شبیه‌سازي عددي و مدل تحليلي برخورد مايل قطره با سطح زيرلايه در فرآيند لايه نشاني به روش پاشش حرارتي

سعيد اسدي، محمد پسنديده فرد و محمد مقيمان

گروه مکانيک، دانشکده مهندسي، دانشگاه فردوسي مشهد

چکیده

در اين پژوهش برخورد مايل قطره با سطح جامد در فرآيند لايه نشاني پاششي به روشهاي عددي و تحليلي، مورد مطالعه قـرار گرفتـه اسـت. در شـبيه سازي عددي براي ردیابي سطح مشترک مايع-گاز و تبادل جرم، از روش نسبت حجمي سيال در گامهاي مختلف زماني استفاده شـده و زاويـه تمـاس قطره با سطح جامد براساس دو زاويه تماس پيشرونده و پسرونده، در نظر گرفته شده است. با موازنه انرژي هاي قطره، قبل و بعد از برخورد با سـطح، يک مدل تحليلي براي محاسبه حداکثر پخش قطره در برخورد مايل با سطح، ارايه گرديده است. نتايج شبيه سازي عـددي کـه شـامل تـصاوير اسـپلت (splat) حاصل از برخورد قطره با سطح براي آلياژهاي زيرکونيا (zirconia) و استرولوي (astroloy) مي باشد با نتـايج تجربـي مقايـسه شـده کـه نشان‌دهنده دقت بالاي حل عددي است. نتايج حاصل از محاسبات مدل تحليلي نيز با نتايج آزمايشگاهي براي دو آليـاژ زيرکونيـا و اسـترولوي مقايـسه شده که توافق مطلوبي را نشان مي‌دهد. مدل تحليلي نشان مي‌دهد که با کاهش زاويه برخورد و در اعداد رينولدز بالا، وابستگي مقـدار حـداکثر پخـش قطره به عدد وبر افزايش يافته و براي مقادير پايين عدد رينولدز و زواياي برخورد نزديک به ۹۰ درجه، مقادير ثابـت و يکـساني بـراي مقـدار حـداکثر پخش قطره به دست مي‌آيد.

واژه‌هاي کليدي: *برخورد مايل قطره، گسترش قطره روي سطح، شبيه سازي عددي، پاشش حرارتي، حل تحليلي*

Numerical and analytical model of the inclined impact of a droplet on a solid surface in a thermal spray coating process

S. Asadi, M. Passandideh-Fard and M. Moghiman

Department of Mechanical Engineering, Faculty of Engineering, Ferdowsi University of Mashhad

Abstract - In this paper, the inclined impact of a droplet on a solid surface in a spray coating process is studied using both numerical and analytical models. The numerical simulation is based on a previously developed model that includes the solution of Navier-Stokes equations along with an equation for the liquid free surface. The contact angle is modeled using two advancing and receding angles at the liquid front on the solid surface. The close agreement between the results of the numerical model with those of the experiments shows that the model can accurately predict the droplet impact behavior. Using the balance of droplet energy before and after the impact, a simple analytical model is presented for the maximum spread of a droplet during an inclined impact. This model is an extension of a previously developed model for the normal impact of a droplet on a solid surface. A comparison between the results of the analytical model with those of the simulations and experiments verifies the accuracy of the analytical model predictions for the maximum spread of a droplet in a spray coating process. Based on the analytical model, for high Reynolds numbers and small angles of impact, the effect of Weber number on the maximum spread is increased. For low Reynolds numbers and impact angles close to 90^{o}, the maximum spread remains nearly constant.

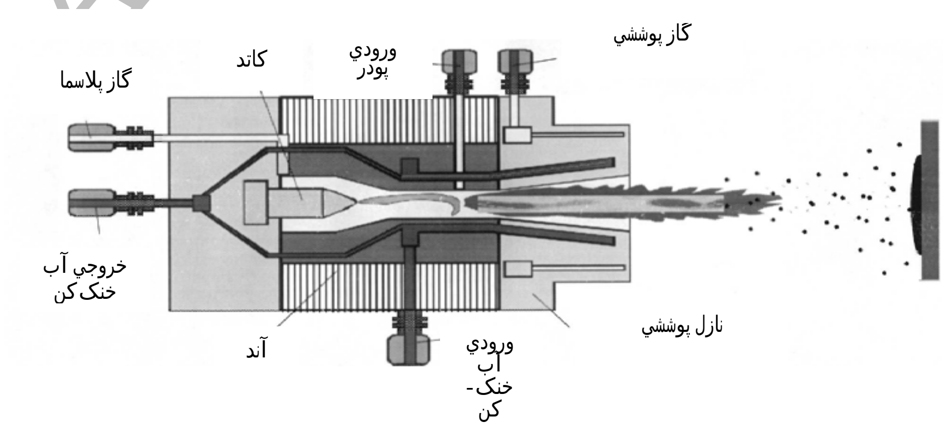
Keywords: *Inclined droplet impact, Droplet spreading, Numerical simulation, Thermal spray, Analytical*

مقدمه

فرآیند تشکیل لایه برروي سطوح جامد به روش لایه‌نشاني پاششي، کاربردهاي فراواني در صنعت دارد. انواع گوناگون لایه‌نشاني پاششي وجود دارد، مانند پاشش‌هاي معمولي جهت ایجاد رنگهاي تزیینی یا صنعتي، انواع پاشش‌هاي حرارتي مانند پاشش پلاسمايي براي ایجاد لایه‌هاي بسیار مقاوم در مقابل خوردگي و سایش به ویژه در دماي بالا و غیره. در لایه‌نشاني توسط پاشش پلاسمايي، با اعمال حرارت بسیار بالا، ابتدا پودر یک ماده فلزي یا غیر فلزي ذوب شده و سپس با سرعت زیاد برروي سطح مورد نظر پاشیده مي‌شود. این فرآیند در فشار اتمسفر یا خلا انجام مي‌گیرد. شکل ۱ نشان دهنده یک طرح کلي از فرآیند لایه نشاني توسط پاشش پلاسمايي، از نوع جریان مستقیم (DC) در شرایط فشار اتمسفر مي‌باشد. شکل و مشخصات لایه تشکیل شده به خواص پودر مصرفي، شرایط فرآیند از جمله شرایط برخورد ذرات و شرایط سطح بستگي دارد[۲،۱].

یکي از مهمترین مراحل فرآیند لایه‌نشاني پاششي، مرحله برخورد ذره مذاب یا قطره با سطح است. رفتار دینامیکي قطره در هنگام برخورد با سطح وابسته به عوامل گوناگوني از جمله سرعت اولیه قطره، زاویه برخورد، خواص فیزیکي قطره، خواص سطح و جریان گاز برروي سطح مي‌باشد. همچنین از هم پاشیده شدن و ذره ذره شدن قطره در اثر برخورد با سطح و یا جاري شدن و رسیدن آن به حداکثر قطر پخش خود، به عوامل فوق بستگي دارد. در بسیاري از کاربردهاي صنعتي، حالت مطلوب این فرآیند، برخورد قطرات بدون از هم پاشیدگي مي باشد.

پژوهشگران زیادي موضوع برخورد قطره با سطح جامد را در فرآیندهاي پاششي مورد توجه قرارداده‌اند[۲-۴، ۷،۶]. Liu و همکاران [۳] روش عددي Ripple را که بر پایه روش نسبت حجمي سیال بود استفاده نمودند. پسندیده‌فرد و همکاران [۴] از روش اصلاح شده SOLA-VOF [۵] براي شبیه سازي برخورد قطرات آب استفاده کرده و زاویه تماس جامد- مایع را اصلاح نمودند. آنها سپس مدل خود را براي تغییر فاز و انتقال حرارت توسعه دادند و جامد شدن قطرات قلع را در برخورد قطره مذاب آن با سطح شبیه سازي کردند[۶]. پسندیده‌فرد و همکاران [۷،۲] در مطالعات دیگري در دانشگاه تورنتو کانادا، شکل اسپلت‌هاي تشکیل شده را در پاشش حرارتي بررسي و شبیه سازي کردند. آنها برخورد عمودي قطرات سیال به سطح جامد را بررسي کرده و مطالعات گسترده‌اي روي تخمین مقاومت حرارتي بین قطره و سطح جامد انجام دادند. مطالعات پسندیده‌فرد و همکاران [۷] نشان داده است که در پاشش‌هاي حرارتي، عمل پخش شدن قطره بر روي سطح، بسیار سریع انجام مي‌پذیرد (در حد میکرو ثانیه). بنابراین در شبیه‌سازي عددي برخورد قطره



شکل ۱- فرآیند لایه نشاني توسط پاشش پلاسمايي، از نوع **DC**

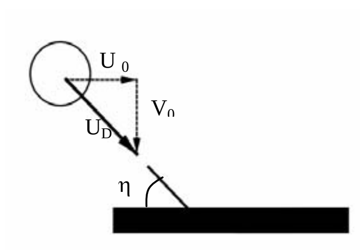
مي‌توان مرحله پخش شدن را جدا از مرحله انتقال حرارت و انجماد بررسي كرد.

در مطالعه برخورد ذرات با سطح، ارايه مدل‌هاي تحليلي براي كاهش محاسبات و به ويژه براي تخمين مقدار حداكثر پخش قطره برروي سطح كه مهمترين و كاربردي ترين شاخص آن مي باشد، مورد نظر محققين بوده است[۹،۸،۴]. پسنديده‌فرد و همكاران [۴] مدلي تحليلي بر اساس موازنه انرژي هاي جنبشي، سطحي و كار انجام شده برعليه لزجت در هنگام برخورد عمودي قطره با سطح ارايه دادند. آنها مدل خود را براي برخورد انواع قطرات، مانند قطرات آب، پارافين و قلع مذاب به سطوحي مانند فولاد ضد زنگ و آلومينيوم در اعداد We (Weber) كم، آزمايش نمودند كه نتايج رضايت بخشي بدست آوردند. پس از آنها Roisman و همكاران [۸] معادله حركت لبه قطره را كه براساس موازنه جرم و انرژي بدست آورده بودند براي تخمين مقدار حداكثر پخش قطرات آب بكار بردند. Ukiwe و Kwok [۹] با تاكيد بر اهميت مقدار حداكثر پخش قطره برروي سطح، آزمايشهايي براي برخورد قطرات آب و فرماميد انجام داده و نتايج خود را با بعضي از مدلهاي نامبرده در بالا مقايسه كردند. در تمامي مدلهاي تحليلي ارايه شده در بالا، برخورد عمودي قطره با سطح صاف مطالعه گرديده است.

در اين مقاله، ابتدا شبيه‌سازي سه بعدي عددي برخورد مايل قطره به سطح زيرلايه در شرايطي كه قطر آن بسيار كم (در حدود ۴۰ ميكرون) و سرعت آن بسيار بالا (۱۰۰ الي ۱۵۰ متر بر ثانيه) است، مورد مطالعه قرار گرفته است. سپس براساس موازنه انرژي هاي جنبشي، سطحي و كار انجام شده برعليه لزجت در هنگام برخورد قطره با سطح، مدلي تحليلي براي پيش‌بيني مقدار حداكثر پخش قطره بر روي سطح در برخورد مايل، ارايه گرديده است.با استفاده از اين مدل محاسبه مقدار حداكثر پخش قطره برروي سطح جامد باسرعت بيشتري نسبت به مدلهاي عددي انجام مي‌شود و اين روش امكان تعيين ضخامت لايه تشكيل شده برروي سطح را به كمك روشهاي آماري از جمله روش مونت كارلو [۱۰-۱۲] فراهم مي‌نمايد.اين روش موجب كاهش قابل توجه هزينه و زمان در تعيين مشخصات فرآيندهايي مانند پاشش پلاسمايي مي‌گردد.

شبيه‌سازي عددي

شكل ۲ طرح كلي از برخورد مايل قطره با سطح را نشان مي‌دهد. شبيه‌سازي عددي در ادامه كار قبلي[۲]، به صورت جريان آرام و هم دما انجام شده است. فرض هم دمايي و جريان آرام با توجه به منابع [۷،۲] قابل اعمال است. در زير به اختصار معادلات حاكم و سپس روش شبيه‌سازي عددي آورده شده است:



شكل ۲- طرح كلي از برخورد قطره با سرعت $\mathbf{U_D}$ و با زاويه η به سطح صاف

الف - معادلات حاكم

معادلات حاكم شامل بقاي جرم و ممنتم و معادله اي براي حركت سطح آزاد مي باشند. توضيح رياضي مساله بر اساس فرض‌هاي زير انجام شده است:

سيال، مايع غيرقابل تراكم و نيوتني با دانسيته، ويسكوزيته و تنش سطحي ثابت بوده و جريان در طول برخورد آرام باشد(مطالعات قبلي در مراجع [۲،۱] نشان مي‌دهد كه در طول برخورد يک قطره مايع با سطح، حتي در شرايط پلاسما، فرض جريان آرام قابل قبول مي‌باشد. لازم به ذكر است كه مطالعاتي كه تا كنون بر روي برخورد قطره با سطح جامد انجام شده، با استفاده از اين فرض بوده است)؛ تاثير فاز گازي اطراف قطره برروي فاز مايع در طول برخورد ناچيز باشد(تنش‌هاي لزجتي در سطح تماس

قطره با هوا یا گاز اطراف آن صفر فرض می‌شود)؛ برخورد به صورت هم دما یا ایزوترمال انجام گردد (مطالعات نشان می‌دهد [۷،۱]، در شرایط فرآیند پاشش به طریق پلاسما، با توجه به سرعت بسیار بالاي پخش شدن قطره برروي سطح که در حدود میکروثانیه می‌باشد، می‌توان مرحله پخش شدن را جدا از مرحله انتقال حرارت و انجماد بررسي کرد. از آنجا که در این مقاله هدف بررسي مراحل پخش شدن قطره در برخورد مایل به سطح (قبل از انجماد) می‌باشد، فرآیند را مي توان بصورت ایزوترمال در نظر گرفت).

معادلات حاکم بربقای جرم و ممنتم براي جریان سیال درون قطره به شکل زیر نوشته می‌شود [۱۳،۲] :

$$\nabla\cdot\vec{V}=0 \quad (۱)$$

$$\frac{\partial\vec{V}}{\partial t}+\nabla\cdot(\vec{V}\vec{V})=-\frac{1}{\rho}\nabla P+\frac{1}{\rho}\nabla\cdot\tilde{\tau}+\vec{g}+\frac{1}{\rho}\vec{F}_b \quad (۲)$$

که $\vec{V}$ نمایشگر بردار سرعت، P فشار ، ρ دانسیته مایع، $\tilde{\tau}$ تنسور تنش، $\vec{g}$ شتاب ثقل و $\vec{F}_b$ نیروهاي جسمي (بر واحد حجم) موثر روي سیال می‌باشند. با توجه به نیوتني بودن سیال:

$$\tilde{\tau}=\mu(\nabla\vec{V}+(\nabla\vec{V})^T) \quad (۳)$$

که μ نشاندهنده لزجت دینامیکي سیال است.

به همراه معادلات فوق، یک معادله دیگر براي ردیابي سطح مشترک مایع-گاز و مدل‌سازي تبادل جرم بین آنها لازم است. در روش سیر حجمي سیال، حرکت مرز مشترک بین دو سیال به وسیله تابع نشانگر f مدل می‌شود:

$$f=\begin{cases}1 & \text{in liquid}\\ >0,<1 & \text{at the liquid-gas interface}\\ 0 & \text{in gas}\end{cases} \quad (۴)$$

از آنجا که متغیر f بوسیله جریان سیال جابجا می‌شود مي توان معادله جابجایي زیر را براي آن نوشت [۴،۲] :

$$\frac{\partial f}{\partial t}+(\vec{V}\cdot\nabla)f=0 \quad (۵)$$

با توجه به در نظر گرفتن کشش سطحي در مرز مشترک مایع-گاز، با فرض صفربودن تنش برشي و ثابت‌بودن کشش سطحي، معادله لاپلاس به عنوان یک شرط در این مرز بصورت زیر نوشته مي شود:

$$\Delta P_S=P_l-P_g=\gamma J \quad (۶)$$

در این معادله γ کشش سطحي در سطح مشترك و ΔP_S نشاندهنده اختلاف فشار بین مایع و گاز بخاطر وجود کشش سطحي می‌باشد. J انحناي سطح آزاد در محل موردنظر است که به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$J=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2} \quad (۷)$$

که در آن R_1 و R_2 شعاعهاي انحنای سطح در نقطه مورد نظر می‌باشند. بجاي جایگذاري مستقیم معادله (۶) براي فشار به عنوان یک شرط مرزي در معادلات حاکم، از روش بهتري استفاده می‌شود که درآن تنش سطحي به عنوان یك نیروي حجمي در ترم $\vec{F}_b$ از معادله (۲) فرمول-بندي می‌گردد. این روش به مدلCSF معروف بوده و توسط Brackbill [۱۴] ارایه گردیده است.

حل معادلات حاکم نیاز به تعیین شرایط مرزي بکار برده شده در سطح جامد و در مرزهاي متقارن و سطح آزاد مایع دارد. براي سطح جامد، سرعت سیال بدون لغزش و بدون نفوذ و براي مرز متقارن، سرعت سیال داراي شرایط لغزش و بدون نفوذ می‌باشد. در سطح آزاد مایع نیز تنش برشي صفر فرض مي شود. یکي از شرایط مرزي مهم دیگر اعمال زاویه تماس در خط تماس (محل تلاقي سطح آزاد و سطح جامد) مي باشد. این زاویه نمایانگر مقدار رطوبت‌پذیري سطح جامد بوده و در این مقاله مطابق روش ارایه شده در مرجع [۱۳] از دو مقدار ثابت در دو سطح پیشرونده و پسرونده قطره روي سطح جامد استفاده شده است.

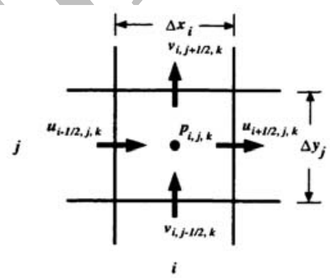
شرایط اولیه براي سرعت و فشار، به شکل زیر است:

$$\vec{V}=\vec{V}_o \quad , \quad P_o=4\frac{\gamma}{D_o} \quad (۸)$$

که P_o فشار اولیه داخل قطره، توسط معادله لاپلاس بدست آمده است[۱۳،۲].

ب – حل عددي معادلات حاكم

معادلات حاكم با استفاده از روش عددي حجم محدود گسسته سازي مي‌شوند. در هر سلول مقادير سرعت در وسط وجوه و فشار و مقدار تابع f در مركز سلول در نظر گرفته مي شوند. شکل ۳ یک سلول دو بعدي را بر اين اساس نشان مي‌دهد.



شکل ۳- نمای دوبعدی از سلول **(i,j,k)** . سرعتهای **u** و **v** و **w** (سرعت **w** عمود بر صفحه است) در وسط وجوه هر سلول می‌باشند. فشار **P** در مرکز سلول در نظر گرفته می‌شود

معادله ممنتم ۲ به روش اولر پیشین منفصل و به دو قسمت تقسیم مي‌شود:

$$\frac{\vec{V}'-\vec{V}^n}{\Delta t}=-\nabla\cdot(\vec{V}\vec{V})^n+\frac{1}{\rho}\nabla\cdot\tilde{\tau}^n+\vec{g}^n+\frac{1}{\rho}\vec{F}_b^n \quad (۹)$$

$$\frac{\vec{V}^{n+1}-\vec{V}'}{\Delta t}=-\frac{1}{\rho^n}\nabla P^{n+1} \quad (۱۰)$$

ابتدا براي ميدان مشخص $\vec{V}^n$ و در مرحله زماني n ، مقدار مياني $\vec{V}'$ به‌صورت صريح از ترمهاي مربوط به جابجايي، لزجت، جاذبه و نيروي جسمي، از معادله (۹) محاسبه مي‌شود. در مرحله بعد از تركيب كردن معادله (۱۰) با معادله (۱) در مرحله جديد زماني n+1 ، معادله پواسون براي فشار بدست مي‌آيد:

$$\nabla\cdot(\frac{1}{\rho^n}\nabla P^{n+1})=\frac{1}{\Delta t}\nabla\cdot\vec{V}' \quad (۱۱)$$

معادله (۹) توسط روش حجم كنترلي منفصل مي‌گردد. از انتگرال گيري اين معادله برروي حجم كنترل $\Omega_{i,j,k}$ ، معادله زير بدست مي‌آيد:

$$\frac{1}{\Delta t}\int_{\Omega_{i,j,k}}(\vec{V}'-\vec{V}^n)\,d\Omega=-\int_{\Omega_{i,j,k}}\nabla\cdot(\vec{V}\vec{V})^n d\Omega+ \frac{1}{\rho}\int_{\Omega_{i,j,k}}\nabla\cdot\tilde{\tau}^n d\Omega+\int_{\Omega_{i,j,k}}\vec{g}^n d\Omega+\frac{1}{\rho}\int_{\Omega_{i,j,k}}\vec{F}_b^n d\Omega \quad (۱۲)$$

دو ترم اول سمت راست معادله (۱۲) توسط تئوري گوس به انتگرال برروي سطح حجم كنترلي $S_{i,j,k}$ تبديل شده و فرض مي‌شود بقيه انتگرال ها برروي حجم $\Omega_{i,j,k}$ ثابت هستند. بنابر اين معادله حاصله بدين شكل است:

$$\frac{\vec{V}'-\vec{V}^n}{\Delta t}=-\frac{1}{\Omega_{i,j,k}}\int_{S_{i,j,k}}\vec{V}^n(\vec{V}^n\cdot\hat{n}_S)dS+ \frac{1}{\rho\,\Omega_{i,j,k}}\int_{S_{i,j,k}}(\tilde{\tau}^n\cdot\hat{n}_S)\,dS+\vec{g}^n+\frac{1}{\rho}\vec{F}_b^n \quad (۱۳)$$

كه $\hat{n}_S$ بردار واحد، به سمت خارج و عمود بر سطح $S_{i,j,k}$ است. معادلات ذكر شده در سه جهت x ، y ، z به صورت جداگانه بسط داده مي‌شوند. بعد از انفصال معادلات، الگوريتم زير در هر مرحله زماني براي مشابه-سازي برخورد قطره با سطح به‌كار برده شده است:

۱- تعيين $\vec{V}'$ از معادله (۹)

۲- حل معادله (۱۱) بطور ضمني براي تعيين P^{n+1} به همراه شرايط مرزي موثر در P

۳- محاسبه $\vec{V}^{n+1}$ از معادله (۱۰)

۴- به‌كار بردن شرايط مرزي براي $\vec{V}^{n+1}$

۵- تعيين توزيع نسبت حجمي جديد سيال f^{n+1} بوسيله معادله (۵) و بدست آوردن شكل جديد سطح آزاد مايع-گاز به كمك الگوريتم Youngs [۱۵](در اين روش، سطح آزاد مايع- گاز در هر سلول با يک سطح صاف كه سلول را قطع مي‌كند، تخمين زده مي‌شود)

۶- به‌كار بردن مجدد شرايط مرزي براي $\vec{V}^{n+1}$.

مشروح روش انفصال معادلات، مدل CFS و الگوريتم يانگز در مراجع [۱۵،۱۳] آورده شده است.

مدل تحليلي برخورد مايل قطره با سطح جامد

مدل تحليلي از موازنه انرژي جنبشي قطره قبل از برخورد، تغييرات انرژي سطحي قطره و کار انجام شده در مقابل لزجت مايع در خلال برخورد و تغيير شکل قطره بر روي سطح به دست مي‌آيد.

قبـل از برخـورد، انـرژي جنبـشي (KE1) و انـرژي سطحي (SE1) براي يک قطـره کـروي بـه صـورت زيـر است:

$$KE1 = (\frac{1}{2}\rho\, U_D{}^2)(\frac{\pi}{6} D_0^3) \qquad (۱۴)$$

$$SE1 = \pi\, D_0^2\, \gamma \qquad (۱۵)$$

که در آن ρ دانسيته مايع، U_D سرعت اوليه قطره در لحظـه برخورد، D_0 قطر اوليه قطره و γ کـشش سـطحي (مـايع- گاز) مي‌باشد.

بعد از برخورد قطره و پس از به حداکثر رسيدن قطـر ذره پخش شده روي سطح (D_{max})، انرژي جنبشي برابـر صفر و انرژي سطحي (SE2) برابر معادله زير مـي‌باشـد [۱۶]:

$$SE2 = \pi\gamma D_{max} h + \frac{\pi}{4} D_{max}^2\, \gamma (1 - \cos\theta_\alpha) \qquad (۱۶)$$

که در آن θ_α زاويه تماس پيشروي مي‌باشد. کار انجام شده در مقابل لزجت به اين شکل است[۱۷]:

$$W = \int_0^{t_c} \int_\Omega \phi\, d\Omega\, dt = \phi\Omega t_c \qquad (۱۷)$$

که Ω حجم سيال لزج و t_c زمان لازم براي گسترش و پخش شدن قطره و ϕ تابع اتلاف لزجت مي‌باشند. مقدار ϕ به اين روش محاسبه مي شود[۱۷]:

$$\phi \sim \mu (\frac{V_0}{L})^2 \qquad (۱۸)$$

که μ لزجت سيال و L طول مشخصه در جهت عمود بر سطح جامد مي‌باشد. مناسـب تـرين طـول مشخـصه بـراي ارزيابي ميزان اتـلاف، مقـدار ضـخامت لايـه مـرزي (δ) است که معادل مقدار زير در نظر گرفته مي شود[۴]:

$$\delta = 2\frac{D_0}{\sqrt{Re}} \qquad (۱۹)$$

مقدار عدد رينولدز برابر $Re = U_D D_0 / \nu$ است که در آن U_D سرعت اوليه قطره هنگام برخـورد بـا سـطح و D_0 قطر اوليه قطره و ν لزجت سينماتيکي سيال مي‌باشد.

براي ارايه مدل مناسب، شکل ۴ را در نظر مي‌گيـريم. در ايـــن شـــکل U_D ســـرعت اوليـــه قطـــره V_0 و U_0 سرعت هاي عمودي و افقي قطره در حين برخورد، D قطر و h مقدار ضخامت قطره گـسترش يافتـه يـا پخـش شـده مي باشد. براي ايجاد شرايط مناسب مدل سازي، از سرعت پيشرفت قطره در سمت چپ جلوگيري شده و سـرعت آن به مقدار سرعت سمت راست افزوده مـي گـردد. بنـابراين سرعت سمت چپ برابر سرعت مبنا V_{Ref} و معـادل صـفر در نظرگرفته مي شود. همچنـين سـرعت سـيال در سـمت راست و درجهت محور x ها معادل V_{R2} مي باشد. سـيال از داخل قطره و از مقطعي دايروي به قطر d و بـا سـرعت V_0 به داخل فيلم وارد مي‌شود. با توجه بـه سـرعت V_{R2} در لبهٔ در حال گسترش فيلم و بـا موازنـه جـرم خـواهيم داشت:

$$\frac{V_R + U_0}{V_0} = \frac{d^2}{4Dh} \qquad (۲۰)$$

که U_0 سرعت افقي اوليه خود قطره بـوده کـه بـه سـرعت افقي حاصل از برخورد (V_R) اضافه مي‌شود.

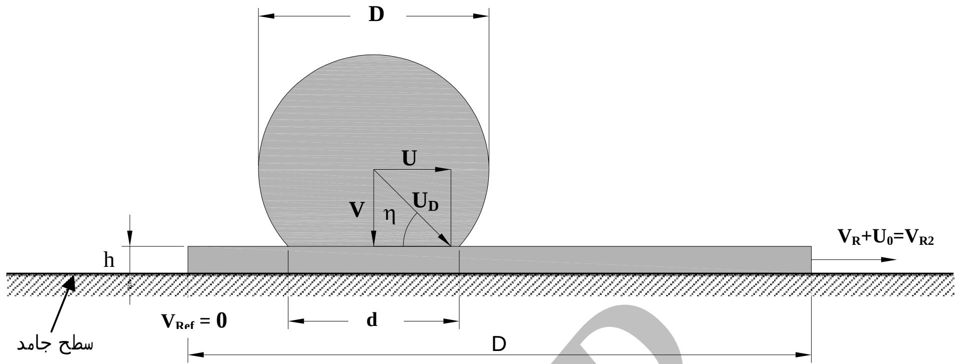
مقدار ضخامت فـيلم مـسطح (h) بـا معـادل گـرفتن حجم قطره اوليه به قطر D_0 و حجم سيلندر فرضي ايجـاد شده در حداکثر گسترش قطره روي سطح بدست مي‌آيد:

$$h = \frac{2D_0{}^3}{3D_{max}^2} \qquad (۲۱)$$

درحين برخورد قطره، مقدار d بين صفر و D_0 متغير اسـت و مي توان آنرا بطورمتوسط معادل $d \sim D_0/2$ فـرض کـرد بنابراين از معادله (۲۰) داريم:

$$\frac{dD}{dt} = V_R + U_0 = \frac{V_0 d^2}{4Dh} \qquad (۲۲)$$

با جايگذاري از معادله (۲۱) و انتگرال گيري از معادله حاصله رابطه زير بدست مي آيد:



شکل ۴ - مدل گسترش قطره روي سطح جامد

$$\frac{D}{D_{max}} = \sqrt{\frac{3}{16}\frac{V_0}{D_0}t} \qquad (۲۳)$$

اتلاف انرژي در اثر لزجت از معادلات (۱۷)، (۱۸) و (۱۹) به شکل زير بدست مي آيد:

$$W = \frac{2}{3}\pi\rho\,\frac{V_0^2}{\sin\eta}D_{max}^2 D_0\frac{1}{\sqrt{Re}} \qquad (۲۴)$$

در بدست آوردن اين رابطه از $U_D = \frac{V_0}{Sin\eta}$ استفاده شده که در آن η زاويه برخورد قطره با سطح جامد مي باشد.

از موازنه انرژي خواهيم داشت:

$$KE1+SE1=SE2+W \qquad (۲۵)$$

با توجه به اين معادله و به کمک معادلات (۱۴) ،(۱۵) ،(۱۶) و (۲۴) معادله حداکثر مقدار گسترش قطره بدست مي‌آيد:

$$(We+12)\xi_{max} = 8+\xi_{max}^3\left[3(1-\cos\theta_\alpha)+8\sin\eta\,We\frac{1}{\sqrt{Re}}\right] \qquad (۲۶)$$

که در آن $\xi_{max} = \frac{D_{max}}{D_0}$ و $We=\frac{\rho U_D^2 D_0}{\gamma}$ مي‌باشد.

براي We هاي بزرگ ($We > ۱۰۰$)، مي‌توان از عدد ۸ در مقابل جمله سمت چپ معادله (۲۶) صرف‌نظر کرده بنابراين معادله بصورت زير ساده مي‌شود:

$$\xi_{max} = \frac{D_{max}}{D_0} = \sqrt{\frac{We+12}{3(1-\cos\theta_\alpha)+8\sin\eta\,We\frac{1}{\sqrt{Re}}}} \qquad (۲۷)$$

چنانچه برخورد عمودي باشد($\sin\eta=۱$)، معادله (۲۷) مشابه معادله ارايه شده در مرجع[۴] خواهد بود. در اين حالت تمامي جملات و ضرايب دو معادله به غير از ضريب جمله $We\frac{1}{\sqrt{Re}}$ يکسان است. اعتبار حل تحليلي تا وقتي است که قطره از هم پاشيده نشود زيرا در اين حالت نمي‌توان براي قطره حداکثر قطر پخش‌شده را تعريف کرد، اما حل عددي مي‌تواند اين از هم پاشيدگي را تا حالت ايستايي کامل قطره يا قطرات حاصله نشان‌دهد.

نتايج و بحث

الف- مقايسه نتايج حل عددي با نتايج تجربي

نتايج شبيه سازي عددي براي برخورد قطره زيرکونيا به قطر ۳۷μm ، سرعت ۱۵۰m/s و با زاويه برخورد °۳۰ ، در شکل ۵ نشان داده شده است.. اين شکل چگونگي کمي و کيفي پخش شدن قطره برروي سطح را نشان مي‌دهد. پخش شدن قطره تا مقدار حداکثر قطر آن در کمتر از ۲ ميکروثانيه انجام گرديده بنابراين همچنانکه قبلاً اشاره شد، مي‌توان مرحله پخش شدن ذره را با فرض ايزوترمال بودن فرآيند در نظر گرفت. در سمت چپ شکل ۵ ، نماي سه بعدي از برخورد و پخش شدن قطره برروي سطح، و در

سمت راست نماي بالايي برخورد و پخش شدن، نشان‌داده شده است. همانگونه که از شکل مشاهده مي گردد، در ابتدا، سرعت عمود برسطح تاثير بيشتري بر پخش شدن قطره دارد. اين تاثير گذاري تا حدود ۰/۲ ميکروثانيه مشاهده شده و بعد از آن تاثير سرعت به موازات صفحه ظاهر گرديده و تا پايان فرآيند ادامه دارد. شکل نهايي قطره پخش شده برروي سطح بيضوي است.

براي مقايسه مشابه‌سازي عددي با نتايج تجربي، از آزمايشهاي Kang و همکاران [۱۸] استفاده شده است. آنها در پاشش پلاسمايي از پودر YSZ استفاده نموده و آنرا با زواياي مختلف برروي سطح جامد پاشيده‌اند. توزيع اندازه پودر بين ۲۵ الي ۱۲۵ ميکرون با قطر متوسط ۳۷ ميکرون بوده است. سطح جامد آنها از یک قطعه فولاد نرم mm ۳×۱۰×۱۵ تشکيل شده که بسيار خوب پرداخت گرديده است. اندازه متوسط حسابي زبري ۰/۵ ميکرون بوده و پودر توسط دستگاه پاشش پلاسمايي SG-100 در فشار اتمسفريک به طرف سطح جامد با زواياي گوناگون پاشيده شده است. آنها براي مشاهده مورفولوژي، برجستگي و ضخامت اسپلَت‌ها از دستگاههاي SEM و WYKO NT-2000 (optical surface profiler) استفاده کرده‌اند. دستگاههاي مورد استفاده، شرايط و جزييات آزمايش آنها در مرجع [۱۸] ارايه گرديده است.

نمونه‌اي از اسپلَت تشکيل شده بوسيله پاشش با زاويه ۳۰° در شکل ۶- الف آورده شده است. در شکل ۶- ب، اسپلَت شبيه سازي شده توسط مدل عددي ارايه گرديده است. مقايسه دو شکل نشان مي دهد که مدل عددي نتيجه آزمايش تجربي را بخوبي پيش‌بيني مي‌کند. در شکل ۷- الف نيز نتيجه آزمايش براي اسپلَت حاصل از پاشش با زاويه ۷۰° درجه نشان داده شده است. در شکل ۷- ب شبيه‌سازي مدل عددي براي اين حالت آورده شده که با شکل حاصل از آزمايش تطابق خوبي دارد.

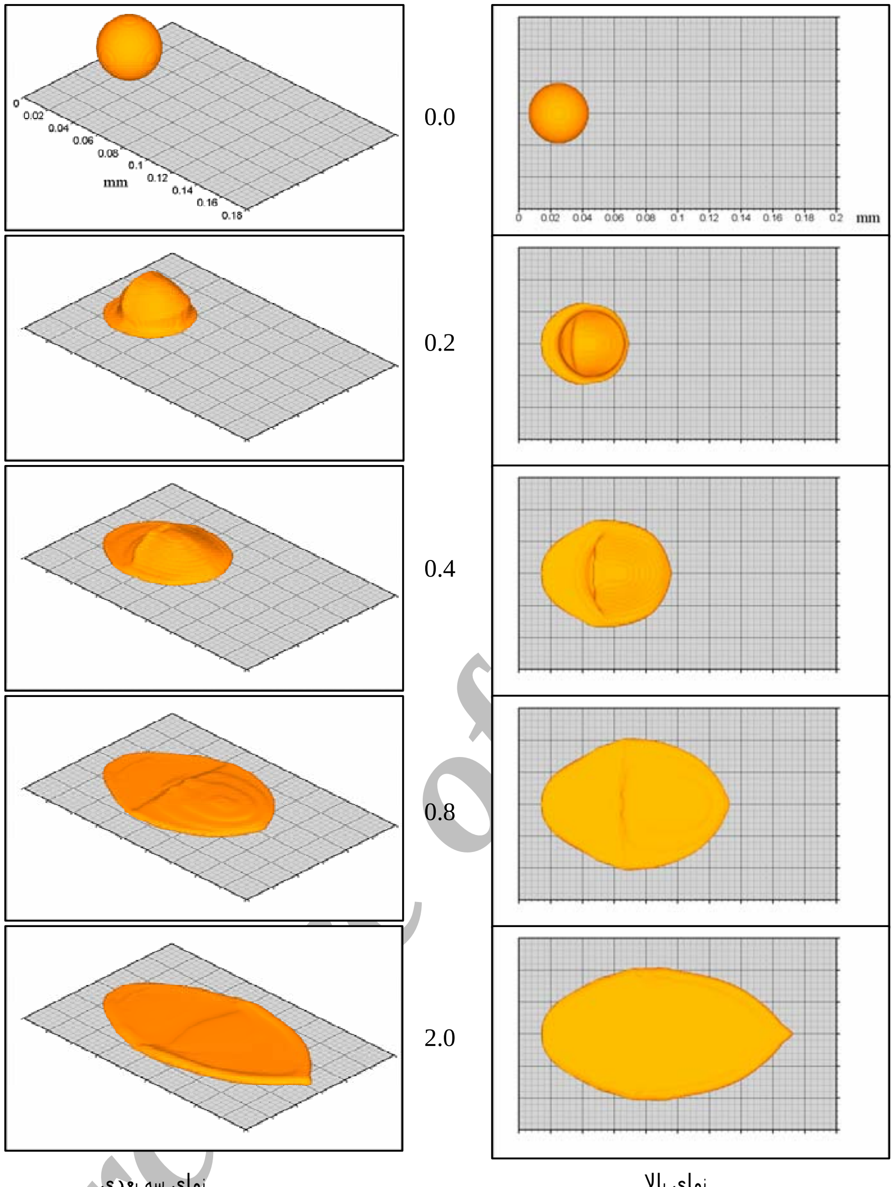
براي مقايسه بهتر مدل عددي با نتايج تجربي از مقدار ψ استفاده مي‌کنيم. ψ يا نسبت قطر بزرگ به قطر کوچک بيضي ايجاد شده ($\Psi = \frac{D_{max}}{D_{min}}$)، يکي از مهمترين پارامترهاي اسپلَت تشکيل شده در برخورد مايل است. مقادير D_{max} و D_{min} در شکل ۸ نشان داده شده است. در جدول ۱ مقادير ψ بدست آمده از آزمايشهاي kang و همکاران [۱۸] به همراه مقادير بدست آمده از حل عددي آورده شده و شکل ۹ براي مقايسه بهتر ψ حاصل از نتايج آزمايش با مقادير حاصل از حل عددي، رسم گرديده است. انطباق خوب نتايج حاصله، نشان دهنده دقت بالاي شبيه سازي توسط حل عددي مي‌باشد. همچنين با توجه به جدول ۱ و شکل ۹ مشاهده مي گردد که با کاهش زاويه برخورد، نسبت ψ افزايش يافته يا به عبارتي شکل اسپلَت، در جهت برخورد قطره با سطح، به نوعي بيضي تبديل مي شود که نسبت قطر بزرگ به کوچک آن افزايش يافته است.

جدول ۱- مقايسه مقدار Ψ حاصل از نتايج شبيه سازي عددي با نتايج آزمايش

زاویه برخورد	۹۰°	۷۰°	۶۰°	۴۵°	۳۰°
نتايج آزمايش[۱۸]	۱	۱/۰۸	۱/۱	۱/۴۱	۱/۸۲
حل عددي	۱	۱/۰۶	۱/۰۸	۱/۳۵	۱/۷۹

ب- مقايسه نتايج مدل تحليلي با نتايج تجربي

براي مقايسه مشابه‌سازي مدل تحليلي با نتايج تجربي، علاوه بر نتايج Kang و همکاران [۱۸]، از آزمايشات Montavon و همکاران [۱۹] نيز که تاثيرات زاويه پاشش را بر روي مورفولوژي اسپلَت بصورت آماري مطالعه نموده‌اند، استفاده شده است. آنها در آزمايش خود از آلياژ استرولوي که بر پايه نيکل مي‌باشد استفاده نموده‌اند و در عمليات پاشش حرارتي، اين آلياژ را با زواياي مختلف نازل به سمت سطح جامد پرداخت شده مسي پاشيده‌اند. زبري سطح جامد بين ۰/۱ الي ۰/۳ ميکرون بوده است. قطر متوسط ذرات ۳۷ ميکرون بوده و پاشش توسط دستگاه



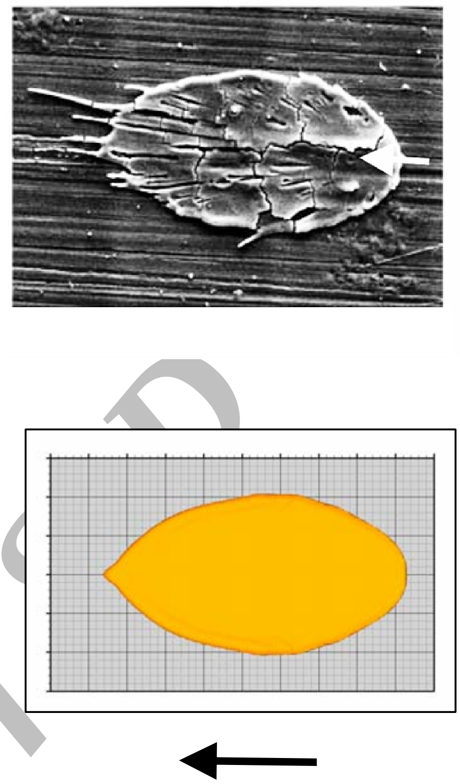
شكل ۵- تصاوير برخورد قطره زيركونيا به سطح جامد بدست آمده از شبيه سازي عددي

PT-VPS-A-2000 با فشار محفظه ۶۰ mbar انجام گرديده است.مشخصات اسپلَت تشكيل شده بوسيله ميكروسكوپ نوري اندازه گيري شده است. شرايط پاشش، توزيع ذرات، چگونگي عكس برداري و ديگر جزئيات آزمايشات در مرجع [۱۹] ارايه شده است. آنها در نهايت، توسط روشهاي آماري، ميزان پخش و گسترش قطره برروي سطح را با استفاده از چند مقدار كمي مانند قطر معادل ED و ضريب كشيدگي EF تعيين كرده‌اند كه به اين شكل تعريف شده‌اند:

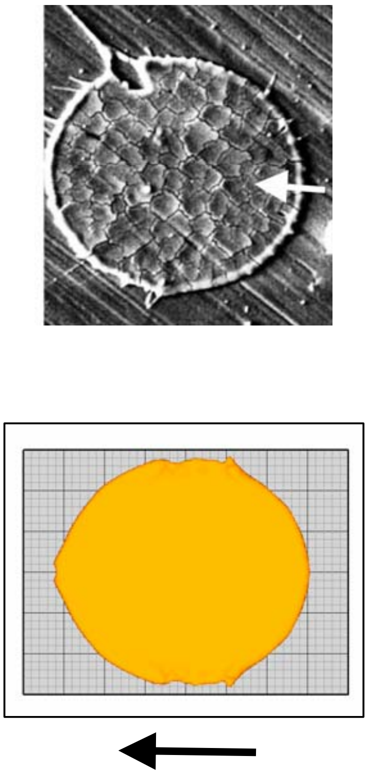
$$ED = \sqrt{\frac{4A}{\pi}} \qquad (۲۸)$$

$$EF = \frac{\pi (D_{max})^2}{4A} \qquad (۲۹)$$

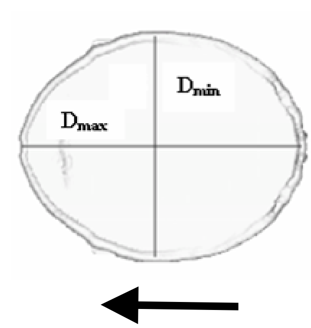
در معادلات بالا A سطح و D_{max} بزرگترين قطر اسپلَت مي باشد كه در شكل ۸ نشان داده شده است. مقدار ξ_{max} حاصل از آزمايشهاي Montavon و همكاران [۱۹] در جدول ۲ ارايه گرديده است كه مربوط به برخورد مايل قطره‌اي با قطر ۳۷ ميكرون، با سرعت ۱۰۰ متر بر ثانيه و



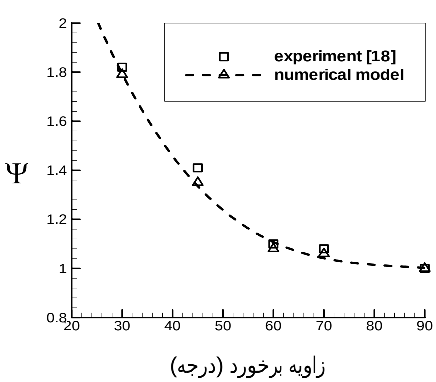
شکل ۶- مقایسه تصویر اسپلت بدست آمده از شبیه سازي عددي با نتایج آزمایش مرجع [۱۸] براي زاویه برخورد °۳۰



شکل ۷ - مقایسه تصویر اسپلت بدست آمده از شبیه سازي عددي با نتایج آزمایش مرجع [۱۸] براي زاویه برخورد °۷۰



شکل ۸ - شکل اسپلت حاصل شده از برخورد مایل قطره در پاشش حرارتي که مقادیر D_{max} و D_{min} را نشان می‌دهد



شکل ۹ – مقایسه نتایج شبیه سازي عددي با نتایج آزمایش، براي تغییرات مقدار Ψ نسبت به زاویه برخورد

جدول ۲- مقایسه مقدار ξ_{max} حاصل از مدل تحليلي و شبيه‌سازي عددي با نتايج آزمايش، براي برخورد قطره استرولوي

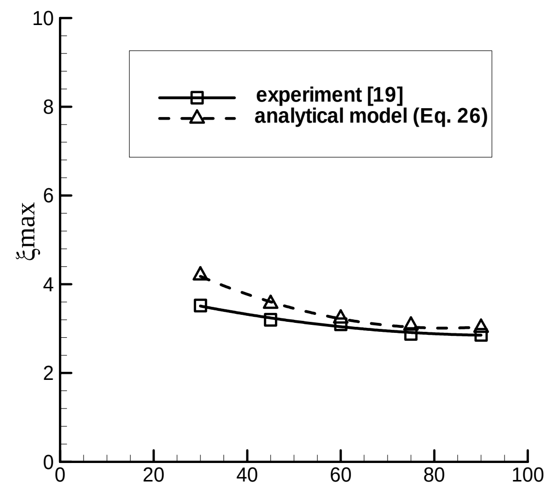
زاویه برخورد	۹۰°	۷۵°	۶۰°	۴۵°	۳۰°
نتایج آزمایش از مرجع [۱۹]	۲/۸۶	۲/۸۸	۳/۱	۳/۲	۳/۵۲
مدل تحليلي (معادله ۲۶)	۳/۰۲	۳/۰۷	۳/۲۳	۳/۵۶	۴/۲۰
خطا	%۵/۵۹	%۶/۵۹	%۴/۱۹	%۱۱/۲۵	%۱۹/۳۱
شبیه-سازي عددي	۲/۸۳	۲/۸۵	۳/۰۳	۳/۱۴	۳/۴۵
خطا	%۱/۰۵	%۱/۰۴	%۲/۲۶	%۱/۸۸	%۱/۹۹

با زواياي برخورد گوناگون با سطح مي‌باشد. در رديف دوم اين جدول مقدار ξ_{max} بدست آمده از مدل تحليلي (معادله ۲۶) آورده شده است. در مدل تحليلي براي مشخص نمودن Re و We از خواص فيزيكي آلياژ استرولوي و سرعت برخورد قطره با سطح استفاده شده است. در معادله، زاويه تماس پيشروي معادل ۱۴۰° در نظر گرفته شده كه معمولا در مورد پاشش‌هاي پلاسمايي بكار برده مي‌شود[۷،۱]. درصد خطاي بين مدل تحليلي و نتايج تجربي در رديف سوم جدول آورده شده است. همانگونه كه مشاهده مي‌شود، اختلاف نتايج با كاهش زاويه برخورد بيشتر مي‌شود. بدليل فرضيات در نظر گرفته شده در مدل تحليلي، اختلاف بوجود آمده، قابل پيش‌بيني بود. در رديف چهارم جدول مقادير به دست آمده از شبيه سازي عددي و در رديف پنجم درصد خطاي بين شبيه سازي عددي و نتايج تجربي آورده شده است. در شكل ۱۰ نيز براي مقايسه بهتر، مقادير ارايه شده در رديفهاي اول و دوم جدول ۲ ، رسم گرديده است. تطابق خوب مدل تحليلي با نتايج تجربي در شكل ۱۰ مشاهده مي‌گردد. در رديف اول جدول ۳، مقادير بدست آمده از آزمايشهاي kang و همكاران [۱۸] ارايه شده و در رديف دوم مقادير بدست آمده از مدل تحليلي (معادله ۲۶) با توجه به خواص فيزيكي زيركونيا، قطر متوسط ۳۷ ميكرون، سرعت برخورد ۱۵۰ متر بر ثانيه و زاويه تماس پيشروي ۱۴۰° ، ارايه گرديده است. در صد خطاي بين دو دسته داده در رديف سوم نشان داده شده است. لازم به ذكر است كه در مرجع [۱۸]، مقدار ξ_{max} بر اساس قطر معادل اسپلَت (نسبت قطر معادل از معادله ۲۸، به قطر اوليه قطره) بدست آمده است كه با تعريف ξ_{max} در اين مقاله متفاوت است (در اينجا ξ_{max}، برابر نسبت D_{max} به قطر اوليه قطره D_0 تعريف شده است). اين تعاريف توسط روابط ساده رياضي به يكديگر قابل تبديل هستند. با كاهش زاويه برخورد، اختلاف بين نتايج مدل تحليلي با نتايج آزمايشها، بيشتر شده و سپس كاهش مي‌يابد. دليل آن اين است كه در قسمت داده‌هاي تجربي (رديف اول جدول ۳)، با كاهش زاويه برخورد، مقدار حداكثر پخش قطره افزايش مي‌يابد ولي نرخ افزايش آن در زواياي ۶۰ و ۴۵ درجه، نزولي است. در مقاله kang و همكاران [۱۸] به اين مطلب اشاره شده و دليل آنرا نامشخص ذكر كرده و احتمال داده است كه ناشي از خطاي تخميني داده‌هاي آماري باشد. در رديف چهارم جدول مقادير حاصل از شبيه سازي عددي و در رديف پنجم نيز درصد خطاي بين شبيه سازي عددي و نتايج آزمايش ارايه شده است. براي مقايسه بهتر، نتايج مدل تحليلي به همراه نتايج آزمايشهاي kang و همكاران [۱۸]، در شكل ۱۱ آورده شده است.

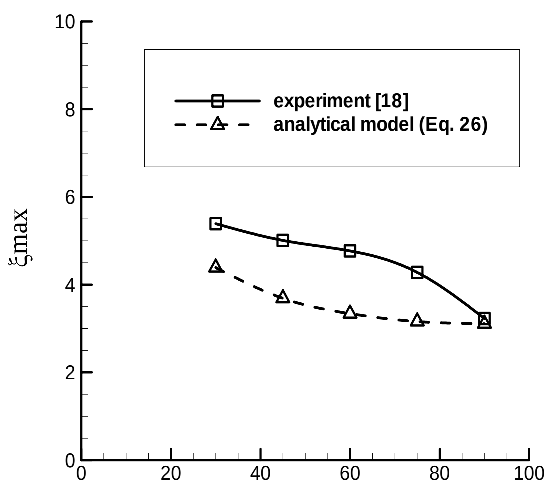
با اطمينان از درستي معادله (۲۶) توسط مقايسه با نتايج تجربي، اينک اين معادله جداگانه مورد بحث قرار مي‌گيرد. شكل ۱۲ بدين منظور بدست آمده است. در اين شكل بر اساس معادله (۲۶)، مقادير ξ_{max} بر حسب $(\mathrm{Sin}\eta/\mathrm{Re}^{0.5})\times10^3$ و براي We هاي مختلف و با مقدار θ_a=۱۴۰° رسم گرديده است. براي مقادير كم Re و در زواياي برخورد نزديک به ۹۰ درجه (برخورد عمودي)،

جدول ۳- مقایسه مقدار ξ_{max} حاصل از مدل تحليلي و شبيه‌سازي عددي با نتايج آزمايش، براي برخورد قطره زيرکونيا

زاويه برخورد	۹۰°	۷۵°	۶۰°	۴۵°	۳۰°
نتايج آزمايش از مرجع [۱۸]	۳/۲۳	۴/۲۸	۴/۷۷	۵/۰۱	۵/۳۹
مدل تحليلي (معادله ۲۶)	۳/۱۱	۳/۱۶	۳/۳۴	۳/۶۹	۴/۳۹
خطا	%۳/۷۱	%۲۶/۱۷	%۲۹/۹۸	%۲۶/۳۴	%۱۸/۵۵
شبيه‌سازي عددي	۳/۱۹	۴/۲۰	۴/۶۷	۴/۹۱	۵/۳۰
خطا	%۱/۲۴	%۱/۸۷	%۲/۱۰	%۲/۰۰	%۱/۶۷

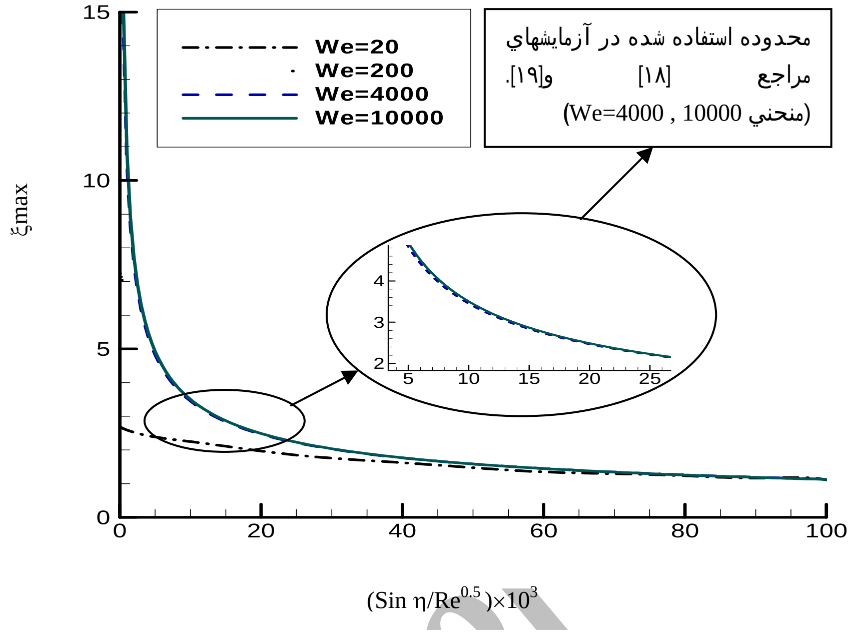


شکل ۱۰- مقايسه نتايج مدل تحليلي با نتايج آزمايشگاهي براي تغييرات ξ_{max} نسبت به زاويه برخورد



شکل ۱۱- مقايسه نتايج مدل تحليلي با نتايج آزمايشگاهي براي تغييرات ξ_{max} نسبت به زاويه برخورد

در تمامي مقادير We ، مقدار يکساني براي ξ_{max} بدست مي‌آيد. به عبارتي در اينگونه برخورد قطرات با سطح، وابستگي ξ_{max} به عدد We کاهش پيدا مي‌کند و مقدار ξ_{max} به سمت یک عدد ثابت ميل مي‌نمايد. هر چه زاويه برخورد مايل‌تر شود وابستگي به عدد We افزايش مي‌يابد. در برخوردهايي که زاويه برخورد (η) بسيار مايل باشد وهمچنين در مقادير Re زياد، وابستگي به عدد We زياد بوده و در We هاي گوناگون مقادير مختلفي براي ξ_{max} بدست مي‌آيد که اين مقادير نيز با يکديگر تفاوت زيادي دارند. در اين شکل، همچنين محدوده آزمايشهاي Montavon و همکاران [۱۹] و kang و همکاران [۱۸]، نشان داده شده است.



شکل ۱۲ – نمودار تغییرات ξ_{max} نسبت به تابع **$(\sin\eta/Re^{0.5}\times10^{3})$** براي اعداد **We** مختلف
با استفاده از معادله (۲۶)

نتیجه گيري

در اين پژوهش، برخورد مايل قطره با سطح جامد در فرآيند لايه‌نشاني پاششي به کمک شبيه سازي عددي، و روش تحليلي، مطالعه شده است که نتايج زير به دست آمده است:

۱- مقايسه نتايج حل عددي با نتايج آزمايشها در پاشش پلاسمايي به صورت مايل، نشان‌دهنده پيش‌بيني بسيار خوب حل عددي از فيزيک مساله و شکل اسپلَت‌هاي تشکيل شده مي‌باشد.

۲- نتايج حاصل از مدل تحليلي که نشاندهنده مقدار حداکثر پخش قطره در زواياي مختلف برخورد مي‌باشد با نتايج آزمايشهاي تجربي مقايسه شده که نشاندهنده تخمين خوب مدل تحليلي از مقدار حداکثر پخش قطره در برخورد مايل با سطح در پاشش پلاسمايي مي‌باشد.

۳- مدل تحليلي نشان مي‌دهد که با کاهش زاويه برخورد و در مقادير زياد عدد رينولدز، وابستگي مقدار حداکثر پخش قطره به عدد وبر افزايش يافته و براي مقادير کم عدد رينولدز و زواياي برخورد نزديک به ۹۰ درجه، مقادير ثابت و يکساني براي مقدار حداکثر پخش قطره بدست مي‌آيد.

مراجع

1. J. Mostaghimi, M. P. Pasandideh-Fard, and S. Chandra, *Dynamics of Splat formation in plasma spray*, Plasma Chemistry and Plasma Processing, 22(1)(2002)59-84.
2. M. Pasandideh-Fard, S. Chandra and J. Mostaghimi, *A three-dimensional model of droplet impact and solidification*, Int. J. Heat Mass Trans, 45(2002)2229–2242.
3. H. Liu, E. J. Lavernia and R. Rangel, *Numerical simulation of substrate impact and freezing of droplets in plasma spray processes*, J. Phys., D26(1993)1900–1908.

4. M. Pasandideh-Fard, Y. M. Qiao, S. Chandra, and J. Mostaghimi, *Capillary effects during droplet impact on a solid surface*, Phys. Fluids, 8(3)(1996)650-659.
5. C. W. Hirt and B.D. Nichols, *Volume of Fluid (VOF) methods for the dynamics of free boundaries*, J. Comput. Phys, 39(1981)201–225.
6. M. Pasandideh-Fard, R. Bhola, S. Chandra, and J. Mostaghimi, *Deposition of tin droplets on a steel plate: simulations and experiments*, Int. J. Heat Mass Trans, 41(1998)2929-2945.
7. M. Pasandideh-Fard, V. Pershin, S. Chandra and J. Mostaghimi, *Splat shapes in a thermal spray coating process: simulations and experiments*, J. Thermal Spray Technol, 11(12)(2002)206-217.
8. I. V. Roisman, R. Rioboo and C. Tropea, *Normal impact of a liquid drop on a dry surface: model for spreading and receding*, Proc. R. Soc. London, Ser. A458(2002)1411-1430.
9. C. Ukiwe and D. Y. Kwok, *On the Maximum Spreading Diameter of Impacting Droplets on Well-Prepared Solid Surfaces*, Langmuir, 21(2005)666-673.
10. R. Ghafouri-Azar, J. Mostaghimi, and S. Chandra, *Deposition Model of Thermal Spray Coating, Proceedings of the International Thermal Spray Conference*, Singapore, (2001)951–958.
11. O. Knotek and R. Elsing, *Monte Carlo Simulation of Thermally Sprayed Coatings*, Surf. Coat. Technol, 32(1987)261–271.
12. X. Y. Huang, D. E. Stock, and L. P. Wang, *Using the Monte-Carlo Process to Simulate Two-Dimensional Heavy Particle Dispersion*, ASMEFED, Gas-Solid Flows, 166(1993)153–160.
13. M. Bussman, J. Mostaghimi and S. Chandra, *On a three-dimensional volume tracking model of droplet impact*, Phys. Fluids, 11(6)(1999)1406-1417.
14. J. U. Brackbill, D. B. Kothe and C. Zemach, *A continuum method for modeling surface tension*, J. Comput. Phys, 100(335)(1992).
15. D. L. Youngs, *An interface tracking method for a 3D Eulerian hydrodynamics code*, Technical Report, AWRE, (1984).
16. V. P. Carey, *Liquid–Vapor Phase Change Phenomena*, Taylor and Francis, Bristol, PA, (1992)61–67.
17. S. Chandra and C. T. Avedisian, *On the collision of a droplet with a solid surface*, Proc. R. Soc. London A 432, 13(1991).
18. C. W. Kang and H. W. Ng, *Splat morphology and spreading behavior due to oblique impact of droplets onto substrates in plasma spray coating process*, Surface and Coatings Technology, 200(18-19)(2006)5462-5477.
19. G. Montavon, S. Sampath, C. C. Berndt, H. Herman and C. Coddet, *Effects of the spray angle on splat morphology during thermal spraying*, Surface and Coatings Technology, 91(1997)107-115.