علوم و مهندسي سطح ۴(۱۳۸۶) ۱۵-۲۶

حل عددي مدل تماس الاستيک بين سطوح تخت زبر با استفاده از تکنيک FFT

ژياوه قريشي و داود جلالي وحيد

دانشکده مهندسي مکانيک، دانشگاه صنعتي سهند

چکيده

حل عددي کامل جهت تماس الاستيک از نوع خشک براي دو سطح تخت زبر با استفاده از تکنيک FFT ارايه شده است. مطالعه کيفيت سطوح بدست آمده در روش هاي مختلف توليد مستلزم شبيه سازي زبري سطوح و نوع تماس خواهد بود. در اين تحقيق ابتدا زبري سطح، بصورت تصادفي با توزيع گاوسي و با استفاده از تکنيک FFT مدلسازي شده است. با استفاده از نفوذ زبري هاي دو سطح نسبت به هم و الگوريتم تبديل فوريه سريع FFT، پارامترهايي از قبيل توزيع فشار، تغيير شکل سطح، مقدار و توزيع سطح واقعي تماس و فشار ميانگين وارده بر سطح زبر بدست آمده است. همچنين اثرات پارامترهاي سطح از قبيل ميانگين مربعات سطح و طول همبستگي سطح و پارامتر ماده يا مدول الاستيسيته دو جسم در حال تماس را روي پارامترهاي مهمي از قبيل فشار ميانگين وارده بر سطح و سطح تماس واقعي بررسي شده است. مقايسه اي نيز جهت اطمينان از انجام کار براي تماس دو سطوح تخت انجام گرفته است. در پايان لازم است اشاره شود که بکارگيري تکنيک FFT در مسايل مربوط به شبيه سازي سطح و تماس زمان انجام محاسبات را بسيار پايين آورده و از دقت مطلوبي برخوردار مي باشد.

واژه‌هاي کليدي: *تماس، زبري، توزيع گاوسي، سطح واقعي تماس، تبديل فوريه سريع*

Numerical solution of elastic contact model between rough flat surfaces by FFT techniques

Zh. Ghoreishi and D. Jalali –Vahid

Sahand University of Technology, Department. of Mechanical Engineering

Abstract - FFT techniques were employed to develop a full numerical solution for analyzing the elastic dry contact of two flat rough surfaces. The study of the quality of surfaces produced by different production methods required the simulation of the roughness of contacting surfaces and also the kind of contact. By assuming that the roughness and distribution of the contacting surfaces were random and Gaussian, the FFT method was used to simulate them. Considering the penetration of asperities of contacting surfaces to each other, parameters such as pressure distribution, surface deflection, real contact area , its distribution as well as mean pressure on the surface were computed. The effect of simulated surface specifications such as average roughness R_q , correlation length β^* and the amount of equivalent modulus of elasticity on average pressure and real contacting area was investigated. A comparison was carried out to evaluate the results. Finally, it was found that FFT techniques for solving surface and contact simulation problems were rapid and time-saving with accurate results.

Keywords*: Contact, Roughness, Gaussian distribution, Real contact area, Fast Fourier Transforms*

مقدمه

در شکل دهي فلزات به روش نورد, جهت افزايش توليد و بالا بردن کيفيت نياز به شبيه سازي دقيق پروسة توليد خواهد بود. در اين روش صافي سطح نهايي قطعة شکل داده شده در ماشين نورد تابعي از صافي سطح غلطک هاي فرم دهندة انتهايي ماشين نورد است و بسته به نوع تماس, صافي سطح غلطک ها به قطعه کار منتقل خواهد شد. همچنين مقدار ضريب اصطکاک و صافي سطح نيز تابعي از پارامتر هاي سطح بين غلطک و قطعة توليدي خواهد بود[۱].

هنگامي که دو سطح زبر با هم درتماس باشند، بعلت وجود زبري سطح، برخورد در مکان‌هايي از سطح اتفاق مي‌افتد که دو قله سطح زبر به هم نزديک شوند. در اين شرايط برخورد آغازين اتفاق مي ا فتد و در اين حالت نيروي اعمال شده تنها توسط تعداد اندکي از بلندي هاي دو سطح که باهم در تماس هستند حمل مي شود. مجموع سطوح ناشي از برخورد زبري ها را سطح وا قعي برخورد تعريف مي کنند. سطح واقعي تابعي از بافت سطح، خواص ماده بکاربرده در سطح، شکل هندسي سطح (مسطح، استوانه اي و يا کروي) و يا نوع بارگذاري است.

باافزايش مقدار نيروي اعمال شده، دو سطح نسبت به هم نزديک شده و در نتيجه تعداد برآمدگي هاي در تماس باهم از هر دو سطح افرايش خواهد يافت که به عبارتي همان افزايش سطح واقعي خواهد بود. تغيير شکل روي نقاط برخورد از سطح مشترک دو سطح اتفاق مي‌افتد. اين تغيير شکل ها را مي توان به صورت هاي الاستيک (کشسان)، پلاستيک (مومسان)، ويسکو الاستيک و يا ويسکو پلاستيک تقسيم بندي کرد. زماني که دو سطح زبر نسبت به هم حرکت مي کنند، عکس العمل هاي سطحي، تنش هاي سطحي و زير سطحي در سطح مشترک بين اين دو سطوح گسترش يافته که نتيجه آن ايجاد سايش ذرات و باعث شکست احتمالي سطح و قطعه مي گردد. اولين آناليز هاي تماس خشک سطوح زبر در سال ۱۹۶۶ بوسيله گرين وود و ويليامسون ارايه شد[۲]. آنها با فرض استوانه اي بودن شکل زبري هاي سطح، مساله را حل کردند. همچنين فشار تماسي قله هاي سطح زبر را از نوع هرتزي در نظر گرفتند.

مدلهاي ديگري نيز توسط آرچارد و ويتهاوس در سال ۱۹۷۰ ارايه شد[۳]. در سال ۱۹۸۳، فرانسيس از روش ماتريس موثر (IMM) جهت محاسبه جابجايي قله هاي سطح زبر با فرض داشتن فشار استفاده کرد[۴]. همچنين محققان ديگري از روش (IMM) استفاده کردند. بيشتر محاسبات تماس سطح زبر بااستفاده از روش (IMM) بسيار پيچيده و از مرتبه $O(N^2)$ مي باشد. جايي که N تعداد تقسيمات در هر راستاي سطح زبر است. چنانکه تعداد تقسمات بيشتر شود حجم و زمان محاسبات بسيار طولاني تر خواهد شد. در سال ۱۹۹۱، لوبريخت از تکنيک(MGML) جهت محاسبات خود استفاده کرد[۵]. رن و لي در سال ۱۹۹۳، روش (MGM) را براي حلشان پيشنهاد دادند[۶].

در سال هاي اخير يک تعداد محقق از روش (FFT)، جهت حل مسايل تماس زبري هاي سطح استفاده کردند. مسايل تماس خطي در سال ۱۹۹۶، بوسيله فاريس و ژو آزمايش شد[۷]. درسال ۱۹۹۷، نوگي و کاتو مسايل تماس نقطه اي را مطالعه کردند[۸]. همچنين در سال ۱۹۹۹، ژياولان و کريچ مسايل تماس نقطه اي سطح زبر را با استفاده از روش (CGM) وتکنيک (FFT)، حل کردند[۹]. با توجه به توضيحات داده شده جهت حل عددي مسايل مربوط به شکل دهي فلزات با روش نورد نياز به شبيه سازي سطوح در حال تماس و همچنين شبيهسازي نوع تماس خواهد بود. در مطالعة حاضر تماس دو سطح تخت با استفاده از روش نفوذ زبري هاي دو سطح و تکنيک (FFT)جهت حل ارايه مي‌شود.

روش تحقيق

تئوري

اگر دوسطح زبر مطابق شکل۱ به سمت يکديگر نزديک

شوند، تاجايي که اين دو سطح نسبت به هم مماس شـوند، فاصله ميانگين ارتفاعات دو سطح نسبت به هم به اندازه d خواهد بود. پس از اعمال نيرو قله هاي ممـاس بـر هـم دو سطح به همديگر فشار وارد کرده، در نتيجه آن تغيير شـکل در هردو سطح بوجود مي آيد. مطابق شکل۱، سطح شماره ۱ و سطح شماره ۲ بترتيب تغيير شکل هاي $w_1(x,y)$ و $w_2(x,y)$ را ايجاد مي کنند. تغييـر شـکل کلـي از جمـع تغيير شکل هاي اين دو سطح بد ست خواهد آمد[۱۰].

يعني در داخل ناحيه تماس دو سطح

$$w_1(x,y)+w_2(x,y)=\delta(x,y)\ ;\ p(x,y)>0 \qquad (۱)$$

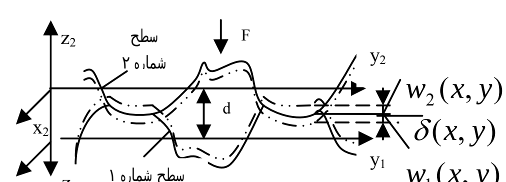
و در خارج ناحيه تماس دو سطح

$$w_1(x,y)+w_2(x,y)>\delta(x,y)\ ;\ p(x,y)=0 \qquad (۲)$$

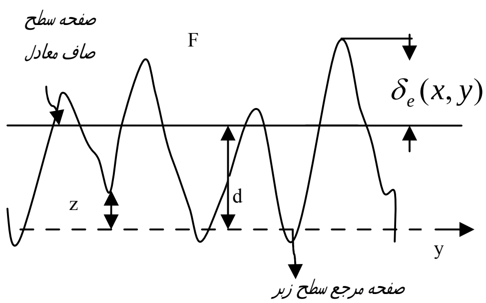
پس تغيير شکل کلي در داخل ناحيه تماس يعني براي فشارهاي مثبت برابر است با[۱۱]

$$\delta_e(x,y)=\frac{2}{\pi E'}\iint_A \frac{p(\xi,\eta)\,d\xi\,d\eta}{\left[(x-\xi)^2+(y-\eta)^2\right]^{1/2}} \qquad (۳)$$

اکنون با توجه به توضيحات اشاره شده مبني برتماس دو سطح زبر، مي توان اين دو سطح را به يک سطح صاف ويک سطح زبر مطابق شکل۲ معادل سازي کرد. اين فرض، نخستين بار تو سط گرين وود و ويليامسون در سال۱۹۶۶ ارايه شد[۲]. فرض مهم و پايدار براي اين مدل اينست که توزيع زبر بر روي دو سطح



شکل۱- دياگرام تغييرشکل الاستيک تماس سطح



شکل ۲- سطح زبر معادل با سطح صاف معادل

بايستي از نوع توزيع گوسي باشد. ازاينرو پارامترهاي مهـم ميانگين مربعات R_q و طول همبستگي β^* جهت طراحي سطوح تصادفي و معادل کردن اين دو پـارامتر مهـم سـطح براي مسايل تماسي بصورت زير خواهد بود[۱۲] :

$$R_{q,c}=(R_{q,1}^2+R_{q,2}^2)^{1/2}$$
$$\frac{1}{\beta_c^*}=\frac{1}{\beta_1^*}+\frac{1}{\beta_2^*} \qquad (۴)$$

بر اساس اين فـرض مـسايل تمـاس دو سـطح زبـر مـورد بررسي قرار مي گيرنـد. بـا توجـه بـه شـکل۲ مقـدار ايـن جابجايي در ناحيه الاسـتيک يعنـي $\delta_e(x,y)$، از اخـتلاف ناحيه جدايش، يعنـي d، بـا ارتفاعـات سـطح زبـر معـادل بدست خواهد آمد. يعني اينکه

$$\delta_e(x,y)=z(x,y)-d \qquad (۵)$$

بااستفاده از رابطه فوق مقدار نفوذ زبري ها محاسبه مي‌شود. تغيير شکل هاي ناشي از تماس را مي توان با استفاده از معادله (۳) بصورت زير تعريف کرد [۱۱]:

$$\delta_e(k,l)=\frac{2}{\pi E'}\sum_{j-1}^{nx}\sum_{i-1}^{ny}p_{i,j}\,D_{m,n} \qquad (۶)$$
$$m=|k-i+1| \quad and \quad n=|l-j+1|$$

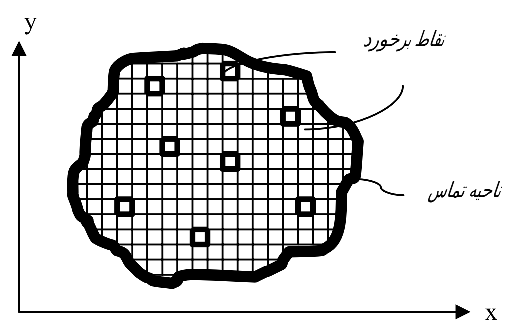
که در آن$D_{m,n}$ و E' ماتريس موثر و مدول الاستيسيته مرکب مي باشند. همچنين مي توان معادله (۶) را به شکل

ماتريسي بيان کرد.

$$c.[D]\{p\}=\{\delta_e\}\ ,\quad \mathrm{c}=\frac{2}{\pi \mathrm{E}'} \qquad (۷)$$

روش عددي

در اين مقطع روش عددي انجام شده مورد بحث قرار مي گيرد. مطابق شکل۲، تنها تعدادي از نقاط که اندازه ارتفاعاتشان بزرگتر از ناحيه جدايش d باشند، در تماس هستند. براي درک بهتر اين موضوع نقاط برخورد مانند شکل۳ توليد مي شوند. پس با توجه به شکل۳، فقط درنقاط برخورد قله ها ي سطح زبر، تماس وجود دارد. بنابراين در اين نقاط فشارهرتزي وجود داشته و در بقيه ناحيه تماس مقدار اين فشار برابر صفر خواهد بود. با توجه به اينکه در بخش مقدمه اشاره به روشهاي مختلفي شد، تمامي اين روشها به دوحالت کلي خلاصه مي شوند. يکي از اين روشها استفاده از حل همزمان دستگاه معادله هاي (۵) و (۷) براي بدست آوردن فشارهاي تماسي است.



شکل۳- نماي تفکيک شده ناحيه تماس

روش ديگر استفاده از معکوس ماتريس جهت حل اين دو معادله مي باشد. استفاده از اين دو روش همراه با مشکلاتي خواهد بود. در روش اول يعني حل معادلات با استفاده از دستگاه، زمان محاسبات بسيار طولاني است. در روش استفاده از معکوس ماتريس نيز علاوه بر طولاني بودن زمان محاسبات، دربعضي ازشرايط ماتريس $D_{m,n}$ يا همان ماتريس الاستيک، همگن يا اينکه دترمينان اين ماتريس برابر صفر خواهد شد. براي رفع اين مشکلات يکي از راه حل ها، بکارگيري تکنيک FFT براي حل معادلات مي باشد. در اين قسمت نحوه استفاده از اين روش جهت حل معادله الاستيک، بدست آوردن تغيير شکل سطح، فشار و متعاقب آن همگرايي نيروي اعمال شده تشريح خواهد شد. همانطورکه قبلاً نيز اشاره شد همگن بودن ماتريس الاستيک در روش استفاده ازFFT، مشکلي را در روند محاسبات بوجود نياورده است و اين يکي از ويژگي هاي بسيار مهم در بکارگيري روش FFT مي باشد. ويژگي ديگر اين روش نسبت به ديگر روش ها اينست که ماتريس الاستيک فقط يک بار محاسبه خواهد شد، درصورتي که در ديگر روشها به ازاي هر بار تکرار محاسباتي اين ماتريس بايست محاسبه گردد. همچنين محاسبه اين ماتريس درهر تکرار، به زمان زيادي نياز خواهد داشت.

معادله تغيير شکل الاستيک دوسطح يعني معادله (۶) را از نظر رياضي مي توان بصورت شکل پيچش متغييرهاي فشار و ماتريس الاستيک توصيف کرد.

$$\delta_e(x,y)=\frac{2}{\pi E'}\,p(x,y)*D(x,y) \qquad (۸)$$

يکي از نقش هاي مهم تبديل فوريه، استفاده آن در تئوري پيچش مي باشد. بعبارت ديگر استفاده از اين تبديل چه در حوزه زمان و چه در حوزه مکان در مسايل پيچش ممکن مي باشد. چنانکه $p(x,y)$ داراي تبديل فوريه $\hat{p}(f_x,f_y)$ و $D(x,y)$ داراي تبديل فوريه $\hat{D}(f_x,f_y)$ خواهد بود. يعني تبديل فوريه $p(x,y)*D(x,y)$ بصورت $\hat{p}(f_x,f_y).\hat{D}(f_x,f_y)$ مي‌باشد. بنابراين بين تئوري پيچش و تبديل فوريه رابطه رياضي وجود دارد.

$$p(x,y)*D(x,y)\Leftrightarrow \hat{p}(f_x,f_y).\hat{D}(f_x,f_y) \qquad (۹)$$

با توجه براين اصل، از روابط (۸) و (۹) داريم

$$\hat{\delta}_e(f_x,f_y)=\frac{2}{\pi E'}\,\hat{p}(f_x,f_y).\hat{D}(f_x,f_y) \qquad (۱۰)$$

در نهايت تغيير شکل بين دو سطح را مي توان از عکس تبديل فوريه يا همان $IFFT$ معادله بالا بدست آورد. فشارهاي ناشي از برخورد قله هاي دو سطح را با داشتن تغيير شکل هاي آن، مي توان بدست آورد. يعني

$$\hat{p}(f_x, f_y) = \frac{\hat{\delta}_e(f_x, f_y)}{\frac{2}{\pi E'}\hat{D}(f_x, f_y)} \qquad (۱۱)$$

در پايان فشار هاي ناشي ازتماس قله هاي بين دو سطح را مي‌توان از عکس تبديل فوريه يا همان $IFFT$ معادله (۱۱) بدست آورد. اکنون با توجه به اينکه فشارهاي ناشي از تماس قله هاي دو سطح زبر بدست آمد. مساله مهم ديگر در مسايل عددي تماس خشک دو سطح، همگرايي عددي خواهد بود. بعد از بدست آوردن فشارهاي ناشي از تماس قله هاي دو سطح، مي توان نيروي اعمال شده بين دو سطح را با استفاده از فشار تماسي بدست آمده محاسبه کرد. در اين روش اگر نيروي بدست آمده از حل عددي با نيروي اعمالي اوليه يکي نباشد، آنگاه مقدار جدايش اوليه يا همان d راتغييرداده و اين تغيير تا زماني ادامه دارد که نيروي بدست آمده از حل عددي با نيروي اعمالي اوليه برابر باشد. همگرايي عددي نيروي اعمال شده به سطح بسيار حساس است.

کنترل همگرايي عددي براي اين روش بصورت زير مي‌باشد.

$$d^{new} = d^{old} + \lambda((F' - F)/F) \qquad (۱۲)$$

نيروي بدست آمده از حل عددي، F نيروي اعمال شده به دو سطح، λ ضريب همگرايي بين ۰/۰۵ تا ۰/۰۰۱ است.

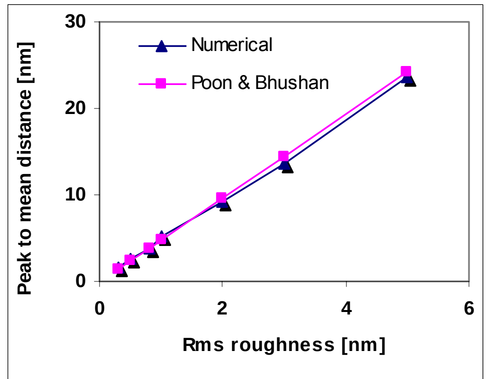
اين کنترل هنگامي که نيروي بدست آمده از حل عددي بيشتر از نيروي اعمال شده باشد، مقدار جدايش را بيشتر مي کند و در غير اينصورت مقدار جدايش را کمتر خواهد کرد. همچنين محک همگرايي دراين روش عددي 10^{-4} انتخاب شده است.

بحث و نتايج

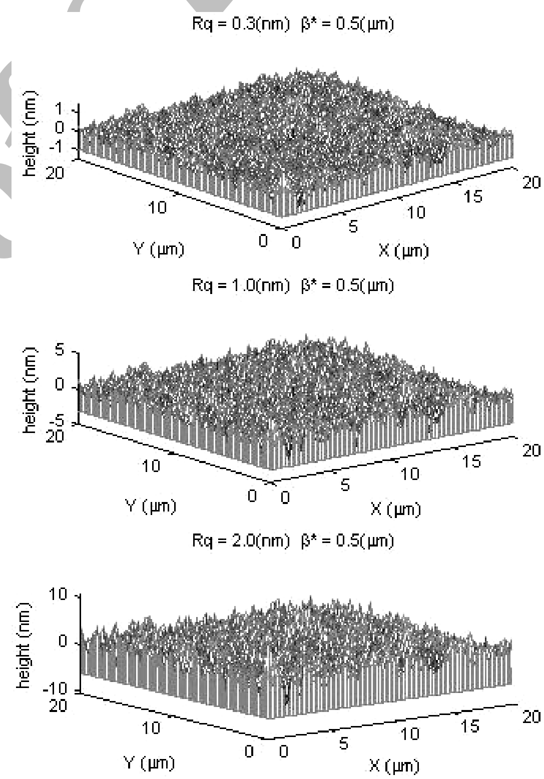
در اين بخش براي صحت روش و تکنيک بکار برده شده جهت مدلسازي سطح، مقايسه اي با حل عددي پون و بوشان انجام شده است. آنها در سال۱۹۹۵ حلشان را با استفاده از تکنيک FIR براي دو سطح زبر تخت، با ابعاد۲۰ در۲۰ ميکرون انجام دادند[۱۲]. براي اين منظور نتايج حاصل از مدلسازي توسط پون و بوشان با استفاده از تکنيک FIR، با حل عددي حاضر با استفاده از تکنيک FFT با همان شرايط ذکر شده در شکل۴ مقايسه شده است. اين مقايسه بين مقدار پيک ارتفاع به ميانگين فاصله به ازاي $\beta^* = 0.5(\mu m)$ و ميانگين مربع زبري هاي مختلف است. همانطور که مشاهده مي شود مقدار پيک ارتفاع به ميانگين فاصله به ازاي طول همبستگي ثابت $\beta^* = 0.5(\mu m)$، با افزايش مقدار ميانگين مربعات زبري سطح تقريبا بصورت خطي افزايش مي‌يابد. بطوري‌که مقدار خطاي روش FFT نسبت به FIR بسيار کم مي باشد و بيشترين خطا ۶ درصد بوده است.

نمونه هايي از سطوح زبر با توزيع گاوسي با مقدار ثابت $\beta^* = 0.5(\mu m)$ و R_q هاي مختلف بترتيب برابر۰/۳، ۱/۰ و۲/۰ حاصل از تکنيکFFT در شکل۵ مشاهده مي شوند.

مقايسه ديگر جهت صحت روش و تکنيک بکار گرفته شده براي تحليل مسايل تماس سطوح تخت با استفاده از تکنيک FFT، با حل عددي يو و بوشان مي‌باشد.آنها در سال۱۹۹۶ حلشان را با استفاده از تکنيک FIR براي تماس دو سطح زبر تخت، با ابعاد۲۰ در۲۰ ميکرون با مدول الاستيسيته ۲۰۰ گيگا پاسکال بدست آوردند [۱۳]. نتايج اين مقايسه در شکلهاي۶ و ۷ نمايش داده شده است. اين اشکال رفتار سطح واقعي تماس به ازاي تغييرات فشار ظاهري يا فشار بکار گرفته شده روي سطح کل را نمايش مي دهد. بيشترين اختلاف درصد بين اين دو حل عددي ۹ درصد است. اکنون نتايج حاصل از

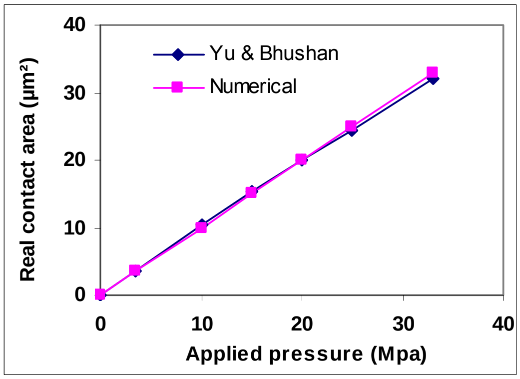


شکل۴- مقايسه مقدار پيک ارتفاع به ميانگين فاصله به ازاي R_q هاي مختلف و $\beta^* = 0.5\mu m$

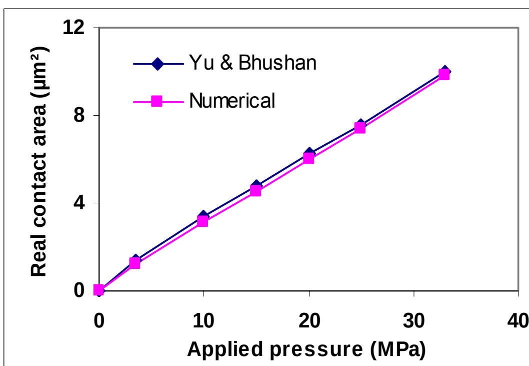


شکل ۵- سطوح توليد شده به ازاي $\beta^* = 0.5(\mu m)$ و R_q هاي مختلف با استفاده از روش **FFT**

مسايل تماسي دو سطح تخت زبر با استفاده از تکنيک FFT ارايه خواهد شد. در سال ۱۹۷۰، گرين وود و ويليامسون رابطه کلي زير را جهت مسايل تماس سطوح زبر استنتاج کردند[۲].



شکل ۶- تغييرات سطح واقعي تماس با فشار اعمالي براي دو سطح تخت با $R_q = 1.0nm$ و $\beta^* = 0.5\mu m$



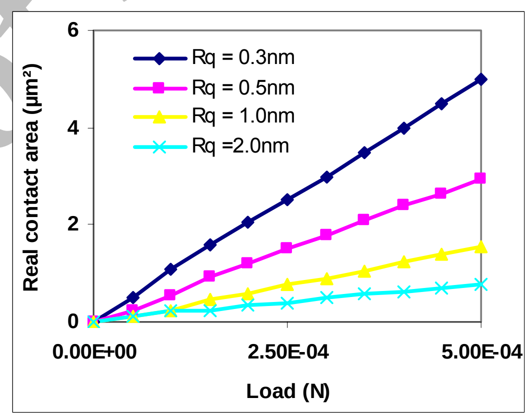
شکل ۷- تغييرات سطح واقعي تماس با فشار اعمالي براي دو سطح تخت با $R_q = 3.0nm$ و $\beta^* = 0.1\mu m$

$$\frac{W}{A_r} \propto \frac{E' R_q}{\beta^*} \qquad (۱۳)$$

در اينجا نتايج بدست آمده با توجه به رفتار فرمول(۱۳) بررسي خواهد شد. مشخصات و اطلاعات بکار برده جهت حل عددي از سطح توليد شده با استفاده از تکنيک FFT، با توزيع گاوسي مطابق شکل ۵، با مدول الاستيسيته دو سطح تخت بترتيب برابر ۴۵۰ و ۱۳۰ گيگاپاسکال و نسبت پواسون ۰/۲۳ و ۰/۲۵، طول وعرض دو سطح بصورت بابعد برابر ۲۰ ميکرون و بصورت بدون بعد برابر ۲/۰ واحد است و مدت زمان اجراي کد حدوداً دو دقيقه مي باشد. همانطور که از شکل۸، مشاهده مي‌شود با ثابت در نظر گرفتن ميانگين مربعات، هنگامي که نيرو افزايش ميابد سطح واقعي تماس بيشتر خواهد شد. همچنين با ثابت در

نظر گرفتن نيرو، وقتيكه ميانگين مربعات زياد شود مقدار سطح واقعي تماس بطور خطي تقريباً كاهش ميابد. در واقع همان فرضياتي كه گرين وود و ويليامسون اشاره كردند، نتايج بدست آمده از شكل۸، فرضياتشان را تصديق مي كند.

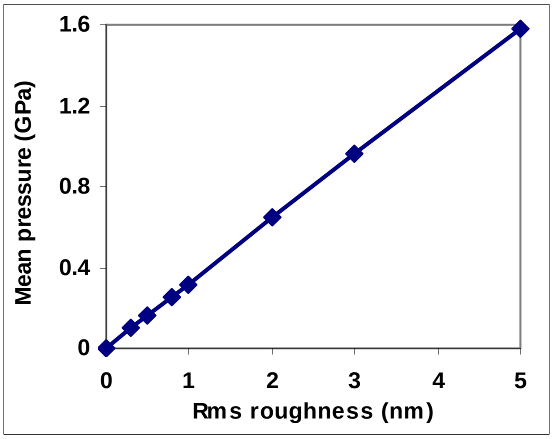
چنانچه در شكل۹ مشاهده مي شود، با افزايش ميانگين مربعات زبري سطح مقدار فشار ميانگين نيز بطور خطي افزايش يافته است. اكنون تغييرات سطح واقعي تماس با نيرو براي سه نوع طول همبستگي مختلف در شكل۱۰ نمايش داده شده است. با افزايش طول همبستگي با فرض نيروي ثابت، مقدار سطح واقعي تماس افزايش خواهد يافت.



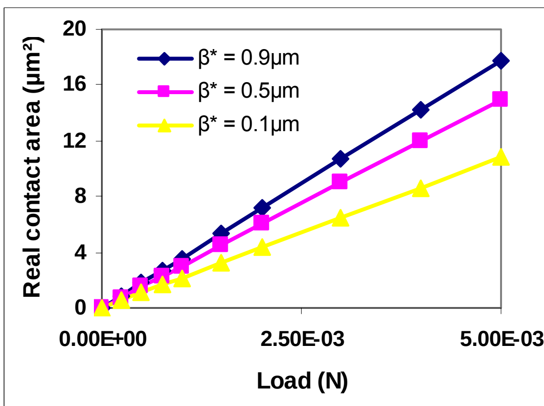
شكل۸- تغييرات سطح واقعي تماس با نيرو براي R_q هاي مختلف و $\beta^* = 0.5\mu m$

همچنين با ثابت در نظر گرفتن مقدار طول همبستگي، با افزايش نيرو مقدار سطح واقعي تماس تقريباً بطور خطي افزايش يافته است.

همانطور كه مشاهده گرديد، نتايجي كه گرين وود و ويليامسون درمطالعات و آزمايشها در قالب اثرات طول همبستگي ابراز كردند، در اين تحقيق نيز يكي شد. شكل۱۱، تغييرات فشار ميانگين با طول همبستگي را نمايش مي دهد، با افزايش مقدار طول همبستگي فشار ميانگين كاهش يافته است. اكنون اثرات جنس سطح در حال تماس يا مدول الاستيسيته مركب روي تغييرات سطح واقعي تماس و فشار ميانگين به ازاي طول همبستگي



شكل۹- تغييرات فشار ميانگين با ميانگين مربعات زبري براي R_q هاي مختلف و $\beta^* = 0.5\mu m$

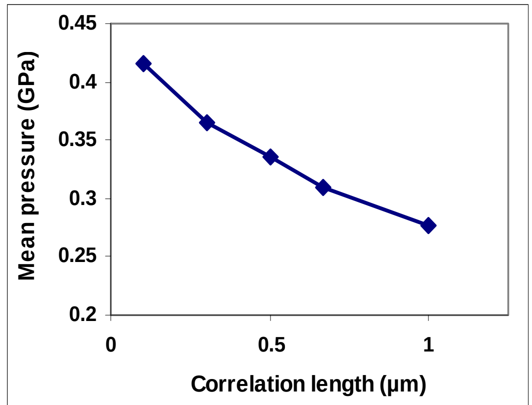


شكل۱۰- تغييرات سطح واقعي تماس با نيرو براي β^* هاي مختلف و $R_q = 1.0nm$

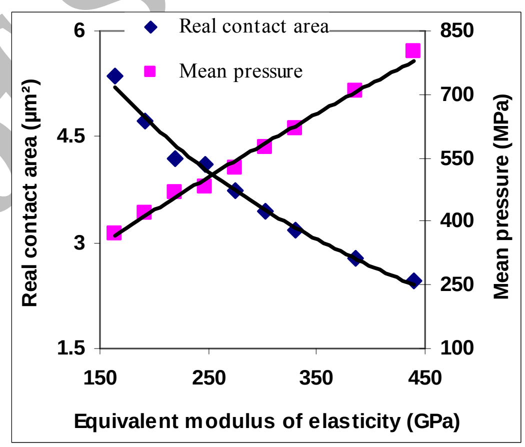
ثابت $\beta^* = 0.5\mu m$ و $R_q = 1.0nm$ در شكل۱۲ ارايه شده است. با افزايش مدول الاستيسيته مركب سطح واقعي تماس و فشار ميانگين بترتيب كاهش و افزايش خواهند داشت.

نمونه هايي از توزيع فشار و سطح واقعي تماس در شكل هاي۱۳تا ۱۵ براي شرايط ذكر شده نمايش داده شده است بطوريكه در آنP_n، A_n و W بترتيب فشار اعمالي، سطح ظاهري و نيروي اعمالي است.

با توجه به شكل ۱۳ با ثابت در نظر گرفتن مقدار ميانگين مربعات زبري برابر۱/۰ نانو متر، زماني كه مقدار طول



شکل۱۱- تغييرات فشار ميانگين با سطح واقعي تماس براي β^* هاي مختلف و $R_q = 1.0nm$



شکل۱۲- تغييرات فشار ميانگين و سطح واقعي تماس به ازاي تغييرات مدول الاستيسيته مرکب

همبستگي از مقدار ۰/۱ به ۱/۵ ميکرون برسد ميزان توزيع فشار کمتر مي شود و در نتيجه آن سطح واقعي تماس نيز بيشتر شده است. بطوريکه با افزايش طول همبستگي از ۰/۱ به ۱/۵ ميکرون، نسبت ميزان سطح واقعي تماس به سطح تماس ظاهري از ۰/۰۶ به ۰/۱۷۴ بيشتر شده است و فشار ميانگين از ۵۴۲/۴ مگاپاسکال به ۱۸۶/۶ مگاپاسکال کاهش داده است.

از شکل۱۴ مشاهده مي شود، زماني که مقدار ميانگين مربعات زبري از مقدار ۰/۴ نانو متر به ۳/۰ نانو متر برسد و مقدار طول همبستگي ثابت باشد، توزيع فشار بيشتر شده است و ميانگين فشار از مقدار ۱۰۲/۴ به ۷۷۰/۵ مگاپاسکال افزايش داشته است. همچنين سطح واقعي تماس کمتر شده است و نسبت سطح واقعي تماس از ۰/۳۱۷ به ۰/۰۴۲ کاهش داشته است.

همچنين در شکل ۱۵ توزيع فشار و سطح واقعي تماس براي شرايط ذکر شده نمايش داداه شده است. هرگاه مقدار فشار اعمالي به سطح را از مقدار بسيار کمي برابر ۳۲/۵ کيلو پاسکال، به مقدار ۳۲/۵ مگاپاسکال بيشتر شود توزيع فشار و سطح واقعي تماس نسبت به هم بسيار متفاوت هستند. با توجه به شکل براي فشار اعمالي ۳۲/۵ کيلو پاسکال تعداد نقاط تماس بسيار کم است بطوري که فشار ميانگين برابر ۱۷۵/۹ مگاپاسکال و نسبت سطح واقعي تماس به سطح ظاهري برابر $۱/۸۶*۱۰^{-۴}$ مي باشد. با افزايش فشار اعمالي به سطح تعداد نقاط تماس بيشتر شده است بطوري که با فشار اعمالي ۳۲/۵ مگاپاسکال نسبت سطح واقعي تماس به سطح ظاهري برابر با ۰/۱۲۷ است و فشار ميانگين برابر ۲۵۵/۸مگاپاسکال مي باشد.

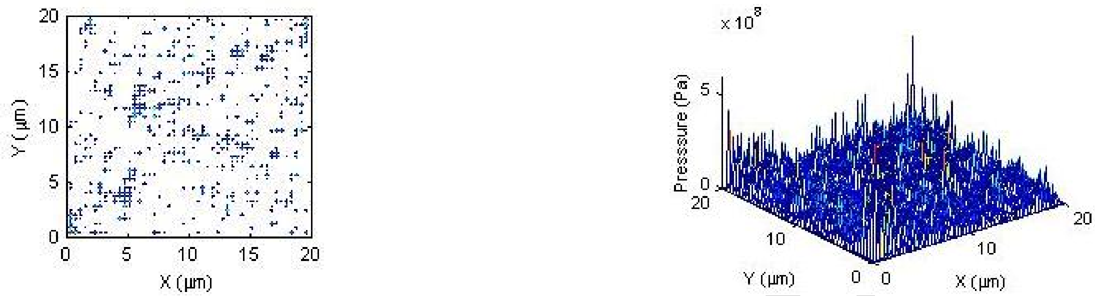
نتيجه گيري

۱- مقدار پيک ارتفاع به ميانگين فاصله به ازاي طول همبستگي ثابت، با افزايش مقدار ميانگين مربعات زبري سطح تقريبا بصورت خطي افزايش ميابد.

۲- باافزايش مقدار نيرو سطح واقعي تماس بيشترخواهد شد. اين در حالتي است که مقدار ميانگين مربعات سطح، طول همبستگي و مدول الاستيسيته ثابت در نظر گرفته شود. هرگاه مقدار نيرو، طول همبستگي و مدول الاستيسيته تغيير نکند و ميانگين ارتفاعات سطح زيادتر شود مقدار سطح واقعي تماس بطور خطي کمتر شده و فشار ميانگين نيز بطور خطي افزايش خواهد داشت.

۳- زماني که مقادير نيروي اعمالي، ميانگين مربعات زبري سطح و مدول الاستيسيته ثابت و طول همبستگي زيادتر شود سطح واقعي تماس

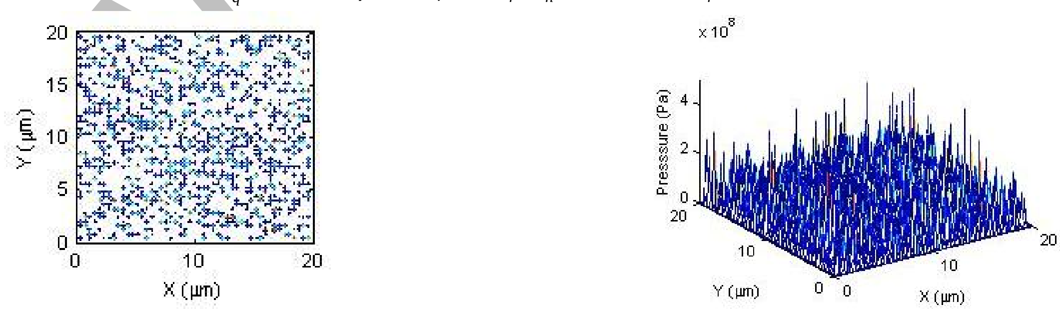
$R_q = 1.0nm; \quad \beta^* = 0.1\mu m; \; A_r/A_n = 0.06; \; W/A_r = 5424MPa$



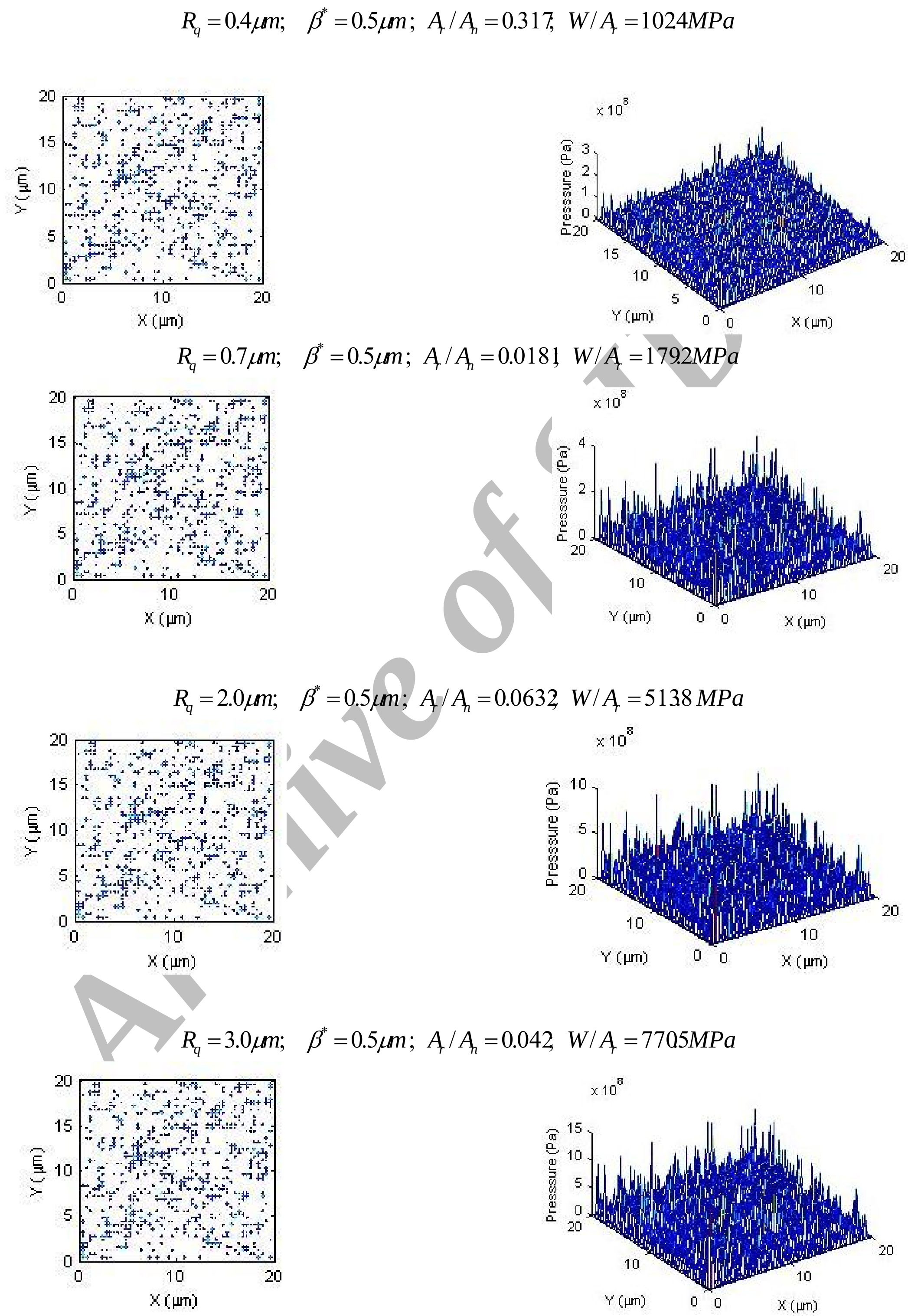
$R_q = 1.0nm; \quad \beta^* = 0.8\mu m; \; A_r/A_n = 0.0782; \; W/A_r = 4154MPa$

$R_q = 1.0nm; \quad \beta^* = 1.0\mu m; \; A_r/A_n = 0.0887; \; W/A_r = 3661MPa$

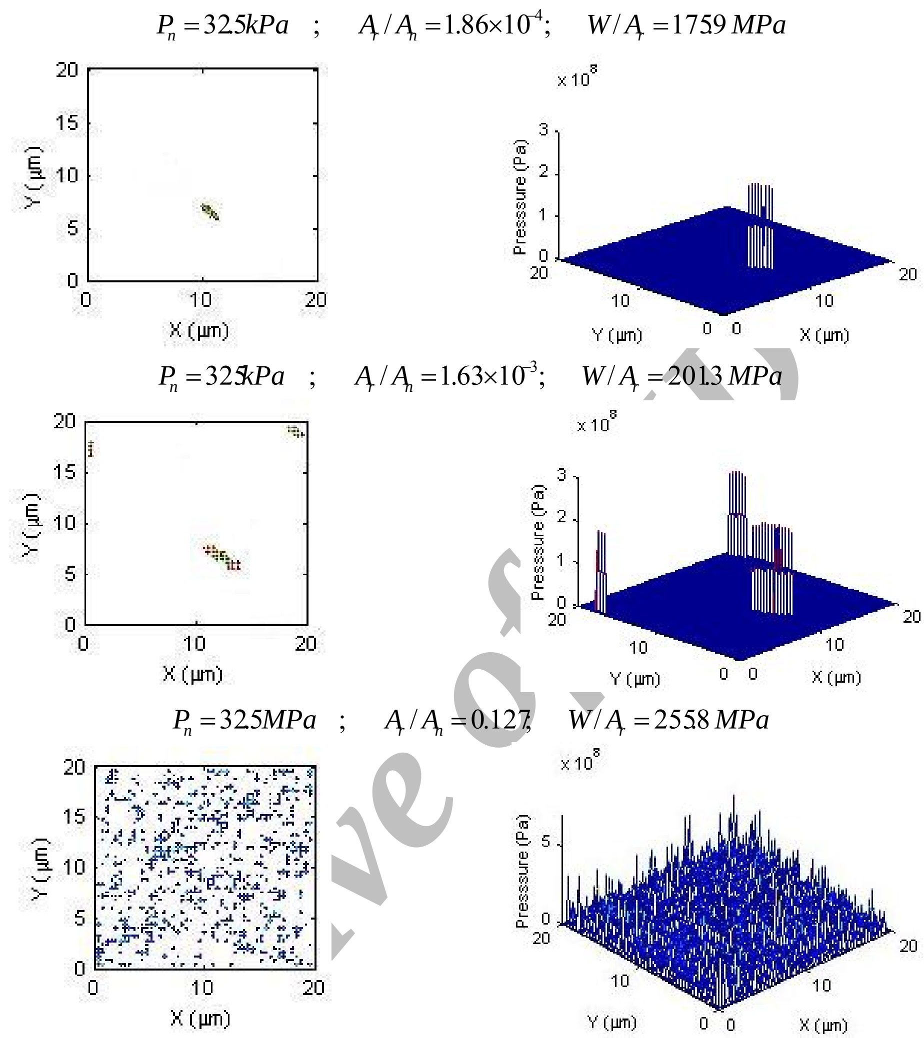
$R_q = 1.0nm; \quad \beta^* = 1.5\mu m; \; A_r/A_n = 0.174; \; W/A_r = 1866MPa$



شکل ۱۳- نمايش توزيع فشار بصورت سه بعدي و توزيع سطح تماس واقعي براي **R_q=0.1** و **β^*** هاي مختلف



شکل ۱۴- نمايش توزيع فشار بصورت سه بعدي و توزيع سطح تماس واقعي براي $\beta^* = 0.5$ و R_q هاي مختلف



شکل ۱۵- نمايش توزيع فشار بصورت سه بعدي و توزيع سطح تماس واقعي به ازاي فشار اعمالي مختلف

افـزايش يافتـه و فـشار ميـانگين کـاهش پيـدا خواهدکرد.

همچنين با افزايش مدول الاستيسيته سـطوح زبـر در حـال تمـاس در صـورتي کـه مقـادير طـول همبـستگي، ميـانگين ارتفاعـات سـطح و نيـروي اعمالي ثابت فرض شوند، مقدار سطح واقعي قله-هاي درحال تماس کمتر شده ولي فـشار ميـانگين بيـشتر خواهـد شـد. تمـامي نتـايج بدسـت آمـده درخصوص تماس دو سطح تخـت زبـر بـصورت خشک، با نتايجي که گرين وود و ويليامـسون در قالب فرمول بيان کردند، همخواني داشت.

۴- متداولترين روش براي توليد سطوح و مدل تماسي دو سطح روش FFT مي باشد. با توجه به اينکه سطوح هرچه بيشتر حالت تناوبي داشته باشد دقت اين روش بيشتر مي باشد. از طرفي سرعت محاسبه با استفاده از تکنيک FFT نسبت به ديگر روشها بسيار سريع تر مي‌باشد. همچنين اين روش زمان محاسبه را پايين مي‌آورد.

مراجع

1. J. A. Schey, *Surface roughness effect in metalworking lubrication*, Lubric. Engineer, 39(1983)376-382.
2 J. A. Greenwood and J. B. Williamson, *Contact of nominally flat surfaces*, Proc, Roy Soc, A295(1966)300-319.
3. D. J. Whitehouse and J. F. Archard, *The properties of surfaces of significance in their contact*, Proceeding of Royal Society of London, A316(1970)97-121.
4. H. A. Francis, *The accuracy of plan-strain models for the elastic contact of three-dimensional rough surfaces*, Wear, 85(1983)239-256.
5. A. A. Lubrecht and E. Ioannides, *Afast solution to the dry contact problem and the associated sub-surface stress field*, Using Multilevel Techniques, ASME Journal of Tribology, 113(1991)128-132.
6. N. Ren and S. C. Lee, *Contact simulation of three-dimensional rough surfaces using moving grid method*, ASME Journal of Tribology, 115(1993) 597-601.
7. Y. Ju and T. N. Farris, *Spectral analysis of tow-dimensional contact problem,* ASME Journal of Tribology, 118(1996)320-328.
8. T. Nogi and T. Kato, *Influence of hard surface layer on the limit of elastic contact-part 1: analysis using a real surface method*, ASME Journal of Tribology, 119(1997)493-500.
9. A. Xiaolan and K. Sawamiphakdi, *Solving elastic contact between rough surfaces as an unconstrained strain energy minimization by using CGM and FFT techniques,* Journal of Tribology, 121(1999)639-647.
10. J. Yongqing and Zh. Linqing, *A full numerical solution for the elastic contact of three-dimensional real rough surface,* Wear, 157(1992)151-161.
11. K. L. Johnson, *Contact Machanics*, Cambridge University Press, (1985)265-280.
12. M. Maria, M. H. Yu and B. Bhushan, *Contact analysis of three-dimensional rough surfaces under frictional contact*, Wear, 200 (1996) 265-280.