مجله علوم آماری، بهار و تابستان ۱۳۸۸
جلد ۳، شماره ۱، ص ۷۹-۹۴

برازش مدل‌های رگرسیونی پویا با داده‌های پانلی توسط روش‌های ماکسیمم درستنمایی و بیزی

سکینه صادقی، ایرج کاظمی
گروه آمار، دانشگاه اصفهان

تاریخ دریافت: ۱۳۸۸/۱/۲۶ تاریخ آخرین بازنگری: ۱۳۸۸/۶/۲۵

چکیده : مدل‌های رگرسیونی پویا با داده‌های پانلی دارای کاربرد بسیاری در مطالعات اقتصادی و اجتماعی هستند. خصوصیت بارز این مدل‌ها وجود متغیرهای تأخیری به عنوان متغیر تبیینی است. این ویژگی باعث اغتشاش در خواص برآوردها توسط روش‌های معمول برآوردیابی خواهد شد. یک مسئله اساسی در مدل‌سازی مشاهدات پانلی تغییرپذیری بین واحدهای آزمایشی است که به علت پیچیدگی محاسبات در استفاده از روش‌های متداول برآوردیابی، اغلب این اثرات ثابت در نظر گرفته می‌شوند. در این مقاله استنباط آماری پارامترهای مدل رگرسیونی پانلی پویا با اثرات ثابت و تصادفی با روش‌های ماکسیمم درستنمایی و الگوریتم نمونه‌گیری گیبز انجام می‌شود. سپس این دو مدل را بر مجموعه‌ای از داده‌های اقتصادی مربوط به رگرسیون دارایی‌ها و بدهی‌های بانکی در ایران برازش داده و نتایج مورد تحلیل قرار می‌گیرند.

آدرس الکترونیک مسئول مقاله: ایرج کاظمی، i.kazemi@stat.ui.ac.ir
کد موضوع‌بندی ریاضی (۲۰۰۰): ۶۲j۹۹

واژه‌های کلیدی : اثرات تصادفی، درستنمایی حاشیه‌ای، شرایط اولیه، مؤلفه‌های واریانس، نمونه‌گیری گیبز.

۱ مقدمه و معرفی مدل

مدل رگرسیونی پانلی پویا به صورت (آندرسون و شائو، ۱۹۸۲)

$$y_{it} = \beta_0 + x'_{it}\beta + \gamma y_{i,t-1} + \alpha_i + \varepsilon_{it}, \ \ i = 1, \ldots, n; \ \ t = 1, \ldots, T \qquad (1)$$

است، که در آن y_{it} متغیر پاسخ برای واحد iام در زمان t، $\mathbf{x}_{it}$ بردار $P \times 1$ از متغیرهای تبیینی، $y_{i,t-1}$ متغیر پاسخ تأخیری، β_0، β و γ ضرایب رگرسیونی، α_i اثر ثابت یا تصادفی واحد iام و ε_{it}ها مانده‌های تصادفی مستقل و هم‌توزیع دارای توزیع نرمال با میانگین صفر و واریانس ثابت σ^2 فرض می‌شوند. در مدل با اثرات تصادفی فرض معمول آن است که α_i ها و ε_{it} ها برای هر i و t مستقل و نیز α_i ها دارای توزیع نرمال $N(0, \sigma^2_\alpha)$ باشند. همچنین برای تمام i و tها فرض می‌شود $\mathbf{x}_{it}$ها با مانده‌ها و اثرات تصادفی برونزا باشند. وجود $y_{i,t-1}$ در این مدل ناشی از این حقیقت است که متغیر پاسخ ممکن است تحت تأثیر مقدار خود در دوره قبل باشد. این مطلب به خصوص در پدیده‌های اقتصادی بسیار اتفاق می‌افتد. با قرار دادن $\mathbf{z}'_{it} = [1, \mathbf{x}'_{it}, y_{i,t-1}]$ و $\lambda = [\beta_0, \beta', \gamma]'$ مدل (۱) به صورت

$$y_{it} = z'_{it}\lambda + \alpha_i + \varepsilon_{it}, \ \ i = 1, \ldots, n; \ \ t = 1, \ldots, T$$

بازنویسی می‌شود که موجب تسهیل تخمین برآوردها با روش‌های مختلف خواهد شد.

۲ برآورد ماکسیمم درستنمایی

مدل با اثر ثابت: در مدل با اثر ثابت یک روش برای قابل برآورد بودن ضرایب رگرسیونی آن است که مدل را بدون عرض از مبدأ برازش دهیم. با فرض $\mathbf{t}'_{it} = [\mathbf{x}'_{it}, y_{i,t-1}]$ و $\eta = [\beta', \gamma']$ توزیع شرطی مشاهدات به صورت (بالتاگی،

۲۰۰۵)

$$Y_{it}|\alpha_i, x_{it}, y_{i,t-1} \sim N(\mathbf{t}'_{it}\eta + \alpha_i, \sigma^2), \quad i = 1, \ldots, n; \quad t = 1, \ldots, T.$$

است. بنابراین تابع درستنمایی شرطی به صورت

$$f(\eta, \sigma^2, \alpha|y) = (2\pi\sigma^2)^{\frac{-nT}{2}} \exp\{-\frac{1}{2\sigma^2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{t=1}^{T}(y_{it} - t'_{it}\eta - \alpha_i)^2\}$$

خواهد بود، که در آن $\mathbf{y} = (y_{11}, \ldots, y_{n,T})$ و $\alpha = (\alpha_1, \ldots, \alpha_n)$. با حل معادلات نرمال برآوردهای ماکسیمم درستنمایی پارامترها به صورت

$$\begin{aligned} \hat{\eta} &= W_{zz}^{-1} w_{zY} \\ \hat{\alpha}_i &= \bar{y}_{i.} - \bar{z}_{i.}\hat{\eta} \\ \hat{\sigma}^2 &= \frac{1}{nT}\sum_{i=1}^{n}\sum_{t=1}^{T}(y_{it} - z'_{it}\hat{\eta} - \hat{\alpha}_i)^2 \end{aligned}$$

حاصل می‌شود، که در آن‌ها $\bar{y}_{i.}$ و $\bar{z}_{i.}$ به ترتیب میانگین مشاهدات y_{it} و z_{it} روی بعد زمان هستند. $\mathbf{W}_{zz}$ به تغییرات درون zها و $\mathbf{W}_{zy}$ به تغییرات توأم z و y اشاره دارد. در این مدل برآوردها با افزایش تعداد واحدها ناسازگار خواهند بود (فیلیپس و سول، ۲۰۰۷؛ شائو و تهمیسوگلو، ۲۰۰۸). همچنین با افزایش n، تعداد پارامترهایی که باید برآورد شوند نیز افزایش یافته و مسئله پارامترهای فرعی پیش می‌آید (لنکستر، ۲۰۰۰). علاوه بر آن، در مدل با اثرات ثابت وجود متغیرهای پایا- زمان موجب مسئله همخطی و در نتیجه غیرقابل برآورد بودن پارامترها می‌شود. از این رو مدل با اثرات تصادفی به عنوان یک مدل جایگزین پیشنهاد شده است که در ادامه مورد بررسی قرار می‌گیرد.

مدل با اثر تصادفی: یک موضوع اساسی در برازش مدل‌های رگرسیونی پویا با اثرات تصادفی، وابستگی اثرات و مشاهدات اولیه است که «مسئله شرایط اولیه» نامیده می‌شود (کروچلی و دیویس، ۲۰۰۱؛ ولدریچ، ۲۰۰۵). در این جا روش ماکسیمم درستنمایی غیرشرطی که به طور توأم اثرات واحدها و مشاهدات اولیه را در تابع درستنمایی منظور می‌کند (کاظمی و کروچلی، ۲۰۰۶) برای برآورد پارامترها

استفاده می‌شود. ابتدا فرض کنید مشاهدات اولیه و اثرات تصادفی مستقل باشند. در این حالت پاسخ اولیه $y_{i\circ}$ به عنوان یک متغیر برونزا تلقی می‌شود. علاوه بر آن، فرض کنید برای هر i، $\varepsilon_i|\alpha_i \overset{i.i.d}{\sim} N(\circ, \sigma^{\text{۲}}\mathbf{I}_T)$ که در آن ε_i بردار T-بعدی مانده‌ها است. بنابراین جمله اخلال در مدل با اثرات تصادفی به صورت معادله تصادفی $\mathbf{u}_i = \alpha_i.\mathbf{e}_T + \varepsilon_i$ خواهد بود. ماتریس واریانس-کواریانس $\mathbf{u}_i$ به صورت

$$\Sigma = Var(u_i) = \sigma^{\text{۲}} I_T + T\sigma_\alpha^{\text{۲}} B = \sigma^{\text{۲}} W + \sigma_c^{\text{۲}} B$$

قابل افراز است (بالتاگی، ۲۰۰۵)، که در آن $\sigma_c^{\text{۲}} = T\sigma_\alpha^{\text{۲}} + \sigma^{\text{۲}}$، $\mathbf{W} = \mathbf{I}_T - \mathbf{B}$ و $\mathbf{B} = (\text{۱}/T)\mathbf{e}_T\mathbf{e}'_T$. به طوری که $\mathbf{e}_T$ بردار T-بعدی از یک‌ها و $\mathbf{I}_T$ ماتریس همانی $T \times T$ است. بنابراین تابع درستنمایی حاشیه‌ای که با انتگرال‌گیری از چگالی توأم α و $\mathbf{y}$ نسبت به α به دست می‌آید به صورت

$$L(\lambda, \sigma^{\text{۲}}, \sigma_c^{\text{۲}}|\mathbf{y}, y_{i\circ}) = \Pi_{i=\text{۱}}^{n} (\text{۲}\pi)^{-\frac{T}{\text{۲}}} |\mathbf{\Sigma}|^{-\frac{\text{۱}}{\text{۲}}} \exp\{-\frac{\text{۱}}{\text{۲}} \mathbf{d}'_i \Sigma^{-\text{۱}} \mathbf{d}_i\}$$

خواهد بود، که در آن $d_i = y_i - z_i\lambda$ و با مشتق‌گیری از لگاریتم این تابع درستنمایی برآورد پارامترها به صورت

$$\begin{aligned} \tilde{\lambda} &= (\frac{B_{zz}}{\hat{\sigma}_c^{\text{۲}}} + \frac{W_{zz}}{\hat{\sigma}^{\text{۲}}})^{-\text{۱}} (\frac{b_{zy}}{\hat{\sigma}_c^{\text{۲}}} + \frac{w_{zy}}{\hat{\sigma}^{\text{۲}}}) \\ \tilde{\sigma}^{\text{۲}} &= \frac{\text{۱}}{n(T-\text{۱})} \sum\sum (r_{it} - \bar{r}_i)^{\text{۲}} \\ \tilde{\sigma}_\alpha^{\text{۲}} &= \frac{\text{۱}}{n} \sum \bar{r}_i^{\text{۲}} - \frac{\hat{\sigma}^{\text{۲}}}{T} \end{aligned} \qquad (\text{۲})$$

به دست می‌آیند، که در آن r_{it} مانده‌های برازش داده شده برای مدل (۱) است و B_{zz} و b_{zy} به ترتیب به تغییرات بین zها و تغییرات توأم بین z و y اشاره دارند. همانطور که ملاحظه می‌شود برآورد λ هر دو تغییرات درون گروهی و بین گروهی را در نظر می‌گیرد. همچنین دقت بیشتری نسبت به برآورد مدل با اثرات ثابت دارد (هایاکاوا، ۲۰۱۰). این جواب‌ها در حالت کلی ممکن است برآورد ماکسیمم درستنمایی نباشند (سرل و همکاران، ۲۰۰۶). در این ارتباط توجه کنید که در معادله (۲) جواب $\tilde{\sigma}_\alpha^{\text{۲}}$ ممکن است منفی شود که در این صورت

برآورد ماکسیمم درستنمایی نخواهند شد. با توجه به آن که فضای پارامترها به صورت $\Omega = \{\beta_0, \beta, \gamma, \sigma^2, \sigma_\alpha^2 : \beta_0 \in R, \beta \in R^p, \gamma \in R, \sigma^2 \geq 0, \sigma_\alpha^2 \geq 0\}$ است، در صورتی که $\tilde{\sigma}_\alpha^2$ منفی باشد برآورد ماکسیمم درستنمایی پارامتر σ_α^2 برابر صفر و برآورد سایر پارامترها به صورت

$$\begin{aligned} \dot{\lambda} &= {T_{xx}}^{-1} T_{xy} \\ \dot{\sigma}^2 &= \frac{1}{nT} \sum \sum (\hat{\varepsilon}_{it} - \bar{\varepsilon}_i)^2 \end{aligned}$$

خواهد بود، که در آن T_{xx} به تغییرپذیری کل بین xها و T_{xy} به تغییرپذیری کل توأم x و y اشاره می‌کند. $\hat{\varepsilon}_{it}$ مانده‌های برازش شده مدل توسط برآوردهای فوق است.
اکنون حالتی را در نظر می‌گیریم که مشاهدات اولیه و اثرات تصادفی همبسته باشند. در این حالت تابع درستنمایی به صورت چگالی توأم مشاهدات اولیه و آتی خواهد بود. با فرض اینکه مشاهدات اولیه، به شرط اثرات تصادفی، دارای توزیع نرمال با میانگین $\lambda_0 + \varphi\alpha_i$ و واریانس $\sigma_{\varepsilon_0}^2$ باشند، درستنمایی حاشیه‌ای را می‌توان از حل انتگرال

$$L(\theta, \sigma) = \Pi_i \int_R \Pi_t f(y_{it}|\alpha_i, y_{i0}) f(y_{i0}|\alpha_i) dF(\alpha_i)$$

به دست آورد، که در آن θ و σ به ترتیب بردارهای ضرایب رگرسیونی و مؤلفه‌های واریانس هستند. به علت پیچیده بودن حل این انتگرال به صورت صریح روش‌های جایگزین مانند روش تکراری عددی و یا الگوریتم نمونه‌گیری گیبز از دیدگاه بیز پیشنهاد می‌شود.

۳ تحلیل بیزی مدل‌های پانلی پویا با اثرات تصادفی

۱.۳ مدل شرطی با فرض استقلال y_{i0} و α_i

در سال‌های اخیر روش‌های پیشرفته زیادی برای استنباط بیزی پارامترهای مدل‌های پیچیده مورد توجه محققان قرار گرفته است. این روش‌ها عموماً مبتنی بر رهیافت مونت کارلوی زنجیر مارکوف، مانند الگوریتم‌های نمونه‌گیری گیبز و یا متروپولیس–

هستینگس (گلفند و همکاران، ۱۹۹۰) است. با انتخاب چگالی‌های پیشین مناسب برای پارامترهای مدل می‌توان برآوردهای بیزی را با استفاده از نمونه‌گیری گیبز به دست آورد. به طور معمول، توزیع‌های پیشین را بطور شرطی مزدوج فرض می‌کنند که این محاسبات بیزی را راحت‌تر خواهد کرد. همچنین با انتخاب مناسب ابرپارامترهای آنها می‌توان توزیع‌های پیشین ناآگاهی بخش به دست آورد. بنابراین برای پارامتر λ پیشین را نرمال با میانگین معلوم $\mu_{\circ}$ و ماتریس واریانس- کواریانس معلوم $\Sigma_{\circ}$ در نظر می‌گیریم. در حالتی که $\mu_{\circ}$، صفر و $\Sigma_{\circ}$ یک ماتریس قطری با عناصر بزرگ (به عنوان مثال $۱۰^{۶}$) در نظر گرفته شود، پیشین ناآگاهی بخش خواهد بود. پارامترهای دقت $\sigma^{-۲}$ و $\sigma_{\alpha}^{-۲}$ را مستقل و برای هر کدام پیشین مزدوج گاما به صورت $\sigma^{-۲} \sim G(v, \delta)$ و $\sigma_{\alpha}^{-۲} \sim G(v_{\alpha}, \delta_{\alpha})$ فرض می‌کنیم. اگر ابرپارامترهای گاما مقدار کوچک (به عنوان مثال $۱۰^{-۳}$) در نظر گرفته شود، به طوری که میانگین کوچک و واریانس به قدر کافی بزرگ باشد، آنگاه پیشین ناآگاهی بخش و متناسب با عکس واریانس خواهد بود. با اعمال این فرض‌ها، ابتدا به تحلیل بیزی مدل‌های پانلی پویا با اثرات تصادفی می‌پردازیم که درستنمایی شرطی را در برآوردیابی بیزی در نظر می‌گیرد. به عبارت دیگر فرض بر آن است که $y_{i\circ}$ و α_i مستقل هستند. با فرض مستقل بودن پارامترها و بکارگیری این پیشین‌ها توزیع پسین توأم به صورت

$$\begin{aligned}
\pi(\lambda, \sigma^{۲}, \sigma_{\alpha}^{۲}, \alpha|y) &\propto f(y|\lambda, \sigma^{۲}, \alpha) f(\alpha|\sigma_{\alpha}^{۲}) \pi(\lambda) \pi(\sigma^{۲}) \pi(\sigma_{\alpha}^{۲}) \\
&\propto (\sigma^{۲})^{-\frac{nT}{۲}} \exp\{-\frac{۱}{۲\sigma^{۲}} \sum_{i=۱}^{n} \sum_{t=۱}^{T} (y_{it} - z'_{it}\lambda - \alpha_i)^{۲}\} \\
&\quad \times (\sigma_{\alpha}^{۲})^{-\frac{n}{۲}} \exp\{-\frac{۱}{۲\sigma_{\alpha}^{۲}} \sum_{i=۱}^{n} \alpha_i^{۲}\} \\
&\quad \times \exp\{-\frac{۱}{۲}(\lambda - \mu_{\circ})' \Sigma_{\circ}^{-۱} (\lambda - \mu_{\circ})\} \\
&\quad \times (\frac{۱}{\sigma^{۲}})^{\frac{v}{۲}+۱} (\frac{۱}{\sigma_{\alpha}^{۲}})^{\frac{v_{\alpha}}{۲}+۱} \exp\{-\frac{۱}{۲}(\frac{\delta}{\sigma^{۲}} + \frac{\delta_{\alpha}}{\sigma_{\alpha}^{۲}})\} \qquad (۳)
\end{aligned}$$

حاصل می‌شود. به دست آوردن برآورد بیزی پارامترها نیازمند محاسبه چگالی‌های پسین کناری پارامترها است که با انتگرال‌گیری مناسب از رابطه (۳) به دست می‌آید. چون محاسبه این انتگرال‌ها پیچیده بوده و نیاز به روش‌های تکراری عددی پیشرفته

دارد، از روش نمونه‌گیری گیبز، که تنها نیاز به محاسبه چگالی‌های پسین شرطی هر پارامتر به شرط سایر پارامترها دارد و محاسبه آنها نیز پیچیده نیست، به عنوان یک روش مؤثر جایگزین استفاده می‌کنیم. برای به کار بردن الگوریتم نمونه‌گیری گیبز در این حالت ابتدا مقادیر شروع مناسب $(\lambda^{(0)}, \sigma^{2(0)}, \sigma_\alpha^{2(0)}, \alpha^{(0)})$ را برای پارامترهای مدل در نظر می‌گیریم. سپس برای تولید k-امین مقدار پارامتر، $k = 1, 2, \ldots$، مراحل زیر تا همگرایی پارامترها انجام می‌شود.

۱- بردار $\lambda^{(k)}$ از توزیع نرمال $p + 2$ متغیره با میانگین $\mathbf{m}_\lambda^{(k)}$ و واریانس $\mathbf{\Sigma}_\mu^{(k)}$ تولید می‌شود، که

$$\begin{aligned} m_\lambda^{(k)} &= \Sigma_\mu^{(k)} \left[\frac{1}{\sigma^{2(k-1)}} \sum \sum \left(y_{it} - \alpha_i^{(k-1)} \right) z_{it} + \Sigma_0^{-1} \mu_0 \right] \\ \Sigma_\mu^{(k)} &= \frac{1}{\sigma^{2(k-1)}} \sum \sum z'_{it} z_{it} + \Sigma_0^{-1} \end{aligned}$$

۲- $\alpha_i^{(k)}$ برای $i = 1, \ldots, n$، از توزیع نرمال با میانگین $m_\alpha^{(k)}$ و واریانس $s_\alpha^{2(k)}$ تولید می‌شود، که

$$\begin{aligned} m_\alpha^{(k)} &= \sigma_\alpha^{2(k-1)} \left(T \sigma_\alpha^{2(k-1)} + \sigma^{2(k-1)} \right)^{-1} \sum_t \left(y_{it} - z'_{it} \lambda^{(k)} \right) \\ s_\alpha^{2(k)} &= \left(\frac{T}{\sigma^{2(k-1)}} + \frac{1}{\sigma_\alpha^{2(k-1)}} \right)^{-1} \end{aligned}$$

۳- $\sigma^{2(k)}$ از توزیع وارون-گاما با پارامتر شکل $(nT + v)/2$ و پارامتر مقیاس $\left[\sum \sum \left(y_{it} - \mathbf{z}'_{it} \lambda^{(k)} - \alpha_i^{(k)} \right) + \delta \right] / 2$ تولید می‌شود.

۴- $\sigma_\alpha^{2(k)}$ از توزیع وارون-گاما با پارامتر شکل $(n + v_\alpha)/2$ و پارامتر مقیاس $\left[\sum \alpha_i^{2(k)} + \delta_\alpha \right] / 2$ تولید می‌شود.

سپس میانگین مقادیر شبیه سازی شده به عنوان برآورد بیز پارامترها به کار می‌رود.

۲.۳ مدل غیر شرطی با فرض وابسته بودن $y_{i\circ}$ و α_i

به منظور تحلیل بیزی مدل غیر شرطی که اثر توأم مشاهدات اولیه و سایر مشاهدات را در فرآیند برآوردیابی بیزی در نظر می‌گیرد، پیشین برای $\lambda_\circ$ و φ را به طور مستقل نرمال و در حالت ناآگاهی بخش با میانگین صفر و واریانس بزرگ در نظر می‌گیریم. همچنین توزیع پیشین برای پارامتر دقت $\sigma_{\varepsilon_\circ}^{-2}$ را گاما به صورت $\sigma_{\varepsilon_\circ}^{-2} \sim G(\upsilon_\circ, \delta_\circ)$ فرض کرده که با انتخاب مقدار کوچک ابرپارامترهای آن، پیشین آگاهی نابخش خواهد بود. توزیع‌های پیشین برای λ، σ^{-2} و σ_α^{-2} را مشابه با حالت شرطی فرض می‌کنیم. در این صورت توزیع پسین توأم پارامترها عبارت است از

$$\begin{aligned}
\pi(\theta,\sigma,\alpha|y,y_\circ) &\propto f(y|y_\circ,\theta,\alpha)f(y_\circ|\alpha,\theta), f(\alpha|\theta)\pi(\theta)\pi(\sigma)\\
&\propto \Pi_{i=1}^{n}(2\pi\sigma^2)^{-\frac{1}{2}}\exp\{-\frac{1}{2\sigma^2}\varepsilon_i{}'\varepsilon_i\}\\
&\quad\times\Pi_{i=1}^{n}(2\pi\sigma_{\varepsilon_\circ}^2)^{-\frac{1}{2}}\exp\{-\frac{1}{2\sigma_{\varepsilon\circ}^2}(y_{i\circ}-\lambda_\circ-\varphi\alpha_i)^2\}\\
&\quad\times(\sigma_\alpha^2)^{-\frac{n}{2}}\exp\{-\frac{1}{2\sigma_\alpha^2}\sum_{i=1}^{n}\alpha_i^2\}\exp\{-\frac{1}{2\sigma_\varphi^2}(\varphi-\mu_\varphi)^2\}\\
&\quad\times\exp\{-\frac{1}{2}(\lambda-\mu_\circ)'\Sigma_\circ^{-1}(\lambda-\mu_\circ)\}\\
&\quad\times\exp\{-\frac{1}{2\sigma_{\lambda_\circ}^2}(\lambda_\circ-\mu_{\lambda\circ})^2\}(\frac{1}{\sigma^2})^{\frac{\upsilon}{2}+1}(\frac{1}{\sigma_\alpha^2})^{\frac{\upsilon_\alpha}{2}+1}(\frac{1}{\sigma_{\varepsilon_\circ}^2})^{\frac{\upsilon_\circ}{2}+1}\\
&\quad\times\exp\{-\frac{1}{2}(\frac{\delta}{\sigma^2}+\frac{\delta_\alpha}{\sigma_\alpha^2}+\frac{\delta_\circ}{\sigma_{\varepsilon_\circ}^2})\} \qquad (4)
\end{aligned}$$

که در آن $\theta = (\lambda', \lambda_\circ, \varphi)$ و $\sigma = (\sigma^2, \sigma_\alpha^2, \sigma_{\varepsilon_\circ}^2)'$. برای استفاده از الگوریتم نمونه‌گیری گیبز مقادیر شروع مناسب را به صورت $(\varphi^{(\circ)}, \lambda^{(\circ)}, \sigma^{2(\circ)}, \sigma_\alpha^{2(\circ)}, \sigma_{\varepsilon_\circ}^{2(\circ)}, \alpha^{(\circ)})$ در نظر می‌گیریم. در مرحله k-ام پارامترها به صورت زیر شبیه‌سازی می‌شوند:

۱- $\varphi^{(k)}$ از توزیع نرمال با میانگین $m_\varphi^{(k)}$ و واریانس $s_\varphi^{2(k)}$ تولید می‌شود که

$$m_\varphi^{(k)} = \frac{1}{q}\left[\sigma_\varphi^2\sum_i\alpha_i^{(k-1)}\left(y_{i\circ}-\lambda_\circ^{(k-1)}\right)+\sigma_{\varepsilon_\circ}^{2(k-1)}\mu_\varphi\right]$$

$$s_{\varphi}^{۲(k)} = \left(\frac{\sum_i \alpha_i^{۲(k-۱)}}{\sigma_{\varepsilon_\circ}^{۲(k-۱)}} + \frac{۱}{\sigma_{\varphi}^{۲}}\right)^{-۱}$$

و در آن $q = \sigma_{\varphi}^{۲} \sum_i \alpha_i^{۲(k-۱)} + \sigma_{\varepsilon_\circ}^{۲(k-۱)}$.

۲- $\lambda_\circ^{(k)}$ از توزیع نرمال با میانگین $m_{\lambda_\circ}^{(k)}$ و واریانس $s_{\lambda_\circ}^{۲(k)}$ تولید می‌شود که

$$m_{\lambda_\circ}^{(k)} = \left(\frac{\sigma_{\lambda_\circ}^{۲}}{n\sigma_{\lambda_\circ}^{۲} + \sigma_{\varepsilon_\circ}^{۲(k-۱)}}\right)^{-۱} \left[\sigma_{\lambda_\circ}^{۲} \sum_i \left(y_{i\circ} - \varphi^{(k)}\alpha_i^{(k-۱)}\right) + \sigma_{\varepsilon_\circ}^{۲(k-۱)}\mu_{\lambda_\circ}\right]$$

$$s_{\lambda_\circ}^{۲(k)} = \left(\frac{n}{\sigma_{\varepsilon_\circ}^{۲(k-۱)}} + \frac{۱}{\sigma_{\lambda_\circ}^{۲}}\right)$$

۳- $\alpha_i^{(k)}$ برای $i=۱,\ldots,n$، از توزیع نرمال با میانگین $m_{\alpha}^{(k)}$ و واریانس $s_{\alpha}^{۲(k)}$ تولید می‌شود که

$$m_{\alpha}^{(k)} = s_{\alpha}^{۲(k)} \left[\frac{T}{\sigma^{۲(k-۱)}}(\bar{y}_{i.} - \bar{z}_{i.}\lambda) + \frac{\varphi^{۲(k)}}{\sigma_{\varepsilon_\circ}^{۲(k-۱)} v_{i\circ}}\right]$$

$$s_{\alpha}^{۲(k)} = \left(\frac{T}{\sigma^{۲(k-۱)}} + \frac{۱}{\sigma_{\alpha}^{۲(k-۱)}} + \frac{\varphi^{۲(k)}}{\sigma_{\varepsilon_\circ}^{۲(k-۱)}}\right)^{-۱}$$

۴- $\sigma^{۲(k)}$ از توزیع وارون- گاما با پارامتر شکل $(n+v)/۲$ و پارامتر مقیاس $(\sum_i \varepsilon'_i\varepsilon_i + \delta)/۲$ تولید می‌شود.
۵- $\sigma_{\alpha}^{۲(k)}$ از توزیع وارون- گاما با پارامتر شکل $(n+v_\alpha)/۲$ و پارامتر مقیاس $(\sum_i \alpha_i^{۲(k)} + \delta_\alpha)/۲$ تولید می‌شود.
۶ - $\sigma_{\varepsilon_\circ}^{۲(k)}$ از توزیع وارون- گاما با پارامتر شکل $(n+v_\circ)/۲$ و پارامتر مقیاس $(\sum_i (y_{i\circ} - \lambda_\circ^{(k)} - \varphi^{(k)}\alpha_i^{(k)})^{۲} + \delta_\circ)/۲$ تولید می‌شود.
حال مباحث نظری فوق را برای برازش یک مدل اقتصادی به کار می‌بریم.

۴ تحلیل دارائی‌ها و بدهی‌های بانکی ایران

تحلیل داده‌های مربوط به بانک‌های مختلف تجاری و تخصصی اغلب نیازمند استفاده از مدل‌های رگرسیونی پانلی است که در آن رفتار سیستم بانکی را در یک

دوره زمانی و به صورت پویا بررسی می‌کند. رفتار سیستم بانکداری که به دو بخش عمده دارائی‌ها (A) و بدهی‌ها (L) تفکیک می‌شود، اغلب تحت تأثیر متغیرهای کلان مانند تولید ناخالص داخلی به قیمت ثابت ($GDPf$)، نرخ تورم (inf)، درآمدهای نفتی (o)، نرخ ارز (e)، نرخ بهره اوراق مشارکت (s)، نرخ ذخیره قانونی (ℓ)، نرخ سود وام ($r\ell$)، نرخ سود سپرده (rd) و حجم نقدینگی (ℓq) قرار دارد. در تحقیقات کاربردی، مدل‌های پانلی متداول معمولاً به صورت پویا در نظر گرفته نشده‌اند (گجراتی، ۱۹۹۵). که از معایب آن‌ها بی‌توجهی به وابستگی بین وضعیت‌های سال‌های قبل است. در اینجا ما این وابستگی را در نظر گرفته و برای تحلیل داده‌ها متغیر پاسخ تأخیری را در مدل‌ها منظور می‌کنیم. برای دارائی‌ها مدل

$$\begin{aligned}\ln(A_{it}) = \alpha_0 \quad &+ \quad \gamma \ln(lagA_{it}) + \alpha_1 \ln(GDPf_{it}) + \alpha_2 \ln(inf_{it}) + \alpha_3 \ln(o_{it}) \\ &+ \quad \alpha_4 \ln(e_{it}) + \alpha_5 \ln(s_{it}) + \alpha_6 \ln(\ell_{it}) + \alpha_7 \ln(r\ell_{it}) \\ &+ \quad \alpha_8 \ln(\ell q_{it}) + \alpha_i + \varepsilon_{it} \qquad (5)\end{aligned}$$

و برای بدهی‌های بانکی مدل

$$\begin{aligned}\ln(L_{it}) = \beta_0 \quad &+ \quad \lambda \ln(lagL_{it}) + \beta_1 \ln(GDPf_{it}) + \beta_2 \ln(inf_{it}) + \beta_3 \ln(o_{it}) \\ &+ \quad \beta_4 \ln(e_{it}) + \beta_5 \ln(rd_{it}) + \beta_6 \ln(s_{it}) \\ &+ \quad \beta_7 \ln(\ell q_{it}) + \alpha_i + \varepsilon_{it} \qquad (6)\end{aligned}$$

را در نظر می‌گیریم، که در آن $lagA$ متغیر A با یک دوره تأخیر و $lagL$ متغیر L با یک دوره تأخیر می‌باشد. همچنین α_i نشانگر اثر بانک i–ام و ε_{it} مؤلفه اخلال مدل برای i–امین بانک در دوره زمانی t است. در این مطالعه بانک‌های ملی، سپه، صادرات، ملت، تجارت، مسکن، صنعت و معدن، کشاورزی، رفاه و توسعه صادرات در نظر گرفته شده‌اند . داده‌ها از سایت بانک مرکزی برای دوره زمانی ۱۳۸۴-۱۳۷۴ گرفته شده است. برآورد پارامترها با برازش مدل با اثرات ثابت و تصادفی در جدول‌های ۱ و ۲ گزارش شده است. اعداد داخل پرانتز انحراف معیارها را نشان می دهند. در برازش این مدل‌ها نرم‌افزارهای SAS و WinBugs (اسپیگل‌هالتر و همکاران، ۲۰۰۲) مورد استفاده قرار گرفته است. با فرض اینکه مشاهدات اولیه به

عنوان یک متغیر برونزا باشند، برآوردهای ماکسیمم درستنمایی (C.ML) و بیزی (C.Bayes) در جدول‌ها آمده‌اند. همچنین برآوردها در مدل‌های غیر شرطی با اثرات تصادفی به صورت Unc.ML و Unc.Bayes آورده شده‌اند. برآوردهای بیزی بر اساس ۵۰۰۰۰ هزار نمونه شبیه‌سازی شده و دور ریز اولیه ۱۰۰۰۰ مقدار به دست آمده است. با برازش معادله (۵) نتایج به صورت جدول ۱ به دست آمده است. جدول ۲ برآورد پارامترهای معادله ۶ را نشان می‌دهد. با توجه به معیار آکائیکی (AIC) گزارش شده در جدول‌ها و آنچه در اقتصاد بانکی انتظار می‌رود، نتایج برآورد دارائی‌ها و بدهی‌های بانکی به روش بیز غیر شرطی، به دلیل کسب نتایج مطلوب، نهایی ساز می‌شود. نتایج جدول ۱ نشان می‌دهد که سطح دارائی‌های بانکی در دوره قبل همواره ثأثیراتی روی سطح دارائی‌ها در دوره جاری داشته است، به طوری که عملکرد بانک‌ها همواره تحت تأثیر رفتار آن‌ها در طی زمان بوده است. هر گونه عدم تعادل در سطح دارائی‌ها در طی یک زمان کوتاه تعدیل می‌شود. چنین تفسیر مشابهی برای متغیر وقفه بدهی‌ها در معادله بدهی‌های بانکی وجود دارد (جدول ۲). با این حال، بیشترین تأثیر مثبت و معنی‌دار را متغیر GDP بر سطح دارائی‌ها و بدهی‌های بانکی داشته است. به طوری که این اقلام نسبت به تغییرات کشش‌پذیر است. یعنی با یک درصد افزایش در ظرفیت اقتصادی کشور که در GDP مشهود است، سطح دارائی‌ها و بدهی‌های بانکی واکنش نشان داده و به ترتیب به میزان ۲ و ۱/۴ درصد افزایش می‌یابند. همچنین دارائی‌های بانکی به تغییرات نرخ سود وام به طور معنی‌داری واکنش نشان می‌دهند. ارتباط این متغیر با سطح دارائی‌های بانکی غیر مستقیم است، به طوری که با افزایش یک درصد در نرخ سود استقراض سطح دارائی‌های بانکی مواجه با کاهش دو درصد در طول دوره مورد نظر می‌شود. مطابق با نتایج گزارش شده در جدول ۲ نیز واکنش بدهی‌های بانکی نسبت به تغییرات نرخ‌های سود سپرده زیاد و معنی‌دار بوده که البته خلاف انتظار است. این مسئله ممکن است ناشی از عملکرد نامناسب بانک‌ها در مواجهه با سپرده‌های مردم و همچنین تفاوت در موقعیت‌های مشابه در خارج از سیستم بانکی باشد. متغیر مهم دیگر که به لحاظ آماری تأثیرات معنی‌دار روی سطح بدهی‌ها و دارائی‌های بانکی ایجاد می‌کند نقدینگی است که با توجه به علامت برآورد شده آن

عملکرد سیستم بانکی را مناسب نشان نمی‌دهد. این نتیجه می‌تواند به لحاظ عدم تخصیص بهینه منابع در سیستم بانکی و وجود انحراف در سیستم‌های مالی خارج از آن باشد. سایر متغیرهای به کار رفته علیرغم انتظارات نظری و شواهد موجود در ادبیات بانکی به لحاظ آماری رابطه معناداری با سطح منابع (دارائی‌ها) و مصارف (بدهی‌ها) بانکی ایجاد نکرده‌اند.

بحث و نتیجه‌گیری

در این مقاله مدل رگرسیونی پانلی پویا با توجه به دو موضوع مهم تغییرپذیری واحدها و نقش مشاهدات اولیه در نظر گرفته شد. با توجه به محدودیت استفاده از مدل با اثرات ثابت که درستنمایی را به شرط اثر خاص واحدها در نظر گرفته و این منجر به ناسازگاری برآورد پارامترها می‌شود، استفاده از درستنمایی غیر شرطی کامل که به خوبی تغییرپذیری واحدها و شرایط اولیه را مدل می‌کند، پیشنهاد گردید. مباحث مطرح شده در این مقاله می‌تواند در پیش‌بینی‌های اقتصادی در زمینه دارائی‌ها و بدهی‌های بانکی کشور مورد توجه قرار گیرد. در این ارتباط گنجاندن عوامل دیگر اقتصادی در مدل‌سازی می‌تواند در پیش‌بینی و اتخاذ تصمیم‌های صحیح مؤثر باشد. این یکی از محدودیت‌های این تحقیق بود که در گردآوری اطلاعات با آن مواجه شدیم. نتایج مقایسه مدل‌ها توسط معیار آکائیکی نشان داد که برازش مدل غیر شرطی کامل به داده‌های بانکی مناسب‌تر است.

تقدیر و تشکر

نویسندگان از پیشنهادات ارزنده داوران و هیئت تحریریه محترم مجله که باعث اصلاحات سازنده در این مقاله شده کمال تشکر را دارند. همچنین از آقای دکتر سید کمیل طیبی از گروه اقتصاد دانشگاه اصفهان به دلیل تهیه داده‌ها و همچنین کمک شایان ایشان قدردانی می شود. از حمایت دفتر تحصیلات تکمیلی دانشگاه اصفهان نیز سپاسگزاریم.

جدول ۱: برآورد پارامترهای مدل دارائی‌های بانکی ایران

پارامتر	مدل با اثرات ثابت	مدل با اثرات تصادفی			
		C.ML	Unc.ML	C.Bayes	Unc.Bayes
$\ln lagA$	۰/۴۷۲	۰/۹۶۵	۰/۶۹۷	۰/۹۵۴	۰/۸۰۳
	(۰/۰۹۳)	(۰/۰۱۷)	(۰/۱۱۶)	(۰/۰۳۱)	(۰/۱۰۱)
$\ln GDPf$	۱/۳۸۶	۱/۸۹۸	۱/۳۶۶	۱/۴۶۴	۱/۹۹۰
	(۲/۱۶۵)	(۲/۳۲۲)	(۲/۱۵۱)	(۰/۵۹۵)	(۰/۵۲۷)
$\ln inf$	۰/۰۰۱	−۰/۰۱۶	−۰/۰۴۲	−۰/۰۷۷	۰/۰۳۷
	(۰/۳۲۱)	(۰/۳۴۵)	(۰/۳۲۱)	(۰/۱۴۷)	(۰/۰۱۴)
$\ln e$	−۰/۱۰۶	−۰/۰۸۷	−۰/۱۰۱	−۰/۱۰۷	−۰/۰۷۲
	(۰/۱۸۰)	(۰/۱۹۳)	(۰/۱۷۱)	(۰/۱۷۷)	(۰/۱۷۵)
$\ln s$	۱/۱۷۲	۱/۵۳۸	۰/۹۳۰	۰/۹۳۴	−۱/۰۸۸
	(۳/۱۱۳)	(۳/۳۴۱)	(۳/۱۰۷)	(۰/۹۶۹)	(۰/۵۶۴)
$\ln \ell$	۰/۰۳۸	۰/۰۷۳	۰/۰۵۵	۰/۰۷۶	−۰/۰۰۸
	(۰/۰۵۱)	(۰/۰۵۴)	(۰/۰۵۱)	(۰/۰۵۸)	(۰/۰۵۱)
$\ln r\ell$	−۱/۰۶۳	−۱/۶۶۰	−۰/۷۷۹	−۰/۷۱۱	−۲/۱۷۵
	(۴/۷۲۷)	(۵/۰۷۴)	(۴/۷۱۷)	(۰/۹۹۰)	(۰/۷۵۱)
$\ln \ell q$	−۰/۵۳۴	−۱/۶۰۹	−۰/۸۰۷	−۱/۲۱۲	−۱/۸۲۸
	(۱/۹۴۲)	(۲/۰۷۴)	(۱/۹۳۸)	(۰/۶۲۴)	(۰/۵۱۴)
σ_e^2	۰/۱۶۱	۰/۰۳۰	۰/۰۲۶	۰/۰۳۷	۰/۰۳۶
		(۰/۰۰۴)	(۰/۰۰۴)	(۰/۰۰۶)	(۰/۰۰۶)
σ_a^2	–	۰/۰۰۰۱	۰/۰۸۸	۰/۰۰۳	۰/۰۶۲
			(۰/۰۸۴)	(۰/۰۱۳)	(۰/۰۷۹)
σ_0^2	–	–	۱/۳۵۰	–	۱/۹۴۷
			(۰/۶۰۴)		(۱/۱۷۹)
$\sigma_{0\alpha}$	–	–	۰/۳۴۲	–	۰/۲۹۲
			(۰/۲۱۱)		(۰/۲۶۳)
$Cons$	−۵/۸۲۵	−۷/۲۱۸	−۴/۳۵۳	−۳/۲۷۶	۸/۶۲۹
	(۴/۶۱۷)	(۵/۰۰۰)	(۴/۶۲۸)	(۵/۱۰۵)	(۰/۴۰۸)
AIC	–	−۱۱/۴۰۰	−۴۰/۱۰۰	−۲۶/۲۷۰	−۴۷/۵۵۰

* اعداد داخل پرانتز انحراف معیارها را نشان می دهند.

جدول ۲: برآورد پارامترهای مدل بدهی‌های بانکی ایران

پارامتر	مدل با اثرات ثابت	مدل با اثرات تصادفی			
		C.ML	Unc.ML	C.Bayes	Unc.Bayes
$\ln lagL$	۰/۴۲۰	۰/۹۶۶	۰/۶۳۰	۰/۹۶۰	۰/۸۱۸
	(۰/۱۱۱)	(۰/۰۱۸)	(۰/۱۲۵)	(۰/۰۱۴)	(۰/۰۹۷)
$\ln GDPf$	۱/۰۵۶	۱/۴۱۴	۱/۱۹۵	۱/۴۱۳	۱/۴۰۸
	(۰/۳۹۶)	(۰/۴۲۱)	(۰/۳۹۶)	(۰/۴۴۸)	(۰/۴۵۴)
$\ln inf$	۰/۱۹۶	۰/۳۱۵	۰/۲۲۵	۰/۳۱۳	۰/۰۰۲
	(۰/۱۴۰)	(۰/۱۵۰)	(۰/۱۴۹)	(۰/۱۶۹)	(۰/۱۵۱)
$\ln e$	−۰/۱۹۰	−۰/۲۴۶	−۰/۲۱۱	−۰/۲۴۶	−۰/۲۳۸
	(۰/۱۳۹)	(۰/۱۵۰)	(۰/۱۳۹)	(۰/۱۵۹)	(۰/۱۶۱)
$\ln s$	۰/۲۹۲	−۰/۳۸۹	۰/۰۱۹	−۰/۳۸۱	−۰/۷۴۱
	(۰/۷۷۰)	(۰/۸۱۹)	(۰/۷۷۰)	(۰/۸۶۶)	(۰/۸۷۳)
$\ln rd$	۱/۱۹۲	۲/۲۸۲	۱/۳۲۷	۲/۲۷۲	−۲/۶۸۴
	(۱/۶۵۶)	(۱/۷۷۳)	(۱/۶۴۹)	(۱/۸۷۷)	(۱/۲۹۴)
$\ln \ell q$	−۱/۱۳۴	−۱/۱۴۱	−۰/۵۲۳	−۱/۱۳۳	−۰/۱۱۰
	(۰/۴۰۹)	(۰/۳۹۶)	(۰/۴۳۲)	(۰/۴۲۲)	(۰/۴۶۳)
$\sigma_e^۲$	۰/۱۶۳	۰/۰۳۱	۰/۰۲۶	۰/۰۳۵	۰/۰۳۵
		(۰/۰۰۴)	(۰/۰۰۴)	(۰/۰۰۵)	(۰/۰۰۵)
$\sigma_a^۲$	–	۰/۰۰۰۱	۰/۱۷۴	۰/۰۰۲	۰/۰۷۵
			(۰/۱۴۹)	(۰/۰۰۲)	(۰/۱۴۲)
$\sigma_۰^۲$	–	–	۱/۷۰۷	–	۲/۴۸۳
			(۰/۷۶۳)		(۱/۴۸۰)
$\sigma_{۰\alpha}$	–	–	۰/۵۴۰	–	۰/۳۴۶
			(۰/۳۱۳)		(۰/۳۷۵)
$Cons$	−۹/۴۰۷	−۷/۳۹۸	−۷/۷۵۶	−۷/۴۴۱	۸/۴۷۶
	(۴/۴۰۷)	(۴/۷۳۴)	(۴/۳۸۸)	(۵/۰۲۶)	(۴/۴۷۹)
AIC	–	−۱۵/۵۰۰	−۴۵/۱۰۰	−۴۱/۵۰۰	−۴۴/۵۰۰

* اعداد داخل پرانتز انحراف معیارها را نشان می دهند.

مراجع

Anderson, T. W. and Hsiao, C. (1982), Formulation and Estimation of Dynamic Models Using Panel Data, *Jornal of Econometrics*, **18**, 47-82.

Baltagi, B. H. (2005), *Econometric Analysis of Panel Data*, 3rd ed., John Wiley and Sons.

Crouchley, R. and Davies, R. B. (2001), A Comparison of GEE and Random Effects Models for Distinguishing Heterogeneity Nonstationarity and State Dependence in a Collection of Short Binary Event Series, *Statistical Modeling*, **1**, 271-285.

Gelfand, A. E., Hills, S. E., Racine-Poon, A. and Smith, A. F. M. (1990), Illustration of Bayesian Inference in Normal Data Models Using Gibbs Sampling, *Jornal of the American Statistical Association*, **85**, 972-985.

Gujarati, D. N. (1995), *Basic Econometrics*, 3rd ed., New York:McGrow-Hill.

Hayakawa, K. (2010), The Effects of Dynamic Feedbacks on LS and MM Estimator Accuracy in Panel Data Models: Some Additional Results, *Journal of Econometrics*, **159**, 202-208.

Hsiao, C. and Tahmiscioglu, A. K. (2008), Estimation of Dynamic Panel Data Models with Both Individual and Time Specific Effects, *Journal of Statistical Planning and Inference*, **138**, 2698-2721.

Kazemi, I. and Crouchley, R. (2006), Modelling the Initial Conditions in Dynamic Regression Models of Panel Data with Random Effects, In Baltagi B. (eds), *Panel Data Econometrics*, Elsevier, 91-117.

Lancaster, T. (2000), The Incidental Parameter Problem Since 1948, *Journal of Econometrics*, **95**, 391-413.

Phillips, P. C. B. and Sul, D. (2007), Bias in Dynamic Panel Estimation with Fixed Effects, Incidental Trends and Cross Section Dependence, *Journal of Econometrics*, **137**, 162-188.

Searle, S. R., Casella, G., and McCulloch, C. E. (2006), *Variance Components.* Wiley- Interscinece.

Spiegelhalter, D. J. Thomas, A. Best, N. G. and Gilks, W. R. (2002), WinBugs User Manual, Version 1.4. MRC Biostatistics Unit, Institute of Public Health, Combridge, UK, and Department of Epidemiology and Public Health, Imperial College School of Medicine, London, (*www.mrc.bsu.cam.ac.uk/bugs*).

Wooldridge, J. M. (2005), Simple Solutions to the Initial Conditions Problem in Dynamic Nonlinear Panel Data Models with Unobserved Heterogeneity, *Journal of Applied Econometrics*, **20**, 39-54.