

## «یادداشت تحقیقاتی»

# الگوریتم نوین مدل سازی موج دینامیکی با روش حجم محدود و

## استراتژی ULTIMATE

سیدرضا هاشمی نژاد<sup>1</sup>، محمدجواد خانجانی<sup>2\*</sup>، مهناز قائینی حصاروئی<sup>3</sup>

1- دانشجوی دکتراى سازه‌های هیدرولیکی، بخش مهندسی عمران، دانشگاه شهید باهنر، کرمان

2- استاد بخش مهندسی عمران، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه شهید باهنر، کرمان

3- استادیار بخش مهندسی عمران، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه شهید باهنر، کرمان

\*khangani@yahoo.com

**چکیده** - تعداد زیادی از پدیده‌های طبیعی جریان سیال توسط معادلات سنت-ونانت و مدل موج دینامیکی توصیف می‌شوند. از آن جمله می‌توان به پدیده شکست سد و روندیابی سیلاب اشاره کرد. روندیابی سیلاب یک روش ریاضی برای پیش‌بینی تغییرات حجم، سرعت و شکل موج سیل بصورت تابعی از زمان و مکان است. آگاهی از شدت وقوع سیلاب، نقش بسزایی در کاهش خسارت‌های جانی و مالی ناشی از آن دارد. تغییرات شدید متغیر وابسته در فاصله مکانی کوتاه ویژگی بارز این پدیده‌ها است. لذا در نتایج شبیه‌سازی ریاضی آنها، اغلب بالا و پایین‌زدگی‌های غیرفیزیکی و نوسانات غیریکنواخت مشاهده می‌شود که می‌توانند موجب بی‌اعتباری نتایج مدل‌سازی گردند. از این‌رو علاوه بر استفاده از روش گسسته‌سازی کارآمد لازم است تمهیداتی برای کاهش خطا و جلوگیری از بروز نتایج غیرفیزیکی بکار گرفته شود. در این تحقیق مدل موج دینامیکی توسط روش گسسته‌سازی حجم محدود، که روشی تقریباً جدید و بسیار کارآمد است، منفصل سازی شده است. سپس برای مدل‌سازی، الگوریتمی ارائه شده که در عین سادگی استراتژی Ultimate را برای جلوگیری از بوجود آمدن نتایج غیرفیزیکی و نوسانات غیرواقعی به خدمت گرفته است. همچنین در الگوریتم حل پیشنهادی امکان استفاده از انواع الگوهای مرتبه بالا ممکن می‌باشد و امکان استفاده از آن در انواع محیط‌های کدنویسی وجود دارد. در آخر، برای بررسی صحت دستگاه معادلات گسسته و الگوریتم حل پیشنهادی، کدی در محیط نرم‌افزار متلب تهیه شد و نتایج آن با نتایج Chow et al. (1988) مقایسه گردید. نتایج مقایسه اعتبار دستگاه معادلات گسسته و توانمندی الگوریتم حل را اثبات نمود.

**کلیدواژگان:** معادلات سنت-ونانت، مدل موج دینامیکی، روش حجم محدود، استراتژی Ultimate، الگوریتم حل.

### 1- مقدمه

بسزایی در کاهش خسارت‌های جانی و مالی دارد. روندیابی سیلاب یک روش ریاضی برای پیش‌بینی تغییرات حجم، سرعت و شکل موج سیل بصورت تابعی از زمان و مکان می‌باشد. این روش اهمیت زیادی در مهندسی رودخانه، کنترل و کاهش خطرات سیل، حفاظت رودخانه و مدل‌سازی جریان در مخازن و سرریزها دارد.

سیل یک سوم بلاای طبیعی را شامل می‌شود و این درحالی است که نصف کشته‌شدگان بلاای طبیعی در اثر سیل جان خود را از دست داده‌اند (Knight, 2013). این نکته بیانگر اهمیت فوق‌العاده سیلاب می‌باشد. آگاهی از نحو رفتار سیل طی پیشروی آن در طول رودخانه نقش

معادلات حاکم منفصل‌سازی می‌شوند. در مدل ارائه شده برای رفع مشکل بالا و پایین‌زدگی‌های غیرفیزیکی و نوسانات غیریکنواخت از استراتژی Ultimate استفاده شده است. برای بررسی صحت دستگاه معادلات گسسته و الگوریتم حل پیشنهادی، کدی تهیه شد و نتایج آن با نتایج کار Chow et al. (1988) مقایسه گردید. نتایج مقایسه اعتبار دستگاه معادلات گسسته و توانمندی الگوریتم حل را اثبات نمود.

## 2- مواد و روش‌ها

### 1-2- معادلات حاکم

روندیابی هیدرولیکی با حل عددی معادلات سنت-ونانت انجام می‌شود. این معادلات شامل معادله پیوستگی (رابطه 1) و معادله اندازه حرکت (رابطه 2) می‌باشند. بسته به اینکه کدامیک از ترم‌های معادله اندازه حرکت برای مدل‌سازی پدیده مورد مطالعه استفاده شوند، سه مدل مختلف بوجود می‌آید که عبارتند از: 1- مدل موج سینماتیک، 2- مدل موج انتشار و 3- مدل موج دینامیک.

$$V \frac{T \partial y}{\partial x} + A \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{T \partial y}{\partial t} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial x} + g \frac{\partial y}{\partial x} + g(S_f - S_o) = 0 \quad (2)$$

در مدل موج سینماتیک تنها ترم چهارم رابطه (2) وجود دارد، در مدل موج انتشار ترم (3) و (4) رابطه (2) حضور دارند و در مدل موج دینامیک کل ترم‌ها بکار برده می‌شوند و دارای بالاترین دقت است.

شکل دیگر این معادلات بصورت روابط (3) و (4) می‌باشد. در روند منفصل‌سازی این تحقیق از این روابط استفاده شده است.

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial A}{\partial t} - q = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \beta \frac{Q^2}{A} \right) + gA \left( \frac{\partial y}{\partial x} - S_o + S_f + S_e \right) - \beta q V_x = 0 \quad (4)$$

در این روابط  $V$  سرعت متوسط جریان،  $y$  عمق جریان،  $T$  عرض کانال در سطح جریان،  $S_f$  شیب خط انرژی،  $S_o$  شیب بستر،  $S_e$  شیب افت گردابه،  $Q$  دبی،  $A$  سطح مقطع جریان،  $q$  دبی جانبی در واحد طول،  $V_x$  سرعت جریان

از روش‌های مختلف هیدرولیکی و هیدرولوژیکی می‌توان برای مدل‌سازی سیل استفاده نمود. روندیابی سیلاب با روش‌های هیدرولوژیکی نسبتاً ساده بوده و از دقت قابل قبولی برخوردار است. روندیابی در مخزن و رودخانه دو کاربرد مهم روندیابی هیدرولوژیکی هستند. روش‌های متعددی برای روندیابی سیلاب در رودخانه توسط روش‌های هیدرولوژیکی وجود دارد. مشهورترین و پرکاربردترین آنها روش ماسکینگام است (Chow, 1973).

سه قانون بقای جرم، اندازه حرکت و انرژی معادلات حاکم بر هیدرولیک جریان در کانال‌های روباز می‌باشند. معادلات بقای جرم و اندازه حرکت به معادلات سنت-ونانت مشهور هستند (صالحی و تقدیسیان، 1376). روندیابی سیلاب توسط روش‌های هیدرولیکی با حل این معادلات حاکم انجام می‌شود که دارای مراحل پیچیده‌تر و محاسبات بیشتری نسبت به روندیابی هیدرولوژیکی است.

سینج و ویدود از روش حجم محدود برای روندیابی سیلاب استفاده کردند. ایشان در مدل خویش به جای استفاده از معادلات سنت-ونانت از معادله کلی اندازه حرکت استفاده نمودند و روش Quick را برای محاسبه مؤلفه‌های جریان در محل مرز حجم‌های کنترلی بکار بردند. آنها دریافتند این روش پایدار بوده و دارای دقت مرتبه 3 می‌باشد. نتایج مطالعه آنها نشان داد که پارامترهای هیدرولیکی نقش مهمی در روندیابی سیلاب ایفا می‌کنند (Siing and Widodo, 2011). کورشی و همکاران از معادلات ساده شده سنت-ونانت در مدل خویش استفاده نمودند و صحت مدل خویش را با دیگر مدل‌های عددی و نتایج میدانی بررسی کردند. در مدل‌سازی رودخانه‌ای به طول 29 کیلومتر، نتایج مدل آنها همخوانی خوبی با نتایج مدل HEC-RAS داشت (Qureshi et al., 2014).

در مواردی که پدیده مورد مطالعه شامل نوسان زیاد متغیر وابسته در فاصله مکانی کوتاه است، لازم است از محدودگر<sup>1</sup> استفاده شود. برای اعمال محدودگر بر مدل عددی میتوان از استراتژی Ultimate استفاده کرد (Leonard, 1991).

تحقیق حاضر روی تهیه مدل ریاضی-عددی معادله موج دینامیکی متمرکز است و با استفاده از روش حجم محدود

1. Limiter

جانبی و  $\beta$  ضریب بوسینسک می‌باشد.

در این رابطه  $\theta$  ضریب وزنی زمان است و مقادیر  $Q_e$  و  $Q_w$  را می‌توان توسط الگوهای مختلف محاسبه کرد.

### 2-2- منفصل سازی معادله پیوستگی

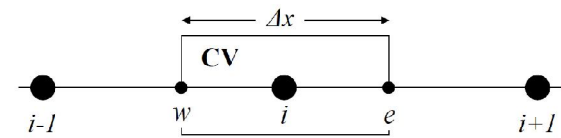
ابتدا معادله پیوستگی (رابطه 3) در حالت دائمی (رابطه 5) منفصل سازی می‌شود.

$$\frac{\partial Q}{\partial x} - q = 0 \quad (5)$$

برای این منظور از رابطه (5) روی حجم کنترلی  $i$  از  $e$  تا  $w$  در بعد مکان انتگرال گرفته می‌شود (شکل 1):

$$\int_w^e \left( \frac{\partial Q}{\partial x} - q \right) dx = 0 \quad (6)$$

$$Q_e - Q_w - q_i \Delta x = 0 \quad (7)$$



شکل 1 حجم کنترلی  $i$

در حالت غیردائمی ترم  $\frac{\partial A}{\partial t}$  به معادله (5) اضافه می‌شود. لازم است از این ترم روی بازه زمانی  $z$  تا  $z+1$  در بعد زمان و روی حجم کنترلی  $i$  از  $e$  تا  $w$  در بعد مکان انتگرال گرفته شود:

$$\int_j^{j+1} \left( \frac{\partial A}{\partial t} \right) dt = A_i^{j+1} - A_i^j \quad (8)$$

حال از رابطه (8) در بعد مکان انتگرال گیری می‌شود:

$$\int_w^e (A_i^{j+1} - A_i^j) dx = (A_i^{j+1} - A_i^j) \Delta x \quad (9)$$

همچنین لازم است از رابطه (7) نسبت به زمان انتگرال گرفته شود:

$$\int_j^{j+1} (Q_e - Q_w - q_i \Delta x) dt = \left[ \theta (Q_e - Q_w - q_i \Delta x)^{j+1} + (1-\theta) (Q_e - Q_w - q_i \Delta x)^j \right] \Delta t = 0 \quad (10)$$

برای بدست آوردن معادله گسسته پیوستگی کافی است رابطه (9) را به (10) اضافه کرد:

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} (A_i^{j+1} - A_i^j) + \theta (Q_e - Q_w - q_i \Delta x)^{j+1} + (1-\theta) (Q_e - Q_w - q_i \Delta x)^j = 0 \quad (11)$$

### 3-2- منفصل سازی معادله اندازه حرکت

معادله اندازه حرکت در حالت ماندگار به فرم رابطه (12) است:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \beta \frac{Q^2}{A} \right) + gA \left( \frac{\partial y}{\partial x} - S_o + S_f + S_e \right) - \beta q V_x = 0 \quad (12)$$

برای منفصل سازی رابطه (12) از آن روی حجم کنترلی  $i$  از  $w$  تا  $e$  انتگرال گرفته می‌شود:

$$\int_w^e \left( \frac{\partial}{\partial x} \left( \beta \frac{Q^2}{A} \right) + gA \left( \frac{\partial y}{\partial x} - S_o + S_f + S_e \right) - \beta q V_x \right) dx = 0 \quad (13)$$

در حالت غیرماندگار ترم  $\frac{\partial Q}{\partial t}$  نیز باید در نظر گرفته شود و لازم است از این ترم نسبت به زمان در بازه  $z$  تا  $z+1$  و سپس روی حجم کنترلی  $i$  نسبت به مکان از  $w$  تا  $e$  انتگرال گیری شود:

$$\int_j^{j+1} \left( \frac{\partial Q}{\partial t} \right) dt = Q_i^{j+1} - Q_i^j \quad (15)$$

$$\int_w^e (Q_i^{j+1} - Q_i^j) dx = (Q_i^{j+1} - Q_i^j) \Delta x \quad (16)$$

حال لازم است برای بدست آوردن معادله گسسته اندازه حرکت از رابطه (14) نیز روی بازه زمانی  $z$  تا  $z+1$  انتگرال گرفته شود و رابطه (16) به آن اضافه شود:

$$\begin{aligned} & \int_j^{j+1} \left( \left( \beta \frac{Q^2}{A} \right)_e - \left( \beta \frac{Q^2}{A} \right)_w + gA_i (y_e - y_w) \right. \\ & \left. + gA_i \Delta x (S_{f_i} + S_{e_i} - S_{o_i}) - (\beta q V_x)_i \Delta x \right) dt = \\ & \theta \Delta t \left( \left( \beta \frac{Q^2}{A} \right)_e - \left( \beta \frac{Q^2}{A} \right)_w + gA_i (y_e - y_w) \right. \\ & \left. + gA_i \Delta x (S_{f_i} + S_{e_i} - S_{o_i}) - (\beta q V_x)_i \Delta x \right)^{j+1} \\ & + (1-\theta) \Delta t \left( \left( \beta \frac{Q^2}{A} \right)_e - \left( \beta \frac{Q^2}{A} \right)_w + gA_i (y_e - y_w) \right. \\ & \left. + gA_i \Delta x (S_{f_i} + S_{e_i} - S_{o_i}) - (\beta q V_x)_i \Delta x \right)^j \end{aligned} \quad (17)$$

با انجام مقداری مرتب سازی معادله گسسته نهایی اندازه

حرکت بدست می آید:  $i$  (شکل 1) با توجه به جهت جریان توسط رابطه (22)

محاسبه می شود:

$$\phi_e = \frac{1}{2} [(\phi_{i+1} + \phi_i) - \text{SGN}(c)(\phi_{i+1} - \phi_i)] \quad (22)$$

در این رابطه،  $\phi$  متغیر مورد نظر می باشد و منظور از  $\text{SGN}()$  علامت عبارت داخل پرانتز است.  $c$  عدد کورانت است و توسط رابطه (23) محاسبه می شود:

$$c = u \frac{\Delta t}{\Delta x} \quad (23)$$

مقدار متغیر ( $\phi$ ) در رویه غربی حجم کنترل با کاهش زیرنویس ها به مقدار واحد محاسبه می شود.

### 6-2- استراتژی Ultimate

در مواردی که پدیده مورد مطالعه شامل نوسان شدید متغیر وابسته در فاصله مکانی کوتاه باشد، لازم است به همراه یک الگوی مرتبه بالا، که دارای دقت بالایی هم می باشد، از محدودگر نیز استفاده شود. در حقیقت، هنگامی که الگوهای مرتبه سه و بالاتر به کار می رود، در صورت استفاده از محدودگر، دیگر قطع و فشرده سازی غیرواقعی وجود نخواهد داشت. مطالعه موارد مربوطه به محدودگر و نحوه کار و روابط آن در مراجع مربوطه (مانند: Leonard, 1991) به تفصیل توضیح داده شده و در ادامه تنها به توضیح استراتژی Ultimate که در اصل نحوه پیاده سازی محدودگر است، پرداخته شده است.

استراتژی Ultimate را میتوان برای هر الگوی صریح بقایی انتقال با هر مرتبه دقتی به کار برد. مراحل اجرای این استراتژی به این ترتیب است (Leonard, 1991):

1- با توجه به جهت جریان، (علامت سرعت  $(uf)$ )، نقاط بالادست ( $U$ )، پایبندست ( $D$ ) و مرکزی ( $C$ ) برای رویه های تمامی حجم های کنترلی تعیین شود (یا توجه به شکل 2) و مقادیر  $DEL = \phi_D - \phi_U$  و  $ADEL = |DEL|$  برای هر رویه محاسبه گردند؛

2- مقدار  $ACURV = |\phi_D - 2\phi_C + \phi_U|$  برای تمام رویه ها محاسبه شود؛

3- در رویه مورد بررسی اگر  $ACURV \geq ADEL$ ، آنگاه غیریکنواختی وجود دارد و مقدار  $\phi_f$  برابر  $\phi_C$  قرار داده

$$\begin{aligned} & \frac{\Delta x}{\Delta t} (Q_i^{j+1} - Q_i^j) + \theta \left( \left( \beta \frac{Q^2}{A} \right)_e - \left( \beta \frac{Q^2}{A} \right)_w + gA_i (y_e - y_w) \right. \\ & \left. + gA_i \Delta x (S_{f_i} + S_{e_i} - S_{o_i}) - (\beta q V_x)_i \Delta x \right)^{j+1} \\ & + (1-\theta) \left( \left( \beta \frac{Q^2}{A} \right)_e - \left( \beta \frac{Q^2}{A} \right)_w + gA_i (y_e - y_w) \right. \\ & \left. + gA_i \Delta x (S_{f_i} + S_{e_i} - S_{o_i}) - (\beta q V_x)_i \Delta x \right)^j = 0 \end{aligned} \quad (18)$$

در رابطه (18)، مقادیر  $Q_e, Q_w, A_e, A_w, y_e, y_w$  را می توان توسط الگوهای مختلف محاسبه نمود. همچنین در این رابطه:

$$S_{f_i} = \frac{n_i^2 |Q_i| Q_i}{A_i^2 R_i^{4/3}} \quad (19)$$

$$R_i = \frac{A_i}{W_i} \quad (20)$$

$$S_{e_i} = \frac{k_{e_i}}{2g} \left[ \left( \frac{Q}{A} \right)_e^2 - \left( \frac{Q}{A} \right)_w^2 \right] \quad (21)$$

در روابط (19) تا (21)،  $n$  ضریب مانینگ،  $R$  شعاع هیدرولیکی،  $W$  محیط خیس شده و  $k_e$  ضریب انقباض یا انبساط مجرا می باشند.

### 4-2- محاسبه مقادیر در محل رویه ها و استراتژی Ultimate

برای محاسبه مقدار متغیرها در محل رویه ها میتوان از الگوهای مختلفی از جمله: آپویند مرتبه اول، لکس-وندروف، آپویند مرتبه سوم یا Quickest، آپویند مرتبه دوم، Quick و غیره استفاده کرد. در ادامه الگوی آپویند مرتبه اول به اختصار توضیح داده شده. همچنین برای ایجاد قابلیت مدل سازی تغییرات شدید یا اصطلاحاً shock-capturing در مدل ریاضی-عددی ارائه شده از محدودگر و استراتژی Ultimate استفاده شده که در ادامه بصورت کاملاً کاربردی شرح داده شده است.

### 5-2- آپویند مرتبه اول<sup>1</sup>

الگوی درون یابی آپویند مرتبه اول بر پایه یک تابع خطی است. در این الگو مقدار متغیر در رویه شرقی حجم کنترل

2. Courant Number

1. First Order Upwinding

مناسب را در نظر گرفت. همچنین، در تمامی مدل‌سازی‌ها، برای پایداری روند حل، باید این عدد کوچکتر از یک باشد.

### 8-2- مطالعه موردی

کدی در محیط نرم‌افزار متلب نوشته شد که روند کار آن مطابق الگوریتم حل پیشنهادی در این پروژه تحقیقاتی است. برای بررسی دقت نتایج و کارایی مدل عددی و الگوریتم حل ارائه شده لازم است نتایج کد در مقایسه با یک مرجع مورد ارزیابی قرار گیرند. برای این منظور از نتایج روش اختلاف محدود بعنوان مرجع ارزیابی استفاده شد. پدیده مورد مطالعه سیلی با هیدروگراف ارائه شده در جدول 1 و شکل 4 بود. سیل مذکور توسط Chow et al. (1988) در کانالی مستطیلی به عرض 200 فوت، طول 15000 فوت، شیب 1 درصد و ضریب زبری 0/035 مورد بررسی قرار گرفته است. از نتایج بدست آمده توسط ایشان به عنوان مرجع ارزیابی در این تحقیق استفاده شد.

### 3- نتایج

در کد تهیه شده برای مدل‌سازی پدیده مورد نظر از  $\Delta t$  برابر 1 دقیقه،  $\Delta x$  برابر 3000 فوت و  $\theta$  برابر 0/3 استفاده شد، همچنین الگوی آب‌ویند مرتبه اول و استراتژی Ultimate بکار برده شد.

جدول 1 هیدروگراف ورودی

زمان (min)	دبی (cfs)
0	2000
12	2000
24	3000
36	4000
48	5000
60	6000
72	5000
84	4000
96	3000
108	2000
120	2000

شود. سپس بررسی رویه بعدی انجام شود. در غیر این صورت مراحل بعدی انجام شوند؛

4- مقدار مرجع برای رویه مورد بررسی محاسبه شود

$$\phi_{REF} = \phi_U + (\phi_C - \phi_U) / c$$

5- توسط یک الگوی مرتبه بالا مقدار  $\phi_f$  محاسبه شود؛

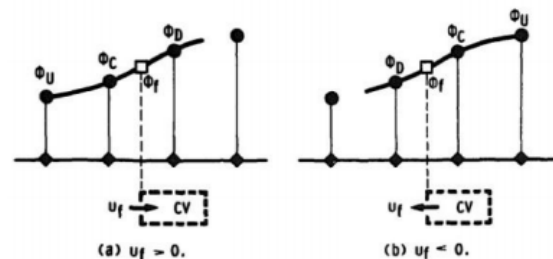
6- اگر  $DEL > 0$  بود، آنگاه لازم است که مقدار  $\phi_f$  از پایین توسط  $\phi_C$  و از بالا توسط مینیمم  $\phi_{REF}$  و  $\phi_D$  محدود شود؛

7- اگر  $DEL < 0$  بود آنگاه لازم است که مقدار  $\phi_f$  از بالا توسط  $\phi_C$  و از پایین توسط ماکزیمم  $\phi_{REF}$  و  $\phi_D$  محدود شود؛

8- تکرار از مرحله 3 برای رویه بعدی و انجام این مراحل برای تمام رویه‌ها؛

9- حل معادلات حاکم و محاسبه مقدار  $\phi$  جدید در نقطه‌ها؛

10- تکرار از مرحله اول تا حصول همگرایی.

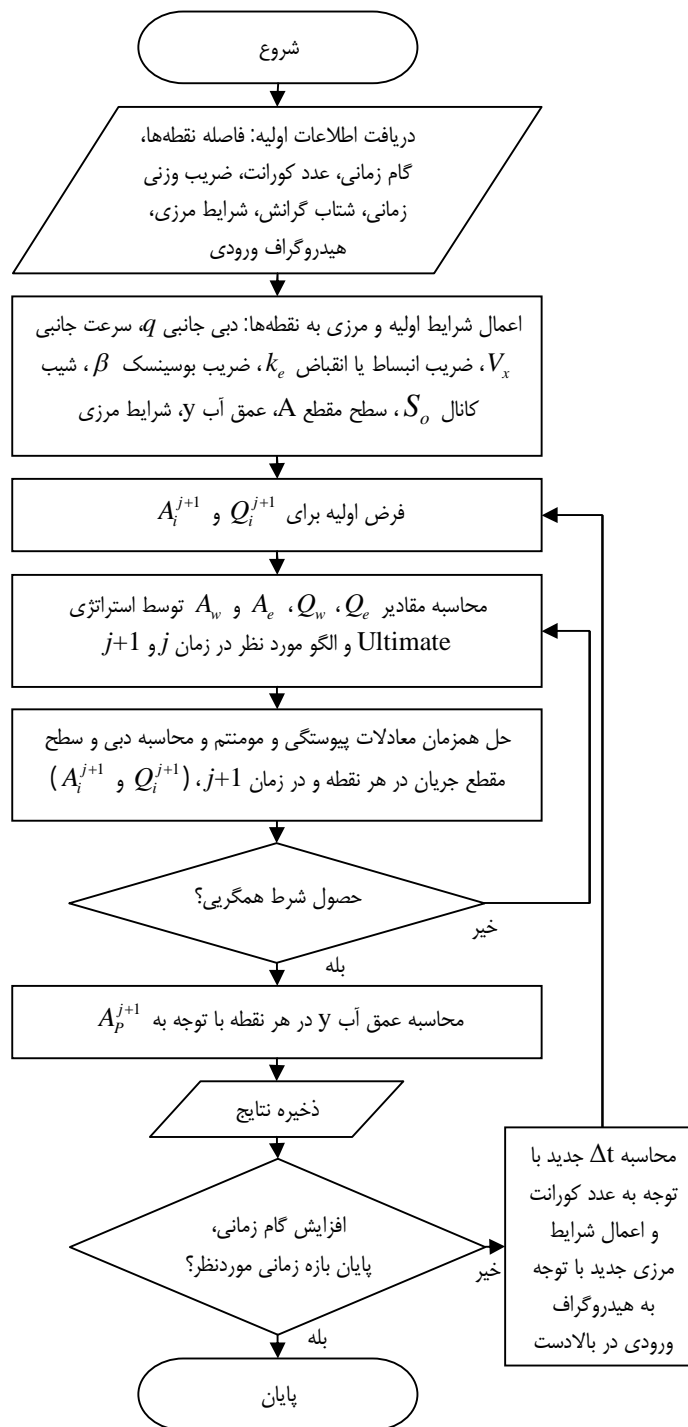


شکل 2 نقاط بالادست (U)، پایین‌دست (D) و مرکزی (C) (لئونارد، 1991)

### 7-2- الگوریتم حل

مشخصات میدان جریان با حل معادلات گسسته حاکم محاسبه می‌شوند. تمامی مراحل که برای محاسبه مشخصات میدان جریان (دبی (Q) و سطح مقطع جریان (A)) و حل معادلات گسسته لازم است طی شود، در الگوریتم حل نوینی ارائه شده‌اند که علاوه برسادگی، بسیار قوی و کارآمد نیز می‌باشد (شکل 3).

این الگوریتم جدید را می‌توان برای مدل‌سازی انواع پدیده‌هایی که توسط معادلات سنت-ونانت بیان می‌شوند، بکار برد. گام زمانی در این الگوریتم توسط عدد کورانت محاسبه می‌شود. برای هر پدیده لازم است عدد کورانت



شکل 3 الگوریتم حل

نظر از آنجا که  $\Delta x$  خیلی بزرگ است، حل عددی برای اعداد کورانت کوچک پایدار بود. طبق بررسی‌های انجام شده، عدد کورانت حداکثر نسبت به  $\theta$  حساس بوده و با افزایش آن کاهش می‌یافت. هیدروگراف سیل به عنوان شرایط مرزی در بالادست مدل

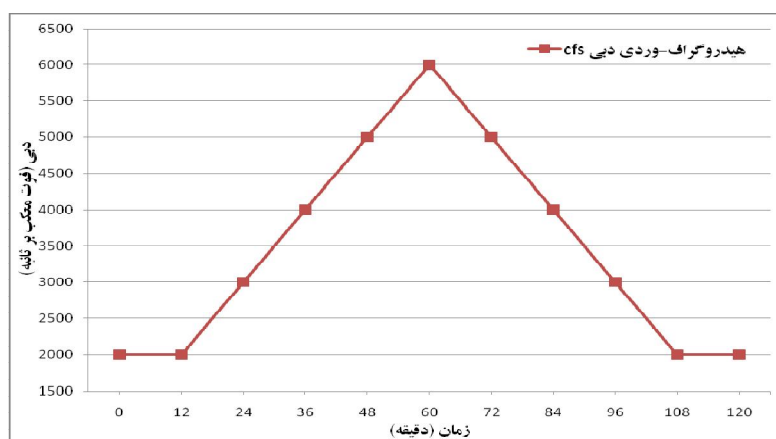
از آنجا که هدف از این مدل‌سازی بدست آوردن نتایجی است که بتوان آنها را با نتایج بدست آمده توسط Chow et al. (1988) مقایسه کرد، گام زمانی در طول محاسبات ثابت نگه داشته شد و به این ترتیب عدد کورانت در ناحیه محاسباتی بین 0/11 تا 0/18 تغییر کرد. در مدل مورد

در طول کانال، در زمان‌های مختلف نشان داده شده است.

#### 4- بررسی نتایج

در شکل 5 مقادیر دبی در ستون‌های جدول 2 نسبت به زمان و یا به عبارت دیگر هیدروگراف جریان در نقطه‌های مختلف رسم شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود مقدار دبی پیک هیدروگراف ورودی با پیشروی موج در کانال مستهلک شده است.

در نظر گرفته شد و در پایین دست مدل، از شیب تغییرات متغیر وابسته برابر صفر بعنوان شرایط مرزی پایین دست استفاده شد. در ادامه نتایج مدل‌سازی برای تغییرات دبی نسبت به زمان در مکان‌های 0، +3000، +6000، +9000، +12000 و +15000 فوت از ابتدای کانال آورده شده است. در جدول 2 مقادیر عددی دبی در نقطه‌ها نسبت به زمان و در شکل 5 نحوه تغییرات دبی نسبت به زمان ارائه شده است. همچنین در شکل 6 تغییرات دبی



شکل 4 هیدروگراف ورودی

جدول 2 مقادیر دبی (بر حسب cfs) در مکان‌های مختلف حاصل از مدل‌سازی عددی

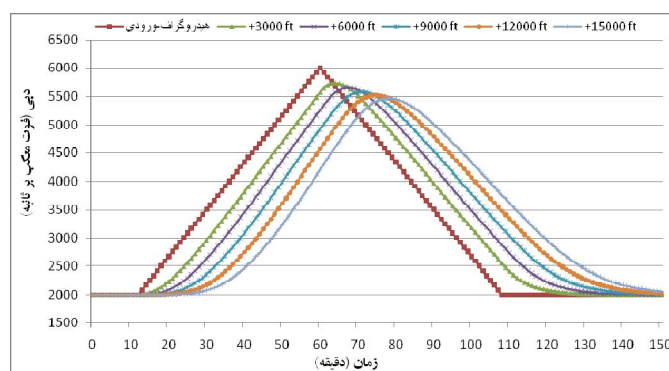
زمان (دقیقه)	فاصله در طول کانال (فوت)					
	0	+3000	+6000	+9000	+12000	+15000
0	2000/00	2000/00	2000/00	2000/00	2000/00	2000/00
30	3500/00	2955/63	2619/53	2353/61	2177/38	2079/30
...						
60	<b>6000/00</b>	5562/73	5253/60	4925/29	4573/96	4198/06
63	5750/00	5723/50	5499/59	5196/39	4859/89	4494/35
64	5666/67	<b>5731/84</b>	5558/83	5281/20	4953/22	4592/59
66	5500/00	5699/93	5633/07	5425/33	5130/79	4787/38
67	5416/67	5664/61	<b>5647/33</b>	5481/78	5212/33	4881/35
70	5166/67	5507/63	5610/42	5574/49	5406/61	5139/01
71	5083/33	5443/74	5576/74	<b>5580/65</b>	5451/27	5212/55
74	4833/33	5232/38	5431/24	5534/80	5518/27	5379/86
75	4750/00	5157/62	5371/84	5501/61	<b>5519/28</b>	5416/18
77	4583/33	5004/33	5242/11	5414/62	5492/89	5458/44
78	4500/00	4926/37	5173/13	5362/76	5467/13	<b>5464/90</b>
---						
130	2000/00	2015/11	2054/89	2137/33	2269/36	2446/65
150	2000/00	2000/43	2002/38	2008/95	2025/50	2059/06

24، 60، 78 و 150 دقیقه محاسبه شد. نتایج مقایسه در جدول‌های 3 تا 6 ارائه شده است.

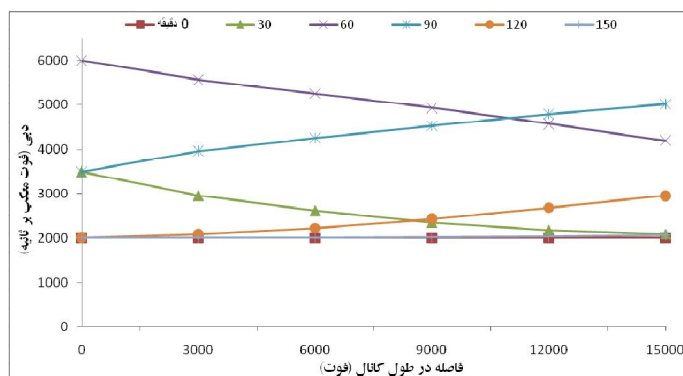
در موارد مورد بررسی بیشترین اختلاف-متوسط دبی مربوط به زمان 60 دقیقه یعنی اوج سیلاب در ورودی بوده است. میزان اختلاف 166/06- فوت مکعب بر ثانیه است که با توجه به دبی متوسط سیل، یعنی 4000 فوت مکعب بر ثانیه، تنها 4/1 درصد می‌باشد. نتایج بررسی انجام شده نشان دهنده صحت دستگاه معادلات گسسته، کارایی الگوریتم حل ارائه شده و دقت کد تهیه شده می‌باشد.

مقادیر دبی اوج در جدول 2 بصورت پررنگتر نشان داده شده‌اند. در شکل 6 مقادیر دبی در ردیف‌های جدول 2 در زمان‌های 0، 30، 60، 90، 120 و 150 دقیقه نشان داده شده‌اند که بیانگر نحوه توزیع دبی در طول کانال و همچنین افزایش و کاهش دبی جریان با پیشروی موج در طول کانال است.

برای بررسی نتایج بدست آمده و مقایسه آنها با نتایج مرجع، اختلاف-متوسط دبی بدست آمده از مدل‌سازی و دبی مرجع در محل‌های 0، +3000، +6000، +9000، +12000 و +15000 فوت از ابتدای کانال و در زمان‌های



شکل 5 هیدروگراف جریان در مکان‌های مختلف در طول کانال



شکل 6 تغییرات دبی در طول کانال در زمان‌های مختلف

جدول 3 اختلاف متوسط دبی‌ها در طول کانال در دقیقه 24

24 (min)						پارامتر فاصله زمان
0 ft	3000 ft	6000 ft	9000 ft	12000 ft	15000 ft	
3000/00	2487/464	2243/934	2102/719	2037/118	2011/449	نتایج کد تهیه شده- دبی (cfs)
3000/00	2672/00	2414/00	2238/00	2129/00	2067/00	نتایج مرجع- دبی (cfs)
0/00	-184/54	-170/07	-135/28	-91/88	-55/55	اختلاف دبی (cfs)
			-106/22			متوسط دبی (cfs)



جدول 4 اختلاف متوسط دبی ها در طول کانال در دقیقه 60

60 (min)						زمان
						پارامتر
0 ft	3000 ft	6000 ft	9000 ft	12000 ft	15000 ft	فاصله
6000/00	5562/73	5253/602	4925/292	4573/96	4198/058	نتایج کد تهیه شده - دبی (cfs)
6000/00	5720/00	5427/00	5118/00	4793/00	4452/00	نتایج مرجع - دبی (cfs)
0/00	-157/27	-173/40	-192/71	-219/04	-253/94	اختلاف دبی (cfs)
-166/06						متوسط دبی (cfs)

جدول 5 اختلاف متوسط دبی ها در طول کانال در دقیقه 78

78 (min)						زمان
						پارامتر
0 ft	3000 ft	6000 ft	9000 ft	12000 ft	15000 ft	فاصله
4500/00	4936/371	5173/133	5362/758	5467/133	55464/905	نتایج کد تهیه شده - دبی (cfs)
4500/00	4777/00	5011/00	5184/00	5281/00	5298/00	نتایج مرجع - دبی (cfs)
0/00	149/37	162/13	178/76	186/13	166/90	اختلاف دبی (cfs)
140/55						متوسط دبی (cfs)

جدول 6 اختلاف متوسط دبی ها در طول کانال در دقیقه 150

150 (min)						زمان
						پارامتر
0 ft	3000 ft	6000 ft	9000 ft	12000 ft	15000 ft	فاصله
2000/00	2000/43	2002/38	2008/95	2025/50	2059/06	نتایج کد تهیه شده - دبی (cfs)
2000/00	2001/00	2004/00	2013/00	2036/00	2079/00	نتایج مرجع - دبی (cfs)
0/00	-0/57	-1/62	-4/05	-10/50	-16/94	اختلاف دبی (cfs)
-5/61						متوسط دبی (cfs)

## 5- نتیجه گیری

## 6- فهرست علائم

$A$	سطح مقطع جریان
$c$	عدد کوران
$g$	شتاب گرانش
$k_e$	ضریب انبساط یا انقباض مجرا
$n$	ضریب مانینگ
$Q$	دبی جریان
$q$	دبی جریان جانبی
$R$	شعاع هیدرولیکی
$S_e$	شیب افت گردابه‌ای
$S_f$	شیب خط انرژی

مقایسه نتایج بدست آمده از کد تهیه شده و الگوریتم حل ارائه شده با نتایج کار چو و همکاران (سال 1988) بیانگر اعتبار دستگاه معادلات گسسته و توانمندی الگوریتم حل بود. بنابراین می‌توان از الگوریتم حل ساده و در عین حال کارآمد ارائه شده در این پژوهش، در انواع محیط‌های برنامه‌نویسی استفاده کرد. همچنین مدل‌سازی تمامی پدیده‌های هیدرولیکی و هیدرولوژیکی بیان شده توسط معادلات سنت-ونانت و مدل موج دینامیکی، از جمله: مدل‌سازی شکست سد و روندیابی سیلاب، را نیز می‌توان توسط این الگوریتم انجام داد.

Third Edition. McGraw Hill Book Company. New York. Inc.

Das A., (2004), "Parameter estimation for Muskingum models", Journal of Irrigation and Drainage Engineering. ASCE. 130(2): 140-147.

Knight Donald W., (2013), "River hydraulics- A view from midstream", Journal of Hydraulic Research, 51:1, 2-18.

Leonard B.P., (1991), "The Ultimate conservative difference scheme applied to unsteady one-dimensional advection", Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering 88: 17-74.

Qureshi, A. L., Mahessar, A. A. and Baloch, A., (2014), "Verification and application of finite element model developed for flood routing in Rivers", International Journal of Environmental, Chemical, Ecological, Geological and Geophysical Engineering, 8(2): 86-89.

Siing, M. and Widodo, T. B., (2011), "Numerical solution of flood routing model using finite volume methods", The International Conference on Numerical Analysis and Optimization (ICeMATH 2011), Yogyakarta, Indonesia: NA8\_1-NA8\_9

$S_o$	شیب بستر
$T$	عرض کانال در سطح جریان
$t$	زمان
$V$	سرعت جریان
$V_x$	سرعت جریان جانبی
$W$	محیط خیس شده
$y$	عمق جریان
$\beta$	ضریب بوسینسک
$\varphi$	متغیر وابسته

## 7- منابع

- صالحی نیشابوری ع.ا. و تقدیسیان س.م.، (1376)، جریان در کانال های باز (ترجمه)، چاپ اول، انتشارات جزیل.
- Chow V.T., Maidment D. R. and Mays L. W., (1988), *Applied Hydrology*. McGraw Hill Book Company. New York. Inc.
- Chow V.T., (1973), *Open Channel Hydraulics*.