

## توسعه الگوریتم بهینه‌سازی چند هدفه مبتنی بر تجزیه با استفاده از عملگرهای الگوریتم ژنتیک به منظور طراحی بهینه شبکه‌های توزیع آب

جعفر یزدی

استادیار دانشکده عمران، آب و محیط زیست، دانشگاه شهید بهشتی، تهران

j\_yazdi@sbu.ac.ir

**چکیده**- رویکرد اصلی حل مسائل بهینه‌سازی چند هدفه در اغلب الگوریتم‌های بهینه‌سازی فراکوشی، بکارگیری مفهوم "غلبگی پارتو" می‌باشد. یک روش جدید و جایگزین برای این دسته از الگوریتم‌های حل، الگوریتم بهینه‌سازی مبتنی بر تجزیه است که در آن به جای حل مستقیم، با استفاده از تجمیع توابع هدف، مسأله اصلی به چند زیر مسأله تک هدفه گسسته تبدیل شده و همزمان حل می‌شوند. در این مقاله الگوریتم مبتنی بر تجزیه برای طراحی بهینه شبکه‌های آبرسانی بزرگ مقیاس مورد آزمون قرار می‌گیرد. برای این منظور عملگرهای الگوریتم ژنتیک در قالب رویکرد بهینه‌سازی مبتنی بر تجزیه بکار گرفته می‌شود و برای حل دو مسأله استاندارد و شناخته شده طراحی بهینه شبکه توزیع آب، به ترتیب با 99 و 454 متغیر تصمیم، مورد استفاده قرار می‌گیرد. عملکرد مدل توسعه داده شده با دو الگوریتم معروف بهینه‌سازی، الگوریتم‌های NSGA-II و SPEA-II، که بر اساس "غلبگی پارتو" توسعه داده شده‌اند، مقایسه می‌شود. نتایج حاصل نشان می‌دهد که الگوریتم مبتنی بر تجزیه هم به لحاظ معیار همگرایی (کیفیت جواب‌ها) و هم به لحاظ حفظ تنوع در جمعیت بر دو الگوریتم مذکور برتری دارد. این نتایج بیانگر امیدبخش بودن عملکرد این الگوریتم در حل مسائل پیچیده بهینه‌سازی در حوزه مهندسی آب می‌باشد.

**کلیدواژگان:** بهینه‌سازی مبتنی بر تجزیه، شبکه آبرسانی، NSGA-II، بهینه‌سازی چند هدفه، الگوریتم ژنتیک.

### 1- مقدمه

در دو دهه اخیر توجه زیادی به توسعه و کاربرد الگوریتم‌های فراکوشی در مسائل مهندسی آب و محیط زیست شده است. محبوبیت این روش‌ها بیشتر به دلیل قابلیت بالای آنها در حل مسائل غیر خطی و غیر محدب با جواب‌های بهینه محلی متعدد و گسسته می‌باشد که اغلب الگوریتم‌های کلاسیک در حل آنها با مشکل مواجه می‌شوند. از طرف دیگر، ماهیت چند معیاره مسائل مهندسی، باعث شده است که الگوریتم‌های فراکوشی برای حل مسائل بهینه‌سازی چند هدفه توسعه یابند،

بطوری که در هر مسأله بجای یک جواب بهینه، بتوان مجموعه‌ای از جواب‌ها را که بر اساس مصالحه بین اهداف مختلف بدست می‌آید، ارائه کرد. این مجموعه جواب‌ها را اصطلاحاً "جبهه پارتو" گویند. در سال‌های اخیر روند توسعه و بکارگیری الگوریتم‌های بهینه‌سازی فراکوشی چند هدفه در تحقیقات مرتبط با شبکه‌های آبرسانی و توزیع آب، مشابه دیگر مسائل کاربردی رشد فراینده و چشم گیری داشته است. (Keedwell and Khu (2004) قابلیت‌های الگوریتم‌های بهینه‌سازی چندهدفه<sup>1</sup> را در حل

1. Multi-Objective Evolutionary Algorithm (MOEA)

آوردند. از آنجا که بزرگی ابعاد مسأله (تعداد متغیرهای تصمیم) همیشه یکی از محدودیت‌های الگوریتم‌های بهینه‌سازی بوده که اغلب باعث همگرایی زود هنگام به جواب‌های بهینه محلی می‌شود، برخی محققان تلاش کرده‌اند که با تجزیه شبکه بزرگ مقیاس واقعی به چند شبکه کوچکتر (زیرشبکه) و یافتن جواب بهینه برای زیرشبکه‌ها، از این جواب‌ها به عنوان جواب اولیه و یا جمعیت اولیه در مسأله بزرگ مقیاس استفاده نمایند تا به طراحی بهتری از مسأله اولیه واقعی دست یابند (Zheng et al. 2014; Ostfeld, 2012).

رویکرد دیگری که برای افزایش کارایی مدل‌ها و بهبود کیفیت جواب‌ها دنبال شده است، ترکیب کردن عملگرهای الگوریتم‌های مختلف برای دستیابی به جستجوی مؤثرتر فضای هدف مسأله بوده است. به عنوان مثال (Vrugt and Robinson 2007) یک الگوریتم هایبرید را تحت عنوان (AMALGAM) از ترکیب چهار الگوریتم adaptive metropolis search, PSO, NSGA-II و DE توسعه دادند و عملکرد آن را بر اساس مجموعه‌ای از مسائل استاندارد مورد آزمون قرار دادند و برای مسائل پیچیده‌تر تا ده برابر نتایج بهتری نسبت به هر یک از الگوریتم‌ها بطور مجزا بدست آوردند. (Wang et al. 2013) عملکرد الگوریتم‌های AMALGAM و NSGA-II را برای حل مسأله طراحی در چند نمونه شبکه توزیع آب شناخته شده و استاندارد مقایسه کردند و گزارش نمودند که گرچه الگوریتم AMALGAM در طراحی شبکه‌های کوچک تا متوسط عملکرد بهتری دارد، اما با بزرگ شدن اندازه مسأله بهینه‌سازی، عملکرد مطلوب آن کاهش یافته، بطوری که الگوریتم NSGA-II برای مسائل بزرگ مقیاس بر آن غلبه می‌کند.

(Zheng et al. 2014) الگوریتم تفاضل تکاملی (DE) را با روش کلاسیک برنامه‌ریزی خطی ترکیب کردند تا عملکرد بهتری در مسأله طراحی شبکه توزیع آب بدست آورند. (Wang et al. 2014) از مقایسه پنج الگوریتم مختلف ε-NSGA, ε-MOEA, Borg, AMALGAM, NSGA-II در حل مجموعه‌ای از مسائل طراحی شبکه آب‌رسانی با ابعاد مختلف بیان داشتند که از بین این روش‌ها، روشی

مسائل طراحی شبکه تشریح کردند. استفاده از این روش‌ها امکان دستیابی به "جبهه پارتو"ی جواب‌های بهینه را که از تعامل بین توابع هدف مختلف بدست می‌آید، فراهم می‌سازد. در بهینه‌سازی چند هدفه به منظور طراحی شبکه توزیع آب، تاکنون توابع هدف مختلفی معرفی و بکار گرفته شده است. به عنوان مثال (Montalvo et al. 2010) "هزینه‌ها" و "کمبود فشار گرهی" را به عنوان توابع هدفی که باید کمینه شوند، انتخاب کردند. با این حال آنچه که اغلب به عنوان اهداف بهینه‌سازی مد نظر قرار گرفته‌اند، شامل هزینه و شاخصی از اعتمادپذیری شبکه بوده است. (Zheng et al. 2014) از ارتفاع مازاد به عنوان شاخص اعتمادپذیری استفاده کردند. باید توجه داشت که در شرایط غیرعادی نظیر شکست لوله، استفاده از این شاخص لزوماً اعتمادپذیری را در حلقه‌های شبکه فراهم نمی‌کند.

(Todini 2000) شاخص "برگشت‌پذیری" را برای افزایش اعتمادپذیری هیدرولیکی و دسترسی به آب در شرایط شکست لوله و لحاظ این واقعیت که شبکه‌های توزیع آب حلقوی هستند، ارائه داد. این شاخص بعدها توسط (Prasad and Park 2004) با لحاظ اثرات ناهمگونی قطر لوله‌ها (در محل اتصالات) بر شاخص "برگشت‌پذیری" اصلاح شد و سپس توابع هدف هزینه و شاخص اصلاحی با کمک الگوریتم NSGA-II برای طراحی یک شبکه توزیع آب به ترتیب کمینه و بیشینه‌سازی شدند. این شاخص اصلاحی در حال حاضر یکی از بهترین معیارهای اعتمادپذیری هیدرولیکی شبکه‌های آب‌رسانی شناخته می‌شود. همان‌طور که ذکر شد الگوریتم‌های فراکاوشی متعددی برای طراحی شبکه‌های توزیع آب توسعه داده شده و بکار گرفته شده‌اند. Farmani و همکاران (2005) مقایسه‌ای بین دو الگوریتم NSGA-II و SPEA-II برای طراحی چند هدفه شبکه‌های توزیع آب انجام داده و بیان داشتند که عملکرد الگوریتم SPEA-II اندکی بهتر از الگوریتم NSGA-II است.

(Perelman et al. 2008) یک الگوریتم چند هدفه بر اساس الگوریتم فراکاوشی Cross Entropy پیشنهاد دادند و عملکرد بهتری نسبت به الگوریتم NSGA-II بدست

با وجود این مزایا، این روش در مسائل بهینه‌سازی مهندسی آب و محیط زیست کمتر مورد توجه قرار گرفته است. مقاله حاضر به توسعه الگوریتم بهینه‌سازی مبتنی بر تجزیه برای طراحی شبکه‌های توزیع آب می‌پردازد و با بکارگیری عملگرهای الگوریتم ژنتیک در چارچوب بهینه‌سازی MOEA/D، عملکرد و کارایی این رویکرد را مورد بررسی قرار می‌دهد. در این روش هابیرید، از عملگرهای الگوریتم ژنتیک برای بهبود قابلیت‌های جستجوی موضعی و از چارچوب MOEA/D برای حفظ تنوع در جمعیت بهره گرفته می‌شود. کارایی و دقت روش هابیرید پیشنهادی با دو الگوریتم معروف مبتنی بر رتبه‌بندی غیر پست یعنی NSGA-II (Deb et al. 2000) و SPEA-II (Zitzler et al. 2001) مقایسه می‌شود. برای این منظور الگوریتم‌ها برای حل یک مسأله استاندارد با ابعاد کوچک و دو مسأله طراحی شبکه بزرگ مقیاس بکار گرفته می‌شوند و جبهه‌های پارتوی بدست آمده با استفاده از دو شاخص آماری مناسب مقایسه می‌شود تا شایستگی الگوریتم MOEA/D بررسی شده و همچنین روش برتر بهینه‌سازی نیز مشخص شود.

## 2- الگوریتم بهینه‌سازی مبتنی بر تجزیه (MOEA/D)

الگوریتم MOEA/D که در سال 2007 توسط Zhang و Li توسعه داده شد، مسأله چند هدفه را به تعدادی زیرمسأله بهینه‌سازی اسکالر تجزیه می‌کند و آنها را همزمان بهینه می‌نماید. در این روش یک بردار وزن برای هر زیر مسأله تعریف می‌شود و توابع هدف با استفاده از این بردار وزن به یک تابع هدف تجمیع می‌یابد. تعداد زیر مسأله‌ها معمولاً برابر اندازه جمعیت در نظر گرفته می‌شود و لذا هر عضو جمعیت نماینده یک جواب تولید شده با یک بردار تجمیع می‌باشد. هر زیرمسأله بطور تئوریک در نهایت یک جواب از جبهه پارتو را در پایان جستجو ارائه می‌دهد. در هر نسل، جمعیت از بهترین جواب‌های یافت شده برای هر زیر مسأله تشکیل می‌شود. روابط همسایگی بین زیرمسأله‌ها بر اساس فاصله بین بردارهای تجمیع تعریف می‌شود. در طی جستجو، جواب هر زیر مسأله با همکاری اعضای

که مطلقاً برتری داشته باشد، وجود نداشته، با این حال، الگوریتم NSGA-II انتخاب مناسبی است، بطوری که در طیفی گسترده‌ای از مسائل از ابعاد کوچک (با تعداد متغیرهای تصمیم اندک) گرفته تا مسائل بزرگ مقیاس (با تعداد زیاد متغیرهای تصمیم) عملکرد مناسبی از خود نشان می‌دهد.

علاوه بر موارد فوق، تحقیقات بسیار دیگری را نیز می‌توان به این لیست اضافه نمود که پرداختن به تمام آنها خارج از حوصله این نوشتار بوده و مجال وسیعی را می‌طلبد. اما باید توجه شود که تمامی الگوریتم‌های فراکاوشی چند هدفه که تاکنون توسعه داده شده و برای بهینه‌سازی شبکه‌های توزیع آب بکار گرفته شده‌اند، بر پایه مفهوم "غلبگی پارتو" استوار می‌باشند. به عبارت دقیق‌تر، تمامی این روش‌ها از رتبه‌بندی غیر پست جواب‌ها برای مرتب‌سازی و حذف جواب‌های با کیفیت پایین استفاده می‌کنند و به این ترتیب با یک حل مستقیم، در نهایت یک جبهه پارتو را به عنوان جواب‌های نهائی ارائه می‌دهند.

رویکرد بهینه‌سازی چند هدفه مبتنی بر تجزیه (MOEA/D<sup>1</sup>) یک روش فراکاوشی جدید برای حل مسائل چند معیاره است که با دیگر روش‌های بهینه‌سازی چند هدفه فراکاوشی بطور بنیادین متفاوت است. این رویکرد به جای معیار غلبگی، بر تجزیه مسأله بهینه‌سازی چند هدفه به چند زیرمسأله تک هدفه استوار است که این زیرمسأله‌ها بطور همزمان و با بازخورد گرفتن از یکدیگر در حین جستجو حل می‌شوند. هر زیر مسأله تنها با استفاده از اطلاعات جواب‌های زیرمسائل همسایگی خود بهینه می‌شود و لذا الگوریتم MOEA/D در هر نسل پیچیدگی محاسباتی کمتری نسبت به الگوریتم‌های مبتنی بر رتبه‌بندی غیر پست دارد. از آنجا که MOEA/D بجای حل مستقیم مسأله چند هدفه، چند زیرمسأله تک هدفه را بهینه می‌کند، موضوعاتی نظیر "تخصیص برانزنگی" و "حفظ تنوع" در جمعیت که در الگوریتم‌های مبتنی بر رتبه‌بندی غیر پست با مشکل مواجه است، در این روش راحت‌تر و بهتر انجام می‌گیرد (Zhang and Li, 2007).

1. Multi-Objective Evolutionary Algorithm based on Decomposition

عمل تجزیه با روش‌های مختلفی نظیر روش مجموع وزن-دار، روش چبیشف و روش تقاطع مرزی می‌تواند انجام شود (Zhang and Li, 2007). در این مقاله روش چبیشف مورد استفاده قرار می‌گیرد که در ادامه به تشریح آن پرداخته می‌شود. فرض کنید که  $w^1, \dots, w^n$  مجموعه‌ای از بردارهای وزنی و  $z^*$  یک بردار مرجع شامل مقادیر ایده‌ال توابع هدف باشد. در روش چبیشف اگر مسأله از نوع کمینه‌سازی باشد زیر مسأله بهینه‌سازی اسکالر با یک بردار وزن  $w$  به شکل رابطه (2) بیان می‌شود:

$$\text{Min } g^{te}(x|w, z^*, p) = \|F(x) - z^*\|_{w,p} \quad (2)$$

Subject to  $x \in S$

که در آن  $z^* = (z_1^*, \dots, z_m^*)^T$  نقطه ایده‌ال است، یعنی برای هر  $i = 1, \dots, m$  می‌توان نوشت:  $z_i^* = \min\{f_i(x) | x \in S\}$  نمایه (2)  $\| \cdot \|_{w,p}$ ، نرم  $p$ ام وزنی یک بردار را نشان می‌دهد. این نرم می‌تواند بصورت ریاضی، طبق رابطه (3) بیان شود:

$$\|F(x) - z^*\|_{w,p} = \sqrt[p]{\sum_{i=1}^m w_i |f_i(x) - z_i^*|^p} \quad (3)$$

در این مقاله مقدار حدی نرم  $p$ ام، یعنی وقتی  $p \rightarrow \infty$  برای محاسبه نرم استفاده می‌شود:

$$\|F(x) - z^*\|_{w,p} = \max_{1 \leq i \leq m} \{w_i |f_i(x) - z_i^*|\} \quad (4)$$

بنابراین تابع هدف زامین زیرمسأله بصورت رابطه (5) می‌باشد:

$$\text{Min } g^{te}(x|w^j, z^*) = \max_{1 \leq i \leq m} \{w_i^j |f_i(x) - z_i^*|\} \quad (5)$$

که در آن  $w^j = (w_1^j, \dots, w_m^j)$  است (Zhang and Li, 2007). الگوریتم MOEA/D تمامی این  $n$  تابع هدف را همزمان و در یک اجرا کمینه می‌کند. اگر بردار وزن  $w^j$  و  $w^j$  به یکدیگر نزدیک باشند، آنگاه جواب بهینه  $g^{te}(x|w^j, z^*)$  نیز باید به جواب بهینه  $g^{te}(x|w^j, z^*)$  نزدیک باشد. بنابراین هر گونه اطلاعاتی درباره  $g^{te}$ ‌های با بردار وزن نزدیک به  $w^j$  باید برای بهینه کردن  $g^{te}(x|w^j, z^*)$  مفید باشد. این مطلب ایده اصلی رویکرد MOEA/D می‌باشد. در MOEA/D، یک همسایگی از بردار وزن  $w^j$  بصورت مجموعه‌ای از چند بردار وزنی نزدیکش در  $\{w^1, \dots, w^n\}$  تعریف می‌شود. همسایگی زیرمسأله نام شامل تمامی زیرمسأله‌ها با بردارهای وزن

همسایگی تولید می‌شود. این مرحله، مرحله همکاری<sup>1</sup> نامیده می‌شود. علاوه بر این، جواب زیرمسأله‌هایی که در همسایگی زیرمسأله جاری قرار دارند، به آن زیرمسأله، ولی با بردار وزنی تجمیع مربوط به خودش ارائه می‌شود. اگر یک جواب زیرمسأله همسایه، از جواب خود زیرمسأله بهتر باشد، آن جواب جایگزین جواب جاری زیرمسأله می‌شود. این مرحله، مرحله رقابت<sup>2</sup> نامیده می‌شود. مراحل همکاری و رقابت برای تمامی زیرمسأله‌ها اجرا می‌شود. بنابراین همواره تبادل اطلاعات بین همسایگی‌ها در الگوریتم MOEA/D وجود دارد. هر زیرمسأله فقط با استفاده از اطلاعات زیرمسأله‌های قرار گرفته در همسایگی آن بهینه می‌شود.

(Zhang and Li, 2007) بر اساس چند آزمون شناخته شده و استاندارد بهینه‌سازی با توابع هدف ریاضی صریح گزارش کردند که MOEA/D پیچیدگی محاسباتی کمتر و عملکرد بهتری نسبت به الگوریتم NSGA-II دارد. بطور خلاصه مزایای روش MOEA/D را می‌توان 1- حفظ تنوع در جمعیت (بویژه در مسائل بزرگ مقیاس)، 2- یکنواختی جواب‌ها در گستره جبهه پارتو، 3- تبادل بهتر اطلاعات و همکاری جواب‌های مختلف در تکامل نسل و 4- پیچیدگی محاسباتی کمتر آن نسبت به روش‌های مبتنی بر رتبه‌بندی غیرپست ذکر نمود و در مقابل ضعف عمده این روش لزوم تنظیم جواب ایده‌ال و بردارهای وزن است که بر کارایی این روش تاثیرگذار بوده و باید با سعی و خطا تعیین شود. جزئیات روش MOEA/D و مراحل آن در ادامه بیان می‌شود.

## 1-2- چارچوب کلی بهینه‌سازی MOEA/D

یک مسأله بهینه‌سازی چند هدفه می‌تواند بصورت رابطه (1) بیان شود (Zhang and Li, 2007):

$$\text{Min } F(x) = (f_1(x), \dots, f_m(x))^T \quad (1)$$

Subject to  $x \in S$

که در آن  $S$  فضای متغیر تصمیم،  $F: S \rightarrow R^m$  شامل تعداد  $m$  تابع هدف با مقادیر حقیقی و  $R^m$  فضای تابع هدف نامیده می‌شود. مسأله تخمین جبهه پارتوی فوق می‌تواند به  $n$  زیرمسأله بهینه‌سازی اسکالر تجزیه شود.

1. Co-operation  
2. Competition

2-1-2 بردار جواب جدید  $y = (y_1, y_2, \dots, y_m)$  را با استفاده از عملگر تقاطع ایجاد کن:

$$y = \text{Crossover}(y_1, y_2)$$

2-1-3 اگر عدد تصادفی  $rand$  کمتر از احتمال جهش  $P_m$  است؛ جواب جدید را با استفاده از عملگر جهش اصلاح کن:

برای هر  $\mu = 1:z$ ، انجام بده:

$$y_{M(j)} = y_{M(j)} + \Delta \cdot N(0,1) \quad (6)$$

که در آن  $\mu$  تعداد متغیرهایی است که دچار جهش خواهند شد و مقدارش بستگی به نرخ جهش  $R_m$  دارد.  $M$  برداری است شامل نمایه متغیرهایی که بطور تصادفی جهش می‌یابند.  $\Delta$  پارامتر اندازه گام نامیده شده و مقدارش درصدی از دامنه تغییرات متغیر  $y_j$  در نظر گرفته می‌شود و یک عدد تصادفی نرمال با میانگین صفر و انحراف استاندارد یک است.

### 3- شاخص‌های آماری عملکرد

برای ارزیابی کمی عملکرد الگوریتم‌های بهینه‌سازی چند هدفه شاخص‌های آماری مختلفی در ادبیات فنی بهینه‌سازی معرفی شده است. در این نوشتار از دو شاخص Hyper Volume (HV) و پوش دو مجموعه ( $CS^1$ ) برای این منظور استفاده خواهد شد. این دو شاخص زمانی که جبهه پارتوی مطلق مسأله معلوم نیست، مورد استفاده قرار می‌گیرند.

#### 1-1-3 شاخص Hyper Volume (HV)

این شاخص، حجم (یا سطح) پوشش شده توسط جواب‌های بهینه یافت شده را نسبت به یک نقطه مرجع محاسبه می‌کند و شاخصی از هر دو معیار همگرایی و تنوع است. نقطه مرجع می‌تواند بردار بدترین مقادیر توابع هدف در نظر گرفته شود. این شاخص بصورت رابطه (7) تعریف می‌شود (Van Veldhuizen, 1999):

$$HV = \text{volume}\left(\bigcup_{i=1}^n v_i\right) \quad (7)$$

که در آن  $v_i$  حجم (یا سطح) ساخته شده با جواب  $i$  و نقطه مرجع در فضای هدف می‌باشد.

همسایه  $w^i$  می‌باشد. جمعیت شامل بهترین جواب یافت شده برای زیرمسأله‌ها می‌باشد. همان‌طور که قبلاً بیان شد، برای بهینه کردن یک زیرمسأله در MOEA/D فقط جواب‌های جاری زیرمسأله‌های همسایه بررسی می‌شود. مراحل اصلی الگوریتم MOEA/D در شکل 1 نشان داده شده و در زیر خلاصه شده است:

مرحله 1: مقداردهی اولیه

1-1 قرار بده  $E_p = \emptyset$ ، بطوری که  $E_p$  آرشیوی از جواب‌های جبهه پارتوی تقریب زده است.

2-1 بطور یکنواخت مجموعه  $w^1, \dots, w^n$  را تولید کن و بعد از محاسبه فاصله اقلیدسی بین آنها، برای هر  $i = 1, \dots, n$ ، قرار بده:  $A(i) = \{i_1, \dots, i_Q\}$  و  $w^{i_1}, \dots, w^{i_Q}$  را به عنوان  $Q$  نزدیکترین بردارهای وزنی  $w^i$  تعریف کن.

3-1 یک جمعیت اولیه از جواب‌ها  $x^1, \dots, x^n$  تولید و توابع هدف آنها را محاسبه کن.

4-1 بردار ایده‌ال  $z$  را مقداردهی کن.

مرحله 2: بروزرسانی (حلقه اصلی)

برای هر  $i = 1, \dots, n$ :

1-2 فاز همکاری: جواب جدید  $y$  را با همکاری جواب‌های همسایه در  $\{x^{i_1}, \dots, x^{i_Q}\}$  تولید کن.

2-2 بردار ایده‌ال را بروزرسانی کن: برای هر  $j = 1, \dots, m$ ، اگر  $z(j) < f_j(y)$ ، آنگاه قرار بده:  $z_j = f_j(y)$ .

3-2 فاز رقابت و بروزرسانی جواب جاری  $i$ : برای هر نمایه  $j \in A(i)$ ، اگر  $g^{te}(y|w^j, z) < g^{te}(x^j|w^j, z)$ ، آنگاه قرار بده  $x^j = y$  و  $F(x^j) = y$ .

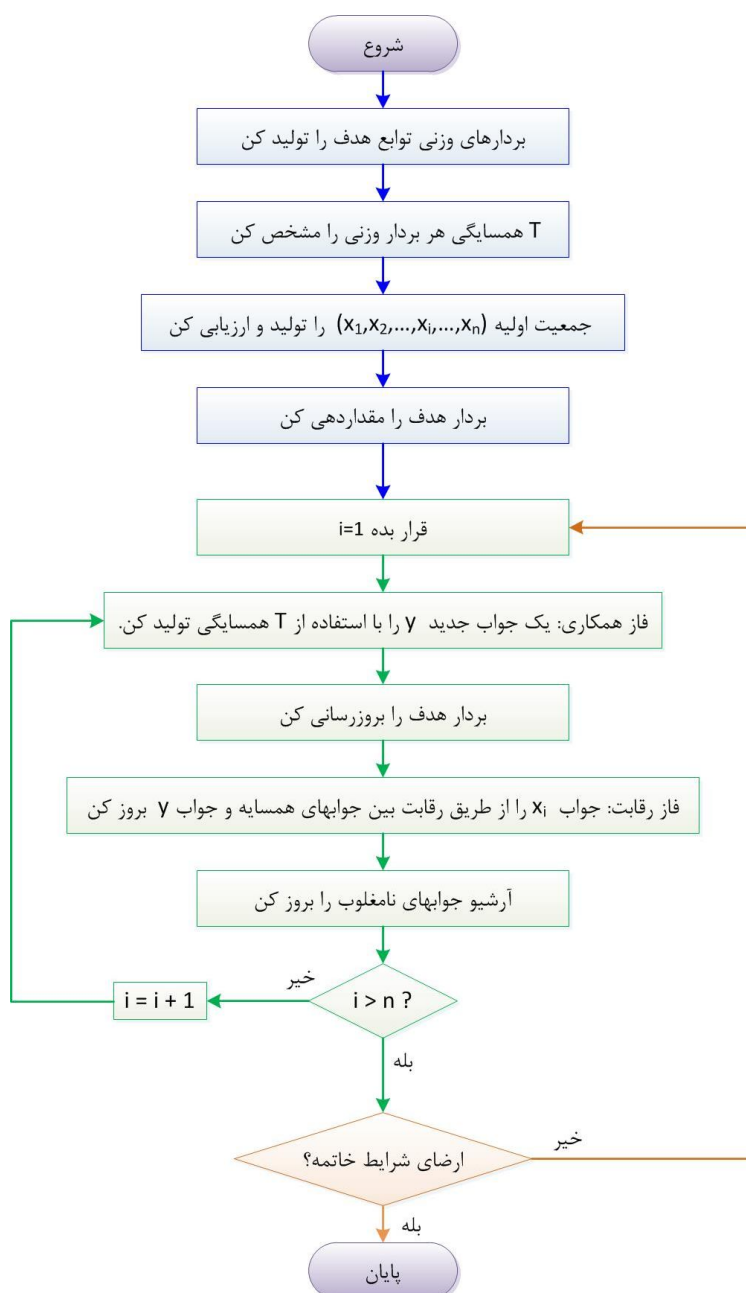
4-2 مجموعه  $E_p$  را بروز کن: جواب  $y$  را به  $E_p$  اضافه و بردارهای مغلوب را از آن حذف کن.

مرحله 3: کنترل معیار خاتمه

اگر شرایط خاتمه محقق شده است، آنگاه توقف؛ در غیر این صورت به مرحله 2 برو.

در فاز همکاری (مرحله 1-2)، روش‌های مختلفی می‌تواند برای تولید یک جواب جدید  $y$  بکار گرفته شود. در این تحقیق از عملگرهای الگوریتم ژنتیک بشرح زیر برای تولید جواب جدید استفاده می‌شود:

2-1-1 دو بردار  $y_1$  و  $y_2$  را از بین  $Q$  همسایه بردار جواب  $x^i$   $\{x^1, x^2, \dots, x^i, \dots, x^Q\}$ ، بطور تصادفی انتخاب کن.



شکل 1 مراحل مختلف الگوریتم بهینه‌سازی مبتنی بر تجزیه، MOEA/D

نامغلوب موجود در  $X' \cup X''$  را که با نمایه  $X$  نشان داده می‌شود، در نظر بگیرید. شاخص  $CS$  بصورت مجموعه‌ای از جفت‌های  $X', X''$  که توسط رابطه (8) به فاصله  $[0, 1]$  تصویر می‌شوند، تعریف می‌شود.

$$CS(X', X'') = \frac{|\{a'' \in X''; \exists a' \in X' : a' \succeq a''\}|}{|X|} \quad (8)$$

نمایه  $\succeq$  به معنای غلبگی می‌باشد. اگر تمامی نقاط در  $X'$  برابر تمامی نقاط در  $X''$  باشد یا بر آنها غلبه کند،

مقادیر این شاخص نسبی بوده (یعنی برای هر مسأله‌ای مقادیر خاص خود را دارد) و هر چقدر مقدار این شاخص بیشتر باشد، کارایی الگوریتم بیشتر است.

### 3-2- شاخص "پوش دو مجموعه" (CS)

این شاخص که توسط Zitzler et al. (2007) ارائه شده است، می‌تواند برای مقایسه نسبی غلبگی دو مجموعه بکار رود. دو مجموعه جبهه پارتوی  $X', X''$  و مجموعه نقاط

آنگاه با استفاده از تعریف فوق  $CS=1$  خواهد بود. مقدار  $CS=0$  عکس آن را بیان می‌دارد. با توجه به اینکه اشتراک دو مجموعه  $X', X''$  لزوماً تهی نمی‌باشد، هر دو شاخص  $CS(X'', X')$  و  $CS(X', X'')$  باید محاسبه شود.

#### 4- فرمول‌بندی مدل بهینه‌سازی شبکه توزیع آب

"هزینه" و "اعتمادپذیری" معیارهایی هستند که اغلب برای طراحی بهینه شبکه‌های توزیع آب استفاده می‌شوند. در این مقاله نیز از همین معیارها به عنوان توابع هدف بهره گرفته شده است. همچنین برای تابع هدف اعتمادپذیری، شاخص برگشت پذیری معرفی شده توسط Prasad and Park (2004) بکار گرفته می‌شود. تابع هدف اول ملاحظات اقتصادی را در بر می‌گیرد و تابع هدف دوم معیاری را برای ارزیابی هد فشاری مازاد و مطمئن بودن حلقه‌های تأمین آب در شبکه‌های با ابعاد مختلف فراهم می‌کند. مدل ریاضی مسأله بهینه‌سازی می‌تواند بصورت رابطه (9) خلاصه شود (Todini, 2000):

$$\begin{aligned} \text{Min } C &= \sum_{i=1}^{np} (U_i \times L_i) \\ \text{Max } I_n &= \frac{\sum_{j=1}^{nn} C_j Q_j (H_j - H_j^{req})}{(\sum_{k=1}^{nr} Q_k H_k + \sum_{i=1}^{npu} \frac{P_i}{\gamma}) - \sum_{j=1}^{nn} Q_j H_j^{req}} \end{aligned} \quad (9)$$

که  $C$  هزینه کل،  $np$  تعداد لوله‌ها،  $U_i$  هزینه واحد طول لوله  $i$  با قطر  $D_i$ ،  $L_i$  طول لوله  $i$ ،  $I_n$  برگشت پذیری شبکه،  $nn$  تعداد گره‌های نیاز،  $C_j$ ،  $Q_j$ ،  $H_j$  و  $H_j^{req}$  به ترتیب یکنواختی، مقدار نیاز آب، هد واقعی و حداقل هد مورد نیاز گره  $j$  می‌باشند.  $nr$  تعداد مخازن،  $Q_k$  و  $H_k$  دبی و هد واقعی مخزن  $k$ ام می‌باشد.  $npu$  تعداد پمپ‌ها و  $P_i$  قدرت پمپ  $i$  (اگر در سیستم پمپ وجود داشته باشد)،  $\gamma$  وزن مخصوص آب است.  $I_n$  شاخص برگشت پذیری بوده که در آن ضریب یکنواختی  $C_j$  بصورت رابطه (10) تعریف می‌شود (Todini, 2000):

$$C_j = \frac{\sum_{i=1}^{npj} D_i}{npj \times \max \{D_i\}} \quad (10)$$

در رابطه فوق  $npj$  تعداد لوله‌هایی که به گره  $j$  متصل شده‌اند و  $D_i$  قطر لوله  $i$ ام است که به گره  $j$  متصل شده

است.

قیود مسأله بهینه‌سازی عبارتند از:

1- قید پیوستگی که برای هر گره باید ارضا شود (Todini, 2000):

$$\sum Q_{in} - \sum Q_{out} = Q_e \quad (11)$$

در رابطه (11)  $Q_{in}$  و  $Q_{out}$  به ترتیب دبی ورودی و خروجی از گره و  $Q_e$  دبی نیاز در گره است.

2- قید بقای انرژی که برای هر حلقه بصورت رابطه (12) نوشته می‌شود (Todini, 2000):

$$\sum_{k \in \text{Loop } l} \Delta h_k = 0 \quad \forall l \in Nl \quad (12)$$

که  $\Delta h_k$  افت هد در لوله  $k$ ام و  $Nl$  تعداد کل حلقه‌ها در سیستم است. افت هد در هر لوله تابعی از دبی، قطر لوله و ضریب زبری لوله است. افت هد معمولاً با استفاده از معادلات تجربی نظیر داریسی-ویسیاخ یا هیزن ویلیامز محاسبه می‌شود.

3- قید حداقل و حداکثر فشار قابل قبول که برای هر گره شبکه بصورت رابطه (13) نوشته می‌شود (Todini, 2000):

$$H_j^l \leq H_j \leq H_j^u \quad \forall j = 1, 2, \dots, nn \quad (13)$$

در این رابطه  $H_j^l$  و  $H_j^u$  به ترتیب حداقل و حداکثر فشار مجاز در گره  $j$  می‌باشند.

4- قید مربوط به قطرهای تجاری در دسترس: قطر هر لوله می‌تواند متعلق به یک مجموعه قطر تجاری باشد (Todini, 2000):

$$D_i \in \{A\} \quad \forall i = 1, 2, \dots, np \quad (14)$$

که  $D_i$  قطر لوله  $i$ ام است و  $\{A\}$  مجموعه قطرهای تجاری در دسترس است.

برای حل مسأله بهینه‌سازی، مدل مقید فوق با تخصیص مقادیر تخطی قیود به عنوان پنالتی به تابع هدف هزینه، به یک مدل نامقید تبدیل می‌شود. قیود انرژی و پیوستگی با استفاده از یک حل‌گر هیدرولیکی (در این مقاله EPANET2.0) بطور خودکار ارضا می‌شوند

#### 5- معرفی شبکه‌های توزیع آب مورد استفاده

برای ارزیابی الگوریتم MOEA/D در حل مسأله طراحی شبکه، یک شبکه کوچک مقیاس که در تحقیق Prasad

دسترس و هزینه واحد متناظر را نشان می‌دهد. شکل 2- ج نیز پیکربندی کلی این شبکه را نشان می‌دهد.

## 6- تحلیل نتایج

در این قسمت نتایج اجرای الگوریتم‌های بهینه‌سازی برای شبکه‌های معرفی شده در بخش قبل ارائه و مورد بحث قرار می‌گیرد. برای محاسبه شاخص برگشت پذیری شبکه و بررسی قیود هیدرولیکی در طی ارزیابی جواب‌های مختلف، مدل هیدرولیکی EPANET 2.0 به الگوریتم‌های بهینه‌سازی متصل شده است. این اتصال در محیط برنامه‌نویسی متلب<sup>2</sup> و از طریق فراخوانی دستورات مختلف با استفاده از فایل‌های "کتابخانه ارتباط پویا" (DLL<sup>3</sup>) در نرم‌افزار EPANET انجام شده است. نرم‌افزار EPANET قابلیت اجرای مدل را در محیط‌های برنامه‌نویسی مختلف از طریق یک برنامه جانبی به نام تولکیت<sup>4</sup> فراهم آورده است.

همچنین اندازه فضای جستجو، تعداد متغیرهای تصمیم، اندازه جمعیت و هزینه محاسباتی بر حسب تعداد تکرارها (تعداد نسل‌ها) و تعداد ارزیابی‌های تابع هدف برای هر یک از سه شبکه توزیع آب در جدول 4 ارائه شده است. تعداد نسل‌ها و اندازه جمعیت برای شبکه HAN بر اساس مقادیر گزارش شده توسط (Prasad and Park (2004) انتخاب شده است. پارامترهای الگوریتم‌های NSGA-II و SPEA-II قبل از اجرا، بر اساس مقادیر پیشنهادی در تحقیقات قبل و پارامترهای الگوریتم MOEA/D بر اساس آنالیز حساسیت انتخاب شدند. مقادیر پارامترهای مدل‌ها در جدول 5 ارائه شده است.

در الگوریتم MOEA/D نقطه ایده‌ال، بصورت ثابت و برابر مقادیر آرمانی توابع هدف (مقدار صفر برای هزینه و مقدار یک برای شاخص برگشت‌پذیری) انتخاب شدند. هر الگوریتم ده بار مجزا اجرا گردید. جبهه پارتوی بدست آمده از یک نمونه اجرای الگوریتم‌ها با در نظرگیری دو تابع هدف "هزینه" و "برگشت پذیری" که قبلاً تعریف شد، در شکل 3 نشان داده شده است.

(2004) and Park نیز مورد آزمون قرار گرفته بود و دو مسأله طراحی شبکه بزرگ مقیاس در این مقاله مورد توجه قرار گرفته است که در ادامه این شبکه‌ها توصیف می‌شوند.

### 5-1- شبکه Hanoi (HAN)

این شبکه توزیع آب شامل 32 گره و 34 لوله بوده که آب توسط یک مخزن با تراز ثابت 100 متر تأمین می‌شود. تعداد قطرهای تجاری در دسترس برای طراحی برابر 6 قطر و با اندازه‌های  $A=[304.8 \ 406.4 \ 508.0 \ 609.6 \ 762.0]$  و  $1016.0$  بر حسب اینچ بوده و هزینه یک واحد طول لوله برابر با  $1.1 \times D^{1.5}$  است. همچنین در این شبکه حداقل فشار مورد نیاز در تمامی گره‌ها برابر 30 متر در نظر گرفته شده است. شکل 2- الف نمای کلی این شبکه را نشان می‌دهد.

### 5-2- شبکه Pescara (PES)

شبکه توزیع آب Pescara شامل 99 لوله، 68 گره نیاز و 3 مخزن با هد ثابت بین 53/08 تا 57 متر تشکیل شده است. لوله‌ها از جنس چدن بوده و تمامی آنها دارای ضریب هیزن-ویلیامز 130 می‌باشند. حداقل فشار مورد نیاز در تمامی گره‌ها برابر 20 متر بوده و حداکثر فشار مجاز مطابق جدول 1 می‌باشد. علاوه بر این سرعت در هر لوله باید کمتر از 2 m/s باشد. جدول 2 قطرهای تجاری در دسترس و هزینه واحد آنها را نشان می‌دهد. همچنین شکل 2- ب نمای کلی این شبکه را به تصویر کشیده است.

### 5-3- شبکه Balerma (BIN)

شبکه آبیاری Balerma (BIN<sup>1</sup>) شامل 454 لوله PVC، 443 گره نیاز و چهار مخزن با هدهای ثابت 112 متر، 117 متر، 122 متر و 127 متر است. ضریب زبری دارسی-وئیسباخ برای تمام لوله‌ها 0/0025 است. هد فشاری حداقل بالای تراز زمین برای تمام گره‌های نیاز 20 متر است. هر لوله می‌تواند قطری را از بین 10 مقدار گسسته انتخاب کند. جدول 4 قطرهای تجاری در

2. Matlab

3. Dynamic Link Library

4. Toolkit

1. Balerma Irrigation Network



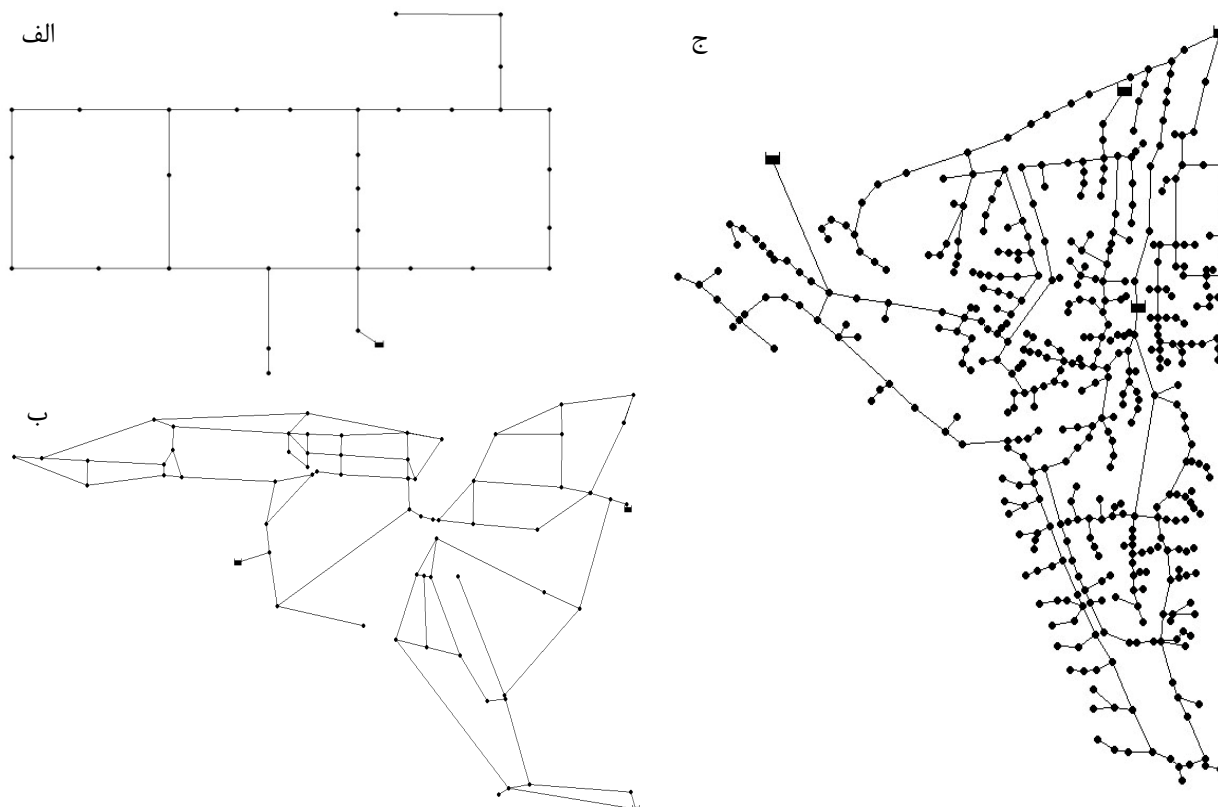
جدول 1 بیشینه فشار گرهی در شبکه PES

| $N_i$ | $P_{max}$ (m) | $N_i$ | $P_{max}$ (m) | $N_i$ | $P_{max}$ (m) | $N_i$ | $P_{max}$ (m) | $N_i$ | $P_{max}$ (m) | $N_i$ | $P_{max}$ (m) | $N_i$ | $P_{max}$ (m) |
|-------|---------------|-------|---------------|-------|---------------|-------|---------------|-------|---------------|-------|---------------|-------|---------------|
| 1     | 54/1          | 11    | 29            | 21    | 55            | 31    | 53/2          | 41    | 29/7          | 51    | 53/7          | 61    | 54/9          |
| 2     | 52            | 12    | 53/8          | 22    | 38/3          | 32    | 54/1          | 42    | 55/9          | 52    | 54/5          | 62    | 54/9          |
| 3     | 53/5          | 13    | 53/8          | 23    | 53/8          | 33    | 53/3          | 43    | 54/9          | 53    | 54/2          | 63    | 53/7          |
| 4     | 53/2          | 14    | 37/8          | 24    | 55/4          | 34    | 54/9          | 44    | 54/2          | 54    | 53/8          | 64    | 54/9          |
| 5     | 54/8          | 15    | 53            | 25    | 53/2          | 35    | 50/3          | 45    | 53/7          | 55    | 53/4          | 65    | 55/5          |
| 6     | 50            | 16    | 53/5          | 26    | 52/7          | 36    | 50/3          | 46    | 55/2          | 56    | 53/2          | 66    | 37/8          |
| 7     | 50/5          | 17    | 54/2          | 27    | 53/4          | 37    | 52/8          | 47    | 55/2          | 57    | 53/9          | 67    | 54/9          |
| 8     | 51/8          | 18    | 54/3          | 28    | 53/8          | 38    | 54/1          | 48    | 55/4          | 58    | 54            | 68    | 55/5          |
| 9     | 52/7          | 19    | 55/2          | 29    | 54/2          | 39    | 54/1          | 49    | 55/2          | 59    | 52/8          |       |               |
| 10    | 51/8          | 20    | 54/9          | 30    | 55/2          | 40    | 28/5          | 50    | 55/4          | 60    | 52/8          |       |               |

توجه:  $N_i$  نمایه تعداد گره‌ها و  $P_{max}$  بیشینه فشار گرهی است.

جدول 2 قطرهای تجاری و هزینه واحد طول لوله در شبکه PES

| قطر (mm) | هزینه واحد (€/m) | قطر (mm) | هزینه واحد (€/m) | قطر (mm) | هزینه واحد (€/m) |
|----------|------------------|----------|------------------|----------|------------------|
| 100      | 27/7             | 250      | 75/0             | 450      | 169/3            |
| 125      | 38/0             | 300      | 92/4             | 500      | 191/5            |
| 150      | 40/5             | 350      | 123/1            | 600      | 246/0            |
| 200      | 55/4             | 400      | 141/9            | 700      | 319/6            |
|          |                  |          |                  | 800      | 391/1            |



شکل 2 نمای کلی الف - شبکه Hanoi (HAN)، ب - شبکه Pescara (PES)، ج - شبکه Balerna (BIN)

جدول 3 قطرهای تجاری و هزینه واحد طول لوله در شبکه (BIN) Balerma

| قطر (mm) | هزینه واحد (€/m) | قطر (mm) | هزینه واحد (€/m) |
|----------|------------------|----------|------------------|
| 113      | 7/22             | 226/2    | 28/6             |
| 126/6    | 9/10             | 285      | 45/39            |
| 144/6    | 11/92            | 361/8    | 76/32            |
| 162/8    | 14/84            | 452/2    | 124/64           |
| 180/8    | 18/38            | 581/8    | 215/85           |

جدول 4 هزینه محاسباتی و اندازه فضای جستجو در طراحی شبکه‌های توزیع آب

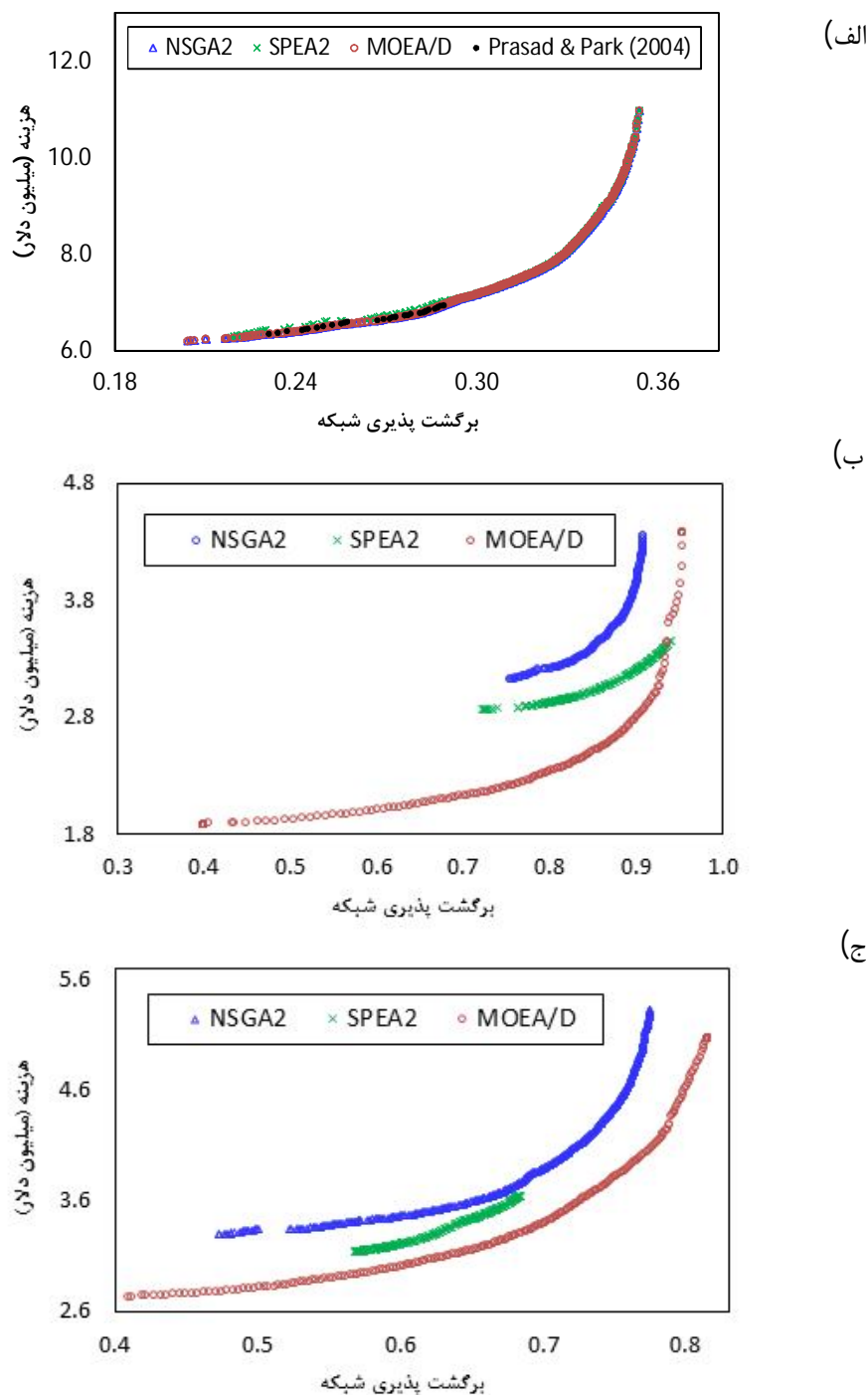
| مسأله    | تعداد ارزیابی‌های تابع هدف | تعداد تکرارها (نسل‌ها) | اندازه جمعیت | تعداد متغیرهای تصمیم | اندازه فضای جستجو      |
|----------|----------------------------|------------------------|--------------|----------------------|------------------------|
| شبکه HAN | ۲,۰۰۰,۲۰۰                  | ۱۰,۰۰۰                 | 200          | 34                   | $6^{34}$               |
| شبکه PES | ۵۰۰,۴۰۰                    | 1250                   | 400          | 99                   | $1/91 \times 10^{110}$ |
| شبکه BIN | ۱,۰۰۰,۴۰۰                  | 2500                   | 400          | 454                  | $10^{454}$             |

جدول 5 مقادیر پارامترهای الگوریتم‌های فراکاوشی مورد بحث

| الگوریتم | پارامتر                | مقدار   |
|----------|------------------------|---|
| NSGA2    | نرخ جهش                | (تعداد متغیرها)/1   |
|          | احتمال تقاطع           | 0/9   |
|          | احتمال جهش             | 0/1   |
|          | اندازه تورنمنت         | 2   |
|          | اندازه گام جهش         | دامنه تغییرات متغیر $\times 0/1$  |
| SPEA2    | نرخ جهش                | (تعداد متغیرها)/1   |
|          | احتمال تقاطع           | 0/9   |
|          | احتمال جهش             | 0/1   |
|          | اندازه تورنمنت         | 2   |
|          | اندازه گام جهش         | دامنه تغییرات متغیر $\times 0/1$  |
| MOEA/D   | احتمال جهش             | 0/1   |
|          | نرخ جهش                | (تعداد متغیرها)/1   |
|          | اندازه تورنمنت         | 2   |
|          | Q (تعداد همسایگی‌ها)   | اندازه جمعیت $\times 0/2$   |
|          | نقطه ایده‌آل ( $Z^*$ ) | مقادیر ایده‌آل برای توابع هدف (صفر برای هزینه و یک برای شاخص برگشت پذیری) |

(2004) گزارش شده است، نیز نمایش داده شده است. در بررسی جبهه‌های پارتو مشخص شد که قسمت عمده این جواب‌های منتخب شامل جبهه‌های پارتوی NSGA-II و MOEA/D بوده و تعداد محدودی از آنها نیز توسط جواب‌های NSGA-II و MOEA/D مغلوب شده‌اند.

برای مسأله HAN که ابعاد کوچکتری (تعداد متغیرهای تصمیم کمتری) نسبت به دو مسأله دیگر دارد، عملکرد هر سه الگوریتم تقریباً مشابه بوده است، گرچه نتایج دو الگوریتم MOEA/D و NSGA-II اندکی بهتر از الگوریتم SPEA-II بوده است. در این شکل جواب‌های بهینه منتخب از جبهه پارتو که توسط Prasad and Park



شکل 3 جبهه پارتوی بدست آمده برای الف- شبکه HAN، ب- شبکه PES، ج- شبکه BIN

دیگر یعنی NSGA-II و SPEA-II هم به لحاظ همگرایی و کیفیت جوابها و هم به لحاظ حفظ تنوع و گستره جوابها عملکرد بهتری داشته است. در مسأله PES، الگوریتم SPEA-II عملکرد بهتری نسبت به NSGA-II

در دو مسأله طراحی PES و BIN که ابعاد مسأله بهینه‌سازی بزرگتر شده است، تفاوت الگوریتم‌ها بهتر نمایان شده است. همان‌طور که در شکل‌های 3- ب و ج نیز مشاهده می‌شود، الگوریتم MOEA/D از دو الگوریتم

اند. همچنین با تلاش محاسباتی یکسان، الگوریتم SPEA-II در مسأله دوم بر NSGA-II غلبه می‌کند و در مسأله سوم مغلوب آن می‌شود که علت این مغلوبیت، برتری NSGA-II بر SPEA-II در حفظ تنوع می‌باشد.

در نهایت عملکرد الگوریتم‌ها بر اساس شاخص پوش دو مجموعه دو به دو مقایسه گردید. این شاخص بر معیار قدرت غلبگی جواب‌ها استوار است. مقادیر محاسبه شده این شاخص در جدول 7 ارائه شده است. ملاحظه می‌شود که الگوریتم MOEA/D بر اساس این شاخص نیز نسبت به دو روش دیگر برتری دارد. در مسأله طراحی شبکه HAN، مقادیر  $CS=1$  برای NSGA-II در مقایسه با SPEA-II بدین معنی است که همگی جواب‌های موجود در جبهه پارتوی حاصل از اجتماع جبهه‌های پارتوی دو الگوریتم، توسط الگوریتم NSGA-II یافت شده است، حال آنکه  $CS=0.87$  برای SPEA-II به معنی یافتن 87% جبهه پارتوی مشترک توسط این الگوریتم بوده است و لذا از نظر همگرایی، NSGA-II توانسته است بر SPEA-II در این مسأله بهینه‌سازی غلبه نماید.

همین نتیجه در مقایسه دو به دو الگوریتم‌های MOEA/D و NSGA-II نیز مشاهده می‌شود. در مقایسه دو به دو الگوریتم‌های NSGA-II و MOEA/D در مسأله HAN، ملاحظه می‌شود که مقادیر شاخص پوش در هر دو روش تقریباً یکسان بوده ( $CS=0.99$  و  $CS=0.98$ ) و تفاوت ناچیز بین آنها را می‌توان به وجود فرایندهای تصادفی در الگوریتم‌های فراکاوشی مرتبط دانست.

در مسأله طراحی شبکه PES، با توجه به مقدار  $CS=1$  در مقایسه SPEA-II با NSGA-II و MOEA/D، نتیجه می‌شود که تمام جواب‌های جبهه پارتوی الگوریتم NSGA-II مغلوب دو الگوریتم دیگر شده‌اند. همچنین در مقایسه نسبی الگوریتم‌های MOEA/D و SPEA-II، مقدار  $CS=0.95$  بدین معناست که 95% جواب‌های موجود در اجتماع جبهه‌های پارتوی MOEA/D و SPEA-II توسط الگوریتم MOEA/D یافت شده است و تنها حدود 5% MOEA/D (CS=0.046) جواب‌های موجود در اجتماع جبهه‌های پارتو متعلق به الگوریتم SPEA-II بوده است که توسط MOEA/D یافت نشده است.

داشته است، ولی برای مسأله BIN که به مراتب فضای جستجوی بزرگتری دارد، عملکرد آن خیلی موضعی بوده و قابلیت حفظ تنوع جواب‌ها نسبت به الگوریتم NSGA-II کاهش یافته است. برای مقایسه دقیق‌تر این الگوریتم‌ها، مقادیر شاخص‌های آماری مقایسه، محاسبه و در جداول 6 و 7 ارائه شده‌اند.

جدول 6 مقادیر میانگین شاخص HV را که از 10 اجرای مختلف الگوریتم‌ها حاصل شده است، برای هر یک از شبکه‌های توزیع آب نشان می‌دهد. این شاخص کیفیت جواب‌ها را بر حسب هر دو قابلیت همگرایی و حفظ تنوع در جمعیت با هم می‌سنجد. هر چقدر مقدار این شاخص بیشتر باشد به معنای عملکرد بهتر است.

جدول 6 مقایسه الگوریتم‌های بهینه‌سازی با استفاده از شاخص HV

| Algorithm | شبکه توزیع آب |      |      |
|-----------|---------------|------|------|
|           | HAN           | PES  | BIN  |
| NSGA2     | 1/91          | 1/66 | 2/03 |
| SPEA2     | 1/89          | 1/97 | 1/99 |
| MOEA/D    | 1/91          | 2/76 | 2/51 |

نقطه مرجع: (0, 6); PES: (0, 5); HAN: (0, 12)

جدول 7 مقایسه الگوریتم‌ها با استفاده از شاخص "پوش دو مجموعه" (CS)

| مسأله  | الگوریتم | NSGA2 | SPEA2 | MOEA/D |
|--------|----------|-------|-------|--------|
| HAN    | NSGA2    | -     | 1     | 0/99   |
|        | SPEA2    | 0/87  | -     | 0/85   |
|        | MOEA/D   | 0/98  | 1     | -      |
| PES    | الگوریتم | NSGA2 | SPEA2 | MOEA/D |
|        | NSGA2    | -     | 0     | 0      |
|        | SPEA2    | 1     | -     | 0/046  |
| BIN    | MOEA/D   | 1     | 0/95  | -      |
|        | الگوریتم | NSGA2 | SPEA2 | MOEA/D |
|        | NSGA2    | -     | 0/41  | 0      |
| MOEA/D | SPEA2    | 0/59  | -     | 0      |
|        | MOEA/D   | 1     | 1     | -      |

بر اساس مقادیر جدول 6 واضح است که الگوریتم MOEA/D بالاترین راندمان را دارد. در مسأله کوچک مقیاس HAN، الگوریتم‌های NSGA-II و MOEA/D نتایج مشابه داشته‌اند و هر دو بر SPEA-II برتری داشته

می‌دهد. ساختار MOEA/D همچنین یک چاقوب بسیار انعطاف‌پذیر برای بکارگیری عملگرهای بهینه‌ساز الگوریتم‌های مختلف فراهم می‌کند تا از این طریق بتوان باهایبرید کردن الگوریتم‌های مختلف با ساختار MOEA/D جواب‌های با کیفیت بهتری در طی فرایند جستجو تولید کرد. در این مقاله عملگرهای الگوریتم ژنتیک با موفقیت توسط روش MOEA/D بکار گرفته شد و برتری خود را نسبت به دو الگوریتم معروف بهینه‌سازی اثبات نمود. بر این اساس توسعه این الگوریتم و ترکیب آن با دیگر بهینه‌سازها برای حل مسائل پیچیده و واقعی بهینه‌سازی در مهندسی آب در تحقیقات آتی پیشنهاد می‌شود.

### 8- فهرست علائم

|             |   |
|-------------|---|
| $\{A\}$     | مجموعه قطره‌های تجاری در دسترس                          |
| $C$         | هزینه کل شبکه   |
| Crossover   | عملگر تقاطع در الگوریتم ژنتیک                           |
| CS          | شاخص عملکرد پوش دو مجموعه پارتو در الگوریتم‌های چندهدفه |
| $C_j$       | ضریب یکنواختی در گره $j$ شبکه                           |
| $D_i$       | قطر لوله $i$  |
| $E_p$       | مجموعه جواب‌های جبهه پارتو                              |
| $F(x)$      | بردار توابع هدف   |
| $f_i(x)$    | تابع هدف $i$ ام   |
| $g^{te}$    | تابع هدف تجمیع شده به روش چپیشف                         |
| HV          | شاخص عملکرد Hyper Volume در الگوریتم‌های چندهدفه        |
| $H_j$       | مقدار هد واقعی در گره $j$ شبکه                          |
| $H_j^{req}$ | حداقل هد مورد نیاز شبکه در گره $j$                      |
| $H_k$       | هد مخزن $k$ ام  |
| $H_j^u$     | حداکثر فشار مجاز در گره $j$                             |
| $H_j^l$     | حداقل فشار مجاز در گره $j$                              |
| In          | شاخص برگشت پذیری شبکه                                   |
| $Li$        | طول لوله $i$  |
| Nl          | تعداد حلقه‌های شبکه                                     |
| np          | تعداد لوله‌ها   |
| nm          | تعداد گره‌های نیاز شبکه                                 |
| nr          | تعداد مخازن   |
| npu         | تعداد پمپ‌ها  |
| npj         | تعداد لوله‌های متصل به گره $j$                          |

در مسأله دوم، طراحی شبکه BIN، مقادیر  $CS=0.59$  و  $CS=0.49$  بیانگر غلبگی نسبی جواب‌های بهینه دو الگوریتم است، بطوری که 59% نقاط موجود در اجتماع جواب‌ها توسط الگوریتم SPEA-II و 41% آنها توسط الگوریتم NSGA-II یافت شده است. به عبارت دیگر، SPEA-II به میزان 41% و NSGA-II به میزان 59% از جواب‌های مشترک را نتوانسته‌اند کشف کنند. مقادیر  $CS=1$  برای الگوریتم MOEA/D بیانگر غلبگی جواب‌های این الگوریتم بر دو روش دیگر و برتری مطلق آن است. الگوریتم MOEA/D ساختاری را برای بکارگیری عملگرهای بهینه‌ساز محلی و جستجوی تمامی قسمت‌های فضای حل مسأله از طریق بردارهای تجمیع فراهم می‌کند. این قابلیت مزیت ایجاد جبهه‌های پارتوی گسترده و حفظ تنوع در جمعیت جواب‌ها را به ارمغان می‌آورد. همان‌طور که نتایج فوق نشان می‌دهد ترکیب عملگرهای الگوریتم ژنتیک با ساختار MOEA/D در این مقاله هر دو قابلیت همگرایی جواب‌ها و تنوع جمعیت را حفظ می‌کند و عملکرد به مراتب بهتری نسبت به الگوریتم‌های چند هدفه مبتنی بر رتبه‌بندی نامغلوب فراهم می‌آورد.

### 7- نتیجه‌گیری

در این مقاله الگوریتم بهینه‌سازی چند هدفه مبتنی بر تجزیه برای طراحی شبکه‌های بزرگ مقیاس توزیع آب توسعه داده شد و نتایج آن با دو الگوریتم فراکوشی مبتنی بر رتبه‌بندی غیرپست مقایسه شد. MOEA/D نتایج به مراتب بهتری نسبت به الگوریتم‌های NSGA-II و SPEA-II بر حسب معیارهای همگرایی و حفظ تنوع جمعیت فراهم می‌کند. ساختار MOEA/D از طریق بردارهای تجمیع، منابع محاسباتی را بین تمامی قسمت‌های فضای جستجو تقسیم می‌کند و از این طریق توزیع بهتر و گسترده‌تری مناسب‌تری برای جبهه پارتوی مسائل مختلف بهینه‌سازی ایجاد می‌کند. این قابلیت مزیت اصلی الگوریتم MOEA/D نسبت به روش‌های مبتنی بر رتبه‌بندی غیر پست می‌باشد. این مسأله بویژه در مسائل بزرگ مقیاس با تعداد متغیرهای تصمیم زیاد که الگوریتم‌های مبتنی بر رتبه‌بندی نامغلوب معمولاً با مشکل مواجه می‌شوند و یا به دام نقاط بهینه موضعی می‌افتند، کارایی خود را بهتر نشان

doi:10.1029/2011WR011651.

Perelman, L., A. Ostfeld, and E. Salomons (2008). "Cross entropy multiobjective optimization for water distribution systems design", *Water Resources Research* 44 (9): W09413.

Prasad, T.D., and N.-S. Park (2004). "Multiobjective genetic algorithms for design of water distribution networks", *Journal of Water Resources Planning and Management* 130 (1): 73–82. doi:10.1061/(ASCE)0733-9496(2004)130:1(73).

Todini, E. (2000). "Looped water distribution networks design using a resilience index based heuristic approach", *Urban Water* 2, 115–122.

Van Veldhuizen, D.A. (1999). "Multiobjective evolutionary algorithms: classifications, analyses, and new innovations", Ph.D. Thesis, AFIT/DS/ENG/99-01, Air Force Institute of Technology, Wright-Patterson AFB, Ohio.

Vrugt, J.A., and B.A. Robinson (2007). "Improved evolutionary optimization from genetically adaptive multimethod search", *Proceedings of the National Academy of Sciences* 104 (3): 708–711.

Wang, Q., D. Savic, and Z. Kapelan (2013). Multi-objective cuckoo search for the optimal design of water distribution systems", In *Civil Engineering and Urban Planning 2012*, 402–405. Reston: American Society of Civil Engineers.

Wang, Q., M. Guidolin, D. Savic, and Z. Kapelan (2014). "Two-objective design of benchmark problems of a water distribution system via MOEAs: Towards the best-known approximation of the true Pareto front, *Journal of Water Resources Planning and Management*, doi:10.1061/(ASCE)WR.1943-5452.0000460.

Zhang, Q., H. Li (2007). MOEA/D: A multiobjective evolutionary algorithm based on decomposition, *IEEE Transaction on Evolutionary Computation*, Vol.11, NO. 6, pp. 712-731

Zheng, F., A.F. Simpson, and A.C. Zecchin, (2014). "An efficient hybrid approach for multiobjective optimization of water distribution systems", *Journal of Water Resources Research*. Volume 50, Issue 5, pp. 3650–3671.

Zitzler, E., M. Laumanns, and L. Thiele (2001). "SPEA2: Improving the strength Pareto evolutionary algorithm, evolutionary methods for design, optimisation and control", In *Proceedings of the EUROGEN2001 Conference*, Athens, Greece, September 19–21, 2001, 95–100. Barcelona: International Center for Numerical Methods in Engineering (CIMNE).

|              |                                     |
|--------------|-------------------------------------|
| $P$          | اندیس مربوط به درجه عملگر نرم       |
| $P_m$        | احتمال جهش                          |
| $P_i$        | قدرت پمپ $i$                        |
| $Q$          | اندیس بیانگر تعداد بردارهای همسایگی |
| $Q_j$        | مقدار نیاز آب در گره $j$ شبکه       |
| $Q_k$        | دبی مخزن $k$ ام                     |
| $Q_{out}$    | دبی خروجی از یک گره دلخواه شبکه     |
| $Q_e$        | دبی نیاز یک گره دلخواه شبکه         |
| $Q_{in}$     | دبی ورودی به یک گره دلخواه شبکه     |
| $R^m$        | فضای توابع هدف                      |
| $S$          | فضای متغیرهای تصمیم                 |
| $U_i$        | هزینه واحد طول لوله $i$             |
| $\mu$        | نرخ جهش                             |
| $w^i$        | بردار وزن توابع هدف                 |
| $x$          | بردار متغیرهای تصمیم                |
| $y$          | جواب تولید شده از مرحله همکاری      |
| $z^*$        | بردار مقادیر ایده‌آل توابع هدف      |
| $\gamma$     | وزن مخصوص آب                        |
| $\Delta$     | اندازه گام در عملگر جهش             |
| $\Delta h_k$ | افت هد در لوله $k$ ام               |

## 9- منابع

Deb, K., S. Agrawal, A. Pratap, and T. Meyarivan (2000). "A fast elitist non-dominated sorting genetic algorithm for multi-objective optimization: NSGA2". *KanGAL Report* 200001.

Farmani, R., D.A. Savic, and G.A. Walters (2005). "Evolutionary multi-objective optimization in water distribution network design", *Engineering Optimization* 37 (2): 167–183.

Keedwell, E., and S.T. Khu (2004). "Hybrid genetic algorithms for multiobjective optimisation of water distribution networks, genetic and evolutionary computation Gecco 2004, Part 2", *Proceedings, in Lecture Notes in Computer Science* 3103: 1043–1053. Springer-Verlag.

Montalvoa, I., J. Izquierdo, S. Schwarzeb, and R. Pérez-García (2010). "Multi-objective particle swarm optimization applied to water distribution systems design: An approach with human interaction", *Mathematical and Computer Modelling* 52 (7–8): 1219–1227.

Ostfeld, A. (2012). "Optimal reliable design and operation of water distribution systems through decomposition, *Water Resour. Res.*", 48, W10521,