مجله علوم آماری، پاییز و زمستان ۱۳۹۲
جلد ۷، شماره ۲، ص ۱۵۱–۱۶۸

تحلیل حافظه بلند مدت در تلاطم نرخ ارز با مدل ناهمگنی شرطی خودهمبسته تعمیم‌یافته انباشته کسری و خطای وارون گاوسی

غلامعلی پرهام، پریسا مسجدی
گروه آمار، دانشگاه شهید چمران اهواز

تاریخ دریافت: ۱۳۹۱/۱۰/۱۷ تاریخ آخرین بازنگری: ۱۳۹۲/۱۱/۲۷

چکیده : یکی از موضوع‌های در بررسی کارایی یک بازار مالی، وجود ویژگی حافظه بلند مدت است. برای یک سری زمانی مالی ممکن است این ویژگی در تلاطم نمود پیدا کند. یکی از روش‌های شناسایی و مدل‌بندی حافظه بلند مدت در تلاطم، استفاده از مدل‌های ناهمگنی شرطی خودهمبسته تعمیم‌یافته انباشته کسری است. در این مقاله به شناسایی و مدل‌بندی حافظه بلند مدت در تلاطم داده‌های نرخ ارز پرداخته می‌شود. با توجه به خصوصیات آماری چولگی، دم کلفتی و بیش کشیدگی داده‌ها، فرض نرمال بودن مانده‌ها معنی‌دار نیست و نمی‌توان از روش‌های معمول به شناسایی مدل پرداخت. با توجه به ساختار داده‌ها توزیع وارون گاوسی یک انتخاب مناسب برای توزیع مانده‌ها است. بنابراین با این فرض به شناسایی مجدد مدل پرداخته می‌شود. نتایج نشان می‌دهند، مدل ناهمواریانس شرطی خودهمبسته تعمیم‌یافته انباشته کسری با توزیع وارون گاوسی‌انتخابی مناسب برای داده‌ها است.

واژه‌های کلیدی : تلاطم، حافظه بلند مدت، دم کلفتی، توزیع نرمال وارون گاوسی، نرخ ارز.

آدرس الکترونیکی مسئول مقاله: غلامعلی پرهام، parham_g@scu.ac.ir
کد موضوع‌بندی ریاضی (۲۰۱۰): ۶۲M۱۰

۱ مقدمه

یکی از موضوع‌های مورد علاقه بسیاری از محققان و اقتصاددانان در بررسی بازارهای مالی، مدل‌بندی و شناسایی تلاطم[۱] است. تلاطم در بسیاری از موضوع‌های اقتصادی مانند، قیمت گذاری، سرمایه گذاری و مدیریت ریسک از اهمیت بالایی برخوردار است. در مدل‌های اقتصادی کلاسیک عموماً فرض می‌شود که تلاطم در طول زمان ثابت است. گرچه در بسیاری از سری‌های زمانی مالی و اقتصادی ثابت شده است که تلاطم در طول زمان متغیر است (بولرسلف و همکاران، ۱۹۹۲).

راه‌های مختلفی برای شناسایی و مدل‌بندی تلاطم زمان متغیر وجود دارد، که متداولترین آن به‌کارگیری مدل‌هایی با ناهمگنی شرطی[۲] در واریانس است. در این مدل‌ها فرض می‌شود که تلاطم (واریانس) به شرط اطلاعات گذشته در حال تغییر است. از جمله مدل‌های با ناهمگنی شرطی در واریانس می‌توان به مدل‌های ناهمگنی شرطی خودهمبسته[۳] (ARCH) (انگل، ۱۹۸۲) و مدل‌های ناهمگنی شرطی خودهمبسته تعمیم‌یافته[۴] (GARCH) (بولرسلف، ۱۹۸۶) اشاره کرد. تحقیقات نشان می‌دهد که این مدل‌ها به خوبی می‌توانند پدیدهٔ خوشه‌ای تلاطم[۵] را در داده‌های اقتصادی شناسایی و کنترل کنند. مطالعات متعددی که در زمینه مدل‌بندی و شناسایی رفتار تلاطم زمان متغیر در داده‌های سری زمانی مالی به عمل آمده است، نشان می‌دهد که در بسیاری از این داده‌ها ویژگی‌های دیگری همچون حافظه بلند مدت[۶] و دم کلفتی وجود دارد که با مدل‌های معمولی GARCH نمی‌توان این ویژگی‌ها را به خوبی شناسایی و کنترل کرد (دینگ و همکاران، ۱۹۹۳). بیلی و همکاران (۱۹۹۶) شکل دیگری از این مدل‌ها را تحت عنوان مدل‌های ناهمگنی

---

[۱] Volatility

[۲] Conditionally heteroscedastic

[۳] Autoregressive Conditionally Heteroscedastic

[۴] Generalized Autoregressive Conditionally Heteroscedastic

[۵] Volatility clustering

[۶] Long memory

شرطی خودهمبسته تعمیم‌یافته انباشته کسری[۷] (FIGARCH) برای شناسایی و کنترل ویژگی حافظه بلند مدت در واریانس شرطی داده‌های سری زمانی معرفی کردند. در این حالت تابع خودهمبستگی توان دوم مشاهدات یا قدر مطلق آنها به صورت شبه هذلولی[۸] و به آرامی میرا می‌شود. این در حالی است که تابع خودهمبستگی توان دوم مشاهدات برای مدل GARCH با نرخی نمایی و به سرعت کاهش می‌یابد (کاپورین، ۲۰۰۳).

ویژگی منحصر به فردی که در بسیاری از داده‌های سری زمانی مالی به‌طور خاص در نرخ ارز وجود دارد، ویژگی دم کلفتی یا بیش کشیدگی[۹] است. در مدل‌بندی و شناسایی تلاطم شرطی این داده‌ها فرض نرمال بودن خطاها چندان معتبر نیست (جنسن و لوند، ۲۰۰۱). برای رفع این مشکل محققان از توزیع‌های دیگری همچون توزیع تی - استیودنت (بولرسلف، ۱۹۸۷) و توزیع خطای تعمیم یافته[۱۰] (نلسون، ۱۹۹۱) استفاده کردند. نتایج آنها نشان می‌دهد که اگر در شناسایی و مدل‌بندی تلاطم شرطی از مدل GARCH با توزیع خطای غیر نرمال استفاده شود، نتایج بهتری در مقایسه با مدل GARCH معمولی به دست خواهد آمد (بولرسلف، ۱۹۸۷). به علاوه اندرسون (۲۰۰۱)، جنسن و لوند (۲۰۰۱)، فورسبرگ و بولرسلف (۲۰۰۲) نشان دادند که اگر در مدل‌بندی و شناسایی تلاطم شرطی از مدل GARCH با توزیع خطای نرمال وارون گاوسی[۱۱] (NIG) استفاده شود نتایج بهتری به طور خاص در دم‌های مانده‌های استاندارد شده حاصل از مدل، به‌دست می‌آید. علاوه بر این کلیج (۲۰۰۷) نیز از مدل‌های FIGARCH با توزیع خطای نرمال وارون گاوسی برای شناسایی و مدل‌بندی تلاطم شرطی استفاده کرده است.

در این مقاله ابتدا مدل FIGARCH با توزیع خطای نرمال وارون گاوسی به اختصار معرفی می‌شود، سپس با استفاده از مدل‌های FIGARCH به مدل‌بندی و شناسایی حافظه بلند مدت در واریانس شرطی داده‌های نرخ ارز ایران (یورو\ریال)

---

۷ Fractionaly Iintegreted GARCH

۸ Hyperbolic

۹ Execess kurtosis

۱۰ Generalized error distribution

۱۱ Normal Inverse Gaussian distribution

پرداخته می‌شود. به دلیل دم کلفت بودن مانده‌های استاندارد شده حاصل از برازش مدل FIGARCH به‌طور خاص توزیع خطاها، نرمال، تی-استیودنت و نرمال وارون گاوسی در نظر گرفته می‌شود. نتایج حاکی از این حقیقت دارد که مدل FIGARCH با توزیع خطای نرمال وارون گاوسی برازش بهتری برای داده‌ها است.

۲ مدل FIGARCH با توزیع خطای NIG

متغیر تصادفی X دارای توزیع $NIG(a,b,\mu,\delta)$ است هرگاه تابع چگالی آن به‌صورت (جنسن و لوند، ۲۰۰۱)

$$f_{NIG}(x;a,b,\mu,\delta)=\frac{a}{\pi\delta}\exp(\sqrt{a^{۲}-b^{۲}}+b\frac{(x-\mu)}{\delta})$$
$$\times q(\frac{x-\mu}{\delta})^{-۱}k_{۱}(aq(\frac{x-\mu}{\delta}))$$

باشد، که در آن $q(z)=\sqrt{۱+x^{۲}}$ و $k_{۱}(\cdot)$ تابع بسل تعدیل شده مرتبه سوم و شاخص یک[۱۲] است که به‌صورت

$$k_{۱}(x)=\int_{۰}^{\infty}\exp(-x\delta\cosh(t))\cosh(t)dt$$

تعریف می‌شود، همچنین $a>|b|\leq ۰$، $a,\delta>۰$ و b پارامترهای شکل توزیع هستند که به ترتیب شیب و نامتقارنی توزیع را نشان می‌دهند. در حالت خاص اگر $b=۰$ توزیع NIG متقارن می‌شود و μ میانگین توزیع را نشان می‌دهد (بارندورف و نلسن، ۱۹۷۸). با توجه به تعریف تابع چگالی NIG واضح است که μ پارامتر مکان و δ پارامتر مقیاس هستند. برای جزییات بیشتر در زمینه توزیع NIG می‌توان به بارندورف و نلسن (۱۹۷۸) و جارکیورجنسن (۱۹۸۲) مراجعه کرد. بیلی و همکاران (۱۹۹۶) برای اولین بار مدل $FIGARCH(p,d,q)$ را برای کنترل رفتار حافظه بلند مدت در تلاطم (واریانس شرطی) یک سری زمانی به‌صورت

$$\Phi(L)(۱-L)^{d}\,\epsilon_t^{۲}=\omega+(۱-\beta(L))\nu_t \qquad (۱)$$

[۱۲] Modified Besel function of the third order and index one

تعریف کردند، که در آن $\circ < d < ۱$، $\nu_t = \epsilon_t^{۲} - \sigma^{۲}$ و همه ریشه‌های $\Phi(L) = \circ$ و $(۱ - \beta(L)) = \circ$ خارج از دایره واحد قرار دارند. همچنین عملگر پسرو $(۱ - L)^d$ به‌صورت

$$(۱ - L)^d = \sum_{j=\circ}^{\infty} \frac{\Gamma(j - d)}{\Gamma(-d)\Gamma(j + ۱)} L^j$$

است، که در آن $\Gamma(\cdot)$ تابع گاما است. به‌علاوه ϵ_t ها نوآوری‌های[۱۳] سری زمانی هستند. در تعریف اصلی مدل $FIGARCH(p,d,q)$ مانند مدل $GARCH(p,q)$، خطاها (z_t) دارای توزیع نرمال با میانگین صفر و واریانس یک هستند و ϵ_t ها خطاهای شرطی یا نوآوری‌های مدل به‌صورت $\epsilon_t = \sigma_t z_t$ تعریف می‌شوند و دارای توزیع شرطی $\epsilon_t | \Omega_{t-۱} \sim N(\circ, \sigma_t^{۲})$ هستند، که در آن $\Omega_{t-۱}$ مجموعه اطلاعات مربوط به گذشته سری تا زمان $t - ۱$ است. در حالت $d = \circ$، مدل $FIGARCH(p,d,q)$ به یک مدل $GARCH(p,q)$ به‌صورت

$$\Phi(L)\, \epsilon_t^{۲} = \omega + (۱ - \beta(L))\nu_t \tag{۲}$$

تبدیل می‌شود (بیلی و همکاران، ۱۹۹۶). در روابط(۳) و (۴) چندجمله‌ای $\Phi(L)$ به‌صورت

$$\Phi(L) = ۱ - \alpha(L) - \beta(L)$$

تعریف می‌شود، که در آن $\alpha(L) = \sum_{i=۱}^{p} \alpha_i L^i$ و $\beta(L) = \sum_{j=۱}^{q} \beta_j L^j$. همچنین واریانس شرطی ϵ_t در مدل $FIGARCH(p,d,q)$ عبارتست از

$$\sigma_t^{۲} = (۱ - \beta(L))^{-۱} + \omega[(۱ - \beta(L))^{-۱}(۱ - L)^d \Phi(L)]\epsilon_t^{۲}$$

برای تعریف مدل $FIGARCH(p,d,q)$ با توزیع خطای NIG ، بنا به اندرسون (۲۰۰۱) و جنسن و لوند (۲۰۰۱)، r_t ها باید به‌صورت

$$r_t = \mu + b\frac{\sqrt{\gamma}}{a}\sigma_t + z_t\sigma_t, \quad t = ۱, \ldots, T \tag{۳}$$

---

[۱۳] Inovation

تعریف شوند، که در آن، z_t دارای میانگین صفر و واریانس یک، با توزیع نرمال وارون گاوسی $z_t \sim NIG(a, b, -b\frac{\sqrt{\gamma}}{a}, \frac{\gamma^{\frac{3}{2}}}{a})$ است. در این صورت $r_t|\Omega_{t-1} \sim NIG(a, b, \mu, \frac{\gamma^{\frac{3}{2}}}{a}\sigma_t)$ و

$$E(r_t|\Omega_{t-1}) = \mu + b\frac{\sqrt{\gamma}}{a}\sigma_t, \quad t = 1, \dots, T$$
$$Var(r_t|\Omega_{t-1}) = \sigma_t, \quad t = 1, \dots, T$$

بنابراین ϵ_t ها (نوآوری‌های حاصل از سری زمانی r_t) به‌صورت

$$\epsilon_t = r_t - E(r_t|\Omega_{t-1}) = r_t - \mu - b\frac{\sqrt{\gamma}}{a}\sigma_t = z_t\sigma_t, \quad t = 1, \dots, T$$

هستند. در نتیجه مانده‌های استاندارد شده حاصل از مدل $FIGARCH(p, d, q)$ با توجه به توزیع نرمال وارون گاوسی به‌صورت

$$\frac{r_t - \mu - b\frac{\sqrt{\gamma}}{a}\sigma_t}{\sigma_t}, \quad t = 1, \dots, T$$

هستند. همچنین مانده‌های استاندارد شده حاصل از مدل $FIGARCH(p, d, q)$ با فرض توزیع تی - استیودنت با درجه آزادی ν برای خطاها، به‌صورت

$$\frac{r_t - \mu}{\sigma_t\sqrt{\frac{\nu-2}{\nu}}}, \quad t = 1, \dots, T$$

به‌دست می‌آیند (کلیج، ۲۰۰۷).

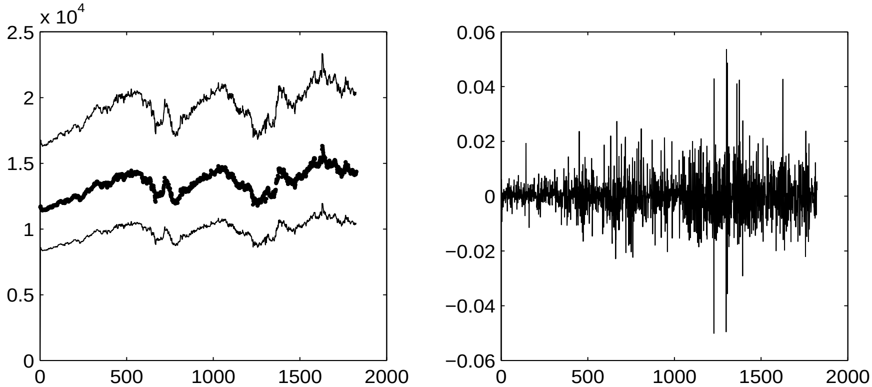
۳ تحلیل داده‌ها

داده‌های مورد بررسی در این مقاله مربوط به قیمت نرخ ارز روزانه ایران (یورو\ریال) در پایان روز (ارزش ریال به یورو) هستند که از سایت اوندا[۱۴] به دست آمده‌اند. تعداد کل نمونه ۱۸۲۶ مشاهده از تاریخ ۲۰۰۷/۱/۱ الی ۲۰۱۱/۱۲/۳۱ هستند. برای مطالعه داده‌های سری زمانی نرخ ارز روزانه ایران (یورو\ریال) از شکل اصلاح شده

$$r_t = 100(\log p_t - \log p_{t-1})$$

[۱۴] www.oanda.com

استفاده می‌شود، که در آن r_t بازده نرخ ارز (یورو\ریال) و p_t قیمت نرخ ارز در پایان روز t ام است. شکل ۱- الف، بازدهٔ نرخ روزانه ارز (یورو\ریال) را نشان می‌دهد. در شکل ۱- ب، سری نرخ ارز روزانه یورو\ریال (منحنی وسط) به همراه بازهٔ اطمینان ۹۵ درصد پیش‌بینی حاصل از بهترین مدل برازانده شده (منحنی‌های بالا و پایین) است. نمودار سری بازده نرخ روزانه ارز بیانگر آن است که سری دارای ویژگی خوشه‌ای در تلاطم است، یعنی در برخی دوره‌ها نوسانات تلاطم پایین و در برخی دیگر از دوره‌ها نوسانات موجود در تلاطم بالا است. خلاصه‌ای از



(ب) (الف)

شکل ۱: نمودار سری زمانی الف: بازده نرخ ارز، ب: بازهٔ اطمینان بهترین مدل برازانده شده به نرخ ارز

آمار توصیفی سری بازدهٔ نرخ ارز روزانه (یورو\ریال) در جدول ۱ آمده است.

جدول ۱: آمار توصیفی سری بازده یورو\ریال

پارامتر	میانگین	انحراف استاندارد	چولگی	کشیدگی
برآورد	۰/۰۱۱۴	۰/۷۳۱۱	۰/۴۶۸۴	۱۰/۹۲۰۶۴

همان طور که ملاحظه می‌شود سری بازده دارای چولگی و کشیدگی بیشتر از چولگی و کشیدگی توزیع نرمال است. در جدول ۲ آماره و مقدار احتمال برخی آزمون‌های تشخیصی شامل آزمون‌های جارکیو-برا (۱۹۷۸)، آزمون لیانگ-باکس

(۱۹۸۷) برای وجود همبستگی و آماره آزمون ضریب لاگرانژ[۱۵] (LM) (انگل، ۱۹۸۲) برای ناهمگنی واریانس شرطی در مدل‌های ARCH برای سری بازده (یورو\ریال) محاسبه و گزارش شده است. آماره جارکیو-برا برای آزمون نرمال بودن داده‌ها به‌کار می‌رود که به‌طور مجانبی دارای توزیع خی دو با دو درجه آزادی است. آماره آزمون لیانگ-باکس برای تاخیر ۲۰ ام براساس بازده روزانه داده‌ها و توان دوم آنها به‌دست آمده است. آماره ضریب لاگرانژ LM است که برای تاخیر ۳۲ ام داده‌ها برای مدل ARCH(32) محاسبه و گزارش شده است. مقادیر نوشته شده در پرانتزهازیر مقدار آماره p-مقدار هر آماره است. با توجه به p-مقدار آماره جارکیو-برا، فرض نرمال بودن داده‌ها رد می‌شود. علاوه بر این با توجه به p-مقدار آماره $Q(۲۰)$ و $Q^۲(۲۰)$ در آزمون لیانگ-باکس در تلاطم (واریانس) شرطی بازده روزانه داده‌ها اثرات ناهمگنی شرطی در واریانس وجود دارد.

جدول ۲: آماره‌های آزمون‌های تشخیصی برای سری بازده یورو\ریال

آماره	جارکیو - برا	ARCH(32) LM	$Q(۲۰)$	$Q^۲(۲۰)$
مقدار	۴۸۵۱/۸۶۴۷	۱۹۵/۰۳۸۸	۵۳/۵۴۴۹	۳۴۱/۱۵۴
	۰/۰۰۰۱	۰/۰۰۰۱	۰/۰۰۰۱	۰/۰۰۰۱

با توجه به p-مقدار آماره لیانگ-باکس برای سری بازده در جدول ۲ ضروری است که یک مدل مناسب برای میانگین شرطی سری بازده در نظر گرفته شود. اما ابتدا باید حافظه بلند مدت در داده‌ها بررسی شود. لذا لازم است که در سری بازده، وجود حافظه بلند مدت در میانگین شرطی آن نیز بررسی شود. برآورد پارامتر تفاضلی d با روش جیوک و پورتر - هوداک (۱۹۸۳) از دستور $fdGPH$ در بستهٔ $fracdiff$ در نرم افزار R استفاده شده است، که مقدار آن برابر ۰/۰۳۹۴ و p-مقدار آن برابر ۰/۳۰۵۳ شد. بنابراین برای سری بازده به دلیل معنی‌دار نبودن پارامتر برآورد شده d، امکان مدل‌بندی داده‌ها با استفاده از مدل اتورگرسیو میانگین متحرک انباشته کسری ($ARFIMA(p,d,q)$) را نادیده می‌گیریم. به منظور پیدا کردن مدل مناسب میانگین شرطی این سری از دستور $auto.arima$ در بستهٔ $forecast$

[۱۵] Lagrange Multiplier test statistic

(هیندمن و خانداکار، ۲۰۰۸) در نرم افزار R استفاده شده است. این دستور براساس معیار آکائیک بهترین مدل $SARIMA(p,d,q) \times (P,D,Q)_s$ را با در نظر گرفتن معنی‌داری پارامترها برای سری زمانی یک متغیره انتخاب می‌کند. بنابراین برای سری بازده در جدول ۳ علاوه بر برآورد پارامترهای مدل، مقدار آکائیک برای مدل $SARIMA(۲,۰,۱) \times (۰,۱,۱)_۷$ به همراه مقدار آماره لیانگ-باکس برای مانده‌های استاندارد شده حاصل از برازش مدل $SARIMA(۲,۰,۱) \times (۰,۱,۱)_۷$ و توان دوم مانده‌های استاندارد شده مدل مزبور برای تاخیر ۲۰ ام محاسبه و گزارش شده است. همچنین مقدار آماره جارکیو-برا نیز برای مانده‌های استاندارد شده حاصل از برازش مدل $SARIMA(۲,۰,۱) \times (۰,۱,۱)_۷$ در این جدول آمده است. برای آماره جارکیو-برا و آماره لیانگ-باکس مقدار احتمال‌های متناظر با آماره‌ها محاسبه شده است. برای پارامترهای برآورد شده مدل $SARIMA(۲,۰,۱) \times (۰,۱,۱)_۷$، خطای استاندارد برآورد پارامترهای مدل محاسبه شده است. با توجه به مقدار آماره لیانگ-باکس برای مانده‌های استاندارد شده حاصل از برازش مدل $SARIMA(۲,۰,۱) \times (۰,۱,۱)_۷$، می‌توان نتیجه گرفت که فرض صفر مبنی بر ناهمبسته بودن مانده‌ها رد نمی‌شود. بنابراین مدل انتخابی تا حدود زیادی توانسته است همبستگی موجود در مشاهدات را شناسایی و کنترل کند. اما مقدار احتمال آماره لیانگ-باکس برای توان دوم مانده‌های استاندارد شده حاصل از برازش مدل $SARIMA(۲,۰,۱) \times (۰,۱,۱)_۷$ نشان می‌دهد که مدل مزبور نتوانسته است همبستگی شرطی موجود در واریانس سری بازده را شناسایی و کنترل کند. مقدار احتمال آماره LM برای مانده‌های استاندارد شده مدل فوق نیز نشان می‌دهد که فرض عدم وجود ناهمگنی در مانده‌ها رد می‌شود. این نتیجه بدین معنی است که مدل فوق قادر به شناسایی و کنترل ناهمگنی شرطی موجود در واریانس نمی‌باشد. معنی‌داری آماره جارکیو-برا برای مانده‌های استاندارد شده مدل $SARIMA(۲,۰,۱) \times (۰,۱,۱)_۷$ نیز نشان می‌دهد که مانده‌های مدل فوق نرمال نیستند. با توجه به نتایج به دست آمده در جدول ۳، مدل $SARIMA(۲,۰,۱) \times (۰,۱,۱)_۷$ برای میانگین شرطی سری بازده نرخ

روزانه ارز یورو\ریال به‌صورت

$$(۱ - ۰/۵۳۶L + ۰/۰۹۳L^{۲})(۱ - L^{۷})r_t = (۱ + ۰/۹۶۴L^{۷})(۱ + ۰/۵۲۸L)\epsilon_t$$

است. اگر چه مدل فوق همبستگی شرطی بین مانده‌ها را از بین برده است، اما مدل فوق در شناسایی و کنترل همبستگی موجود در توان دوم مانده‌ها ضعیف عمل کرده است. بنابراین با توجه به وجود همبستگی و ناهمگنی شرطی بین توان دوم مانده‌ها و نرمال نبودن مانده‌های استاندارد شده مدل $SARIMA(۲, ۰, ۱) \times (۰, ۱, ۱)_{۷}$ در کنترل و شناسایی اثرات ناهمگنی شرطی در واریانس و مدل‌بندی ویژگی خوشه‌ای بودن تلاطم ضعیف عمل کرده، لذا لازم است که از مدل دیگری برای شناسایی کامل ویژگی‌های موجود در سری بازده استفاده شود، تا بدین وسیله ناهمگنی شرطی موجود در مانده‌ها کنترل و مدل‌بندی شود (انگل، ۲۰۰۹).

جدول ۳: برآورد پارامترها و آزمون‌های تشخیصی مدل $SARIMA(۲, ۰, ۱) \times (۰, ۱, ۱)_{۷}$ به میانگین شرطی سری بازده یورو\ریال

پارامتر	ثابت مدل μ	$\phi_{۱}$	$\phi_{۲}$	$\theta_{۱}$	$\Theta_{۱}$
برآورد	۰/۰۰۰۰	۰/۵۳۶۳	−۰/۰۹۲۶	−۰/۵۲۸۴	−۰/۹۶۴۲
خطای استاندارد		۰/۱۷۸۳	۰/۰۲۵۰	۰/۱۷۸۹	۰/۰۰۹۱
آماره	AIC	$Q(۲۰)$	$Q^{۲}(۲۰)$	جارکیو − برا	آماره LM
مقدار	۴۰۰۶/۲۱	۱۳/۵۶۶۷	۳۷۳/۰۶۷۴	۴۷۰۰/۵۶۱۲	۲۰۷/۳۷
$p-$ مقدار		۰/۶۳۰۹۲	۰/۰۰۰۰۲	۰/۰۰۰۰۱	۰/۰۰۰۰۲

در این مقاله به طور خاص برای کنترل و مدل‌بندی ناهمگنی شرطی واریانس داده‌ها از مدل‌های بازگشتی واریانس ناهمگنی شرطی تعمیم‌یافته استفاده شده است. نتایج حاصل از برازش مدل‌های $GARCH(۱, ۱)$ با توزیع خطای نرمال، برای سری بازده یورو\ریال به همراه مقدار معیار آکائیک در جدول ۴ آمده است. لازم به ذکر است که مدل $GARCH(۱, ۱)$ به مانده‌های (نوآوری‌های) مدل میانگین شرطی حاصل از برازش مدل $SARIMA(۲, ۰, ۱) \times (۰, ۱, ۱)_{۷}$ برازش داده شده است.

پارامترهای مدل با روش ماکسیمم درستنمایی شرطی برآورد شده‌اند. به کمک الگوریتم بهینه‌سازی $BHHH$، که توسط برندت و همکاران (۱۹۷۴) پیشنهاد شده، و برنامه‌ای که توسط نگارنده در نرم افزار گوس نسخه ۱۰ نوشته شده برآورد

پارامترها به‌دست آمده‌اند.

جدول ۴: نتایج حاصل از برازش مدل $GARCH(۱, ۱)$ با فرض خطای نرمال برای مانده‌های حاصل از برازش مدل $SARIMA(۲, ۰, ۱) \times (۰, ۱, ۱)_۷$

پارامتر	ω	α	β	AIC
برآورد	۰/۰۰۲۵	۰/۰۶۵۲	۰/۹۳۳۸	۳۴۹۹/۱۹۰
p–مقدار	۰/۰۰۰۱	۰/۰۰۰۱	۰/۰۰۰۱	

با کمی دقت در نتایج به‌دست آمده در جدول ۴ ملاحظه می‌شود که مجموع برآورد پارامترهای مدل $GARCH(۱, ۱)$ یعنی $\alpha + \beta$ برای سری نرخ بازده بسیار نزدیک به یک است، لذا مدل $GARCH(۱, ۱)$ یک مدل مناسب برای کنترل و شناسایی ناهمگنی شرطی در واریانس داده‌ها نیست. از این رو لازم است که از داده‌ها تفاضل گیری شود (انگل و بولرسلف، ۱۹۸۶). مقدار آماره والد که فرض $d = ۱$ را در مقابل فرض $d < ۱$ آزمون می‌کند و به طور مجانبی دارای توزیع خی دو با یک درجه آزادی است، برای سری بازده با فرض سه توزیع خطای نرمال، تی–استیودنت و نرمال وارون گاوسی محاسبه شده است. مقادیر به دست آمده از این آماره در ردیف آخر جدول ۵ گزارش شده است. از آنجا که در سطح ۵٪ و ۱٪ مقادیر بحرانی برای توزیع خی دو با یک درجه آزادی به ترتیب برابر با ۳/۸۴۱ و ۶/۶۳۴۸ است، در همه موارد فرضیه $d = ۱$ در مقابل $d < ۱$ رد می‌شود. در نتیجه مدل $IGARCH(p, d, q)$ یک انتخاب مناسب برای مدل‌بندی واریانس شرطی سری در مقابل مدل $FIGARCH(p, d, q)$ نیست. به همین دلیل بهتر است که از مدل‌های با حافظه بلند مدت برای کنترل و شناسایی ناهمگنی در واریانس شرطی و خودهمبستگی موجود در توان دوم مانده‌های استاندارد شده سری استفاده شود. به دلیل مشکل بیش کشیدگی در داده‌ها علاوه بر توزیع خطای نرمال به طور خاص از دو توزیع خطای تی–استیودنت و توزیع خطای نرمال وارون گاوسی نیز استفاده شده است. نتایج برآوردهای حاصل از برازش مدل‌های $FIGARCH(۱, d, ۱) - N$ (مدل $FIGARCH$ با توزیع خطای نرمال)، $FIGARCH(۱, d, ۱) - t$ (مدل $FIGARCH$ با توزیع خطای تی–استیودنت) و

$FIGARCH(۱,d,۱)-NIG$ (مدل $FIGARCH$ با توزیع خطای نرمال وارون گاوسی) در جدول ۵ گزارش شده است. مقادیر کشیدگی و چولگی برای مانده‌های استاندارد شده و خلاصه‌ای از آماره‌های آزمون تشخیصی برای مدل‌های برازش داده شده (شامل معیار آکائیک، آماره لیانگ-باکس، آماره جارکیو-برا) در این جدول آورده شده است. $Q(۲۰)$ و $Q^۲(۲۰)$ آماره‌های آزمون لیانگ-باکس برای تاخیر ۲۰ ام هستند که برای مانده‌های استاندارد شده حاصل از برازش مدل $FIGARCH(۱,d,۱)$ به‌دست آمده‌اند و S و k به ترتیب مقادیر چولگی و کشیدگی برای مانده‌های استاندارد شده حاصل از برازش این مدل هستند. در جدول ۵ علامت (-) به معنای عدم وجود پارامتر در مدل است. به‌عنوان مثال پارامتر ν در مدل $FIGARCH(۱,d,۱)-N$ وجود ندارد. مقدار آماره جارکیو-برا برای مانده‌های استاندارد شده حاصل از برازش مدل $FIGARCH(۱,d,۱)$ با فرض توزیع خطای نرمال، به همراه مقدار آماره آزمون ضریب لاگرانژ $ARCH(۳۲)$ برای مانده‌های حاصل از برازش مدل $FIGARCH(۱,d,۱)$ با فرض توزیع خطای نرمال محاسبه و گزارش شده است. بر اساس معیار آکائیک مدل $FIGARCH(۱,d,۱)-NIG$ در مقایسه با مدل‌های $FIGARCH(۱,d,۱)-t$ و $FIGARCH(۱,d,۱)-N$ نسبتاً یک مدل مناسب است. علاوه بر این مانده‌های استاندارد شده ناشی از برازش مدل $FIGARCH(۱,d,۱)-NIG$ نسبت به برازش مدل $FIGARCH(۱,d,۱)-t$ هر دو پارامتر چولگی و کشیدگی کاهش یافته است. لازم به ذکر است که مقدار آماره لیانگ-باکس برای توان دوم مانده‌های استاندارد شده حاصل از برازش مدل $FIGARCH$ نسبت به حالتی که مدل انتخابی برای واریانس شرطی $GARCH$ با فرض هر توزیعی برای خطاها کمتر است. همچنین با توجه به مقدار آماره والد با یک درجه آزادی برای آزمون فرض $d=۱$ در مقابل $d<۱$ همواره مدل $FIGARCH$ به مدل $IGARCH$ ترجیح داده می‌شود. با توجه به مقدار احتمال گزارش شده در هر پرانتز می‌توان نتیجه گرفت که همه پارامترهای مدل $FIGARCH(۱,d,۱)$ با فرض هر توزیعی برای خطاها معنی‌دار هستند. به‌طور خاص مقدار پارامتر d نیز برای همه مدل‌ها معنی‌دار است. علاوه بر این مقدار آماره لیانگ-باکس برای مانده‌ها و توان دوم مانده‌های استاندارد

شده حاصل از برازش مدل $FIGARCH(۱, d, ۱) - NIG$ نسبت به سایر مدل‌های جدول ۵ بیشتر کاهش یافته است. بنابراین مدل $FIGARCH(۱, d, ۱) - NIG$ نسبت به سایر مدل‌ها بهتر عمل می‌کند.

چون ضریب لاگرانژ با فرض نرمال بودن خطاها به‌دست می‌آید (انگل، ۱۹۸۲) لذا از ذکر این آماره برای مدل $FIGARCH(۱, d, ۱)$ با توزیع خطای تی-استیودنت و توزیع خطای نرمال وارون گاوسی خودداری می‌شود. علاوه بر آزمون‌های تشخیصی بیان شده در جدول ۵، می‌توان از نمودار $q - q$[۱۶] به عنوان یک ابزار تشخیصی مفید دیگر، برای اطمینان از صحت نتایج به دست آمده استفاده کرد. در شکل ۲ الف، ب و پ، نمودار $q - q$ برای مانده‌های استاندارد شده حاصل از برازش مدل $FIGARCH(۱, d, ۱)$ به ترتیب با توزیع‌های خطای نرمال، تی-استیودنت و نرمال وارون گاوسی آمده است. شکل ۲ به‌طور شهودی بیانگر آن است که مدل $FIGARCH(۱, d, ۱)$ با توزیع خطای نرمال وارون گاوسی مناسب‌ترین مدل برای داده‌های بازده نرخ ارز ایران (یورو\ریال) می‌باشد. علاوه بر این با استفاده از آزمون کلموگروف-اسمیرونوف یک نمونه‌ای (چرنوبای و همکاران، ۲۰۰۷) نیز می‌توان برازش توزیع به خطاها را آزمون کرد. بنابراین آزمون کلموگروف-اسمیرونوف یک نمونه‌ای را برای مانده‌های استاندارد شده حاصل از برازش مدل $FIGARCH(۱, d, ۱)$ با فرض سه توزیع نرمال، تی-استیودنت و نرمال وارون گاوسی انجام شد. با توجه به این مقدار احتمال‌ها در جدول ۶ می‌توان نتیجه گرفت که توزیع نرمال وارون گاوسی مناسب‌ترین توزیع برای مانده‌های استاندارد شده ناشی از برازش مدل $FIGARCH(۱, d, ۱)$ است. بنابراین بهترین مدل برای نرخ بازده ارز ایران (یورو\ریال) مدل $FIGARCH(۱, d, ۱) - NIG$ می‌باشد.

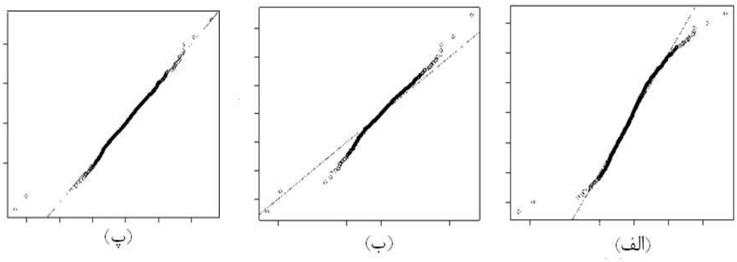
۴ بحث و نتیجه‌گیری

در این مقاله به بررسی رفتار تلاطم سری داده‌های بازده نرخ روزانه ارز ایران (یورو\ریال) با استفاده از مدل $FIGARCH$ با توزیع خطای نرمال وارون گاوسی

---
[۱۶] Quantile-quantile plot

جدول ۵: برآورد (p–مقدار) پارامترهای مدل $FIGARCH(۱,d,۱)$ با توزیع‌های مختلف مانده‌های مدل $SARIMA(۲,۰,۱)\times(۰,۱,۱)_۷$

پارامتر	مدل: نرمال	مدل: تی	مدل: نرمال وارون گاوسی $b\neq ۰$	مدل: نرمال وارون گاوسی $b=۰$
ω	۰/۰۱۲۶ (۰/۰۰۰۱)	۰/۰۱۹۲ (۰/۰۳۹۱)	۰/۰۰۹۲ (۰/۰۵۲۱)	۰/۰۰۹۵ (۰/۰۵۲۱)
d	۰/۴۴۰۶ (۰/۰۰۰۱)	۰/۴۵۸۵ (۰/۰۰۰۱)	۰/۴۵۲۲ (۰/۰۰۰۱)	۰/۴۵۰۰ (۰/۰۰۰۱)
ϕ	۰/۳۳۹۸ (۰/۰۰۰۱)	۰/۳۳۴۹ (۰/۰۰۰۱)	۰/۳۳۶۶ (۰/۰۰۰۱)	۰/۳۳۷۱ (۰/۰۰۰۱)
β	۰/۶۱۰۲ (۰/۰۰۰۱)	۰/۶۱۵۱ (۰/۰۰۰۱)	۰/۶۱۳۴ (۰/۰۰۰۱)	۰/۶۱۲۹ (۰/۰۰۰۱)
ν	–	۴/۲۴۰۲ (۰/۰۰۰۱)	–	–
a	–	–	۰/۸۲۹۵ (۰/۲۸۷۰)	۰/۸۲۲۶ (۰/۰۰۰۱)
b	–	–	۰/۰۳۵۱ (۰/۰۰۰۱)	–
آماره‌های تشخیصی				
AIC	۳۴۸۷/۶۰۰	۳۲۶۳/۶۲۸	۳۲۵۴/۳۱۱	۳۲۵۴/۰۳۸
s	۰/۱۲۶	۰/۲۰۸	۰/۱۴۰	۰/۱۴۹
k	۶/۶۷۳	۶/۷۱۴	۶/۶۴۶	۶/۶۰۱
$Q(۲۰)$	۲۵/۷۷۴۷ (۰/۱۸۳۸)	۱۹/۸۱۳۳ (۰/۴۶۹۷)	۱۹/۶۳۹۸ (۰/۴۸۰۷)	۱۹/۱۱۰۸ (۰/۴۵۹۷)
$Q^۲(۲۰)$	۱۹/۸۰۲۹ (۰/۲۹۸۵)	۱۷/۲۴۷۸ (۰/۳۶۹۷)	۱۷/۲۱۱۹ (۰/۳۷۰۲)	۱۷/۲۰۴۸ (۰/۳۷۲۵)
جارکیو–برا	۱۰۶۹/۵۶۸۸ (۰/۰۰۰۱)	–	–	–
آماره LM	۲/۹۴۵۲ (۰/۰۰۰۱)	–	–	–
آماره والد	۱۵۳/۵۸۴ (۰/۰۰۰۱)	۳۰/۱۱۹ (۰/۰۰۰۱)	۳۲/۵۳۳ (۰/۰۰۰۱)	۳۲/۵۵۷ (۰/۰۰۰۱)



شکل ۲: نمودار $q-q$ مانده‌های استاندارد شده مدل $FIGARCH(۱,d,۱)$ با توزیع‌های خطای الف - نرمال، ب - تی و پ - نرمال وارون گاوسی

جدول ۶: p–مقدار آزمون کلموگروف–اسمیرونوف یک نمونه‌ای برای مانده‌های استاندارد شده مدل $FIGARCH(۱,d,۱)$

توزیع خطای مدل	نرمال	تی–استیودنت	نرمال وارون گاوسی
p–مقدار	۰/۰۰۰۶	۰/۰۰۰۱	۰/۷۹۲۴

پرداخته شد. نتایج نشان می‌دهد که اثرات ناهمگنی شرطی و حافظه بلند مدت در واریانس (تلاطم) شرطی سری داده‌ها وجود دارد که با مدل $FIGARCH(۱,d,۱)$ بخوبی کنترل و شناسایی شده است. علاوه بر این به دلیل بیش کشیدگی موجود در داده‌ها فرض نرمال بودن خطاها منطقی نیست، بنابراین به طور خاص توزیع تی - استیودنت و توزیع نرمال وارون گاوسی برای خطاها در نظر گرفته شده است. بررسی نتایج در این مقاله نشان می‌دهد که با در نظر گرفتن توزیع نرمال وارون گاوسی برای خطاها تا حدودی بسیاری می‌توان مشکل بیش کشیدگی موجود در داده‌ها را برطرف کرد. با توجه به نتایج به‌دست آمده می‌توان نتیجه گرفت که مدل $FIGARCH(۱,d,۱)-NIG$ ، مدل مناسبی برای داده‌های سری زمانی بازده روزانه نرخ ارز ایران (یورو\ریال) است. همچنین به دلیل حافظه بلند مدت در تلاطم شرطی داده‌های نرخ ارز ایران ساختار تلاطم بازار ارز ایران (یورو\ریال) دارای یک مولفه قابل پیش‌بینی است به گونه‌ای که می‌توان به کمک اطلاعات گذشته آن به بررسی نوسانات و رفتار آینده تلاطم دست پیدا کرد.

تقدیر و تشکر

نویسندگان کمال تشکر و قدردانی را از سردبیر، ویراستارمجله و داوران محترم مقاله به خاطر صرف وقت و پیشنهادات ارزنده که باعث بهبود مقاله شده است را دارند.

مراجع

Andersson, J. (2001), On the Normal Inverse Gaussian Stochastic Volatility Model, *Biometrika Journal of Business and Economic Statistics*, **19**, 44-54.

Baillie, R. T., Bollerslev, T. and Mikkelsen, H. O. (1996), Fractionally Integrated Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity, *Journal of Econometrics*, **74**, 3-30.

Barndorff-Nielsen, O. E. (1997), Normal Inverse Gaussian Distribution and Stochastic Volatility Modeling, *Scandinavian Journal of Statistics*, **24**, 1-13.

Barndorff-Nielsen, O. E. (1978), Hyperbolic Distributions and Distributions on Hyperbolae, *Scandinavian Journal of Statistics*, **5**, 151-157.

Berndt, E., Hall, B., Hall, R. and Hausman, J. (1974), Estimation and Inference in Nonlinear Structure Models, *Journal of Economic and Social Measurement*, **3**, 653-665.

Bollerslev, T. (1986), Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity, *Journal of Econometrics*, **31**, 307-327.

Bollerslev, T. (1987), A Conditional Heteroscedastic Time Series Model for Speculative Prices and Rates of Return, *Review of Economics and Statistics*, **69**, 542-547.

Bollerslev, T., Chou, R. Y. and Kroner, K. F. (1992), ARCH Modeling in Finance: A Review of the Theory and Empirical Evidence, *Journal of Econometrics*, **52**, 5-59.

Chernobai, A. S., Rachev, S. T. and Fabozzi, J. (2007), *Operation Risk: A Guide to Basel II Capital Requirements, Models and Analysis*, The Frank J., Fabozzi Series, Wiley Finance.

Ding, Z. X., Granger, C. and Engle, R. (1993), A Long Memory Property of Stock Market Returns and a New Approach, *Journal of Econometricsmpirical Finance*, **1**, 83-106.

Engel, R. F. and Bollerslve, T. (1986), Modeling the Persistence of Conditiona Variances, *Econometric Reviews*, **5**, 1-50.

Engel, R. F. (1982), Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of UK Inflation, *Econometrica*, **50**, 987-1008.

Engle, R. F. (2009), *Handbook of Financial Time Series*, New York, Springer.

Forsberg, L. and Bollerslev, T. (2002), Bridging the Gap between the Distribution of Realized (ECU) Volatility and ARCH Modeling (of the EURO): the GARCH-NIG Model, *Journal of Applied Econometrics*, **17**, 535-548.

Geweke, J. and Porter-Hudak, S. (1983), The Estimation and Application of Long Memory Time Series Models, *Journal of Time Series Analysis*, **4**, 221-238.

Hyndman, R. J. and Khandaka, Y. (2008), Automatic Time Series Forecasting: the Forecast Package for R, *Journal of Statistical Software*,

27, 1-22.

Jarque, C. M. and Bera, A. K. (1987), A Test for Normality of Observations and Regression Risiduals, *International Statistical Review*, **55**, 163-172.

Jensen, M. B. and Lunde, A. (2001), The NIG-S and ARCH Model: a Fat Tailed, Stochastic, and Autoregressive Conditional Heteroscedastic Volatility Model, *Econometrics Journal*, **4**, 319-342.

Jorgensen, R. (1982), *Statistical Properties of the Generalized Inverse Gaussian Distribution*, Lecture Notes in Statistics, 9, Springer-Verlag.

Kiliç, R. (2007), Conditional Volatility and Distribution of Exchange Rates: GARCH and FIGARCH Models with NIG Distribution, *The Berkeley Electronic Press*, **11**, 1-13.

Ljung, G. M. and Box, G. E. P. (1978), On a Measure of Lack of Fit in Time Series Models, *Biometrika*, **67**, 297-303.

Nelson, D. (1991), Conditional Heteroscedasticity in Asset Returns: A New Approach, *Econometrica*, **59**, 347-370.