

«یادداشت تحقیقاتی»

مدل سازی عددی دو بعدی امواج غلتان روی شوت‌ها و بررسی عوامل مؤثر بر تشکیل آنها

مریم ضیاءالدینی دشتخاکی¹ و مهناز قائینی حصاروئیه^{2*}

1- کارشناسی ارشد سازه‌های هیدرولیکی، بخش مهندسی عمران، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه شهید باهنر کرمان

2- استادیار بخش مهندسی عمران، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه شهید باهنر کرمان

* mghaeini@uk.ac.ir

چکیده - امواج غلتان با ایجاد ناپایداری‌ها و رفتار آشفته در کانال‌ها و شوت‌ها، سازه هیدرولیکی و سازه‌های مستهلک کننده‌ی انرژی پایین دست آن را تحت تأثیر قرار می‌دهند. تحقیق حاضر با هدف ارائه‌ی مدل عددی برای مدل سازی امواج غلتان در رژیم آشفته و تحلیل شرایط شکل گیری امواج غلتان در سطح آزاد جریان و عوامل مؤثر بر آن انجام شده است. معادلات حاکم در مدل عددی حاضر، معادلات ناویر استوکس متوسط گیری شده در عمق هستند که با استفاده از روش حجم محدود منقطع سازی شده‌اند. در تحقیق حاضر، از روش HLLC برای مدل سازی استفاده شده است. سپس به منظور افزایش دقت، روش TVD-WAF که دارای دقت مرتبه دوم در مکان و زمان می‌باشد، انتخاب شده است. به منظور مدل سازی آشفتگی، مدل $k-\epsilon$ استاندارد انتخاب شده است. نتایج حاصل از مدل عددی حاضر با نتایج آزمایشگاهی و تحلیلی موجود مقایسه شده‌اند. نتایج نشان می‌دهند که اعمال اغتشاش منظم در ورودی کانال می‌تواند باعث ایجاد امواج غلتان متناوب شود و دامنه و دوره‌ی تناوب این امواج غلتان متناوب به دامنه‌ی اغتشاش اعمال شده در ورودی کانال بستگی ندارد. اما هرچه دامنه‌ی اغتشاش اعمال شده درصد بزرگتری از عمق نرمال باشد، فاصله‌ی تشکیل امواج غلتان از ابتدای کانال کوتاهتر شده و امواج سریعتر تکامل می‌یابند. به علاوه تحلیل و مقایسه نتایج نشان دهنده تأثیر عدد فرود در شکل گیری و تکامل امواج غلتان است.

کلید واژگان: معادلات ناویر استوکس متوسط گیری شده در عمق، روش حجم محدود، روش HLLC، روش TVD-WAF، مدل $k-\epsilon$ استاندارد، امواج غلتان.

1- مقدمه

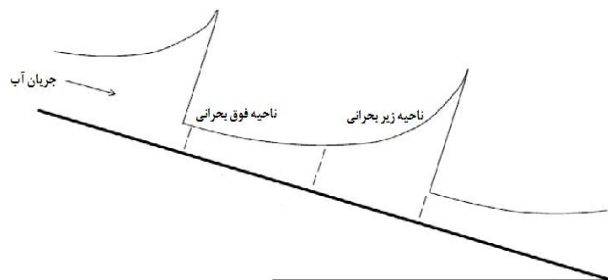
رژیم جریان منتشر می‌شوند، به عبارت دیگر هنگامی که امواج غلتان به پایین دست منتشر می‌شوند، جریان پیوسته از حالت زیر بحرانی به حالت فوق بحرانی و از حالت فوق بحرانی به زیر بحرانی با پرش هیدرولیکی (شوک) تغییر می‌کند (شکل 1). هنگامی که جریان یکنواخت به موج غلتان تبدیل می‌شود، ممکن است آب از کناره‌های آبراهه سرریز کند که این امر مشکلات عملی برای مهندسان هیدرولیک به همراه دارد (Montes, 1998).

جریان در یک کانال شیب دار دارای اصطکاک تمایل به ناپایدار شدن و تشکیل امواجی در سطح آب دارد. تحت چنین شرایطی اگر کانال به اندازه کافی طویل باشد، این ناپایداری‌ها در سطح آب به یک مجموعه امواج شبه شوک متناوب توسعه خواهند یافت که امواج غلتان¹ نامیده می‌شوند. امواج غلتان با سرعت ثابت و تغییرات متوالی

¹ Roll waves

Richard and Gavriluk (2012) معادلات RGE¹ را برای مطالعه‌ی موج غلتان پیشنهاد کردند. هدف کار آن‌ها پیشنهاد یک مدل تئوری برای جریان‌های برشی آب کم عمق روی سطح شیب‌دار بود. در مدل RGE از داده‌های آزمایشگاهی Brock برای تعیین عمق و سرعت در نقطه‌ی بحرانی استفاده می‌شود. بنابراین برای مواردی که داده‌های آزمایشگاهی وجود نداشته باشد، مدل RGE قابل استفاده نیست. Cao et al. (2014) با استفاده از مدل عددی یک بعدی بر مبنای روش MUSCL امواج غلتان را مدل‌سازی کردند. Huang and Lee (2014) مدل عددی ارائه دادند که در آن خصوصیات شکل‌گیری امواج غلتان طبیعی را با استفاده از معادلات سنت و نانت دارای جمله‌ی پخشیدگی، بر اساس روش حجم محدود مدل‌سازی می‌کرد. مدل عددی آن‌ها جزئیات فرایند بر همکنش موج-موج² که شامل پیشی‌گرفتن، جذب و به وجود آمدن موج غلتان است را نشان می‌دهد.

Bazargan and Aghebatie (2015) مدل عددی ارائه دادند که نشان می‌داد زمانی که اختلاف بین فشار دینامیکی بیشینه و فشار دینامیکی کمینه بزرگتر از 9000 پاسکال باشد، امواج غلتان می‌توانند تشکیل شوند. در تحقیق حاضر مدل عددی دوبعدی جریان با استفاده از روش‌های تسخیر شوک³ با دقت مرتبه دوم زمانی و مکانی همراه با مدل آشفتگی $k-\varepsilon$ ارائه می‌شود. مدل حاضر از روش‌های HLLC و TVD-WAF استفاده می‌کند که دارای دقت مرتبه دوم در مکان و زمان است و برای اعمال جمله منبع از روش رانگ کوتا مرتبه سوم استفاده شده است. از طرفی شکل‌گیری امواج غلتان وابسته به عوامل مختلفی است که در این تحقیق به بررسی تأثیر این پارامترها پرداخته شده‌است. برای دستیابی به این هدف ابتدا معادلات حاکم بیان شده و سپس چگونگی توسعه‌ی مدل عددی مورد بررسی قرار گرفته است. پس از آن نتایج حاصل از مدل حاضر با نتایج آزمایشگاهی و تحلیلی موجود مورد مقایسه و تحلیل قرار گرفته‌اند.



شکل 1 انتقال امواج غلتان همراه با تغییرات متوالی رژیم جریان (Huang, 2013)

گذشته از این، این ناپایداری‌ها تغییرات ناگهانی در فشار و مومنتم ایجاد می‌کنند که می‌تواند به سازه هیدرولیکی آسیب برساند. این امواج از نظر عملکرد هیدرولیکی حوضچه آرامش ایجاد محدودیت می‌کنند و در طراحی هندسه‌ی شوت باید با روش‌های مناسب از وقوع آن‌ها جلوگیری نمود. مشابه این مسئله در جریان‌های گلی و جریان‌های فاضلاب رخ می‌دهد (Huang, 2013). همچنین امواج غلتان در جریان سیالات غیرنیوتنی آرام نیز تشکیل می‌شوند (Liu and Mei, 1994)، در مطالعه‌ی حاضر به مدل‌سازی امواج غلتان در رژیم آشفته پرداخته شده است. شکل‌گیری امواج غلتان وابسته به عوامل مختلفی از جمله مقدار دبی، شیب و اصطکاک کانال، طول کانال و همچنین فرکانس اغتشاش اولیه است، بنابراین معیاری ساده برای تشکیل امواج غلتان وجود ندارد.

Rouse (1938) در زمینه‌ی بررسی نقش اصطکاک در تشکیل امواج غلتان کار آزمایشگاهی انجام داد. او نتیجه گرفت که امواج غلتان روی بسترهای بسیار نامنظم به وجود نمی‌آیند. همچنین Brock (1967) آزمایش‌های مختلفی در زمینه تشکیل امواج غلتان انجام داد. او سه شیب مختلف برای آزمایش‌های خود طراحی کرده و در هر شیب دو یا سه نرخ دبی ورودی در نظر گرفت و در آزمایش‌های خود اکثر خصوصیات امواج غلتان شامل ارتفاع قله و عرض موج، دوره تناوب و سرعت موج را اندازه‌گیری و تحلیل کرد. مطالعات Dressler (1953) و Iwasa (1954) نشان داد که عدد فرود بحرانی برای تشکیل موج غلتان وابسته به شیب کانال، اصطکاک و توزیع سرعت متغیر و نزدیک 2 است.

¹ Richard-Gavriluk equations

² Wave-Wave interactions

³ Shock capturing methods

2- معادلات حاکم

با فرض فشار هیدرواستاتیک، معادلات دو بعدی متوسط گیری شده در عمق به صورت روابط (1) و (2) است (Yu and Duan, 2012):

$$\frac{\partial Z}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial H}{\partial y} = S(U) \quad (1)$$

$$S(U) = \frac{\partial D_x}{\partial x} + \frac{\partial D_y}{\partial y} + S_0 + S_f + S_{k\varepsilon} \quad (2)$$

که Z نشان دهنده متغیرهای بقایی، $F(U)$ و $H(U)$ شارهای انتقالی به ترتیب در راستای x و y ، D_x و D_y شار پخشیدگی به ترتیب در راستای x و y ، S_0 جمله منبع مربوط به شیب بستر، S_f جمله منبع مربوط به اصطکاک بستر، و $S_{k\varepsilon}$ جمله منبع مربوط به مدل آشفتگی $k-\varepsilon$ استاندارد است. متغیرهای بقایی Z و متغیرهای اولیه U به صورت رابطه (3) تعریف می‌شوند (Yu and Duan, 2012):

$$Z = \begin{pmatrix} h \\ hu \\ hv \\ hk \\ h\varepsilon \end{pmatrix}, U = \begin{pmatrix} h \\ u \\ v \\ k \\ \varepsilon \end{pmatrix} \quad (3)$$

که در رابطه‌ی (3)، h عمق جریان و u و v به ترتیب سرعت‌های متوسط گیری شده در عمق در راستای x و y هستند، k انرژی جنبشی آشفته و ε نرخ اتلاف انرژی آشفته است. همچنین برای شارها رابطه (4) وجود دارد (Yu and Duan, 2012):

$$F = \begin{pmatrix} hu \\ hu^2 + \frac{gh^2}{2} \\ hvu \\ hku \\ h\varepsilon u \end{pmatrix}, H = \begin{pmatrix} hv \\ huv \\ hv^2 + \frac{gh^2}{2} \\ hkv \\ h\varepsilon v \end{pmatrix} \quad (4)$$

که در رابطه‌ی (4)، g نشان دهنده شتاب ثقل است. از طرفی شارهای پخشیدگی با استفاده از رابطه (5) محاسبه می‌شود (Yu and Duan, 2012).

در رابطه (5) v لزجت سینماتیکی¹ آب و v_t لزجت گردابی² است که با رابطه $v_t = C_\mu \left(\frac{k^2}{\varepsilon}\right)$ محاسبه می‌شود. C_μ ، σ_k و σ_ε ثابت‌های مدل $k-\varepsilon$ هستند.

$$D_x = \begin{pmatrix} 0 \\ 2h(v+v_t)\frac{\partial u}{\partial x} \\ h(v+v_t)\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right) \\ \frac{hv_t}{\sigma_k}\frac{\partial k}{\partial x} \\ \frac{hv_t}{\sigma_\varepsilon}\frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \end{pmatrix}, D_y = \begin{pmatrix} 0 \\ h(v+v_t)\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right) \\ 2h(v+v_t)\frac{\partial v}{\partial y} \\ \frac{hv_t}{\sigma_k}\frac{\partial k}{\partial y} \\ \frac{hv_t}{\sigma_\varepsilon}\frac{\partial \varepsilon}{\partial y} \end{pmatrix} \quad (5)$$

شیب و اصطکاک بستر از روابط (6) محاسبه می‌شوند (Yu and Duan, 2012):

$$S_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ -gh\frac{\partial b}{\partial x} \\ -gh\frac{\partial b}{\partial y} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, S_f = \begin{pmatrix} 0 \\ -C_f u \sqrt{u^2 + v^2} \\ -C_f v \sqrt{u^2 + v^2} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (6)$$

که b تراز بستر، $C_f = \frac{gn_m^2}{h^{1/3}}$ ضریب اصطکاک بستر و n_m ضریب مانینگ است. $S_{k\varepsilon}$ برای مدل $k-\varepsilon$ برابر است با (Yu and Duan, 2012):

$$S_{k\varepsilon} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ P_h + P_{kb} - h\varepsilon \\ C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} P_h + P_{\varepsilon b} - C_{\varepsilon 2} h \frac{\varepsilon^2}{k} \end{pmatrix} \quad (7)$$

که P_h ، P_{kb} و $P_{\varepsilon b}$ بصورت روابط (8) تعریف می‌شوند:

$$P_h = hv_t \left(2 \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \right) \\ P_{kb} = C_f^{-1/2} U_*^3 \\ P_{\varepsilon b} = \frac{C_{\varepsilon 1} C_{\varepsilon 2} C_\mu^{1/2} C_f^{-3/4} U_*^4}{h} \quad (8)$$

$U_* = \sqrt{C_f(u^2 + v^2)}$ سرعت اصطکاک بستر³ است. ضرایب ثابت مطابق با جدول 1 اعمال می‌شوند (Rodi, 1993; Wu, 2004).

¹ Kinematic Viscosity

² Eddy Viscosity

³ Bed friction velocity

جدول 1 ضرایب ثابت در مدل $k-\varepsilon$ استاندارد

(Rodi, 1993; Wu, 2004)

C_μ	$C_{\varepsilon 1}$	$C_{\varepsilon 2}$	σ_k	σ_ε	C_{df}
0/09	1/44	1/92	1/0	1/3	1/8-3/6

که $F(T_{nij} U_i, T_{nij} U_j)$ با استفاده از روش $HLLC^1$ محاسبه می‌شود.

بر اساس ساختار موج در نظر گرفته شده در این روش، مقادیر شار عبوری با استفاده از سرعت موج سمت راست، چپ و ناحیه ستاره‌دار محاسبه می‌شوند (Toro, 2001):

$$F_{i+1/2} = \begin{cases} F_L & \text{if } 0 \leq S_l \\ F_{*L} = F_L + S_L(U_{*L} - U_L) & \text{if } S_l \leq 0 \leq S_* \\ F_{*R} = F_R + S_R(U_{*R} - U_R) & \text{if } S_* \leq 0 \leq S_R \\ F_R & \text{if } S_r \leq 0 \end{cases} \quad (13)$$

که در این رابطه S_L ، S_* و S_R به ترتیب سرعت‌های انتشار امواج چپ، ستاره‌دار و راست، F_{*L} و F_{*R} به ترتیب شارهای عددی در سمت راست و چپ ناحیه ستاره‌دار در حل مسئله ریمان هستند (Toro, 2001).

برای افزایش دقت به مرتبه دوم از روش WAF^2 استفاده شده است. تئوری Godunov بیان می‌کند که تمامی برنامه‌های با دقت بزرگتر از مرتبه یک، نوسانات مصنوعی در نزدیک ناپیوستگی‌ها ایجاد می‌کنند. بنابراین روش مطرح شده نیاز به اصلاحات غیرخطی شار WAF برای جلوگیری از نوسانات عددی دارد، که این عمل با افزودن خصوصیت TVD به برنامه‌ی مذکور ایجاد می‌شود. با اعمال روش تغییرات کلی از بین رونده³، موسوم به TVD، که متضمن جوابی عاری از نوسان غیر فیزیکی در نزدیکی نواحی ناپیوسته‌ی جریان است، رابطه‌ی محاسبه‌ی شار بصورت رابطه (14) بازنویسی می‌شود (Toro, 2001):

$$F_{i+1/2}^{TVDWAF} = \frac{1}{2}(F_i + F_{i+1}) - \frac{1}{2} \sum_{k=1}^3 \text{sign}(c_k) A_{i+1/2}^{(k)} \Delta F_{i+1/2}^{(k)} \quad (14)$$

$$F_i = F(U), \Delta F_{i+1/2}^{(k)} = F_{i+1/2}^{(k+1)} - F_{i+1/2}^{(k)}, c_k = \left(\frac{\Delta t}{\Delta x}\right) s_k$$

که $\text{sign}()$ به تابع علامت اشاره دارد، C_k عدد کورانت برای موج k $\Delta F_{i+1/2}^{(k)} = F_{i+1/2}^{(k+1)} - F_{i+1/2}^{(k)}$ پرش در شار عددی و $A_{i+1/2}^{(k)}$ تابع محدودکننده‌ی شار WAF^4 برای اعمال روش TVD است. تاکنون انتخاب‌های گوناگونی برای تابع محدودکننده‌ی شار پیشنهاد شده است (Toro, 2001)، از جمله به

3- مدل سازی عددی

ابتدا منطقه‌ی محاسباتی به تعدادی حجم کنترل چهار ضلعی تقسیم می‌شود. سپس معادلات حاکم روی هر حجم کنترل انتگرال گیری می‌شوند (Toro, 1997):

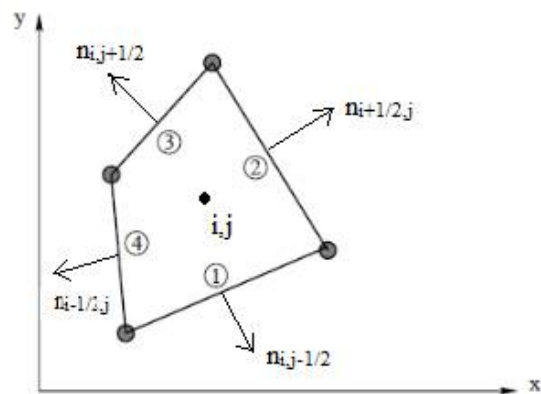
$$\int_V \frac{\partial U}{\partial t} dV + \int_S G(U) n_j ds = \int_V S(U) dV \quad (9)$$

$$G(U) = (F, H)^T \quad (10)$$

که n_j بردار واحد عمود بر ضلع و به سمت خارج سطح است. رابطه بالا را می‌توان به صورت زیر نوشت (Toro, 1997):

$$\Delta V \frac{dU}{dt} = - \sum_{j=1}^m G(U) n_j ds_j + S(U) \Delta V \quad (11)$$

که ΔV مساحت سلول، m تعداد اضلاع حجم کنترل و ds_j طول ضلع j است. شکل 2 نشان دهنده حجم کنترل و نمادهای مورد استفاده است.



شکل 2 حجم کنترل و نمادهای مورد استفاده

با استفاده از قضیه Rotational Invariance رابطه (11) را می‌توان به شکل (12) نوشت (Toro, 1997):

$$\Delta V \frac{dU_i}{dt} = - \sum_{j=1}^m T_{nij}^{-1} F(T_{nij} U_i, T_{nij} U_j) ds_{ij} + S_i(U_i) \Delta V \quad (12)$$

¹ Harten-Lax-van Leer-Contact

² Weighted Average Flux

³ Total Variation Diminishing

⁴ Limiter function

که U متغیرهای اولیه هستند (رابطه (3)).

$$\begin{cases} A_{M+1} = A_M, A_{M+2} = A_{M-1} \\ E_{M+1} = -E_M, E_{M+2} = -E_{M-1} \end{cases} \quad (19)$$

که A متغیرهای اسکالر و E متغیرهای برداری هستند.

4- صحت‌سنجی مدل عددی

برای اطمینان از دقت و صحت مدل عددی، دو آزمون مدل‌سازی اموج شوک و انبساطی حاصل از شکست سد که حل تحلیلی آن‌ها توسط Toro (2001) ارائه شده است، بررسی می‌شوند. در این دو آزمون کانالی به طول 50 متر و عرض 1 متر که در وسط آن سدی واقع شده است مدل‌سازی می‌شود. شرایط اولیه برای این آزمون‌ها در جدول 2 نشان داده شده است. در جدول 2، h نشان دهنده‌ی عمق آب، u سرعت در جهت کانال، x_0 موقعیت قرار گرفتن سد و t_{out} زمان خروجی نتایج می‌باشد. R و L به ترتیب نشان دهنده‌ی سمت چپ و راست دریچه هستند. گام مکانی در هر دو آزمون 0/1 متر در نظر گرفته شده است.

شکل‌های 3 و 4 نشان‌دهنده موقعیت سطح آب بدست آمده از مدل حاضر در مقایسه با حل تحلیلی Toro (2001) پس از گذشت به ترتیب 7 و 2/5 ثانیه بعد از شکست سد است:

در آزمون 1، سمت چپ موج انبساطی بحرانی و سمت راست موج شوک تشکیل می‌شود. در آزمون شماره 2، دو موج انبساطی که به دو سمت مخالف هم منتشر می‌شوند، همراه با یک منطقه خشک در بین آن‌ها می‌باشد. بسیاری از روش‌های عددی در مواجهه با عمق کم آب یا بستر خشک دچار خطا شده و مقداری منفی برای عمق آب در نزدیکی آب‌های بسیار کم عمق و یا بستر خشک بین دو موج محاسبه می‌کنند، اما همان‌طور که در شکل‌های بالا مشاهده می‌شود، مدل عددی حاضر به خوبی قادر به مدل‌سازی این امواج است.

جدول 2 شرایط اولیه آزمون‌های Toro (2001)

آزمون	h_L (m)	u_L (m/s)	h_R (m)	u_R (m/s)	x_0 (m)	t_{out} (s)
1	1/0	2/5	0/1	0/0	10/0	7/0
2	1/0	-5/0	1/0	5/0	20/0	2/5

محدودکننده‌های Van Albada, Van Leer, SUPERBEE و Minbee می‌توان اشاره کرد. در تحقیق حاضر از محدودکننده SUPERBEE استفاده شده است که به صورت رابطه (15) تعریف می‌شود (Toro, 2001):

$$A_{sa}(r^{(k)}, |c|) = \begin{cases} 1 & \text{if } r^{(k)} \leq 0 \\ 1 - 2(1 - |c_k|)r^{(k)} & \text{if } 0 \leq r^{(k)} \leq \frac{1}{2} \\ |c_k| & \text{if } \frac{1}{2} \leq r^{(k)} \leq 1 \\ 1 - (1 - |c_k|)r^{(k)} & \text{if } 1 \leq r^{(k)} \leq 2 \\ 2|c_k| - 1 & \text{if } r^{(k)} \geq 2 \end{cases} \quad (15)$$

توابع محدودکننده در روش WAF وابسته به $r^{(k)}$ هستند که از رابطه (16) محاسبه می‌شود (Toro, 2001):

$$r^{(k)} = \begin{cases} \frac{\Delta h_{i-1/2}^{(k)}}{\Delta h_{i+1/2}^{(k)}} = \frac{h_i^{(k)} - h_{i-1}^{(k)}}{h_{i+1}^{(k)} - h_i^{(k)}} & \text{if } c_k > 0 \\ \frac{\Delta h_{i+3/2}^{(k)}}{\Delta h_{i+1/2}^{(k)}} = \frac{h_{i+2}^{(k)} - h_{i+1}^{(k)}}{h_{i+1}^{(k)} - h_i^{(k)}} & \text{if } c_k < 0 \end{cases} \quad (16)$$

برای روش‌های عددی صریح بررسی پایداری امری ضروریست. در حل پایدار باید مقدار شرط پایداری $0 < CFL < 1$ انتخاب شود، که CFL عدد کورانت بوده و از رابطه (17) به دست می‌آید (Toro, 1997):

$$CFL = \frac{\Delta t}{\Delta x} \left[\sqrt{g \cdot h_{max}} + \sqrt{u_{max}^2 + v_{max}^2} \right] \quad (17)$$

در رابطه‌ی (17)، Δt گام زمانی، Δx گام مکانی، h_{max} حداکثر ارتفاع جریان، u_{max} حداکثر سرعت جریان در جهت x ، v_{max} حداکثر سرعت جریان در جهت y و g شتاب جاذبه زمین و برابر 9/806 متر بر مجذور ثانیه است. در تعریف شرایط مرزی برای دقت‌های مرتبه دوم باید دو سلول مجازی در ابتدا و انتهای محدوده‌ی محاسباتی در نظر گرفته شود. اگر M زیر نویس آخرین گره محاسباتی باشد، گره‌های مجازی مجاور گره مذکور که خارج از دامنه‌ی محاسباتی هستند، با زیر نویس 0، -1، $M+1$ و $M+2$ مشخص می‌شوند، بنابراین برای مرزهای انتقالی و انعکاسی شرایط مرزی به ترتیب مطابق روابط (18) و (19) اعمال می‌شوند.

$$\begin{cases} U_0 = U_1, U_{-1} = U_2 \\ U_{M+1} = U_M, U_{M+2} = U_{M-1} \end{cases} \quad (18)$$

عمق ورودی دارای شکل سینوسی است:

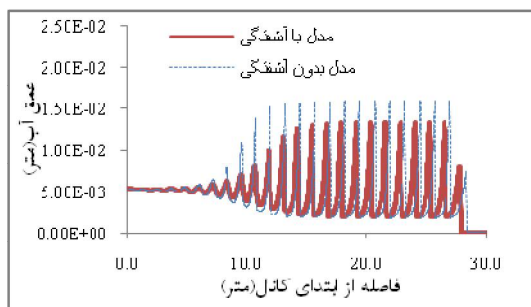
$$h_{in} = h_n + h_{am} \sin(2\pi t/T) \quad (20)$$

که در رابطه (20)، $h_{am} = 0.5\% h_n$ می‌باشد. شکل 5 نتایج مدل حاضر برای امواج غلتان شکل گرفته برای آزمون 2 از جدول 3 را در دو حالت استفاده از مدل آشفتگی و بدون مدل آشفتگی در طول کانال نشان می‌دهد. نتایج بعد از گذشت 20 ثانیه ارائه شده‌اند. جدول 4 میزان خطای حاصل از مدل عددی بدون آشفتگی و با آشفتگی را در مقایسه با داده‌های آزمایشگاهی (Brock (1967) نشان می‌دهد. بر اساس داده‌های جدول 4 مشاهده می‌شود که میزان خطای نسبی از 15/3% به 5/3% کاهش یافته است که نشان می‌دهد در نظر گرفتن تأثیرات جملات آشفتگی باعث شده است تا الگوی امواج غلتان به داده‌های آزمایشگاهی نزدیک‌تر باشد.

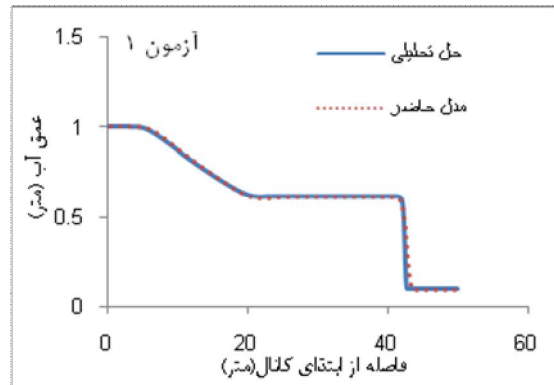
در شکل‌های 6 تا 8 نتایج حاصل از مدل حاضر و مدل بدون مدل آشفتگی و با مدل آشفتگی برای آزمون‌های مختلف برای یک تک موج در مقایسه با نتایج آزمایشگاهی (Brock (1967) نشان داده شده است (λ طول موج است). جدول 5 میزان خطای حاصل از مدل عددی حاضر با در نظر گرفتن مدل آشفتگی را در مقایسه با داده‌های آزمایشگاهی نشان می‌دهد.

جدول 3 شرایط اولیه آزمون‌های Brock (1967)

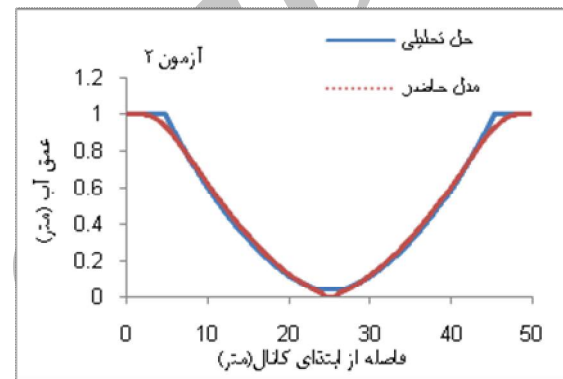
آزمون	$\tan\theta$	Q (m^3/s)	h_n (mm)	F_n	C_f	T (s)
1	0/0846	$6/52 \times 10^{-4}$	5/28	4/63	0/0036	0/796
2	0/1201	$8/02 \times 10^{-4}$	5/33	5/6	0/0035	0/695
3	0/1201	$8/02 \times 10^{-4}$	5/33	5/6	0/0035	0/015



شکل 5 نتایج مدل حاضر برای روند تشکیل امواج غلتان در آزمون شماره 2



شکل 3 مقایسه نتایج مدل حاضر برای پروفیل سطح آب با نتایج ارائه شده توسط Toro برای آزمون 1



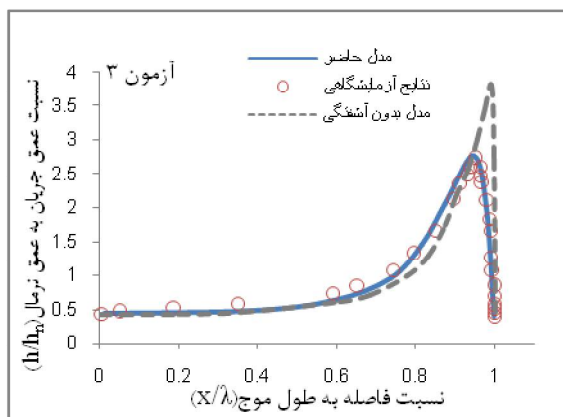
شکل 4 مقایسه نتایج مدل حاضر برای پروفیل سطح آب با نتایج ارائه شده توسط Toro برای آزمون 2

5- نتایج و بحث

5-1- مدل سازی امواج غلتان در حالت پایین دست خشک

در این قسمت، مدل سازی امواج غلتان ایجاد شده روی بستر با پایین دست خشک که مدل آزمایشگاهی آن توسط Brock (1967) ارائه شده است، انجام می‌شود. آزمایشات در کانالی به طول 30 متر و عرض 11/75 سانتی متر انجام شده که جزئیات هر آزمون در جدول 3 آمده است که در این جدول، دوره تناوب اغتشاش اعمال شده در ورودی کانال، C_f ضریب اصطکاک بستر، F_n عدد فرود در ورودی کانال در شرایط نرمال، h_n عمق نرمال، Q مقدار دبی و $\tan\theta$ نشان دهنده شیب کانال است. در ابتدا کانال خشک بوده و بنابراین شرط اولیه برای عمق آب صفر است. یک دبی دائمی جریان در ابتدای کانال اعمال می‌شود، به نحوی که

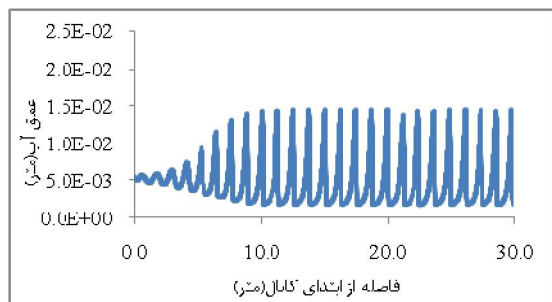
می‌باشند. مقایسه نتایج نشان می‌دهد که دامنه و دوره‌ی تناوب امواج غلتان دوره‌ای به دامنه‌ی اغتشاش اعمال شده در ورودی کانال بستگی ندارد و ثابت می‌ماند. اما هرچه دامنه‌ی اغتشاش اعمال شده درصد بزرگتری از عمق نرمال باشد، فاصله‌ی تشکیل امواج غلتان کوتاهتر شده و امواج سریعتر تکامل می‌یابند.



شکل 8 مقایسه نتایج مدل عددی حاضر همراه با مدل آشفتگی، با نتایج آزمایشگاهی (1967) Brock برای تک موج آزمون 3

جدول 5 میزان خطای حاصل از مدل عددی حاضر با در نظر گرفتن مدل آشفتگی در مقایسه با داده‌های آزمایشگاهی Brock (1967)

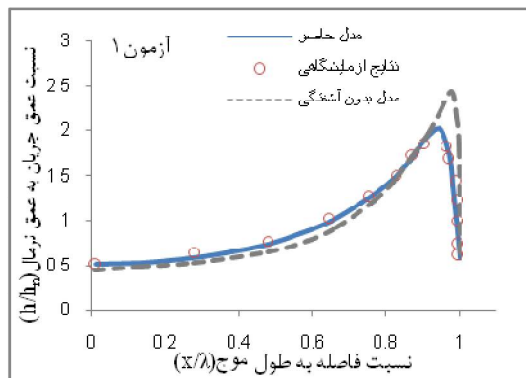
متوسط خطای نسبی	ریشه میانگین مربعات خطا	آزمون
3/65	0/059	1
5/28	0/097	2
4/34	0/072	3



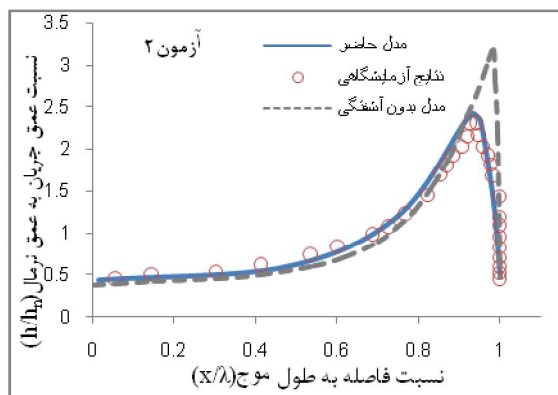
شکل 9 نتایج مدل حاضر برای عمق آب برای آزمون 2 و دامنه‌ی اغتشاش برابر با 5% عمق نرمال در زمان 80 ثانیه

جدول 4 میزان خطای حاصل از مدل عددی بدون در نظر گرفتن مدل آشفتگی و با مدل آشفتگی در مقایسه با داده‌های آزمایشگاهی (1967) Brock

متوسط خطای نسبی	ریشه میانگین مربعات خطا	با اعمال مدل آشفتگی	بدون در نظر گرفتن مدل آشفتگی
5/3	0/097		
15/30	0/44		



شکل 6 مقایسه نتایج مدل عددی حاضر همراه با مدل آشفتگی با نتایج آزمایشگاهی (1967) Brock برای تک موج آزمون 1



شکل 7 مقایسه نتایج مدل عددی حاضر همراه با مدل آشفتگی، با نتایج آزمایشگاهی (1967) Brock برای تک موج آزمون 2

مقایسه نتایج حاصل از مدل عددی حاضر همراه با در نظر گرفتن جملات آشفتگی نشان دهنده‌ی توانایی مدل حاضر در مدل‌سازی امواج غلتان است.

شکل‌های 9 و 10 نشان دهنده شکل‌گیری و تکامل امواج غلتان به ازای دامنه‌های اغتشاش مختلف با مقادیر به ترتیب 5 درصد عمق نرمال و 0/5 درصد عمق نرمال

$$\beta = -2u_0 k_w + \frac{2C_f u_0}{h_0} i$$

$$\gamma = (u_0^2 + g h_0) k_w^2 - \frac{3C_f u_0^2}{h_0} k_w i \quad (25)$$

دیگر شرایط جریان شامل ضریب اصطکاک، دبی و عدد فرود به صورت زیر اعمال می شوند:

$$C_f = 0.006, \quad q_0 = 0.001 \text{ m}^2/\text{s}, \quad F_0 = 2.5$$

در لحظه $t=0$ جریان تحت اغتشاشی با مشخصات $k_w = 10\pi$ و $\varepsilon' = 0.005$ قرار می گیرد. شیب بستر $S_0 = 0.0375$ و دامنهی محاسباتی دارای طول 2 متر است. پردازنده مرکزی رایانه 2.67GHz و برنامه در محیط Visual Fortran 6.5 اجرا شده است. شبکه محاسباتی شامل 500 سلول بوده و زمان اجرا برای مدل سازی 30 ثانیه از جریان، 5 ثانیه می باشد. در شکل 11 روند تکامل و شکل گیری موج غلتان در مدت زمان 30 ثانیه نشان داده شده است، پس از رسیدن موج به تکامل نهایی، قطار موج تشکیل شده بدون تغییر شکل و با سرعت ثابت در طول آبراهه به پایین دست انتشار می یابد.

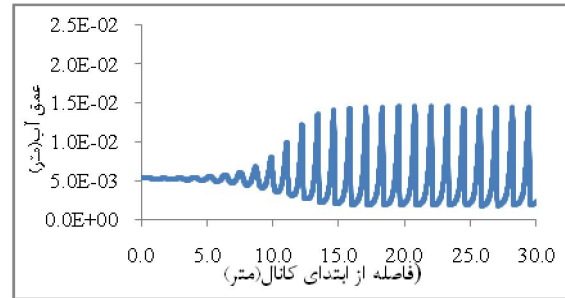
شکل 12 نشان دهندهی امواج غلتان تشکیل شده در $t=20\text{s}$ در مدل دو بعدی می باشد. شکل 13 امواج غلتان تشکیل شده بعد از گذشت 30 ثانیه را که در شکل 11 روند تکامل آن ارائه شده است، در مقایسه با حل تحلیلی نشان می دهد.

این امواج که بعد از گذشت 30 ثانیه تکامل یافته اند، با سرعت ثابت و بدون تغییر در دامنه و دوره تناوب موج، به پایین دست منتقل می شوند. میزان حداکثر خطای نسبی برای مدل حاضر در مقایسه با حل تحلیلی 0/7 درصد می باشد.

3-5- بررسی تأثیرات عدد فرود بر شکل گیری

امواج غلتان

در شکل های 14 و 15 نمودار تغییرات زمانی لگاریتم دامنه موج برای اعداد فرود مختلف رسم شده است، شرایط اولیه جریان شامل دبی، شیب، ضریب اصطکاک و ... ثابت بوده و تنها مقادیر اعداد فرود تغییر می کند. مشاهده می شود که مدت زمان رفتار خطی موج با کاهش عدد فرود جریان طولانی تر می شود و در حالت حدی



شکل 10 نتایج مدل حاضر برای عمق آب برای آزمون 2 و دامنهی اغتشاش برابر با 5/0% عمق نرمال در زمان 80 ثانیه

2-5- مدل سازی شکل گیری امواج غلتان در اثر

اعمال اغتشاش در سطح آب

شرط اولیه برای عمق جریان دارای شکل سینوسی می باشد و مطابق رابطه (21) اعمال می شود (Que and Xu, 2006):

$$h(x, 0) = h_0 [1 + \varepsilon' \sin(k_w x)] \quad (21)$$

$$h_0 = \left(\frac{1}{g} \frac{q_0^2}{F_0^2} \right)^{1/3} \quad (22)$$

که در رابطه بالا k_w حاصل ضرب عدد موج¹ در عدد 2π است، ε' عامل بزرگ نمایی² اغتشاش اولیه می باشد که برابر با نسبت دامنهی اغتشاش به عمق جریان اولیه یکنواخت است، q_0 دبی و F_0 عدد فرود جریان است. شرط اولیه برای سرعت طبق رابطه زیر اعمال می شود (Que and Xu, 2006):

$$u(x, 0) = u_0 + r_p \varepsilon' \sin(k_w x + \theta_p) \quad (23)$$

$$u_0 = \frac{q_0}{h_0} \quad (24)$$

که θ_p اختلاف فاز میان عمق و سرعت اغتشاش است، مقادیر r_p و θ_p به صورت زیر محاسبه می شوند (Que and Xu, 2006):

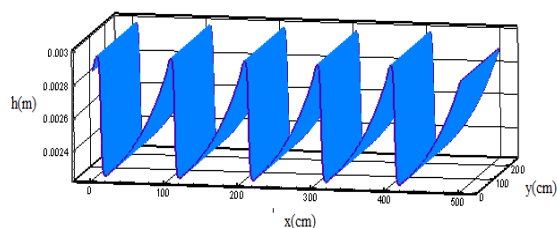
$$\theta_p = \arg\left(\frac{\omega}{k_w} - u_0\right)$$

$$\omega = \frac{-\beta + \sqrt{\beta^2 - 4\gamma}}{2}$$

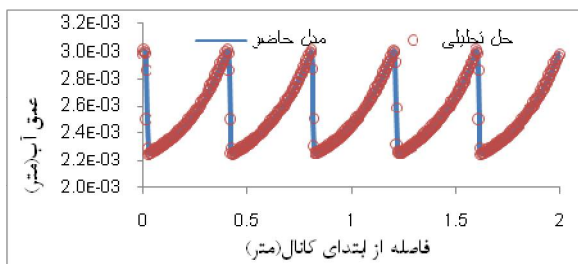
$$r_p = \left| \frac{\omega}{k_w} - u_0 \right|$$

¹ Wave number

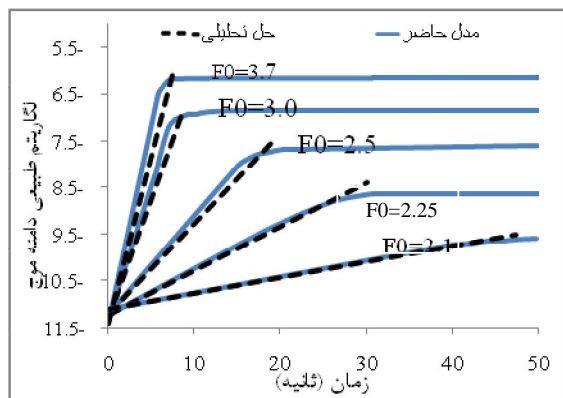
² Amplification factor



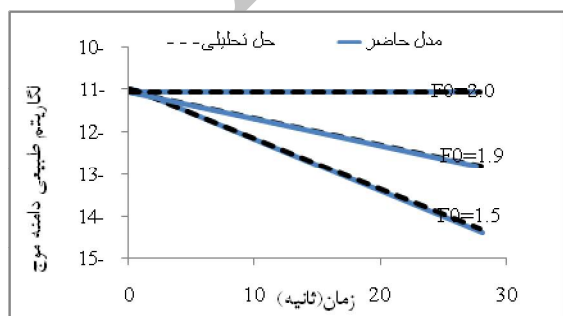
شکل 12 امواج غلتان تکامل یافته در $t=20s$ در مدل دو بعدی



شکل 13 نتایج حاصل از مدل عددی حاضر در مقایسه با حل تحلیلی (Dressler (1949)

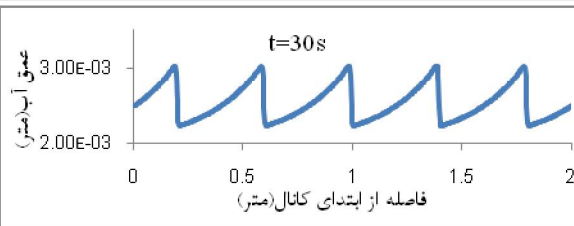
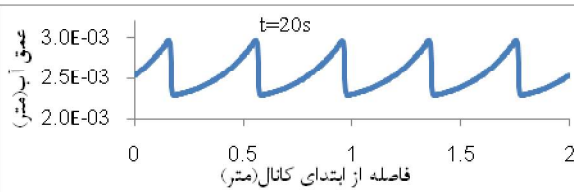
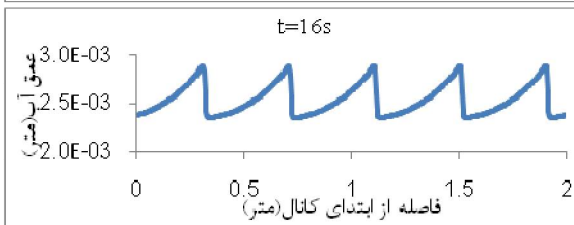
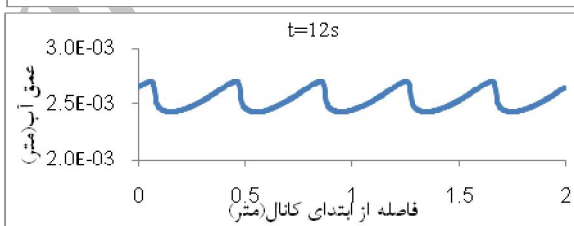
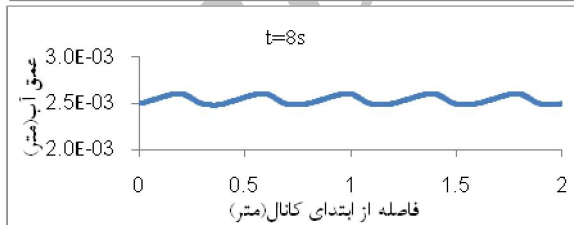
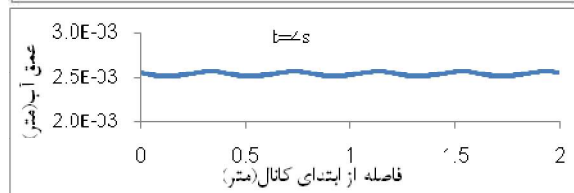
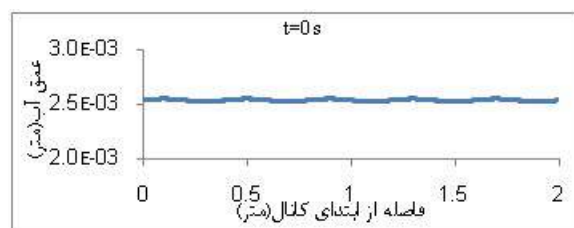


شکل 14 لگاریتم دامنه‌ی موج برحسب زمان، مقایسه نتایج مدل حاضر و حل تحلیلی (Dressler(1949 برای اعداد فرود بیشتر از 2



شکل 15 لگاریتم طبیعی دامنه‌ی موج برحسب زمان، مقایسه نتایج مدل حاضر و حل تحلیلی (Dressler(1949 برای اعداد فرود کمتر و مساوی 2

$F_0=2.0$ تغییری در دامنه موج غلتان به وجود نیامده است.



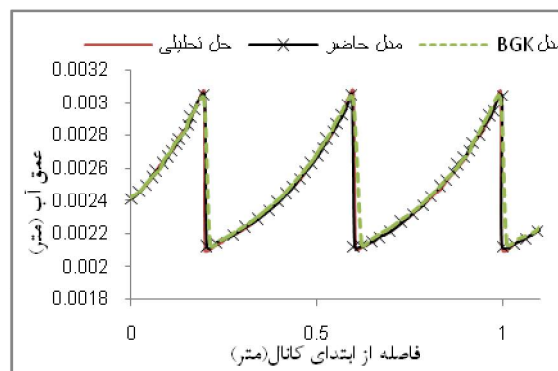
شکل 11 نتایج مدل حاضر برای تکامل زمانی موج غلتان در مقاطع زمانی مختلف

در رژیم آشفته تهیه شده است. در این شبیه سازی از معادلات ناویر استوکس متوسط گیری شده در عمق استفاده شده است و برای منقطع سازی معادلات حاکم از روش حجم محدود استفاده شده است. برای محاسبه ی شارهای عبوری از وجوه سلول، حل کننده تقریبی ریمان HLLC که دارای دقت مرتبه اول می باشد، انتخاب شده است. سپس به منظور افزایش دقت به مرتبه دوم از روش WAF و به منظور از بین بردن نوسانات عددی مصنوعی که در دقت های بالا رخ می دهد، خاصیت TVD به مدل اعمال شده است. همچنین برای اعمال آشفتگی جریان از مدل آشفتگی $k-\epsilon$ استاندارد استفاده شده و شارهای آشفتگی نیز با دقت مرتبه دوم TVD-WAF محاسبه گردید. مدل حاضر قادر است هرگونه ناپیوستگی در متغیرهای جریان را با دقت بالایی مدل سازی کند. نتایج حاصل از مدل حاضر برای حالت های مختلف در مقایسه با نتایج آزمایشگاهی و تحلیلی که کاهش قابل توجه خطا را با اعمال آشفتگی به مدل به همراه دارد، نشان دهنده توانایی مدل عددی حاضر در مدل سازی موقعیت و دامنه ی امواج غلتان می باشد. نتایج نشان می دهد که اعمال مدل آشفتگی باعث کاهش میزان خطای نسبی از حدود 15% به 5% شده است. پس از اطمینان از دقت و صحت مدل عددی به بررسی تأثیرات عدد فرود در روند تکامل و شکل گیری امواج غلتان پرداخته شد. نتایج نشان می دهند که به ازای اعداد فرود کمتر از 2 موج غلتان شکل نگرفته و اغتشاش ایجاد شده در سطح آب با گذشت زمان مستهلک می شود، اما برای اعداد فرود بزرگتر از 2، امواج غلتان شکل می گیرند.

7- فهرست علائم

A	متغیرهای اسکالر
b	تراز بستر
C_k	عدد کورانت موج K
$C_{\epsilon 1}, C_{\epsilon 2}, C_{\mu}, C_{\epsilon T}$	ضرایب مدل $k-\epsilon$ استاندارد
ds_j	طول ضلع j
D_x, D_y	شار پخش در راستای x و y
E	متغیرهای برداری
F	شار انتقالی در راستای x

علاوه بر این در شکل 15 برای اعداد فرود بین 1 و 2 تغییرات دامنه موج غلتان نسبت به زمان دارای سیر نزولی می باشد. در حقیقت با گذشت زمان اغتشاش ایجاد شده مستهلک شده و موج غلتان شکل نمی گیرد. (Que and Xu (2006) با فرض تغییرات نمایی دامنه ی اغتشاش، یک رابطه ی لگاریتمی برای رشد و زوال دامنه ی موج غلتان به دست آوردند که در محدوده ی خطی صدق می کند و لگاریتم طبیعی دامنه ی موج را به صورت تابعی خطی از زمان بیان می کند. نتایج نشان می دهد که با گذشت زمان و اهمیت یافتن اثرات غیر خطی، رشد دامنه ی موج کند می شود و در نهایت متوقف می شود (شکل های 14 و 15). نتایج حاصل از مدل حاضر با نتایج حاصل از مدل عددی (Que and Xu (2006) که با استفاده از روش Bhatnagar-Gross-Krook (BGK) به مدل سازی امواج غلتان پرداختند در شکل 16 مقایسه شده است. میزان حداکثر خطای نسبی محاسبه شده برای مدل عددی (Que and Xu (2006) در مقایسه با حل تحلیلی 1/2 درصد می باشد، در حالی که میزان حداکثر خطای نسبی برای مدل حاضر در مقایسه با حل تحلیلی 0/7 درصد است.



شکل 16 مقایسه نتایج حاصل از مدل عددی حاضر و مدل (Que and Xu (2006) با حل تحلیلی Dressler (1949)

6- نتیجه گیری

هنگام وقوع امواج غلتان جریان غیردائمی و غیریکنواخت بوده و رژیم جریان آشفته است. در تحقیق حاضر با هدف بررسی تأثیرات عدد فرود و مقدار دبی، مدل عددی دو بعدی برای شبیه سازی فرایند تشکیل و تکامل امواج غلتان

θ	زاویه شیب کف	F_{*L}	شار سمت چپ ناحیه ستاره‌دار
θ_p	ضریب	F_{*R}	شار سمت راست ناحیه ستاره‌دار
λ	طول موج	g	شتاب ثقل
v	لزجت سینماتیکی	H	شار انتقالی در راستای y
v_t	لزجت گردابی	h	عمق
$\sigma_k, \sigma_\varepsilon$	ضرایب مدل k - ε استاندارد	h_{max}	عمق بیشینه
ω	ضریب	h_n	عمق نرمال
$L, R, *$	ناحیه چپ، راست و ستاره‌دار	k	انرژی جنبشی آشفتگی

8- منابع

Bazargan, J. and Aghebatie, B. (2015). "Numerical analysis of roll waves in chutes". J. Water Science and Technology. 15(3), pp. 517-524.

Brock, R. R. (1967). "Development of roll wave in open channels", PhD thesis, University of California Institute of Technology, USA.

Dressler, R. F. (1949) "Mathematical solution of the problem of roll waves in inclined channel flows". Communications on Pure and Applied Mathematics. 2, pp. 149-194.

Dressler, R. F. and Pohle, F. V. (1953). "Resistance effects on hydraulic instability". Communications on Pure and Applied Mathematics. 6(1), pp. 93-96.

Huang, Z. (2013). "Open channel flow instabilities modeling the spatial evolution of roll waves", PhD Thesis, China Institute of Water Resources and Hydropower Research, China.

Huang, Z. and Lee, J. J. (2014). "Numerical investigation on roll-wave properties: wave-wave interactions, generality, and spectrum". J. Engineering Mechanics. 141(2), pp. 060140181-060140188.

Iwasa, Y. (1954). "The criterion for instability of steady uniform flows in open channels". Memoirs of the Faculty of Engineering, Kyoto University, Japan. 16(6), pp. 264-275.

Liu, K. F. and Mei, C. C. (1994). "Roll waves on a layer of a muddy fluid flowing down a gentle slope-A Bingham model". Physics of Fluid. 6(8), pp. 2577-2590.

Montes, S. (1998). *Hydraulics of Open Channel Flow*. ASCE Press. USA.

Que, Y. T. and Xu, K. (2006). "The numerical study of roll-waves in inclined open channels and solitary wave run-up". International Journal for Numerical Methods in Fluids. 50(9), pp. 1003-1027.

K_w	ضریب	Q	دبی
m	شماره ضلع سلول	S	جمله منبع
n	ردار نرمال	S_0	شیب بستر
P_k	جمله ناشی از گردان سرعت افقی	S_f	اصطکاک بستر
P_{kb}	جمله ناشی از تأثیرات اصطکاک بستر	$S_{k\varepsilon}$	جمله منبع برای مدل k - ε استاندارد
P_{ke}	جمله ناشی از تأثیرات اصطکاک بستر	S_L	سرعت موج سمت چپ
Q	دبی	S_R	سرعت موج سمت راست
S	جمله منبع	S^*	سرعت موج ناحیه ستاره‌دار
S_0	شیب بستر	T	دوره تناوب
S_f	اصطکاک بستر	t	زمان
$S_{k\varepsilon}$	جمله منبع برای مدل k - ε استاندارد	T_{nij}	ماتریس چرخش
S_L	سرعت موج سمت چپ	U	متغیرهای اولیه
S_R	سرعت موج سمت راست	u	سرعت متوسط‌گیری شده در عمق در راستای x
S^*	سرعت موج ناحیه ستاره‌دار	U^*	سرعت اصطکاک‌کی بستر
T	دوره تناوب	u_{max}	بیشینه سرعت در راستای x
t	زمان	v	سرعت متوسط‌گیری شده در عمق در راستای y
T_{nij}	ماتریس چرخش	v_{max}	بیشینه سرعت در راستای y
U	متغیرهای اولیه	x	مکان
u	سرعت متوسط‌گیری شده در عمق در راستای x	Z	متغیرهای بقایی
U^*	سرعت اصطکاک‌کی بستر	β	ضریب
u_{max}	بیشینه سرعت در راستای x	γ	ضریب
v	سرعت متوسط‌گیری شده در عمق در راستای y	Δx	گام مکانی
v_{max}	بیشینه سرعت در راستای y	Δt	گام زمانی
x	مکان	ΔV	مساحت حجم کنترل
Z	متغیرهای بقایی	ε	نرخ اتلاف انرژی
β	ضریب	ε'	عامل بزرگ‌نمایی اغتشاش
γ	ضریب		
Δx	گام مکانی		
Δt	گام زمانی		
ΔV	مساحت حجم کنترل		
ε	نرخ اتلاف انرژی		
ε'	عامل بزرگ‌نمایی اغتشاش		

Toro, E. F. (2001). *Shock-capturing methods for free-surface shallow flows*. John Wiley & Sons.

Wu, W. M. (2004). "Depth-averaged two-dimensional numerical modeling of unsteady flow and nonuniform sediment transport in open channels". *J. Hydraulic Engineering*. 130(9), pp. 1013–1024.

Yu, C. and Duan, J. (2012). "Two-dimensional depth-averaged finite volume model for unsteady turbulent flow". *J. Hydraulic Research*. 50(6), pp. 599- 611.

Richard G. L. and Gavriluk, S. L. (2012). "A new model of roll wave: comparison with Brock' s experiments". *J. Fluid Mechanics*. 698, pp. 374-405.

Rodi, W. (1993). *Turbulence models and their application in hydraulics*. IAHR Monograph. Rotterdam.

Rouse, H. (1938). *Fluid mechanics for hydraulic engineers*. McGraw-Hill. New York.

Toro, E. F. (1997). *Riemann solvers and numerical methods for fluid dynamics*. Springer-Verlag. Berlin.

Archive of SID