

## توسعه روش نیمه‌ضمنی ذرات متحرک (MPS) به منظور بهبود شبیه‌سازی جریان‌های سطح آزاد با شرایط مرزی باز

احسان جعفری ندوشن<sup>1</sup>، احمد شکیبایی نیا<sup>2</sup>، سید فرهاد موسوی<sup>3</sup>، خسرو حسینی<sup>4\*</sup>

1- دانشجوی دکترای مهندسی عمران، دانشگاه سمنان، سمنان

2- محقق، مرکز تحقیقات آب و هوا، دانشگاه ویکتوریا، کانادا

3- استاد، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه سمنان، سمنان

4- دانشیار، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه سمنان، سمنان

\*khoseini@semnan.ac.ir

**چکیده** - روش‌های نیمه‌ضمنی ذرات متحرک (MPS) و هیدرودینامیک ذرات هموار (SPH) از مشهورترین روش‌های ذرات بدون شبکه (لاگرانژی) هستند که توجه محققان را در مسائل کاربردی با تغییرشکل‌های بزرگ و ناپیوستگی جریان به خود جلب کرده‌اند. هدف از این پژوهش، توسعه و بهبود شبیه‌سازی جریان با مرزهای باز با استفاده از مدل جدید نیمه‌ضمنی ذرات متحرک با تراکم‌پذیری ضعیف (WCMPSP) است. در بیشتر مطالعات انجام گرفته در زمینه روش‌های لاگرانژی، مدل‌های مورد نظر دارای شرایط مرزی بسته می‌باشند. لذا در این پژوهش، با به‌کارگیری روش بازیافت ذرات در مرزهای ورودی و خروجی، به توسعه و بهبود این مدل در شبیه‌سازی مدل‌های کاربردی با شرایط مرزی باز پرداخته شده و الگوریتم جدیدی برای شرایط مرزی ورودی و خروجی توسعه داده شده است. این الگوریتم نه تنها شرایط مرزهای ورودی و خروجی را بهبود می‌دهد، بلکه نوسانات فشار در مرزها را نیز کاهش می‌دهد. همچنین در این تحقیق برای پیش‌بینی بهتر سرعت در نزدیکی مرز، قانون لگاریتمی استاندارد دیوار برای ذرات سیال در مجاورت مرزهای جامد توسعه داده شده است. در ادامه، به منظور ارزیابی روش و مدل پیشنهادی برنامه‌نویسی شده با زبان C، مسأله شناخته شده و پرکاربرد جریان روی بستر خمیده نامتقارن، و سرریز اوجی مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج بررسی‌ها و مقایسه با نتایج آزمایشگاهی نشان می‌دهد که مدل پیشنهادی قابلیت و کارایی بالایی در مدل‌سازی جریان‌های با سطح آزاد با شرایط مرزی باز دارد.

**کلیدواژگان:** جریان با سطح آزاد، روش نیمه‌ضمنی ذرات متحرک (MPS)، تراکم‌پذیری ضعیف، روش بازیافت ذرات، شرایط مرزی باز.

روش‌های عددی مشهور برای ردیابی سطح آزاد جریان، مانند روش مارکر و سل ( $MAC^1$ ) و روش حجم سیال ( $VOF^2$ )، (Hirt and Nichols 1981) روش‌های مبتنی بر شبکه را قادر به شبیه‌سازی سطح آزاد می‌سازند. با این حال، مشکل اصلی در استفاده از چنین روش‌هایی در نقاط

### 1- مقدمه

برای سال‌های متمادی، مدل‌سازی عددی جریان‌های سطح آزاد، بر اساس روش‌های مبتنی بر شبکه، مانند المان محدود و حجم محدود، بوده است. روش‌های عددی مبتنی بر شبکه بعضاً مشکلاتی در برخورد با پدیده‌های پیچیده با تغییر شکل‌های بزرگ و ناپیوستگی سطح آزاد دارند.

1. Marker and Cell  
2. Volume of Fluid

MPS ارائه دادند. (Shibata and Koshizuka 2007) مدل MPS سه بعدی را برای شبیه‌سازی برخورد موج به عرشه کشتی و پیش‌بینی فشار ناشی از برخورد به کار بردند. (Khayer and Gotoh 2010) روی بخش مومنتم مدل کار کردند و رابطه جدیدی برای تغییرات فشار پیشنهاد دادند. آنها همچنین برای غلبه بر نوسانات فشار، تراکم‌پذیری کم را برای مدل قائل شدند. (Khayer and Gotoh 2010) مدل مرتبه بالاتری برای پایدارسازی و ارتقای محاسبات فشار در مدل MPS معرفی کردند.

(Kondo and Koshizuka 2011) به منظور غلبه بر نوسانات فشار، رابطه جدیدی برای جمله منبع در معادله پواسون فشار پیشنهاد کردند. (Shakibaeinia and Jin 2010) روش MPS با تراکم ضعیف<sup>4</sup> (WCMPs) را برای مدل‌سازی مایعات تراکم‌ناپذیر پیشنهاد کردند. در این روش سیال به جای کاملاً غیر قابل تراکم، به صورت نسبتاً تراکم‌پذیر در نظر گرفته می‌شود و به جای حل معادله پواسن فشار به صورت ضمنی، از معادله حالت، که به صورت صریح حل می‌شود، استفاده می‌گردد. آنها نشان دادند که این روش نه تنها نوسانات MPS مصنوعی را بهبود می‌دهد، بلکه کمی کارایی مدل در مقایسه با MPS استاندارد (کاملاً تراکم‌پذیر) را افزایش می‌دهد (Shakibaeinia and Jin 2011a) تراکم‌پذیری کم برای مدل MPS قائل شده و در مرزها استراتژی جایگزینی ذرات را پیشنهاد نمودند. (Shakibaeinia and Jin 2011b) شبیه‌سازی شکست سد روی بستر متحرک با استفاده از مدل دوفازی MPS با تراکم ضعیف را ارائه نمودند. در بیشتر مطالعات انجام گرفته در زمینه روش‌های لاگرانژی مدل‌های مورد نظر دارای شرایط مرزی بسته می‌باشند. هدف از ارائه این مقاله، توسعه و بهبود شبیه‌سازی جریان‌های با سطح آزاد با شرایط مرزی باز می‌باشد. بدین منظور، یک روش لاگرانژی به نام روش نیمه‌ضمنی ذرات متحرک تراکم‌پذیر ضعیف (WCMPs) برای شبیه‌سازی جریان سطح آزاد با شرایط مرزی باز معرفی می‌شود. حذف محدودیت‌های مدل WCMPs قبلی، که تنها مسائل هیدرولیک با مرز بسته قابل اجرا بود برطرف

با تغییر شکل‌های ناگهانی و یا نقاط پراکنده است (Liu et al., 2005). همچنین، به علت ترم جابجایی در معادلات، این روش‌ها با مشکل انتشار عددی روبرو هستند (Koshizuka et al., 1998). در سال‌های اخیر، نسل جدیدی از روش‌های عددی، به نام روش‌های ذرات بدون شبکه (لاگرانژی) برای حل مسائل دینامیک سیالات محاسباتی<sup>1</sup> (CFD) توسعه یافته‌اند. از اولین و معتبرترین این روش‌ها می‌توان روش‌های هیدرودینامیک ذرات هموار<sup>2</sup> (SPH) و نیمه‌ضمنی ذرات متحرک<sup>3</sup> (MPS) را نام برد. روش MPS توسط Koshizuka and Oka (1996) معرفی شده است (Koshizuka and Oka, 2006). این روش کاملاً لاگرانژی بوده که به سیال به دید مجموعه‌ای از ذرات می‌نگرد. مدل‌های برهم‌کنش ذرات برای عملگرهای دیفرانسیلی همچون گرادیان، دیورژانس و لاپلاسیان تعریف شده و معادلات حاکم به معادلات برهم‌کنش ذرات متحرک تبدیل می‌شوند. این روش بر پایه بسط سری تیلور بیان گردیده و ابتدا در مسائل مکانیک سیالات تحت فشار به کار برده شده است (Koshizuka and Oka 1996) فروپاشی ستون آب را توسط روش MPS مدل‌سازی نمودند و تطابق قابل قبولی بین داده‌های آزمایشگاهی و نتایج عددی به دست آوردند. از آن زمان به بعد، بسیاری از محققان از روش MPS برای حل مسائل مختلف استفاده کردند. (Koshizuka and Oka 1998) شبیه‌سازی شکست موج روی شیب را انجام دادند (Koshizuka et al., 1998). (Gotoh and Sakai 2006) شکست امواج روی هندسه‌های مختلف بستر دریا را شبیه‌سازی نمودند. مدل‌سازی آنها روی شیب یکنواخت غیرقابل نفوذ، شیب یکنواخت نفوذپذیر و یک دیواره عمودی با پله‌های کوچک صورت گرفت و نتایج مطلوبی به دست آمد. (Gotoh and Sakai, 2006). (Gotoh and Sakai 2006) یک مدل چند فازی MPS را برای شبیه‌سازی مسائل با فازهای مایع و گاز یا مایع و جامد انتقال رسوب و اجسام شناور توسعه دادند. (Ataei-Ashtiani and Farhadi 2006) توابع کرنل مختلف را مقایسه نموده و رابطه‌ای برای افزایش پایداری مدل

1. Computational Fluid Dynamic  
2. Smoothed Particle Hydrodynamics  
3. Moving-Particle Semi-Implicit

4. Weakly Compressible MPS

$$\frac{1}{\rho} \frac{D\rho}{Dt} + \nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nabla \cdot (\nu_i \nabla \mathbf{u}) + \mathbf{g} \quad (2)$$

در روابط بالا،  $u$  بردار سرعت،  $t$  زمان،  $\rho$  چگالی سیال،  $P$  فشار،  $g$  شتاب ثقل و  $\nu_i$  لزجت گردابی سیال می‌باشد.

آشفته‌گی یک عامل مؤثر در محاسبات هیدرولیکی جریان‌های آشفته به شمار می‌آید. در این پژوهش، برای مدل‌سازی تنش آشفته‌گی در معادله اندازه حرکت، از روابط معرفی شده توسط (Gotoh et al., 2001) استفاده شده است. لزجت آشفته‌گی (لزجت گردابی سینماتیک) با استفاده از رابطه (3) محاسبه می‌شود:

$$\nu_i = (C_s \Delta)^2 \sqrt{2S_{ij}S_{ij}} \quad (3)$$

که در آن  $\Delta$  فاصله بین ذرات و  $C_s$  ثابت اسماگورینسکی می‌باشد که معمولاً بین 0/1 تا 0/2 در نظر گرفته می‌شود. در این تحقیق با توجه به توصیه محققان عدد 0/18 برای ضریب اسماگورینسکی در نظر گرفته شده است (Deville and Gatski, 2012; Pagaut, 2006; Ahuzac et al., 2010; Adami and Adams, 2004) همچنین،  $S_{ij}$  نرخ تانسور کرنش در مقیاس حل است که به صورت رابطه (4) تعریف می‌شود (Gotoh et al., 2001):

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (4)$$

### 3- گسسته‌سازی در روش MPS

در روش‌های لاگرانژی بر خلاف روش اویلری، به جای شبکه‌بندی میدان حل و منقطع‌سازی معادلات روی گره‌ها، میدان حل به تعدادی ذره تقسیم شده و معادلات منقطع شده روی این ذرات حل می‌شوند. در حقیقت معادلات حاکم با استفاده از اپراتورهای مختلف به معادلات اندرکنش ذرات تبدیل می‌شوند. در این میان، ذراتی که به ذره مورد بررسی نزدیک‌تر باشند، اثر بیشتری روی آن ذره خواهند گذاشت، به گونه‌ای که می‌توان از اثر ذرات نسبتاً دورتر در مقایسه با ذرات نزدیک‌تر صرف‌نظر کرد و اندرکنش بین ذرات را به قلمرو مشخصی به نام شعاع تأثیر محدود نمود. اثر هر یک از ذرات بر ذره مورد محاسبه با تابعی وزنی اثرسنجیده می‌شود. وزن‌دهی ذرات همسایه موجود در شعاع

گردیده است. مدل برای سه مسأله کانال باز صحت‌سنجی و توسعه داده شده است. لازم به ذکر است که این سه مدل تاکنون با روش MPS مدل‌سازی نشده‌اند.

در این تحقیق به اصلاح روش پیاده‌سازی مرزهای ورودی و خروجی و همچنین مرزهای جامد پرداخته شده است و اثر آنها بر نتایج شبیه‌سازی مورد بررسی قرار گرفته است. در این تحقیق از روش بازیافت ذرات<sup>1</sup> برای ورود و خروج ذرات در مرزها استفاده شده است. در این روش به تعدادی ذرات ذخیره<sup>2</sup> در مدل نیاز است. ذراتی که میدان حل را ترک می‌کنند، به ذرات ذخیره اضافه شده و ذراتی که به میدان حل وارد می‌شوند، از ذرات ذخیره کسر می‌گردند. ذرات ذخیره هیچ مقدار فیزیکی نخواهند داشت و وجود آنها این امکان را به مدل می‌دهد که بدون محدودیت، تعدادی از ذرات را به میدان حل وارد کرده، یا از آن خارج کند. چنین رویکردی محدودیت ناشی از نابرابری تعداد ذرات ورودی و خروجی را از میان برمی‌دارد. این رویکرد که توسط Shakibaeinia and Jin (2010) پیشنهاد شده است دارای نوسانات فشار در مرزهای ورودی است، لذا در این تحقیق برای بهبود و رفع این مشکل الگوریتم جدیدی برای شرایط مرزی ورودی و خروجی توسعه داده شده است. این الگوریتم نه تنها شرایط مرزهای ورودی و خروجی را بهبود می‌دهد، بلکه نوسانات فشار در مرزها و سطح آزاد را نیز کاهش می‌دهد. قابلیت‌های مدل برای پیش‌بینی دقیق پروفیل سرعت، میدان فشار و مشخصات سطح آزاد به صورت جامع با مقایسه با نتایج تجربی و عددی در طیف گسترده‌ای از جریان و شرایط هندسی مورد بررسی قرار گرفته است. مقایسه نتایج مدل مورد نظر با نتایج آزمایشگاهی و عددی موجود حاکی از دقت بالای مدل در پیش‌بینی پروفیل سرعت، میدان فشار و مشخصات سطح آزاد است.

### 2- معادلات حاکم

معادلات حاکم بر جریان سیال شامل بقای جرم و اندازه حرکت در فرم لاگرانژی به شرح روابط (1) و (2) می‌باشند (Shakibaeinia and Jin, 2010):

1. Particle Recycling Strategy  
2. Storage Particle

### 3-2- اپراتورهای روش MPS

همان‌طور که در معادلات حاکم دیده می‌شود، جملات اپراتورهای گرادیان و لاپلاسین در این معادلات وجود دارد که برای گسسته‌سازی لازم است به صورت لاگرانژی تعریف شوند. اپراتور گرادیان، میانگین وزنی بردارهای گرادیان بین ذره مورد نظر  $i$  و ذرات همسایه آن است که در روش MPS استاندارد به صورت رابطه (9) بیان می‌شود (Shakibaeinia and Jin, 2010):

$$\langle \nabla \phi \rangle_i = \frac{d}{n^0} \sum_{i \neq j} \left[ \frac{\phi_i - \phi_j}{R_{ij}} \frac{r_j - r_i}{R_{ij}} W(R_{ij}, r_e) \right] \quad (9)$$

به طور مشابه، فرمول دیورژانس بردار  $u$  برای ذره  $i$  به صورت رابطه (10) تعریف می‌شود (Shakibaeinia and Jin, 2010):

$$\langle \nabla \cdot u \rangle_i = \frac{d}{n^0} \sum_{i \neq j} \left[ \frac{u_i - u_j}{R_{ij}} \cdot \frac{r_j - r_i}{R_{ij}} W(R_{ij}, r_e) \right] \quad (10)$$

که در آن  $d$  ابعاد فضا،  $n^0$  مقدار متوسط چگالی عددی ذرات اولیه و  $\tau$  بردار موقعیت می‌باشد. فرمول لاپلاس به وسیله متوسط وزنی مقادیر فیزیکی توزیع شده از ذره  $i$  به ذرات مجاور خود محاسبه می‌شود. بر این اساس، اپراتور لاپلاسین به صورت رابطه (11) تعریف می‌شود (Shakibaeinia and Jin, 2011b):

$$\langle \nabla^2 \phi \rangle_i = \frac{2d}{\lambda n^0} \sum_{i \neq j} \left[ (\phi_i - \phi_j) W(R_{ij}, r_e) \right] \quad (11)$$

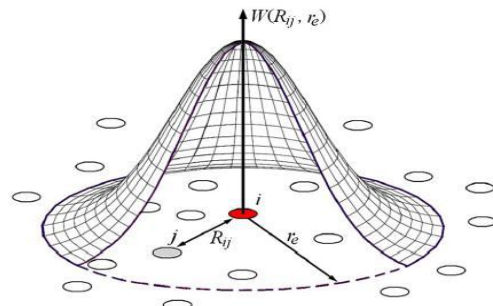
که در آن  $\lambda$  پارامتر معرف برای حفظ تساوی افزایش واریانس با راه حل تحلیلی است. این پارامتر به صورت رابطه (12) تعریف می‌شود (Shakibaeinia and Jin, 2010):

$$\lambda = \frac{\int_{\mathcal{V}} W(R, r_e) R^2 dv}{\int_{\mathcal{V}} W(R, r_e) dv} \quad (12)$$

تابع کرنل که در این مطالعه استفاده شده، تابع چند جمله‌ای ناهمگون در مرتبه سوم می‌باشد که توسط شکیبائی‌نیا و جین پیشنهاد شده است (Shakibaeinia and Jin, 2010):

$$W(r_{ij}, r_e) = \begin{cases} (1 - r_{ij}/r_e)^3 & 0 \leq r_{ij}/r_e < 1 \\ 0 & r_{ij}/r_e \geq 1 \end{cases} \quad (13)$$

تأثیر یک ذره خاص، توسط تابع کرنل انجام می‌گیرد. شکل 1 موقعیت ذره مورد نظر در میدان حل و اندرکنش با ذرات همسایه را نشان می‌دهد. تابع کرنل برای درونیابی کمیت‌های فیزیکی در اطراف هر ذره استفاده می‌شود.



شکل 1 موقعیت ذره مورد نظر در میدان حل و اندرکنش با ذرات همسایه (Shakibaeinia and Jin, 2011b)

### 3-3 - چگالی عددی ذرات

چگالی عددی ذرات برای نشان دادن تراکم ذرات در اطراف یک ذره خاص (پارامتر  $n$ )، به صورت رابطه (5) تعریف شده است (Shakibaeinia and Jin, 2010):

$$\langle n \rangle_i = \sum_{j \neq i} W(R_{ij}, r_e) \quad (5)$$

تعداد ذرات در واحد حجم ( $N_i$ ) را می‌توان با استفاده از چگالی عددی ذرات طبق رابطه (6) محاسبه نمود (Gotoh et al. 2001):

$$\langle N \rangle_i = \frac{\langle n \rangle_i}{\int_{\mathcal{V}} W(R, r_e) dv} \quad (6)$$

بنابراین، با داشتن جرم هر ذره، چگالی سیال به کمک رابطه (7) تعیین می‌شود (Shakibaeinia and Jin, 2010):

$$\langle \rho \rangle_i = \frac{\sum_{i \neq j} m_j W(R_{ij}, r_e)}{\int_{\mathcal{V}} W(R, r_e) dv} \quad (7)$$

که در آن  $m_i$  جرم ذره  $i$ ، اپراتور  $\langle \cdot \rangle$  تقریب کرنل و مخرج کسر انتگرال از تابع کرنل در منطقه تعامل است. با فرض این که تمام ذرات دارای جرم مشابه  $m$  باشند، چگالی سیال و چگالی عددی ذرات با رابطه (8) بیان می‌شود (Shakibaeinia and Jin, 2010):

$$\langle \rho \rangle_i = \frac{m}{\int_{\mathcal{V}} W(R, r_e) dv} \langle n \rangle_i \quad (8)$$

#### 4- الگوریتم حل روش MPS

برای حل معادلات حاکم ارائه شده، از روش MPS استفاده می‌شود. در این روش، معادلات بر اساس دو سطح زمانی فعلی و آینده نوشته خواهند شد. همان‌گونه که از نام روش نیمه ضمنی ذرات متحرک برمی‌آید، معادلات به صورت نیمه ضمنی حل می‌شوند، یعنی بعضی جملات معادله به صورت صریح و برخی به صورت ضمنی در نظر گرفته می‌شوند. طبق این روش، منقطع‌سازی معادله ناویر-استوکس در دو نیم‌گام زمانی انجام می‌شود. در نیم‌گام اول (مرحله پیش‌بینی)، معادلات حاکم با حضور جملات لزجت و ثقل، بدون اعمال تراکم‌پذیری به صورت صریح حل شده، ولی جمله فشار در نظر گرفته نمی‌شود. تا این مرحله، بقای جرم یا تراکم‌پذیری سیال ارضا نشده است. در نیم‌گام دوم (مرحله تصحیح) معادلات حاکم با حضور جمله فشار حل می‌شوند و سپس نتایج به دست آمده از مرحله قبل شامل سرعت و موقعیت ذرات، با حضور گرادیان فشار و با ثابت نگاه داشتن چگالی، اصلاح می‌شود. به بیان دیگر، از جمله فشار برای تصحیح سرعت ذرات محاسبه شده از مرحله تخمین استفاده می‌شود. بر این اساس، معادله ناویر-استوکس در نیم‌گام اول را می‌توان به زبان ریاضی به صورت رابطه (14) نوشت:

$$\frac{Du}{Dt} = \nabla \cdot (v_i \nabla u) + f \quad (14)$$

از حل معادله (14) به صورت صریح، نوسانات مؤلفه‌های سرعت  $Du$  برای همه ذرات به دست آمده و سپس موقعیت و سرعت اصلاح شده ذرات با استفاده از روابط (15) و (16) محاسبه می‌شود:

$$u^{t+1/2} = \Delta u^{t+1/2} + u^t \quad (15)$$

$$r^{t+1/2} = \Delta r^{t+1/2} + r^t \quad (16)$$

که در آنها  $u^t$ ،  $r^t$  و  $u^{t+1/2}$  به ترتیب موقعیت و سرعت هر ذره در گام زمانی فعلی  $t$  و نیم‌گام زمانی آینده  $t+1/2$  می‌باشند. آنگاه مجدداً چگالی عددی هر ذره  $n_i^{t+1/2}$  با توجه به موقعیت جدید ذرات محاسبه می‌گردد. جملات مربوط به ثقل و لزجت از معادله ناویر-استوکس کنار گذاشته شده و طبق رابطه (17) فشار ارزیابی می‌شود:

$$\frac{Du}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla P^{t+1} \quad (17)$$

از آنجا که این مرحله در نیم‌گام زمانی دوم انجام می‌شود، منقطع‌سازی معادله فوق به صورت روابط (18) و (19) خواهد بود:

$$\frac{1}{2} \frac{(n^0 - n_i^{t+1/2})}{\Delta t} = -\nabla \cdot \left( -\frac{\Delta t}{\rho} \nabla P^{t+1} \right) \quad (18)$$

$$\langle \nabla^2 P^{t+1} \rangle = \frac{\rho}{\Delta t^2} \frac{(n^0 - n_i^{t+1/2})}{n^0} \quad (19)$$

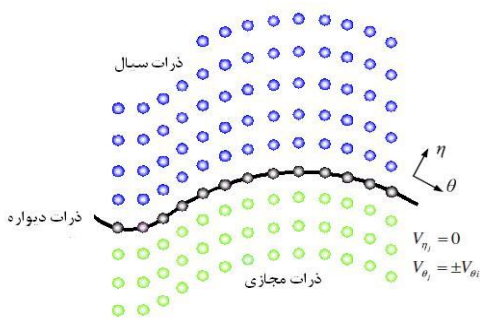
MPS بقای جرم را بدون محاسبات اضافی تضمین می‌کند، زیرا خود ذرات نشان‌دهنده جرم است. در این تحقیق، از روش WC-MPS، ارائه شده برای مدل‌سازی جریان تراکم‌ناپذیر برای محاسبه فشار استفاده می‌شود. در این روش، با ننگه‌داشتن مقدار تراکم‌پذیری بسیار کوچک، سیال به عنوان یک سیال تقریباً تراکم‌ناپذیر رفتار نموده و رابطه صریح (معادله حالت) برای تعیین فشار در هر گام زمانی، به جای حل ضمنی رابطه (معادله پواسون) استفاده می‌شود. فرض تراکم‌پذیری ضعیف در روش MPS سبب کاهش نوسانات فشار مصنوعی و مدت زمان محاسبات می‌شود. با ننگه‌داشتن مقدار تراکم‌پذیری در حد بسیار کوچک، سیال به عنوان یک سیال تقریباً تراکم‌ناپذیر رفتار می‌کند. رابطه 20 معادله حالت اصلاح شده توسط Shakibaenia and Jin (2010) را نشان می‌دهد.

$$P_i^{t+1} = k \left[ \left( \frac{\langle n^{t+1/2} \rangle_i}{n^0} \right)^\gamma - 1 \right]; \quad k = \frac{\rho c^2}{\gamma} \quad (20)$$

که در آن معمولاً  $\gamma = 7$ ،  $k$  مدول حجمی مایع و  $C_0$  سرعت مصنوعی صوت است. از آنجا که استفاده از سرعت صوت واقعی برای سیال، گام زمانی بسیار کوچک نتیجه می‌دهد، معمولاً از سرعت صوت مصنوعی کوچکتر استفاده می‌شود. برای حفظ تغییرات چگالی مایع کمتر از 1% چگالی مرجع، سرعت صوت باید بیش از 10 برابر حداکثر سرعت سیال باشد. نسبت چگالی عددی ذرات محاسبه شده در گام پیش‌بینی  $n^{t+1/2}$  به چگالی عددی ذرات اولیه،  $n^0$ ، در معادله حالت برای محاسبه فشار در گام زمانی جدید مورد استفاده قرار می‌گیرد. از آنجا که یک طرح تقسیم زمانی صریح و روشن استفاده شده است، شرط پایداری کورانت فردریش و لوی (1967) (شرایط CFL) باید ارضا شود. شرایط CFL مطابق رابطه (21) داده شده است:

## 5-2-2- مرز جامد

در مواردی مانند دیوارها یا کف کانال که مرز جامد غیر قابل نفوذ است، از این شرط مرزی استفاده می‌شود. در مجاورت مرزهای جامد، چگالی ذرات کاهش می‌یابد، که این امر می‌تواند سبب ایجاد اختلال در محاسبات شود. از این رو تعدادی ذرات مجازی در خارج از مرزها مستقر می‌شوند تا از این کاهش ناخواسته چگالی جلوگیری شود. این روش اولین بار توسط Koshizuka et al. (1995) به کار گرفته شد. مرزهای جامد به صورت چند ردیف ذرات مجازی خارج از میدان جریان در نظر گرفته می‌شوند که با فواصلی برابر شعاع اولیه ذرات در کنار هم چیده شده‌اند تا چگالی ذرات دیواره نسبت به چگالی ذرات سیال ثابت بماند (شکل 3). ضخامت لایه ذرات مجازی به شعاع تأثیر انتخاب شده در تابع کرنل بستگی دارد.



شکل 3 ذرات روی مرز جامد و ذرات مجازی

## 5-2-2-1- توسعه و بهبود عملکرد مرزهای جامد برای

### تعیین پروفیل سرعت

در این تحقیق برای بهبود پیش‌بینی سرعت در نزدیکی مرزهای جامد، قانون لگاریتمی استاندارد دیوار برای ذرات سیال در مجاورت مرزهای جامد استفاده شده است. در بخش 7-1-2 نتایج پروفیل سرعت بهبود یافته در نزدیکی مرز نشان داده شده است. قانون لگاریتمی دیوار در شکل کلی به صورت زیر می‌باشد.

$$u^+ = \frac{1}{\kappa} \ln y^+ + C^+ \quad \text{with } y^+ = \frac{\rho y u_{\tau}}{\mu}; \quad u^+ = \frac{u}{u_{\tau}} \quad (23)$$

که در آن  $u_{\tau}$  سرعت اصطکاک (سرعت برشی) است،  $C^+$  یک ثابت (تقریباً 0/5 برای سطح هموار)،  $y$  فاصله از مرز

$$\Delta t \leq \frac{C \Delta l}{c_0} \quad (21)$$

که در آن  $\Delta l$  فاصله ذرات و  $0 < C \leq 1$  عدد کورانت است. در این مطالعه،  $C=0.5$  یا کمتر، یک راه حل پایدار برای همه مسائل نمونه می‌دهد. لازم به ذکر است که مدل مورد نظر یک مدل تک فاز می‌باشد و همان‌گونه که بیان شد مدل اصلی MPS نیمه‌ضمنی می‌باشد، یعنی بخشی صریح و بخشی ضمنی (معادله پواسن فشار به صورت کاملاً ضمنی حل می‌شود) است. در روش WC-MPS حاضر به علت اینکه از معادله حالت برای محاسبه فشار استفاده می‌شود، (جهت اعمال تراکم پذیری ضعیف) این بخش نیز صریح محاسبه می‌شود، که در نهایت روش کاملاً صریح می‌باشد.

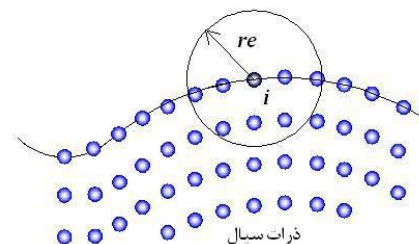
## 5- شرایط مرزی

### 5-1-5- سطح آزاد

در روش MPS برای ردیابی سطح آزادی سطح آزادی از چگالی ذرات استفاده می‌شود. از آنجا که هیچ ذره‌ای در فضای بیرون از سطح آزاد وجود ندارد، چگالی ذرات در سطح آزاد به شدت کاهش می‌یابد. ذره‌ای به عنوان ذره سطح آزاد شناخته می‌شود که چگالی آن تا حدی از چگالی استاندارد ذرات کمتر باشد (مطابق شکل 2). مقدار این حد با توجه به مسأله مورد نظر ممکن است از 80% تا 99% انتخاب شود و با رابطه (22) نشان داده می‌شود:

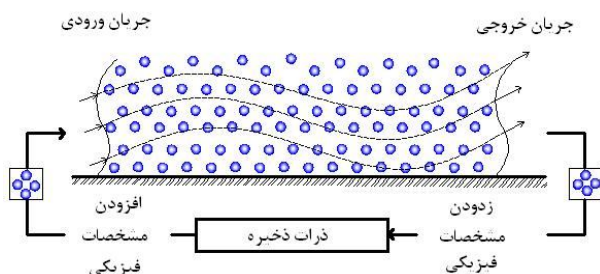
$$\langle n^* \rangle_i \leq n^0 \beta \quad (22)$$

$n^*$  چگالی عددی ذرات در سطح آزاد،  $n^0$  چگالی عددی اولیه ذرات و  $\beta$  ضریب آستانه است که بین 0/8 تا 0/99 انتخاب می‌شود. در این صورت فشار این ذره روی سطح آزاد در هر گام زمانی برابر صفر قرار داده خواهد شد. در روش MPS نیاز به اعمال شرط اضافه دیگری برای سطح آزاد نیست.



شکل 2 ذرات روی سطح آزاد

برای شرط مرزی با سرعت معلوم جریان ورودی، تعدادی ذره با توجه به مشخصات سرعت مرز ورودی به جریان ورودی افزوده می‌شود.



شکل 4 راهبرد بازیافت ذرات در مدل‌سازی مرزهای باز در روش لاگرانژی

به بیان دیگر، بسته به توزیع سرعت جریان ورودی در عمق، در هر چند گام زمانی طبق رابطه (24)، یک ذره در همان عمق به جریان ورودی اضافه می‌شود (شکل 5-الف). خصوصیات مرز به این ذرات که بین ذرات سیال و ذرات مجازی مرز وارد می‌شوند، اعمال می‌گردد.

$$k(y) = \frac{\Delta l}{u(y)\Delta t} \quad (24)$$

که در آن  $k$  مقاطع زمانی افزودن ذرات محاسباتی،  $u(y)$  سرعت جریان ورودی در عمق،  $\Delta t$  گام زمانی و  $\Delta l$  فاصله اولیه بین ذرات است. برای شرط مرزی با فشار یا عمق معلوم جریان خروجی، ذراتی که در مجاورت ذرات مجازی مرز خروجی قرار می‌گیرند، حذف شده و به ذرات ذخیره می‌پیوندند، به نحوی که عمق ذرات مجازی مرز برابر شرط مرزی عمق خروجی خواهد بود. (شکل 5-ب). شکل 5 روش ارائه شده توسط Shakibaeinia and Jin (2010) را نشان می‌دهد.

### 3-5-1- توسعه و بهبود عملکرد مرزهای باز

همان‌گونه که در بخش قبل بیان شد الگوریتم پیشنهاد شده توسط Shakibaeinia and Jin (2010) با موفقیت به تعیین سرعت جریان ورودی و کنترل عمق جریان خروجی می‌پردازد. با این حال، این روش نوسانات غیر فیزیکی فشار در مرز ورودی و سطح آزاد ایجاد می‌کند.

جامد است، و  $\kappa$  ثابت فون کارمن (تقریباً 0/41) است. قانون لاگاریتمی دیواره در نزدیکی دیواره ( $y < \Delta l$ ) بکار گرفته می‌شود.

### 3-5- مرزهای باز

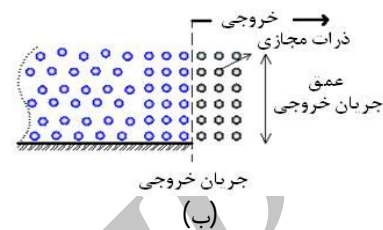
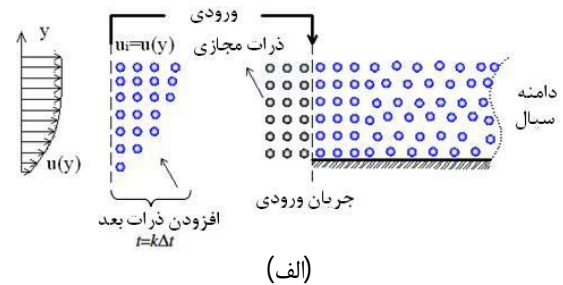
در مواردی که جریانی به محیط آبی وارد یا از آن خارج می‌شود، با مرز باز سروکار داریم. از آنجا که مدل‌سازی لاگرانژی با تعدادی از ذرات صورت می‌گیرد، مسائل با مرزهای بسته، حتی اگر گرادیان‌های شدید سرعت و فشار یا سطح آزادهای پیچیده مشاهده شوند (مانند مسأله شکست سد)، بسیار آسانتر از روش اویلری انجام می‌شود. با وجود پیشرفت‌های زیاد در مدل‌سازی با روش‌های مبتنی بر ذره، اجرای مرزهای باز با ورود یا خروج جریان، به علت لزوم افزایش یا کاهش ذرات در میدان حل و محدودیت حافظه محاسباتی، هنوز چالشی در شبیه‌سازی مسائل سطح آزاد با روش لاگرانژی است و به ملاحظات ویژه‌ای نیازمند است.

یکی از روش‌های در نظر گرفتن مرزهای باز با جریان ورودی و خروجی در روش‌های لاگرانژی، استفاده از شرایط مرزی تناوبی<sup>1</sup> است. در این روش، ذره‌ای که میدان حل را از طریق مرز جریان خروجی ترک می‌کند، بلافاصله از طریق مرز جریان ورودی مجدداً وارد میدان حل می‌شود. از آنجا که در بسیاری از موارد تضمینی وجود ندارد که جریان خروجی و ورودی و به تبع آن تعداد ذرات خروجی و وارد شده به میدان حل، برابر باشد، این روش در شرایط محدودی کاربرد خواهد داشت. در روش دیگری که راهبرد بازیافت ذرات<sup>2</sup> نامیده شده، به تعدادی ذره ذخیره<sup>3</sup> در مدل نیاز است (Shibata and Koshizuka, 2004). ذراتی که میدان حل را ترک می‌کنند، به ذرات ذخیره اضافه شده و ذراتی که به میدان حل وارد می‌شوند، از ذرات ذخیره کسر می‌گردند. ذرات ذخیره هیچ مقدار فیزیکی نخواهند داشت و وجود آنها این امکان را به مدل می‌دهد که بدون محدودیت، تعدادی از ذرات را به میدان حل وارد کرده یا از آن خارج کند. چنین رویکردی محدودیت ناشی از نابرابری تعداد ذرات ورودی و خروجی را از میان برمی‌دارد (شکل 4).

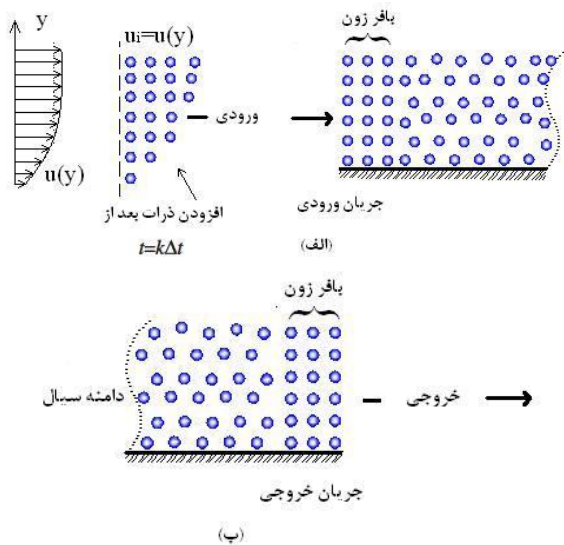
1- Periodic Boundary Condition  
2. Particle Recycling Strategy  
3. Storage Particle

افزافه شده و به صورت ورودی به سمت دامنه محاسباتی حرکت می‌کنند. در این روش هیچ رابطه ریاضی اضافی به مدل افزودن نشده و فقط ذرات ثابت ورودی با بافر زون جایگزین شده است. نتایج این مطالعه نشان داد که روش جدید نوسانات فشار نزدیک مرز را کاهش می‌دهد. (شکل 6-الف).

برای شرط مرزی با فشار یا عمق معلوم جریان خروجی، ذراتی که در مجاورت ذرات مجازی مرز خروجی قرار می‌گیرند، حذف شده و به ذرات ذخیره می‌پیوندند، به نحوی که عمق ذرات مجازی مرز برابر شرط مرزی عمق خروجی خواهد بود (شکل 5-ب). در روش اصلاحی حاضر دیگر نیازی به ذرات مجازی در مرزهای خروجی نیست و با توجه به شرایط هیدرولیکی خروجی به صورت خودکار خارج شده و به ذرات ذخیره اضافه می‌شود (شکل 6-ب).



شکل 5 الف) شرط مرزی سرعت جریان ورودی و ب) شرط مرزی فشار (عمق) جریان خروجی در روش لاگرانژی ارائه شده توسط شکیبایی نیا و جین (2010)



شکل 6 الف) شرط مرزی سرعت جریان ورودی و ب) شرط مرزی فشار (عمق) جریان خروجی در روش لاگرانژی اصلاح شده

## 6- مدل‌های مورد مطالعه

در این پژوهش، سه هندسه سرریز با شرایط هیدرولیکی مختلف برای صحت‌سنجی و کاربرد مدل توسعه داده شده در نظر گرفته شده است. مدل اول و دوم دو نوع سرریز اوجی با زوایای 45 و 60 درجه می‌باشند (شکل 7-الف) و مدل سوم جریان روی بستر خمیده نامتقارن در کانال می‌باشد (شکل 7-ب). در جدول 1 خلاصه‌ای از هندسه

این نوسانات به این دلیل می‌باشد که ذرات به طور ناگهانی، به ذرات جدید اضافه شده و این ذرات توسط ذرات مجازی منعکس شده و ایجاد نوسانات فشار می‌کنند. در این مطالعه با استفاده از یک روش جایگزین، ناگهانی اضافه کردن ذرات جدید کاهش داده شد. در این روش، جریان ذرات مجازی ایستا توسط نوعی ذرات دینامیکی در یک ناحیه بافر زون جایگزین شده است. ذرات جدید به لایه خارجی از منطقه بافر اضافه شده است. این ذرات در منطقه بافر با توجه به فشار هیدرواستاتیک و سرعت ورودی جریان وارد مرز می‌شوند و ذرات با توجه به سرعت ورودی جابجا می‌شوند. در این روش نه تنها ذرات توسط ذرات مجازی منعکس نمی‌شوند (هیچ ذره مجازی در مرز موجود نیست) بلکه نوسانات فشار ناشی از ناگهانی اضافه شدن ذرات کاملاً مستهلک شده و ذرات به وسیله آن از منطقه بافر زون عبور می‌کنند. همان‌گونه که بیان شد در روش قبلی در مرز ورودی، چند لایه ذرات ثابت در نظر گرفته می‌شد و ذرات جدید در فاصله بین این ذرات و ذرات سیال اضافه می‌گردید. در روش اصلاحی به جای این ذرات ثابت یک ناحیه در محل ورودی در نظر گرفته می‌شود که در آن ذرات اجازه حرکت دارند، ولی با مقادیر سرعت و فشاری برابر شرایط مرز ورودی. این ناحیه بافر زون نامید شده است. ذرات جدید ورودی به این بافر زون



مدل و شرایط هیدرولیکی بیان شده است.

### 7- بحث و نتایج

#### 1-7- شبیه‌سازی جریان بر روی سرریز اوجی 45 درجه

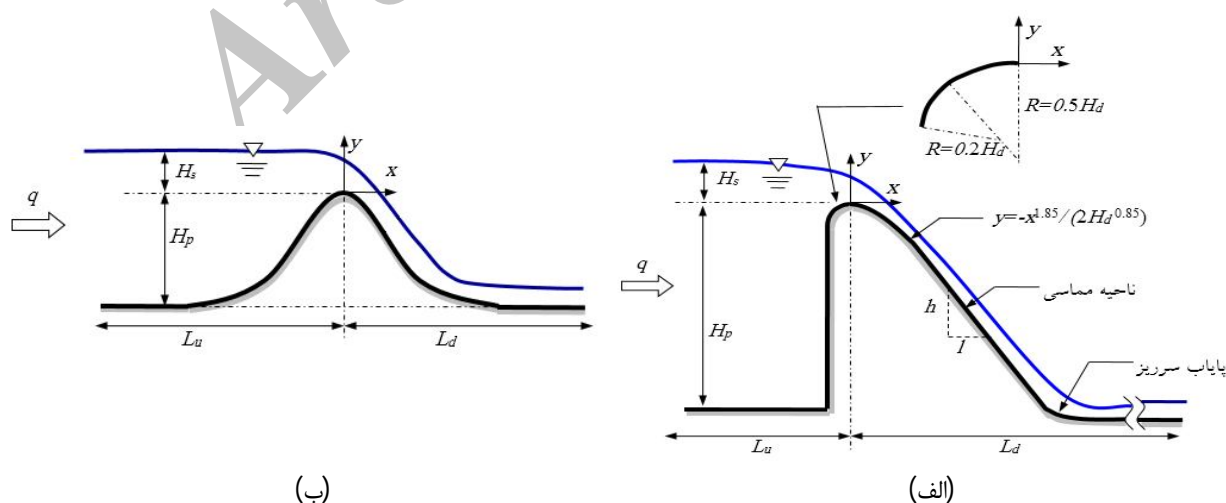
شکل 8 موقعیت اولیه ذرات برای سرریز 45 درجه اوجی شکل را نشان می‌دهد. تجزیه و تحلیل حساسیت مدل نسبت به اندازه ذرات نشان می‌دهد که اندازه بزرگتر ذرات ممکن است برای نشان دادن ویژگی‌های جریان مناسب نباشد، و اندازه کوچک ذرات زمان محاسباتی را افزایش می‌دهد. در ابتدا، ذرات یکنواخت توزیع شده است و سرعت و فشار ذرات به ترتیب برابر صفر و فشار هیدرواستاتیک، تنظیم شدند.

#### 1-7-1- تأثیر شرایط مرزی اصلاح شده درمرز ورودی

در این بخش مدل فیزیکی سرریز اوجی 45 درجه برای شبیه‌سازی و صحت‌سنجی مدل توسعه داده شده بکار گرفته شده است. مشخصات مدل فیزیکی مورد نظر در جدول 1 و شکل 7 ارائه شده است. در شکل 9 به مقایسه مدل اصلاح شده و مدل (Shakibaenia and Jin, 2010) پرداخته شده است. همان‌طور که در شکل نشان داده شده است در مدلی که از بافر زون در مرز ورودی برای ورود ذرات استفاده شده است (مدل اصلاح شده)، نسبت به مدلی که از ذرات مجازی در مرز ورودی استفاده شده است، (Shakibaenia and Jin, 2010) به مراتب نوسانات فشار و سطح آب کمتری وجود دارد.

جدول 1 مشخصات مدل های فیزیکی

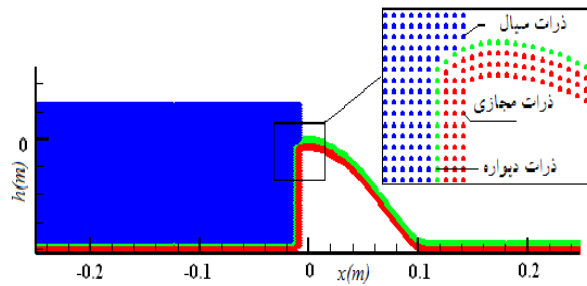
هندسه	$q$ ( $m^2/s$ )	$H_s$ (m)	$H_d$ (m)	$H_s / H_d$	$H_p$ (m)	$L_u$ (m)	$L_d$ (m)	$h/l$	آزمایشگاهی
سرریز 45 درجه (مدل 1)	0/031	0/050	0/050	1	0/075	0/25	0/25	1:1	(Kim and Park, 2005)
	0/039	0/067	1/33						
سرریز 60 درجه (مدل 2)	0/015	0/038	0/051	0/75	0/38	0/60	1	1/73:1	(Chatila and Tabbara, 2004)
	0/024	0/058	1						
بستر خمیده (مدل 3)	0/111	0/15	-	-	0/30	2/10	1/5	-	(Sivakumaran, 1983)
	0/0375	0/078	-						



شکل 7 الف) طرح کلی هندسه شکل سرریز اوجی ب) هندسه بستر خمیده

در بخش‌های بعدی تاثیر دقت این روش در پیش‌بینی پروفیل سرعت، میدان فشار و پروفیل سطح آزاد جریان مورد ارزیابی قرار گرفته است.

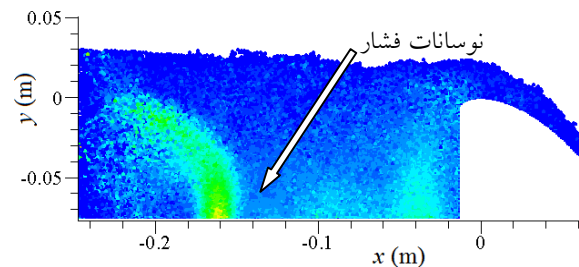
شکل 10 مقایسه تاریخچه زمانی فشار نزدیک به ورودی مجازی در نقطه  $(-0/2)$  و  $(-0/5)$  برای هر دو حالت استفاده از ذرات مجازی در مرز ورودی و استفاده از بافر زون در مرز ورودی (روش اصلاح شده) را به صورت کمی نشان می‌دهد. همان‌گونه که در شکل نشان داده شده است، در روش اصلاحی نوسانات فشار به شدت کاهش پیدا کرده است.



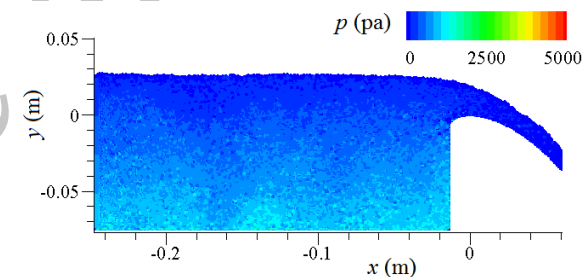
شکل 8 موقعیت اولیه ذرات مدل‌سازی شده سرریز اوجی

### 7-1-2- تاثیر شرایط مرزی اصلاح شده در دیواره

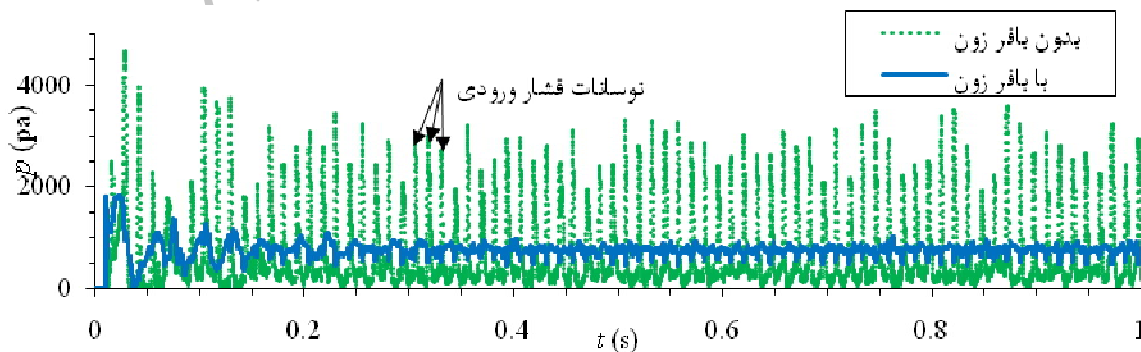
در شکل 11 نتایج سرعت جریان آزمایشگاهی Kim and Park (2005)، روش عددی CFD و روش WC-MPS، تحقیق حاضر (نرمال شده بر اساس سرعت بیشینه) در تاج سرریز  $(X=0)$  برای شرایط هیدرولیکی  $(H_s/H_d=1,1,33)$  نشان داده شده است. نتایج عددی برای دو حالت با استفاده و بدون استفاده از قانون دیواره لگاریتمی برای سرعت در نزدیکی دیواره ارائه شده است. نتایج عددی بر اساس درون‌یابی مکانی و زمانی سرعت لحظه‌ای ذرات در عمق در  $(X=0)$  محاسبه شده است. همان‌طور که نتایج نشان می‌دهد، وقتی قانون دیواره برای سرعت نزدیک دیواره به کار گرفته نشود، نتایج دقت و سازگاری خوبی با نتایج آزمایشگاهی ندارد. اما زمانی که سرعت نزدیک دیواره با بکار بردن قانون دیواره اصلاح شود، از دقت و سازگاری بالایی با نتایج آزمایشگاهی برخوردار است.



الف) استفاده از ذرات مجازی در مرز ورودی

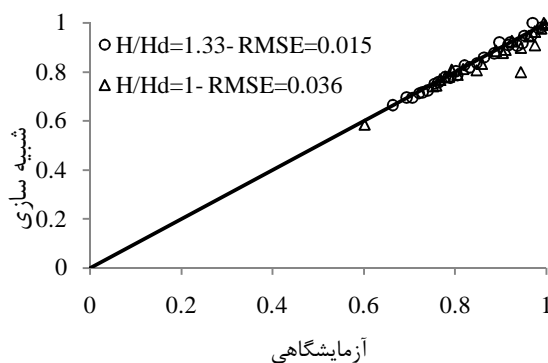


ب) استفاده از بافر زون در مرز ورودی (روش اصلاح شده)  
شکل 9 مقایسه نوسانات فشار بر روی بستر سرریز اوجی 45 درجه

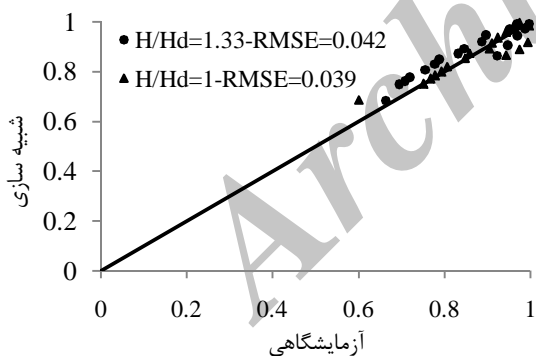


شکل 10 مقایسه تاریخچه زمانی فشار نزدیک به ورودی در نقطه  $(-0/2)$  و  $(-0/5)$  برای هر دو حالت استفاده از ذرات مجازی در مرز ورودی و استفاده از بافر زون در مرز ورودی (روش اصلاح شده)

شاخص RMSE باقی‌مانده بین داده‌های مشاهده شده و تخمین زده شده را ارزیابی می‌نماید. این شاخص فرض می‌کند که خطاهای بزرگتر، از اهمیت بیشتری نسبت به خطاهای کوچکتر برخوردارند؛ لذا درخور غرامت بیشتری هستند. لازم به ذکر است که RMSE نزدیک‌تر به صفر، تناسب بیشتر بین متغیرها را نشان می‌دهد. شکل‌های 12 و 13 نمودار پراکندگی پروفیل سرعت بر روی تاج سرریز برای نتایج هر دو حالت روش اویلری و روش WC-MPS با نتایج آزمایشگاهی را نشان می‌دهند.

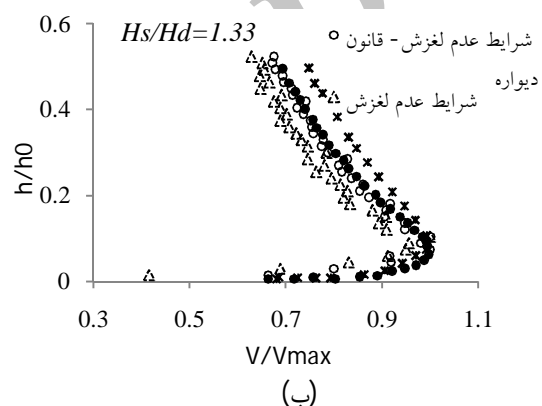
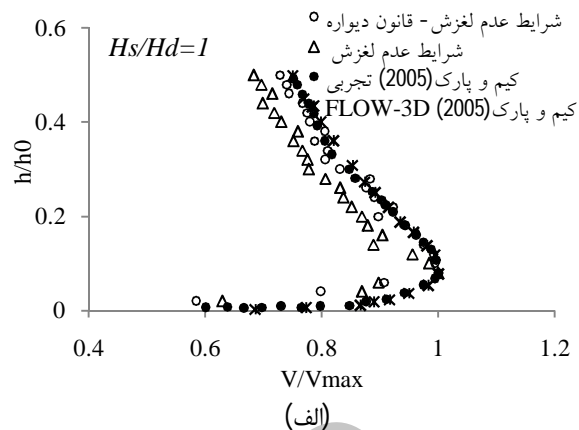


شکل 12 نمودار پراکندگی پروفیل سرعت نتایج WC-MPS با نتایج آزمایشگاهی



شکل 13 نمودار پراکندگی پروفیل سرعت نتایج رویکرد اویلری با نتایج آزمایشگاهی

نتایج نمودارهای همبستگی، حاکی از دقت بالای مدل‌های مورد نظر در پیش‌بینی پروفیل سرعت سطحی است. در مجموع با توجه به نتایج نمودارهای همبستگی، روش WC-MPS نتایج نسبتاً بهتری را نسبت به روش اویلری - که با نرم‌افزار Flow-3d مدل شده است - ارائه می‌دهد.

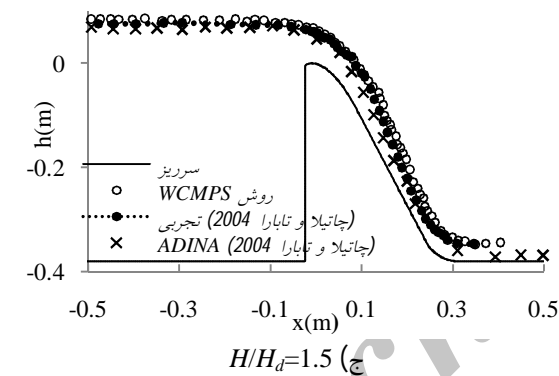
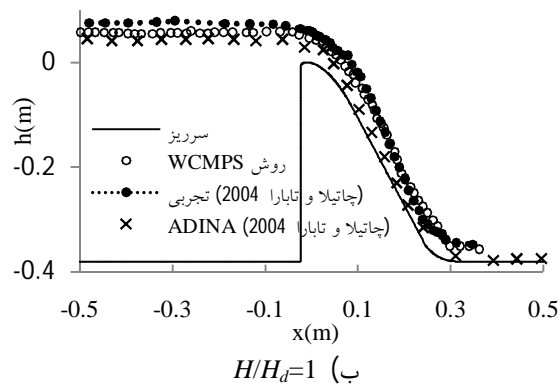
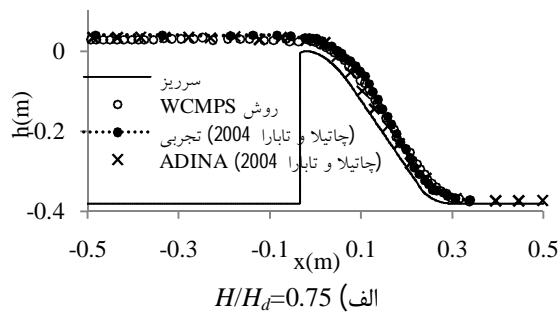


شکل 11 مقایسه پروفیل سرعت در دو حالت، با استفاده از قانون لگاریتمی دیواره و عدم استفاده از قانون لگاریتمی دیواره با نتایج آزمایشگاهی و عددی اویلری

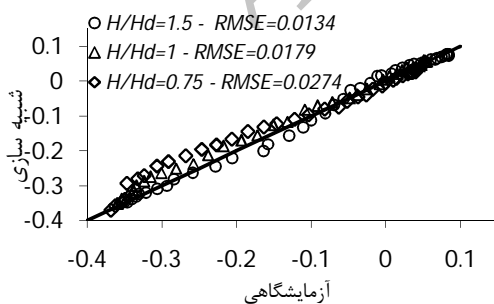
همچنین در این بخش برای مقایسه روش لاگرانژی و اویلری، نتایج عددی کیم و پارک (2005) که با استفاده از نرم‌افزار Flow-3D به پیش‌بینی پروفیل سرعت روی تاج سرریز پرداخته‌اند، مقایسه شده است.

با توجه به شکل 11 روش پیشنهادی حاضر از دقت قابل ملاحظه‌ای، در مقایسه با نتایج آزمایشگاهی، برخوردار می‌باشد. رویکرد اویلری (VOF) نیز پدیده را خوب مدل‌سازی نموده و روند کلی مطابق نتایج آزمایشگاهی است. در حالت کلی، رویکرد لاگرانژی معرفی شده در این پژوهش از دقت بالاتری برخوردار است. به منظور ارزیابی عملکرد کمی مدل توسعه داده شده در این تحقیق، از شاخص آماری ریشه میانگین مربعات خطا  $RMSE^1$  استفاده شده است.

1. Root Mean Square Error



شکل 14 مقایسه پروفیل سطح آزاد نتایج آزمایشگاهی، اوپلری و WC-MPS



شکل 15 نمودار پراکندگی پروفیل سطح آزاد نتایج WC-MPS با نتایج آزمایشگاهی

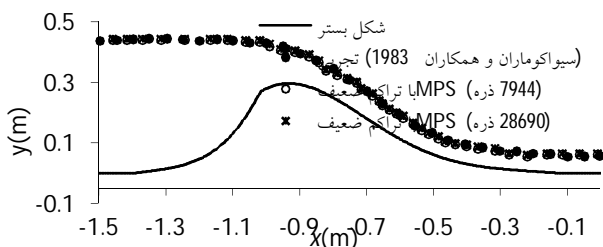
## 7-2- شبیه‌سازی جریان بر روی سرریز اوجی 60 درجه

در این بخش نتایج مدل فیزیکی Chatila and Tabbara (2004) به عنوان دومین مدل برای صحت‌سنجی مدل توسعه داده شده بکار گرفته شده است. در این مدل به شبیه‌سازی نیمرخ سطح آزاد آب پرداخته شده است. چاتیلا و تابارا (2004) جریان روی سرریز را به ازای سه مقدار  $H_s/H_d = 0.75, 1, 1.5$  مورد بررسی قرار دادند. نتایج عددی در روش WC-MPS برای هر سه مدل به ترتیب به ازای تعداد 10993، 11588 و 12183 ذره با قطر 0/005 متر شبیه‌سازی شده است. در این بخش نیز برای مقایسه روش لاگرانژی و اوپلری، نتایج عددی Chatila and Tabbara (2004) که با استفاده از نرم‌افزار ADINA به پیش‌بینی پروفیل سطح آزاد روی سرریز پرداخته‌اند، مورد مقایسه قرار گرفته است. پروفیل‌های سطح آزاد شبیه‌سازی شده WC-MPS، آزمایشگاهی و روش اوپلری همان محدود که با استفاده از نرم‌افزار ADINA مدل شده است، در شکل 14 به ازای  $H_s/H_d = 0.75, 1, 1.5$  نشان داده شده است. نمودارها نشان می‌دهند که روش لاگرانژی WC-MPS دقت بالایی در پیش‌بینی پروفیل سطح آزاد آب و همبستگی بالایی را با داده‌های آزمایشگاهی فراهم می‌کند و نسبت به روش عددی اوپلری دقت بالاتری دارد. همان‌گونه که بیان شد نمودار پراکندگی شبیه‌سازی عددی روش WC-MPS حاضر و اوپلری در مقابل نتایج آزمایشگاهی سطح آب در شکل‌های 15 و 16 نشان داده شده است.

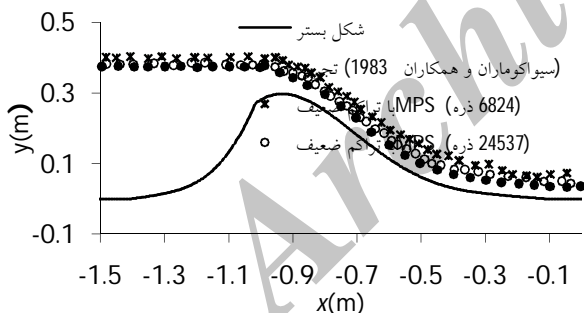
خط ترسیم شده با زاویه 45 درجه نسبت به محور افقی در شکل‌ها نشان می‌دهد که راه‌حل‌های عددی همبستگی بالایی با داده‌های آزمایشگاهی دارند و مقدار خطای موجود بین داده‌های آزمایشگاهی و راه‌حل‌های عددی اندک می‌باشد. در مجموع با ارزیابی خطاهای موجود، نتایج روش WC-MPS تا حدودی دقیق‌تر از روش اوپلری می‌باشد.

در شکل 17 به شبیه‌سازی نیمرخ سطح آزاد و توزیع سرعت در زمان‌های مختلف به ازای  $H/H_d = 1.5$  با استفاده از روش WC-MPS پرداخته شده است.

به عنوان سومین مدل صحت‌سنجی، برای شبیه‌سازی نیمرخ سطح آزاد آب و پروفیل فشار مورد استفاده قرار گرفته است. Sivakumaran, (1983) به بررسی پروفیل جریان و فشار وارد بر بستر بر روی بستر خمیده پرداخته‌اند. پروفیل جریان روی بستر خمیده به ترتیب به ازای ارتفاع جریان 0/447 و 0/378 متر به روش WC-MPS شبیه‌سازی شده است و در شکل‌های 18 و 19 با نتایج آزمایشگاهی مقایسه شده است. همان‌گونه که در شکل‌های 18 و 19 مشخص است، نتایج شبیه‌سازی عددی تطابق بالایی با نتایج آزمایشگاهی دارد.

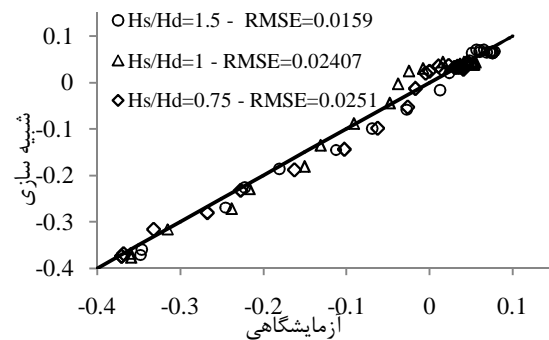


شکل 18 پروفیل سطح آزاد شبیه‌سازی شده و آزمایشگاهی برای دبی 0/11165 مترمکعب بر ثانیه بر متر و ارتفاع جریان 0/447 متر

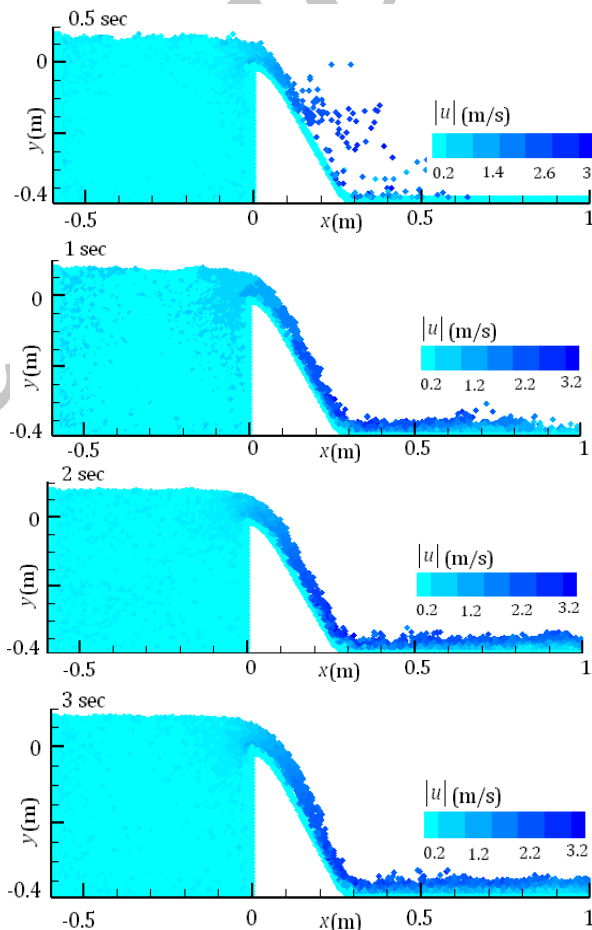


شکل 19 پروفیل سطح آزاد شبیه‌سازی شده و آزمایشگاهی برای دبی 0/0375 مترمکعب بر ثانیه بر متر و ارتفاع جریان 0/378 متر

در این شبیه‌سازی برای رسیدن به نتایج مطلوب‌تر، دو سری ذره سیال (7944 و 28690 ذره) برای ارتفاع جریان 44/7 سانتی‌متر و دو سری ذره سیال (6824 و 24537 ذره) برای ارتفاع جریان 37/8 سانتی‌متر شبیه‌سازی شده است. همان‌طور که در شکل‌ها نشان داده شده است، با



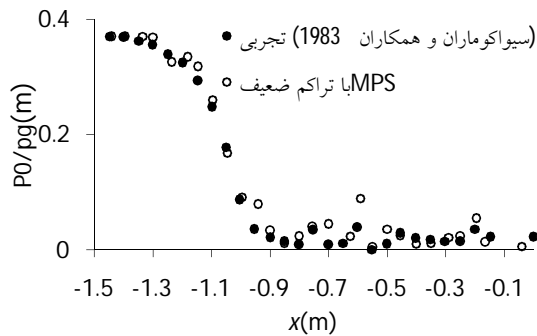
شکل 16 نمودار پراکندگی پروفیل سطح آزاد نتایج روش اویلری با نتایج آزمایشگاهی



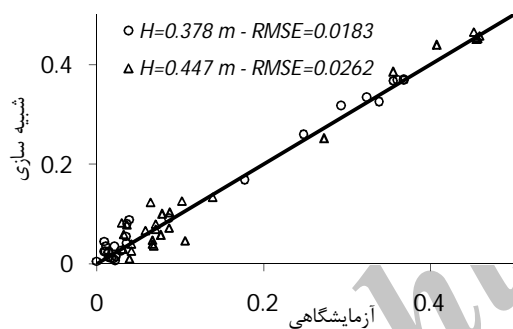
شکل 17 شبیه‌سازی نیمرخ سطح آزاد و توزیع سرعت در زمان‌های مختلف به ازای  $H/H_d=1.5$  با استفاده از روش WC-MPS

3-7- شبیه‌سازی جریان کم عمق روی بستر خمیده نامتقارن  
مدل آزمایشگاهی Sivakumaran, (1983) (شکل 7- ب)

پراکندگی فشار بر روی بستر خمیده نامتقارن را نشان می‌دهد. نتایج نمودار همبستگی دقت بالای مدل حاضر در پیش‌بینی فشار وارد بر سطح را نشان می‌دهد.



شکل 22 ارزیابی فشار روی بستر منحنی برای دبی 0/0375 متر مکعب بر ثانیه بر متر و ارتفاع جریان 0/378 متر با استفاده از روش WC-MPS



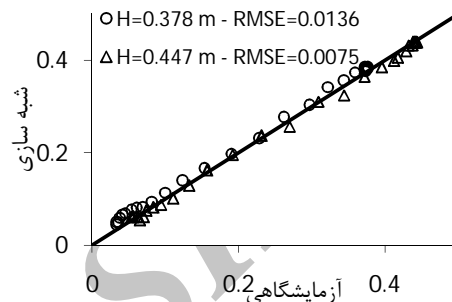
شکل 23 نمودار پراکندگی پروفیل فشار نتایج WC-MPS با نتایج آزمایشگاهی

در ادامه، شکل 24 شبیه‌سازی سرعت در جهت  $x$ ، سرعت در جهت  $y$ ، فشار بر روی بستر خمیده نامتقارن و بردار سرعت در زمان 3/5 ثانیه را نشان می‌دهد.

## 8- نتیجه‌گیری

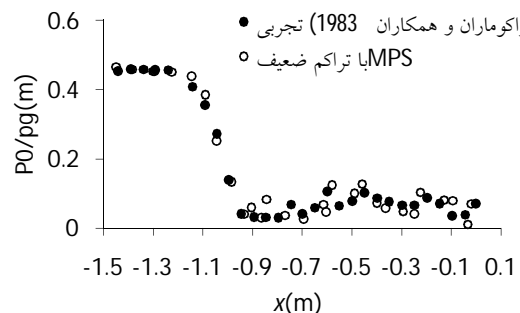
هدف از این مطالعه، توسعه و بهبود روش نیمه‌ضمنی ذرات متحرک با تراکم ضعیف در شبیه‌سازی جریان‌های با سطح آزاد با شرایط مرزی باز و مدل سازی مسائل هیدرولیک و اثبات قابلیت‌های این روش در زمینه هیدرولیک محاسباتی است، در این تحقیق، الگوریتم جدیدی برای مرزهای ورودی و خروجی توسعه داده شده

افزایش تعداد ذرات نتایج در هر دو مدل به نتایج آزمایشگاهی نزدیک می‌شود. شکل 20 نمودار پراکندگی پروفیل سطح آزاد و خطای RMSE نتایج WC-MPS با نتایج آزمایشگاهی را نشان می‌دهد. نتایج موجود و مقدار خطای کم RMSE در نمودار حاکی از همبستگی و دقت بالای مدل حاضر در پیش‌بینی پروفیل سطح آزاد است.



شکل 20 نمودار پراکندگی پروفیل سطح آزاد نتایج WC-MPS با نتایج آزمایشگاهی

در این بخش فشار وارد بر بستر خمیده با دو سری ارتفاع جریان متفاوت مورد ارزیابی قرار گرفته و با نتایج آزمایشگاهی مقایسه شده است. در شکل‌های 21 و 22 پروفیل فشار جریان روی بستر خمیده به ترتیب به ازای ارتفاع جریان 0/447 و 0/378 متر به روش WC-MPS شبیه‌سازی شده است و با نتایج آزمایشگاهی مقایسه شده است. همان‌گونه که در اشکال مشخص است شبیه‌سازی عددی تطابق بالایی با نتایج آزمایشگاهی دارد.

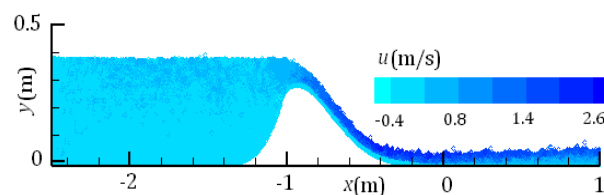


شکل 21 ارزیابی فشار بر روی بستر منحنی برای دبی 0/1165 متر مکعب بر ثانیه بر متر و ارتفاع جریان 0/447 متر با استفاده از روش WC-MPS

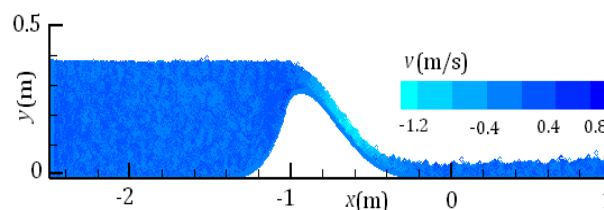
شکل 23 نتایج WC-MPS با نتایج آزمایشگاهی،

مقایسه با نتایج آزمایشگاهی نشان می‌دهد که مدل پیشنهادی دقت بالایی در مدل‌سازی جریان‌های سطح آزاد با شرایط مرزی باز دارد. روش ارائه شده توانایی مقابله با مشکلات کانال باز، افزایش دقت در پیش‌بینی شکل سطح آزاد و پروفیل‌های فشار و سرعت را دارا می‌باشد.

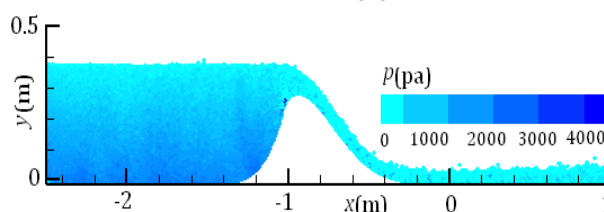
است.



الف) سرعت در جهت x



ب) سرعت در جهت y



ج) فشار

شکل 24 شبیه‌سازی نیم‌رخ سطح آزاد و توزیع سرعت و فشار در زمان 6/5 ثانیه

مزیت عمده روش پیشنهادی این است که نوسانات فشار در مرزهای ورودی و خروجی و نوسانات سطح آزاد را به شدت کاهش می‌دهد.

علاوه بر تغییر در مرزهای ورودی برای پیش‌بینی بهتر سرعت در نزدیکی مرز جامد، قانون لگاریتمی استاندارد دیوار برای ذرات سیال در مجاورت مرزهای جامد توسعه داده شده است. زمانی که سرعت نزدیک دیواره با بکار بردن قانون دیواره اصلاح شود، نتایج از سازگاری بالایی با نتایج آزمایشگاهی برخوردار است. به منظور ارزیابی و اثبات قابلیت روش حاضر، مسأله شناخته شده و پرکاربرد جریان روی سرریز اوجی و جریان کم عمق بستر خمیده نامتقارن مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج بررسی‌ها و

### 9- فهرست علائم

$c_0(m/s)$	سرعت صوت
Cs	ثابت اسمانگورینسکی
C	عدد کورانت
d	ابعاد فضا
n	چگالی عددی ذرات
$n^0$	چگالی عددی اولیه ذرات
N	تعداد ذرات در واحد حجم
$p(kg/ms^2)$	فشار
r(m)	برداری موقعیت ذره
$r_e(m)$	شعاع تأثیر
t(s)	زمان
u,v(m/s)	مؤلفه‌های برداری سرعت در جهت x و y
$u', u^*(m/s)$	سرعت‌های اصلاح و پیش‌بینی
W	تابع کرنل
$\Delta l(m)$	فاصله متوسط ذرات (اندازه ذرات)
$\rho(kg/m^3)$	چگالی سیال
$\eta(m^2/s)$	ویسکوزیته دینامیکی
i	ذره هدف
j	ذره همسایه
$\beta$	ضریب آستانه

### 10- منابع

Adami, S. X, Hu, Y. and Adams, N. A. (2012). "Simulating three-dimensional turbulence with SPH". In Proceedings of the Summer Program, p. 177.

Ataie-Ashtiani, B. and Farhadi, L. (2006). "A stable moving-particle semi-implicit method for free surface flows", Fluid Dyn. Res., 38, pp. 241-256.

Chatila, J. and Tabbara, M. (2004). "Computational modeling of flow over an ogee spillway", J. Comput. Struc. 82, pp. 1805-1812.

- particle semi-implicit method for fragmentation of incompressible fluid”, Nucl. Sci. Eng., 123(3), pp. 421-434.
- Koshizuka, S., Nobe, A. and Oka, Y. (1998). “Numerical analysis of breaking waves using the moving particle semi-implicit method”, Int. J. Numer. Methods in Fluids, 26(7), pp. 751-769.
- Liu, J., Koshizuka, S. and Oka, Y. (2005). “A hybrid particle-mesh method for viscous, incompressible, multiphase flows” J. Comput. Phys., 202(1), pp. 65-93.
- Shakibaeinia, A. and Jin, Y.C. (2010). “A weakly compressible MPS method for modeling of open-boundary free-surface flow”, Int. J. Numer. Methods in Fluids, 63(10), 1208-1232.
- Shakibaeinia, A. and Jin, Y.C. (2011a). “A mesh-free particle model for simulation of mobile-bed dam break”, Adv. Water Resour., 34(6), pp. 794-807.
- Shakibaeinia, A. and Jin, Y.C. (2011b). “MPS-based mesh-free particle method for modeling open-channel flows”, J. Hyd. Eng. 137(11), pp. 1375-1384.
- Shakibaeinia, A. and Jin, Y.C. (2012a). “MPS meshfree particle method for multiphase flows”, Comput. Methods Appl. Mech. Eng., 229-232: pp. 13-26.
- Shibata, K. and Koshizuka, S. (2007). “Numerical analysis of shipping water impact on a deck using a particle method”, Ocean Eng., 34, pp. 585-593.
- Shibata, K., Koshizuka, S. and Oka, Y. (2004). “Numerical analysis of jet breakup using particle method”, J. Nucl. Sci. Technol., 41(7), pp. 715-722.
- Sivakumaran, N.S., Tingsanchali, T. and Hosking, R.J. (1983). “Steady shallow flow over curved beds”, J. Fluid Mech., 128, pp. 469-487.
- Deville, M. O. and Gatski, T. B. (2012). *Mathematical modeling for complex fluids and flows*. Springer Science and Business Media, 364225294X, p. 294.
- Gotoh, H. and Sakai, T. (1999). “Lagrangian simulation of breaking wave using particle method”, Coastal Eng. J., 41(3-4), pp. 303-326.
- Gotoh, H. and Sakai, T. (2006). “Key issues in the particle method for computation of wave breaking”, Coastal Eng. J., 53, pp. 171-179.
- Gotoh, H., Shibahara, T. and Saka, T. (2001). “Sub-particle scale turbulence model for the MPS method- Lagrangian flow model for hydraulic engineering”, Comput. Fluid Dyn. J., 9(4), pp. 331-347.
- Hirt, C.W. and Nichols, B.D. (1981). “Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries”, J. Comput. Phys., 39(1), pp. 201-225.
- Khayyer, A. and Gotoh, H. (2009). “Modified moving particle semi-implicit methods for the prediction of 2D wave impact pressure”, Coastal Eng., 56, pp. 419-440.
- Khayyer, A. and Gotoh, H. (2010). “A higher order Laplacian model for enhancement and stabilization of pressure calculation by the MPS method”, Appl. Ocean Res., 32, pp. 124-131.
- Kim, D. G. and park J. H. (2005). “Analysis of flow structure over ogee spillway in consideration of scale and roughness effects by using CFD model”. KSCE Journal of Civil Engineering; Vol. 9, No. 2, pp. 161~169.
- Kondo, M. and Koshizuka, S. (2011). Improvement of stability in moving particle semi-implicit method. Int. J. Numer. Methods in Fluids, 65(6), pp. 638-654.
- Koshizuka, S. and Oka, Y. (1996). “Moving