

مجله علوم آماری، بهار و تابستان ۱۳۸۸
جلد ۳، شماره ۱، ص ۳۱-۴۶

تأثیر انواع مختلف نقاط پرت بر مدل GARCH

رحیم چینی پرداز، هدی کامرانفر
گروه آمار، دانشگاه شهید چمران اهواز

تاریخ دریافت: ۱۳۸۸/۲/۱۶ تاریخ آخرین بازنگری: ۱۳۸۸/۷/۲۸

چکیده: در این مقاله انواع نقاط پرت نوساز، جمع پذیر، تغییر سطح و تغییر موقت در سری های زمانی معرفی و اثر آنها در تعیین مدل، برآورد پارامترها و باقیمانده های مدل مورد بررسی قرار گرفته است. در مطالعه ای شبیه سازی، مدل $GARCH(1, 1)$ را در نظر گرفته و آن را با هر یک از نقاط پرت در نقطه زمانی خاصی ادغام کرده، سپس به بررسی و مقایسه تأثیر هر نوع نقطه پرت روی این مدل پرداخته شده است. در نهایت باقیمانده ها با حضور نقطه پرت و سری زمانی که از تفاضل باقیمانده ها با حضور نقطه پرت و بدون آنها به دست می آید، مورد بررسی قرار گرفته و تأثیرات آنها در نمودارها نشان داده شده است.

واژه های کلیدی: تغییر سطح، نقاط پرت جمع پذیر، تغییر موقت، نقاط پرت نوساز، مدل GARCH.

۱ مقدمه

بسیاری از سری های زمانی در عمل تحت تأثیر رویداد هایی خارجی نظیر: اعتصاب ها، ظهور جنگ، بحران های سیاسی و غیره قرار می گیرند. نتیجه این پیشامدهای باز

آدرس الکترونیکی نویسنده مسئول: هدی کامرانفر، rchinipardaz@yahoo.com
کد موضوع بندی ریاضی (۲۰۰۰): 62M10, 62M20

۳۲ مجله علوم آماری، بهار و تابستان ۱۳۸۸، جلد ۳، شماره ۱، ص ۳۱-۴۶

دارنده، که نقاط پرت نامیده می شوند، ظهور مشاهدات تصنعی است که با سایر مشاهدات سری زمانی سازگاری ندارد. چشم پوشی از این اختلال‌ها می‌تواند در شناسایی و برآورد پارامترهای مدل و در نتیجه بر پیش‌بینی سری زمانی اثر نموده و زمینه ساز بروز خطاهای آماری گردد. روش معمول در مواجهه با نقاط پرت معمولاً در ابتدا، شناسایی مکان و نوع آنها و در مرحله بعد تعدیل اثرات آنها است و در نهایت برآورد پارامترهای مدل و انجام پیش‌بینی‌ها است. تاکنون چهار نوع نقاط پرت در سری‌های زمانی مورد بررسی قرار گرفته‌اند که عبارتند از: نقاط پرت جمع‌پذیر، نقاط پرت نوساز، تغییر سطح، تغییر موقت. نقاط پرت در سری‌های زمانی اتو رگرسیو میانگین متحرک توسط افرادی چون فاکس (۱۹۷۲)، تسی (۱۹۸۶)، داتسچ و همکاران (۱۹۹۰)، چن و لیو (۱۹۹۳)، مورد بررسی قرار گرفته‌اند.

مدل‌های $ARCH$ و $GARCH$ از مهمترین مدل‌های مورد استفاده در مسائل اقتصادی هستند که توسط انگل (۱۹۸۲) و بولرسلف (۱۹۸۶) معرفی شده‌اند. بیلی و بولرسلف (۱۹۸۹) نشان دادند در صورت وجود نقطه پرت در مدل‌های $GARCH$ تأثیرات نامناسبی در برآورد و پیش‌بینی به وجود می‌آید. به دنبال آن فرانس و قیجسلس (۱۹۹۹) روش تکراری را مشابه آنچه چن و لیو (۱۹۹۳) در شناسایی نقاط پرت مدل‌های $ARMA$ پیشنهاد کرده بودند، برای مدل‌های $GARCH$ ارائه دادند. گسترش این کار توسط چارلز و دارنی (۲۰۰۵) بود که تنها به دو نوع نقطه پرت جمع‌پذیر و نوساز بدون بررسی تأثیر آن نقاط پرداخته شده است.

در این مقاله به تأثیر چهار نوع نقطه پرت روی مدل $GARCH$ پرداخته می‌شود. در بخش دوم این مقاله به معرفی یک مدل $GARCH(p, q)$ و رابطه آن با مدل $ARMA(p, q)$ پرداخته شده است. بخش سوم اختصاص به معرفی مدل $GARCH$ توأم با نقاط پرت داشته و در بخش چهارم به شبیه‌سازی مدل $GARCH(1, 1)$ پرداخته می‌شود. در بخش پنجم به باقیمانده‌های مدل سری زمانی با حضور نقطه پرت و بدون حضور نقاط پرت پرداخته شده است.

ر. چینی پرداز، ه. کامرانفر: تأثیر انواع مختلف نقاط پرت بر مدل GARCH ۳۳

۲ مدل $GARCH(p, q)$

مدل اتورگرسیو واریانس ناهمگن شرطی تعمیم یافته ($GARCH$) با مرتبه $q > 0$ و $p \geq 0$ به صورت

$$\begin{aligned}\epsilon_t &= \nu_t \sqrt{h_t}, \\ h_t &= \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \epsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^p \beta_j h_{t-j},\end{aligned}$$

تعریف می شود، که در آن $\alpha_0 > 0, \alpha_i \geq 0, i = 1, 2, \dots, q, \beta_j \geq 0, j = 1, 2, \dots, p, \sum_{i=1}^q \alpha_i + \sum_{j=1}^p \beta_j < 1$ شرط مانایی اکید و یکتایی فرآیند است. ν_t فرآیند نوفه سفید با میانگین صفر و واریانس یک است. همچنین $\epsilon_t | \epsilon_{t-1}, \epsilon_{t-2}, \dots \sim N(0, h_t)$ است. با تعریف $\eta_t = \epsilon_t^2 - h_t$ و جایگذاری h_t می توان مدل را به صورت

$$\begin{aligned}\epsilon_t^2 - \eta_t &= \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \epsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^p \beta_j (\epsilon_{t-j}^2 - \eta_{t-j}), \\ \epsilon_t^2 &= \alpha_0 + \sum_{i=1}^{\max(p,q)} (\alpha_i + \beta_i) \epsilon_{t-i}^2 + \eta_t - \sum_{j=1}^p \beta_j \eta_{t-j},\end{aligned}\quad (1)$$

بازنویسی کرد، که دیده می شود هرگاه نوفه سفید ϵ_t به ϵ_t^2 تبدیل شود، مدل $GARCH(p, q)$ قابل تبدیل به یک مدل $ARMA(\max(p, q), p)$ است. در نهایت می توان معادله (۱) را به صورت

$$[\mathbf{1} - \alpha(B) - \beta(B)] \epsilon_t^2 = \alpha_0 + [\mathbf{1} - \beta(B)] \eta_t, \quad (2)$$

بازنویسی کرد، که در آن $\alpha(B)$ و $\beta(B)$ چند جمله ای هایی بر حسب عملگر پسرو B ، به ترتیب از مراتب q و p هستند. یعنی $B \epsilon_t^2 = \epsilon_{t-1}^2$. همچنین

$$\frac{\mathbf{1} - \beta(B)}{\mathbf{1} - \alpha(B) - \beta(B)} = \psi(B)$$

۳۴ مجله علوم آماری، بهار و تابستان ۱۳۸۸، جلد ۳، شماره ۱، ص ۳۱-۴۶

۳ مدل GARCH توأم با نقاط پرت

فرض کنید سری زمانی ایستا و وارون پذیر $GARCH(p, q)$ داده شده به صورت

$$\epsilon_t = \nu_t \sqrt{h_t}, \quad t = 1, \dots, n,$$

تحت تأثیر یک ضربه یا رویداد خارجی قرار گرفته و مدل آن تغییر یافته باشد. یعنی به جای سری زمانی $\{\epsilon_t\}$ به صورت $e_t^\gamma = \epsilon_t + f(t)$ مشاهده شود (چارلز و دارنی ۲۰۰۵)، که در آن $f(t)$ تابع پارامتری و نشان دهنده اثرهای مداخله‌ای است که با توجه به نوع اثرهای مداخله‌ای، ممکن است ثابت یا تصادفی باشد. در عمل $f(t)$ توسط تحلیل گر داده‌ها و بر اساس اطلاع از اثرهای مداخله‌ایی بر فرآیند $\{\epsilon_t\}$ مشخص می‌شود. اثر مداخله‌ای خارجی به صورت

$$e_t^\gamma = \epsilon_t + \omega \zeta(B) I_t^{(T)}, \quad (۳)$$

است، که در آن

$$I_t^{(T)} = \begin{cases} 1 & t = T \\ 0 & t \neq T \end{cases}$$

متغیر شاخص است و درستی تداخل در زمان T را با اثر تداخل اولیه‌ای برابر ω نشان می‌دهد. چند جمله‌ای $\zeta(B)$ نیز وزن تداخل را نشان می‌دهد. تا کنون چهار حالت خاص $f(t)$ که در عمل توجه بیشتری را به خود جلب کرده‌اند عبارتند از:

۱. نقاط پرت نوساز: در این حالت $\zeta(B) = \psi(B)$ و بنابراین $\zeta(B)$ تعریف شده در معادله (۳) به صورت

$$\zeta(B) = \frac{1 - \beta(B)}{1 - \alpha(B) - \beta(B)} = \begin{cases} \frac{1 - \beta_1 B - \beta_2 B^2 - \dots - \beta_p B^p}{1 - (\alpha_1 + \beta_1) B - \dots - (\alpha_n + \beta_n) B^n - \beta_{n+1} B^{n+1} - \dots - \beta_p B^p} & p > q \\ \frac{1 - \beta_1 B - \beta_2 B^2 - \dots - \beta_p B^p}{1 - (\alpha_1 + \beta_1) B - \dots - (\alpha_n + \beta_n) B^n - \alpha_{n+1} B^{n+1} - \dots - \alpha_q B^q} & p < q \\ \frac{1 - \beta_1 B - \beta_2 B^2 - \dots - \beta_p B^p}{1 - (\alpha_1 + \beta_1) B - \dots - (\alpha_p + \beta_p) B^p} & p = q \end{cases}$$

است، به طوری که $n = \min(p, q)$ برای حالت خاص $GARCH(1, 1)$ ، $\zeta(B)$ به صورت $\frac{1 - \beta_1 B}{1 - (\alpha_1 + \beta_1) B}$ ساده می‌شود. در این حالت سری آمیخته با نقطه پرت به صورت

$$e_t^\gamma = \begin{cases} \epsilon_t & t < T \\ \epsilon_t + \psi_j \omega & t = T + j \quad j \geq 0 \end{cases}$$

ر. چینی پرداز، ه. کامرانفر: تأثیر انواع مختلف نقاط پرت بر مدل GARCH..... ۳۵

است، که در آن $\psi_j = (\alpha_1 + \beta_1)^{j-1} \alpha_1$ و $\psi_0 = 1$. این نقطه حاصل تداخل ضربه‌ای است که بر یک مشاهده به خصوص مشاهدات پس از آن، تأثیر می‌گذارد.

۲. نقاط پرت جمع پذیر: در این حالت $\zeta(B) = 1$ و سری آمیخته با نقطه پرت به صورت

$$e_t^2 = \begin{cases} \epsilon_t^2 & t \neq T \\ \epsilon_t^2 + \omega & t = T \end{cases}$$

است، که حاصل تداخل ضربه‌ای است که فقط بر روی یک مشاهده تأثیر می‌گذارد. ۳. تغییر سطح: با تعریف $\zeta(B) = (1 - B)^{-1}$ ، و سری آمیخته با نقطه پرت به صورت

$$e_t^2 = \begin{cases} \epsilon_t^2 & t < T \\ \epsilon_t^2 + \omega & t \geq T \end{cases}$$

به دست می‌آید. این نقطه حاصل تداخل ضربه‌ای است که موجب انتقال سطح سری به اندازه ω به صورت پایدار خواهد بود که بر روی یک مشاهده و دنباله‌ای از مشاهدات پس از آن تأثیر می‌گذارد.

۴. تغییر موقت: در این حالت $\zeta(B) = (1 - \delta B)^{-1}$ ، برای $0 < \delta < 1$ ، و سری آمیخته با نقطه پرت به صورت

$$e_t^2 = \begin{cases} \epsilon_t^2 & t < T \\ \epsilon_t^2 + \delta^j \omega & t = T + j, j \geq 0 \end{cases}$$

تعریف می‌شود. همان‌طور که مشاهده می‌شود، این نقطه حاصل تداخل ضربه‌ای است که موجب ایجاد یک تغییر ناگهانی در سری می‌شود ولی تأثیر آن به صورت نمایی با نرخ δ کاهش می‌یابد.

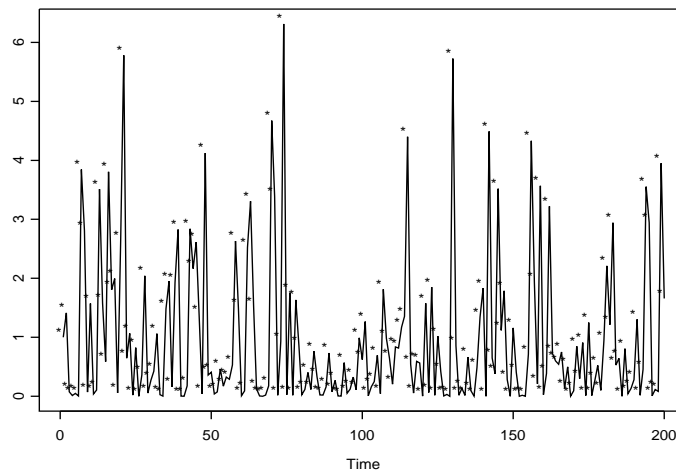
۴ شبیه‌سازی مدل GARCH توأم با نقطه پرت

در این بخش برای بررسی نقاط پرت، به شبیه‌سازی سری زمانی $GARCH(1, 1)$ توأم با نقاط پرت می‌پردازیم. این شبیه‌سازی با نرم افزار *Splus/۸*، برای مدل $GARCH(1, 1)$ با ۲۰۰ مشاهده و مقادیر $\alpha_0 = 0/001$ ، $\alpha_1 = 0/6$ و $\beta_1 = 0/1$ به صورت

$$\epsilon_t^2 = \nu_t^2 h_t, \quad h_t = \alpha_0 + \alpha_1 \epsilon_{t-1}^2 + \beta_1 h_{t-1}, \quad (4)$$

۳۶ مجله علوم آماری، بهار و تابستان ۱۳۸۸، جلد ۳، شماره ۱، ص ۳۱-۴۶

انجام شده است. در این جا ϵ_t^2 یک مدل $GARCH$ بدون نقطه پرت است (شکل ۱).



شکل ۱: شبیه سازی فرآیند $GARCH(1, 1)$

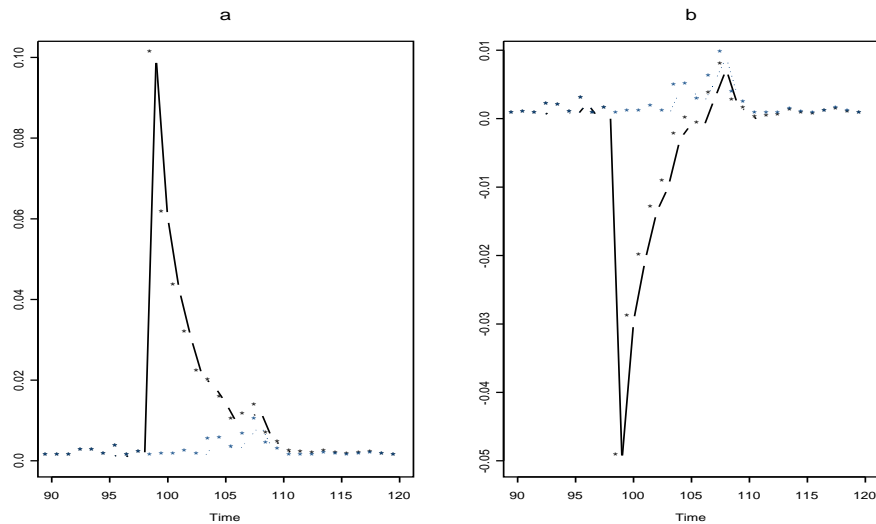
در ادامه سری زمانی رابطه (۴) که با هر یک از انواع نقاط در زمان $t = 100$ ترکیب شده مورد بررسی قرار داده می شود. فرض کنید سری زمانی همراه با نقطه پرت نوساز باشد. در این حالت فرآیند $GARCH(1, 1)$ توأم با نقطه پرت نوساز در زمان $t = 100$ ، عبارت است از

$$e_t^2 = \epsilon_t^2 + \omega \frac{1 - \beta_1 B}{1 - (\alpha_1 + \beta_1) B} I_t^{(100)}$$

در شکل ۲ اثر نقطه پرت نوساز با $\omega = 0/05$ و $\omega = 0/1$ در مدل $GARCH$ از زمان ۹۰ تا ۱۲۰ نشان شده است. همان طور که ملاحظه می شود اثر اولیه ω در زمان ۱۰۰ به وجود آمده و تا زمان ۱۱۰ باقی مانده ولی به سرعت کاهش یافته است.

اگر نقطه پرت جمع پذیر همراه با فرآیند $GARCH(1, 1)$ باشد، در آن صورت فرآیند مورد بررسی با نقطه پرت جمع پذیر در زمان $t = 100$ به صورت $e_t^2 = \epsilon_t^2 + \omega I_t^{(100)}$ است، که در شکل ۳ برای $t = 100$ و $\omega = 0/5, 0/1$ نشان

ر. چینی پرداز، ه. کامرانفر: تأثیر انواع مختلف نقاط پرت بر مدل GARCH..... ۳۷



شکل ۲: شبیه سازی فرآیند $GARCH(1, 1)$ با نقطه پرت نوساز و $(a) : \omega = 0/1$ و $(b) : \omega = -0/05$.

داده شده است.

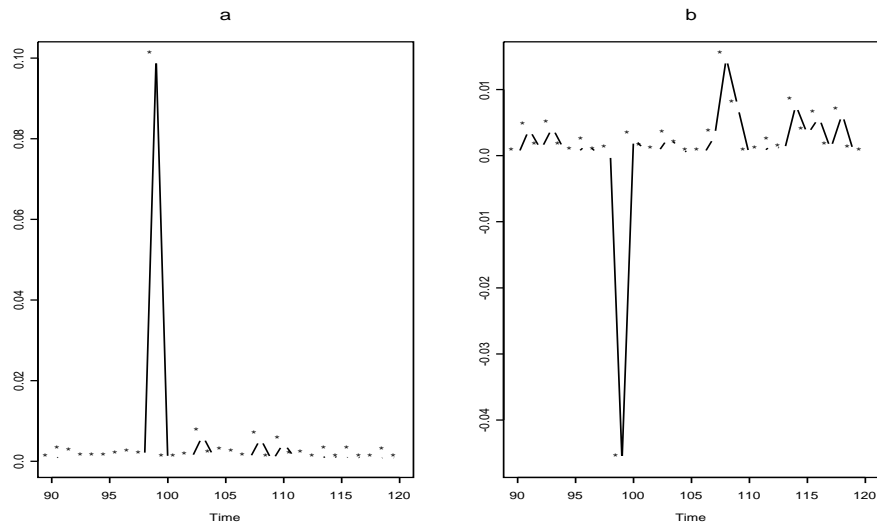
همان طور که ملاحظه می شود اثر ω فقط در $t = 100$ است و بقیه نقاط بدون تغییر باقی می ماند.

در حالت سوم فرض کنید فرآیند $GARCH(1, 1)$ همراه با تغییر سطح در زمان $t = 100$ باشد. در این صورت $e_t^2 = \epsilon_t^2 + (1 - B)^{-1} \omega I_t^{(100)}$ و اثر تغییر سطح بر مدل $GARCH(1, 1)$ در زمان $t = 100$ با $\omega = -0/5, 0/1$ در شکل ۴ نشان داده شده است. این نوع نقطه پرت بعد از اثر اولیه ω تغییر دائمی در سری ایجاد می کند. برای تغییر موقت، فرآیند $GARCH(1, 1)$ همراه با این نقطه در زمان $t = 100$ عبارت است از

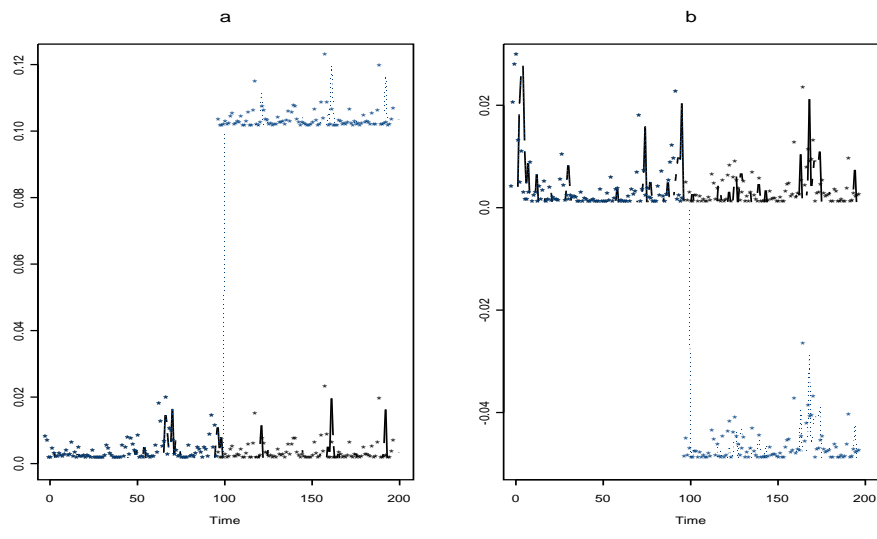
$$e_t^2 = \epsilon_t^2 + (1 - \delta B)^{-1} \omega I_t^{(100)}, \quad 0 < \delta < 1$$

نقاط پرت جمع پذیر و تغییر سطح موارد محدود شده تغییر موقت می باشند. در معادله نقطه پرت جمع پذیر، عامل کاهش δ صفر است در مقابل در

۳۸ مجله علوم آماری، بهار و تابستان ۱۳۸۸، جلد ۳، شماره ۱، ص ۳۱-۴۶



شکل ۳: شبیه‌سازی فرآیند $GARCH(1, 1)$ با نقطه پرت جمع‌پذیر و $\omega = 0/1$: (a) و $\omega = -0/05$: (b).



شکل ۴: شبیه‌سازی فرآیند $GARCH(1, 1)$ با نقطه پرت تغییر سطح و $\omega = 0/1$: (a) و $\omega = -0/05$: (b).

ر. چینی پرداز، ه. کامرانفر: تأثیر انواع مختلف نقاط پرت بر مدل GARCH ۳۹

معادله تغییر سطح برابر یک است. برای بررسی اثر تغییر موقت بر اساس مدل $GARCH(1, 1)$ با δ و ω های مختلف، در شکل ۵ اثر تغییر موقت در زمان $t = 100$ با $\omega = 0.05, 0.1$ و $\delta = 0.2, 0.6, 0.9$ نشان داده شده است. همان طور که ملاحظه می شود با افزایش مقدار δ تعداد بیشتری از مشاهدات تحت تأثیر تغییر موقت قرار می گیرند، اما در حالتی که δ ثابت باشد و مقدار ω افزایش یابد تأثیر تغییر موقت بر مشاهدات بیشتر می باشد.

۵ اثر نقاط پرت بر باقیمانده‌ها

در این بخش اثر نقاط پرت در سری باقیمانده‌ها، با فرض معلوم بودن پارامترهای مدل، نشان داده می شود. برای بررسی اثرات نقاط پرت بر باقیمانده‌ها، فرض کنید $\{\epsilon_t\}$ فرآیند $GARCH(p, q)$ باشد. اکنون طبق رابطه مدل $ARMA$ و $GARCH$ و بازنویسی معادله (۲) داریم

$$\eta_t = \frac{-\alpha_0}{1 - \beta_1 B} + \pi(B)\epsilon_t^2,$$

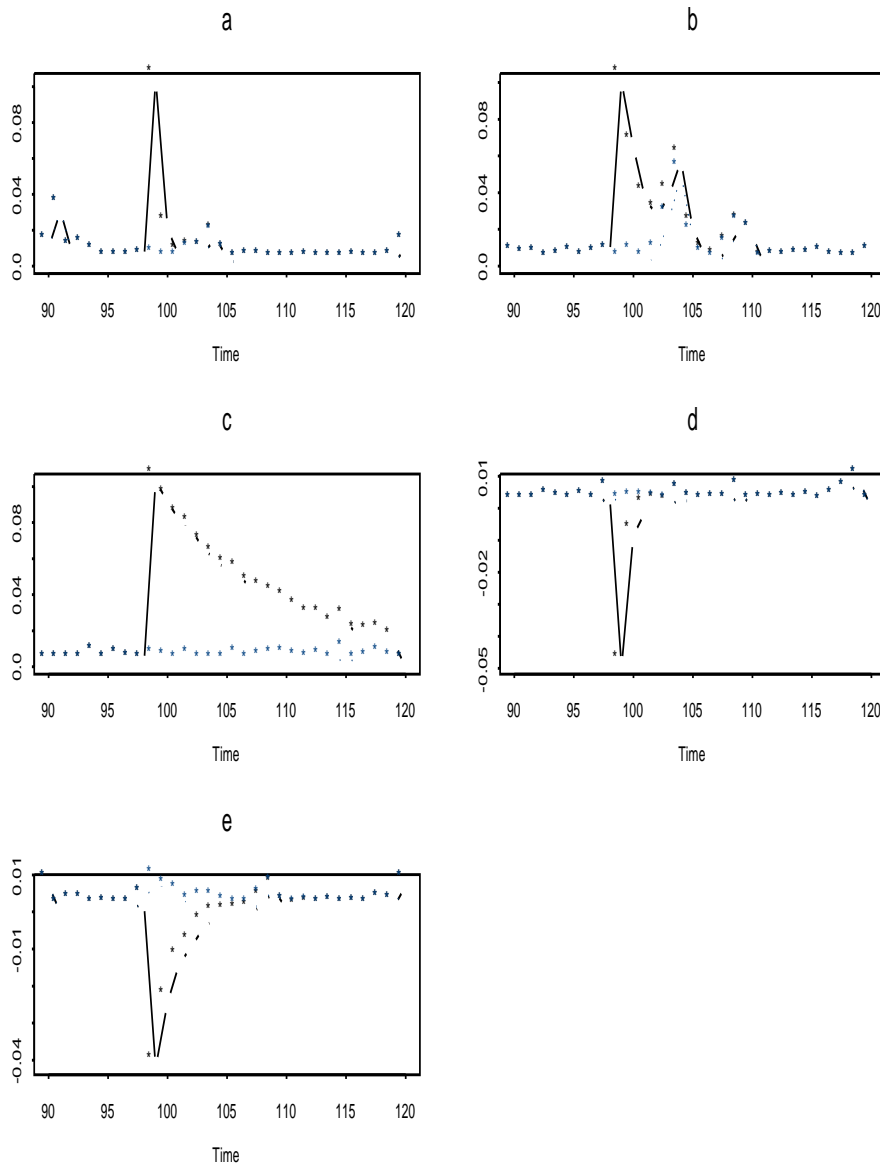
که در آن $\pi(B) = \frac{1 - \alpha(B) - \beta(B)}{1 - \beta(B)}$ واضح است که $\pi(B) = \psi(B)^{-1}$ و بنابراین ضرایب π_i قابل محاسبه هستند. برای مثال در یک مدل $GARCH(1, 1)$ ، وزن‌های π_i عبارتند از $\alpha_1 \beta_1^{i-1}$. برای باقیمانده‌های حاصل از برازش مدل ν_t داریم

$$\nu_t = \frac{-\alpha_0}{1 - \beta_1 B} + \pi(B)\epsilon_t^2 = \frac{-\alpha_0}{1 - \beta_1 B} + \pi(B)[\epsilon_t^2 + \omega \zeta(B)I_t^{(T)}],$$

که با توجه به انواع نقاط پرت $\pi(B)\zeta(B)$ تعیین می شود و باقیمانده‌ها برای هر یک از انواع نقاط پرت قابل بیان هستند. فرض کنید سری زمانی همراه نقطه پرت نوساز باشد، در این حالت با توجه به $\pi(B)\zeta(B) = \pi(B)\psi(B) = 1$ ، مقادیر باقیمانده به صورت

$$\nu_t = \begin{cases} M - \sum_{i=0}^{t-1} \pi_i \epsilon_{t-i}^2 + \omega & t = T \\ M - \sum_{i=0}^{t-1} \pi_i \epsilon_{t-i}^2 & t \neq T \end{cases}$$

۴۰ مجله علوم آماری، بهار و تابستان ۱۳۸۸، جلد ۳، شماره ۱، ص ۳۱-۴۶



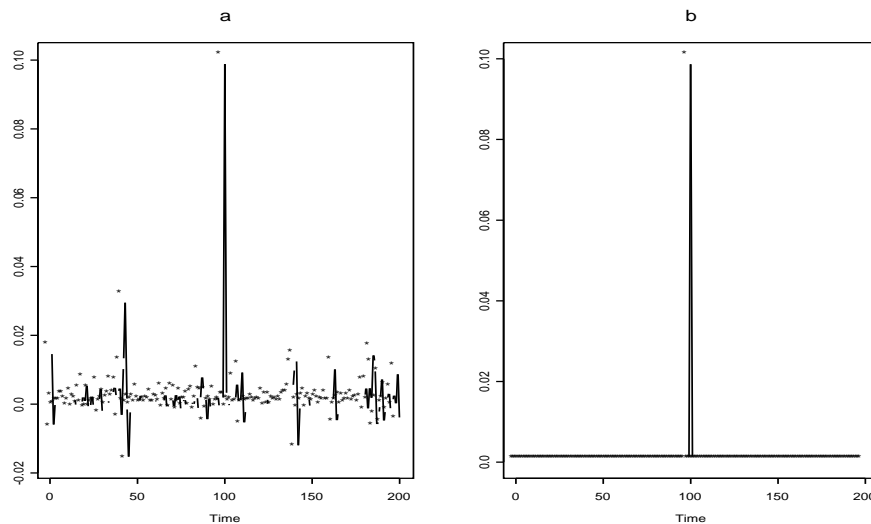
شکل ۵: شبیه‌سازی فرآیند $GARCH(1, 1)$ با تغییر موقت و (ω, δ) برابر
 (a) : $(0/1, 0/2)$ ، (b) : $(0/1, 0/6)$ ، (c) : $(0/1, 0/9)$ ، (d) : $(-0/05, 0/2)$
 و (e) : $(-0/05, 0/6)$.

ر. چینی پرداز، ه. کامرانفر: تأثیر انواع مختلف نقاط پرت بر مدل GARCH..... ۴۱

با $\pi_0 = -1$ خواهد شد، که در آن $M = \frac{-\alpha_0}{1-\beta_1 B}$ ثابت است. سری هموار شده‌ای که از تفاضل ν_t و η_t حاصل می‌شود به صورت

$$\nu_t - \eta_t = \begin{cases} \omega & t = T \\ 0 & t \neq T \end{cases}$$

است. شکل ۶ اثر نقطه پرت نوساز را بر سری $\{\nu_t\}$ و $\{\eta_t - \nu_t\}$ در مدل $GARCH(1, 1)$ با مقادیر پارامتری که در بخش قبل استفاده شد و $\omega = 0/1$ نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود، این نقطه تنها در زمان $t = T$ بر باقیمانده‌ها



شکل ۶: (a) : باقیمانده‌های فرآیند $GARCH(1, 1)$ توام با نقطه پرت نوساز (b) : سری $\eta_t - \nu_t$ برای نقطه پرت نوساز

تأثیر می‌گذارد و دیگر باقیمانده‌ها بدون تغییر باقی می‌مانند. اگر نقطه پرت جمع‌پذیر باشد در این صورت $\pi(B)\zeta(B) = \pi(B)$ و مقادیر باقیمانده به صورت

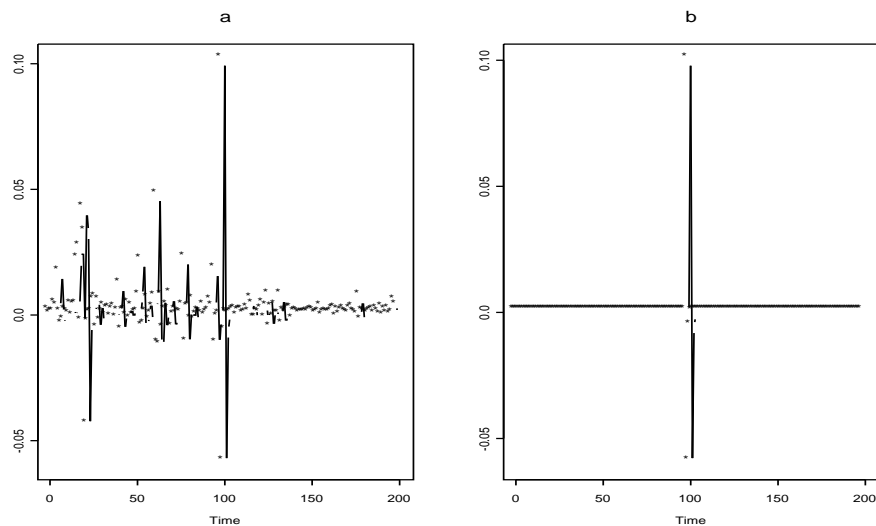
$$\nu_t = \begin{cases} M - \sum_{j=0}^{t-1} \pi_j \epsilon_{t-j}^2 & t < T \\ M - \sum_{j=0}^{t-1} \pi_j \epsilon_{t-j}^2 - \pi_i \omega & t = T + i, i \geq 0 \end{cases}$$

۴۲ مجله علوم آماری، بهار و تابستان ۱۳۸۸، جلد ۳، شماره ۱، ص ۳۱-۴۶

با $\pi_0 = -1$ و همچنین

$$\nu_t - \eta_t = \begin{cases} 0 & t < T \\ -\pi_i \omega & t = T + i, i \geq 0 \end{cases}$$

خواهد شد. شکل ۷ اثر نقطه پرت جمع پذیر را بر سری $\{\nu_t\}$ و $\{\eta_t\}$ در مدل $GARCH(1, 1)$ با مقادیر پارامتری که در بخش قبل استفاده شد و $\omega = 0/1$ نشان می دهد. این نقطه بر یک باقیمانده در زمان $t = T$ و دنباله ای از باقیمانده های پس از



شکل ۷: (a) باقیمانده های فرآیند $GARCH(1, 1)$ توام با نقطه پرت جمع پذیر (b) سری $\eta_t - \nu_t$ برای نقطه پرت جمع پذیر

آن تأثیر می گذارد. برای نقطه پرت تغییر سطح

$$\pi(B)\zeta(B) = \pi(B)(1 - B)^{-1} = \eta(B) = 1 + \eta_1 B + \eta_2 B^2 + \dots$$

که با استفاده از عملیات جبری وزن های η به صورت

$$\eta_i = 1 - \sum_{j=1}^i \pi_j, \quad i = 1, 2, \dots$$

ر. چینی پرداز، ه. کامرانفر: تأثیر انواع مختلف نقاط پرت بر مدل GARCH..... ۴۳

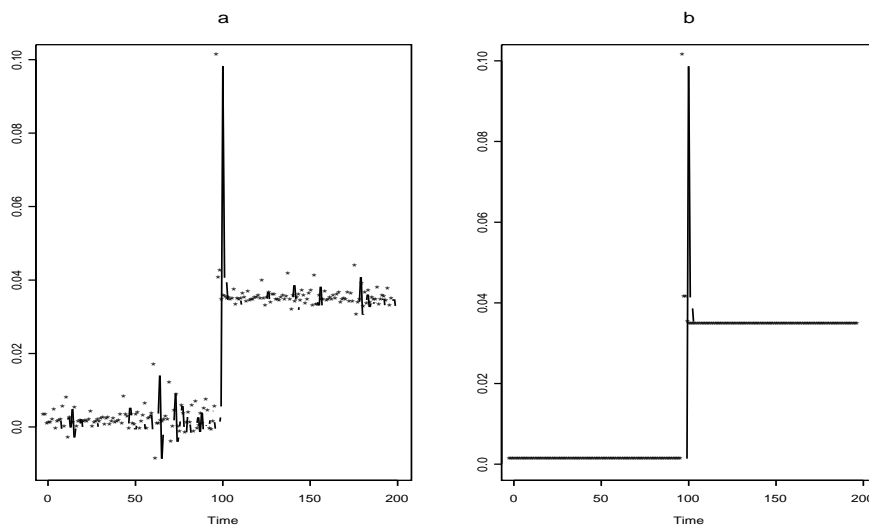
حاصل می شوند و مقادیر باقیمانده نیز به صورت

$$\nu_t = \begin{cases} M - \sum_{j=0}^{t-1} \pi_j \epsilon_{t-j}^2 & t < T \\ M - \sum_{j=0}^{t-1} \pi_j \epsilon_{t-j}^2 - \eta_i \omega & t = T + i, i \geq 0 \end{cases}$$

و

$$\nu_t - \eta_t = \begin{cases} 0 & t < T \\ \eta_i \omega & t = T + i, i \geq 0 \end{cases}$$

حاصل می شوند، که در آن $\pi_0 = -1$ و $\eta_0 = 1$. شکل ۸ اثر تغییر سطح را بر سری $\{\nu_t\}$ و $\{\eta_t - \nu_t\}$ در مدل $GARCH(1, 1)$ با مقادیر پارامتری که در بخش قبل استفاده شد و $\omega = 0/1$ نشان می دهد. همان طور که مشاهده می شود، این نقطه بر



شکل ۸: (a) باقیمانده های فرآیند $GARCH(1, 1)$ توام با تغییر سطح (b) : سری $\eta_t - \nu_t$ برای تغییر سطح

یک باقیمانده در زمان $t = T$ و دنباله ای از باقیمانده های پس از آن تأثیر می گذارد. در حالت تغییر موقت

$$\pi(B)\zeta(B) = \pi(B)(1 - \delta B)^{-1} = \beta(B) = 1 + \beta_1 B + \beta_2 B^2 + \dots$$

۴۴ مجله علوم آماری، بهار و تابستان ۱۳۸۸، جلد ۳، شماره ۱، ص ۳۱-۴۶

که پس از عملیات ریاضی وزن‌های β به صورت

$$\beta_i = \delta^i - \sum_{j=1}^i \pi_j \delta^{i-j}, \quad i = 1, 2, \dots$$

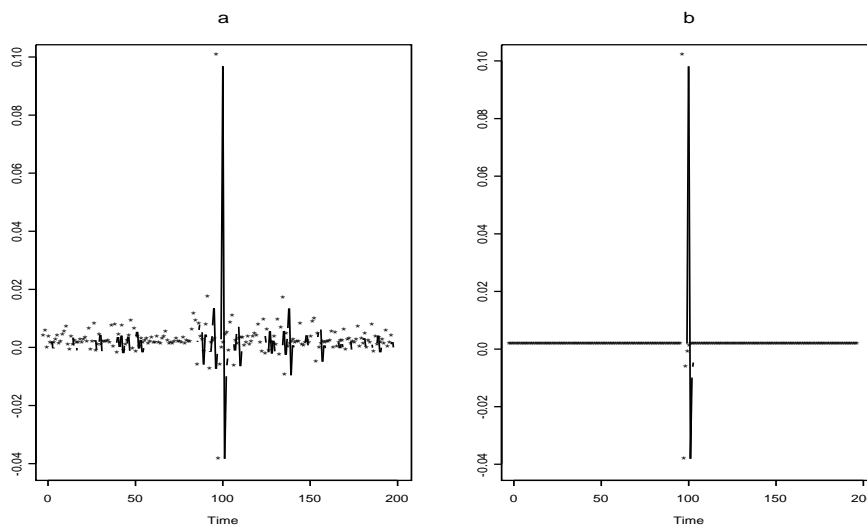
حاصل می‌شوند و مقادیر باقیمانده نیز به صورت

$$\nu_t = \begin{cases} M - \sum_{j=0}^{t-1} \pi_j \epsilon_{t-j}^2 & t < T \\ M - \sum_{j=0}^{t-1} \pi_j \epsilon_{t-j}^2 + \beta_i \omega & t = T + i, \quad i \geq 0 \end{cases}$$

خواهد بود و همچنین

$$\nu_t - \eta_t = \begin{cases} 0 & t < T \\ \beta_i \omega & t = T + i, \quad i \geq 0 \end{cases}$$

که در آن $\beta_0 = 1$ و $\pi_0 = -1$. شکل ۹ اثر تغییر موقت را بر سری $\{\nu_t\}$ و در مدل $GARCH(1, 1)$ با مقادیر پارامتری که در بخش قبل استفاده شد و $\omega = 0/1$ و $\delta = 0/2$ نشان می‌دهد. این نقطه بر یک باقیمانده در زمان $t = T$ و



شکل ۹: (a) : باقیمانده‌های فرآیند $GARCH(1, 1)$ توام با تغییر موقت (b) : سری $\nu_t - \eta_t$ برای تغییر موقت

دنباله‌ای از باقیمانده‌های پس از آن، تأثیر می‌گذارد. اما این تأثیر با نرخ δ کاهش می‌یابد.

ر. چینی پرداز، ه. کامرانفر: تأثیر انواع مختلف نقاط پرت بر مدل GARCH..... ۴۵.

۶ بحث و نتیجه گیری

در این مقاله تأثیر چهار نوع نقطه پرت نوساز، جمع پذیر، تغییر سطح و تغییر موقت در مدل *GARCH* بررسی شده است. به طور کلی در مقایسه با مدل های خطی، مدل *GARCH* از حساسیت بیشتری نسبت به تغییرات اندازه اثر نقطه پرت برخوردار است. تأثیر انواع نقاط پرت بر مدل *GARCH* متفاوت است. در نقطه پرت نوساز این اثر از زمان نقطه پرت تا چند نقطه پس از آن ادامه پیدا می کند ولی پس از آن به سرعت کاهش می یابد. در نقطه پرت جمع پذیر، اثر نقطه پرت فقط در آن نقطه بوده و بقیه نقاط بدون تغییر باقی می مانند، در حالی که در تغییر سطح بعد از اثر اولیه ی نقطه پرت تغییر دائمی در سری ایجاد می شود. در تغییر موقت با افزایش ضریب کاهشی تغییر موقت، تعداد بیشتری از مشاهدات تحت تأثیر تغییر موقت قرار می گیرند و در حالت ثابت بودن این ضریب و افزایش اثر نقطه پرت، تأثیر تغییر موقت بر مشاهدات افزایش می یابد.

مراجع

- Baillie, R. T. and Bollerslev, T. (1989), The Message in Daily Exchange Rates: A Conditional to Variance Tale, *Journal of Business and Economic Statistics*, **7**, 297-305.
- Bollerslev, T. (1986), Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity, *Journal of Econometrics*, **31**, 307-327.
- Charles, A. and Darne, O. (2005), Outliers and Garch Models in Financial Data, *Journal of Econometrics Letters*, **86**, 347-352.
- Chen, C. and Liu, L. M. (1993), Joint Estimation of Model Parameters and Outlier Effects in Time Series, *Journal of American Statistical Association*, **88**, 284-297.

۴۶ مجله علوم آماری، بهار و تابستان ۱۳۸۸، جلد ۳، شماره ۱، ص ۳۱-۴۶

Deutsch, S. J. and Richards, J. E. and Swain, J. J., (1990), Effect of a Single Outlier on ARMA Identification, *Communications in statistics-Theory and Methods*, **19**, 2207-2227.

Engle, R. F. (1982), Autoregressive Conditional Heteroskedasticity with Estimates of the Variance of UK Inflation, *Journal of Econometrica*, **50**, 987-1007.

Fox, A. J. (1972), Outliers in Time Series, *Journal of Royal Statistical Society, B*, **34**, 350-363.

Franses, P. H. and Ghijsels, H. (1999), Additive Outliers, GARCH and Forecasting Volatility, *Journal of Forecasting*, **15**, 1-9.

Tsay, R. S. (1986), Time Series Model Specification in the Presence of Outliers, *Journal of American Statistical Association*, **81**, 132-141.