باشد که از درجه ۲ است.

$$C = \frac{18.7537 (s^2 + 51s + 935.2)}{(s^2 + 87.04s + 12570)} \quad (27)$$

و مشخصات فرکانسی آن در شکل ۱۱ نشان داده شده است.



شکل ۱۱. دیاگرام اندازه بود جبران‌ساز

از آنجا که در روند طراحی جبران‌ساز، K_{sl} بی‌نهایت فرض شده است لذا باستی پایداری برای حلقة واقعی هدایت (شکل ۲) که مقدار K_{sl} محدود می‌باشد نیز بررسی شود. بدین منظور از معیار حاشیه فاز و حاشیه بهره استفاده می‌کنیم. لازم به ذکر است برای این رهگیر مدل بازه تغییرات شیب ریدوم $0 \leq R \leq 0.04$ در نظر گرفته شده است. از این رو نمودارهای پاسخ فرکانسی حلقه‌باز هدایت در حضور جبران‌ساز و بهازای مقدار شیب ریدوم ۰ و ۰.۰۴ در شکل ۱۲ و شکل ۱۳ آورده شده است.

مراجع

- [1] N.F. Palumbo, R.A. Blaukamp, J.M. Lloyd, "Basic Principles of Homing Guidance", Johns Hopkins APL Technical Digest, vol. 29, No. 1, PP. 25-41, 2010.
- [2] C. Lin, Modern Navigation, Guidance and Control Processing, Prentise Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1991.
- [3] J. Lin, Y. Chau, "Radome slope Compensation Using Multiple-Model Kalman Filters", Journal of Guidance, vol. 18, no. 3, pp. 637-640, 1994.
- [4] F.W. Nelsin, P. Zarchan, "Radome Induced Miss Distance In Aerodynamically controlled Homing Missile", AIAA, 1984.
- [5] F.W. Nelsin, P. Zarchan, "Digital homing guidance - Stability vs performance tradeoffs", Journal of Guidance, vol. 8, no. 2, pp. 255-261, 1985.
- [6] B. Abhijit, P.K.Tiwari, V. Prashant, R.N. Bhattacharjee, "In Flight Radome Error Compensation through Simulated Test data", AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit, 2005.
- [7] P. Zarchan, H. Gratt, "Adaptive radome compensation using dither", Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol. 22, No. 1, PP. 51-57, 1999.
- [8] W.R. Yueh, C. Lin, "Guidance Performance Analysis with In-flight Radome Error Calibration", Journal of Guidance, Vol. 8, No. 5, PP. 666-669, 1985.
- [9] سید حمید جلالی نائینی، "تحلیل فاصله خطای استراتژی ناویبری تناوبی با بازخورد شتاب و سرعت زاویه بدنی با استفاده از روش الحقیقی"، مجله کنترل دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی، جلد ۷، شماره ۱، صفحه ۵۱-۴۳، بهار ۱۳۹۲.
- [10] T.L Song, S.J. Shin, "Active Homing Performance Enhancement With Multiple Model Radome slope Estimation", AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit, 2004.
- [11] P. Gurfil, N.J. Kasdin, "Improving Missile Guidance Performance By In-flight Two-Step Nonlinear Estimation of Radome Aberration", IEEE Transaction on Control Systems Technology, vol. 12, no. 4, pp. 532-541, 2004.

جدول ۳. مشخصات مانور هدف

Symbol	value
n_t^{\max}	100 m/s ²
t_f	10 s

در جدول ۴ نتایج شبیه‌سازی آورده شده است. نتایج نشان دهنده این است که میانگین و بیشینه خطای برخورد به هدف (MD) در حضور جبران‌ساز، با وجود درجه پایین آن، به میزان محسوسی کاهش می‌یابد که گویای عملکرد بسیار خوب روش ارایه شده می‌باشد.

جدول ۴. نتایج شبیه‌سازی خطای برخورد

max MD(m)	RMS MD(m)	جبران‌ساز
138	93	✗
102	69	✓

با توجه به رویکرد کاربردی این مقاله، با تعمیم روش ارایه شده به مدل سه‌بعدی و همچنین اعمال ابزار جدول‌بندی بهره می‌توان آن را در شبیه‌سازی کامل شش درجه آزادی نیز مورد ارزیابی قرار داد و در سیستم‌های هدایت واقعی پیاده‌سازی نمود.

۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله ابتدا اثر مخرب ریدوم بر حلقه هدایت از دیدگاه کنترل تحلیل شد که نتیجه آن کاهش پایداری و افت عملکرد حلقه می‌باشد. از این‌رو جبران ساز خطای ریدوم با استفاده از یک ایده جدید در شکل-دهی پاسخ فرکانسی مسیر پیش‌رو در حلقه هدایت طراحی شده است. با توجه به ایجاد حلقه پس‌خور پارازیتی بوسیله خطای ریدوم و عدم همجنس بودن ورودی و خروجی حلقه هدایت، طراحی جبران ساز با چالش مواجه بوده و از روش‌های مرسموم طراحی کنترل کننده قابل حل نمی‌باشد. در روش پیشنهادی، هدف مسئله شکل دهنده پاسخ فرکانسی مسیر پیش‌رو تعریف گشته و با تبدیل آن به نامساوی ماتریسی خطی بصورت یک مساله سیستماتیک حل می‌شود. همچنین با توجه به وجود عدم قطعیت در شیب ریدوم، به منظور تعیین پاسخ مطلوب از ابزار شکاف متریک وی استفاده شده است. از مزایای این روش می‌توان به درجه پایین جبران‌ساز و سادگی پیاده‌سازی اشاره کرد. نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد که افزودن جبران‌ساز باعث بهبود پایداری حلقه هدایت و کاهش موثر خطای برخورد به هدف در حضور خطای ریدوم می‌شود.

- [16] A. Lanzon, “Weight optimization in H_{∞} loop shaping”, *Automatica*, Vol. 41, No. 7, PP. 1201-1208, 2005.
- [17] P. Garnell, *Guidance weapon control systems*, 2nd Edition, Pergamon Press, 1980.
- [18] F.W. Nesline, P. Zarchan, “Line of Sight Reconstruction for Faster Homing Guidance”, *Journal of Guidance*, vol. 8, No. 1, PP. 3-8, 1985.
- [19] F.W. Nesline, P. Zarchan, “Missile Guidance Design Trade-Offs For High Altitude Air defense”, *Journal of Guidance*, Vol. 6, No. 3, PP. 207-212, 1983.
- [20] G. Vinnicombe, *Uncertainty and feedback: h-infinity loop shaping and the v-gap metric*, Imperial College press, 1999.
- [۲۱] سید محمد جواد معافی مدنی، ایمان محمد زمان، ”طراحی خودخلبان با استفاده از روش کنترل کننده استاتیکی شکل دهی حلقة H_{∞} “، نشریه علمی پژوهشی مهندسی هوافوری، سال سیزدهم، شماره ۲، صفحه ۷۹-۹۴، سال ۱۳۹۰.
- [12] S.S. Han, S.K. Jang, S.J. Lee, “Radome Compensation Using Adaptive Particle Filter”, 17th IFAC Symposiumom Automatic Control in Aerospace, Vol. 40, No.7, PP. 43-48, 2007.
- [13] X. Cao, C. Dong, Q. Wang, Y. Chen, “Radome Slope Estimation in Flight Using Fuzzy Adaptive Multiple Model for Active Homing Missile”, 9th IEEE International Conference on Electronic Measurement & Instruments (ICEMI), 2009.
- [14] J.M. Lin, C.H. Lin, “Intelligent Fuzzy Terminal Guidance Law for High Altitude Air Defense by Taking Turning Rate and Radome Error Slope into Consideration”, 6th IEEE Conference on Industrial Electronics and Applications, 2011.
- [15] S.K. Han, S. Ahn, W.S. Ra, J.B. Park, “Missile Radome Error Compensation Using Modified Interacting Multiple Model Kalman Filter”, 14th International Conference on Control, Automation and Systems (ICCAS), 2014.