

قیمت گذاری اختیار معامله آسیایی با استفاده از شبیه سازی

مونت کارلو: مطالعه موردی کنجاله سویا

مریم باغستانی، اسماعیل پیش بهار، قادر دشتی¹

تاریخ دریافت: 1395/10/15

تاریخ پذیرش: 1396/06/01

چکیده:

به کارگیری ابزار نوین مالی و به طور خاص قراردادهای اختیار معامله به عنوان ابزاری برای مدیریت خطر و ایجاد سودآوری، می تواند به رونق بورس و کاهش چالش های بخش کشاورزی کمک کند. با وجود نوسان های قیمت محصول های کشاورزی، می توان گفت از بین انواع قراردادهای اختیار معامله، اختیار معامله آسیایی می تواند نقش مؤثرتری در کاهش ریسک این قراردادها ایفا کند. با توجه به این امر، هدف این بررسی تعیین قیمت قرارداد اختیار معامله آسیایی برای دارایی پایه کنجاله سویا می باشد. برای تعیین قیمت از روش شبیه سازی مونت کارلو استفاده شده است. اطلاعات مورد نیاز شامل داده های تاریخی مربوط به قیمت هفتگی کنجاله سویا در سال های 95-1392 می باشد. نتایج به دست آمده نشان می دهد که این نوع اختیار معامله نسبت به اختیار معامله اروپایی ساده (مدل بلک-شولز) ارزان تر می باشد. افزون بر روش مونت کارلو استاندارد، از دو روش متغیر کنترلی و متغیر متضاد برای کاهش واریانس شبیه سازی استفاده شد که نتایج گویای آن است، روش متغیر کنترلی در کاهش واریانس شبیه سازی مونت کارلو کارایی بسیار خوبی دارد و واریانس را به مقدار شایان توجهی کاهش می دهد. همچنین اثرگذاری تغییر در متغیرهایی همچون قیمت جاری دارایی، نرخ بهره بدون ریسک و نوسان قیمت دارایی بر قیمت اختیار معامله مثبت ارزیابی شد.

طبقه بندی JEL: G12, G17, G32

واژه گان کلیدی: اختیار معامله آسیایی، شبیه سازی مونت کارلو، متغیر کنترلی، متغیر متضاد، کنجاله سویا

¹ به ترتیب: دانشجوی دکتری اقتصاد کشاورزی دانشگاه تبریز، دانشیار گروه اقتصاد کشاورزی دانشگاه تبریز (نویسنده مسئول)، استاد گروه اقتصاد کشاورزی دانشگاه تبریز

Email: pishbahar@yahoo.com

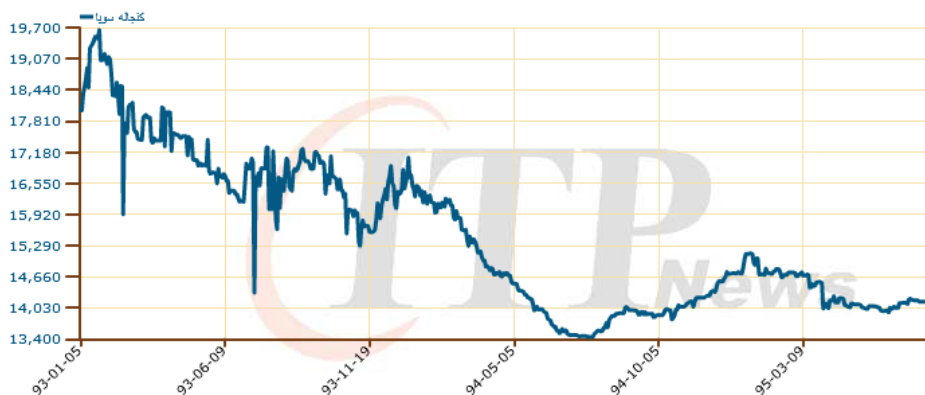
مقدمه

کنجاله سویا یکی از پرطرفدارترین مواد مورد استفاده در خوراک دام است به طوری که هم‌اکنون نزدیک به 70 درصد پروتئین مورد نیاز برای تأمین خوراک دام و طیور از محل تولید همین محصول تأمین می‌شود (سایت شرکت پشتیبانی امور دام کشور، 1395). طی سال‌های اخیر کنجاله سویا در ایران به یکی از محصولات مهم کشاورزی مورد استفاده در خوراک دام و طیور تبدیل شده است و تولید داخلی این محصول عمدتاً از محل سویای وارداتی صورت می‌گیرد. با این حال حجم تولید کنجاله در ایران در بیشترین میزان خود به 1 میلیون تن در سال زراعی 95-1394 می‌رسد و این در حالی است که در همین سال مصرف کنجاله به بیش از 3 میلیون تن رسیده است (وزارت کشاورزی آمریکا (USDA)، 2015). به همین دلیل هر ساله حجم شایان توجهی از واردات، به کنجاله سویا اختصاص می‌یابد. رشد بسیار سریع مصرف کنجاله سویا در ایران بیانگر نقش غیرقابل انکار این محصول در صنعت دام و طیور می‌باشد.

نکته مهم در زمینه قیمت کنجاله سویا در ورود جدی دولت به این مقوله از تیرماه سال 1391 است. در این مقطع با توجه به نوسان بسیار شدید قیمت کنجاله سویا و محدودیت‌های موجود در تأمین ارز مورد نیاز کنجاله سویا از بازار غیررسمی، دولت در مصوبه‌ای که در تاریخ 18 تیرماه به تصویب رساند، کنجاله سویا را به همراه دیگر کالاهای حساس و مورد نیاز کشاورزی در ردیف نخست اولویت‌های ده‌گانه برای تخصیص ارز قرار داد و اعلام کرد که از این پس واردات کالاهای مشمول اولویت اول و دوم با ارز مرجع 12260 ریالی وارد کشور خواهد شد. این اقدام با هدف کاهش قیمت تمام شده تولید طیور و البته تثبیت قیمت این محصول مهم انجام گرفت که البته به فاصله چند ماه تاثیر آن در قیمت طیور مشاهده و مرغ از قیمت‌های اوج خود در خرداد سال 1391 پایین آمد. با وجود تثبیت نرخ ارز برای واردات کنجاله سویا، پس از ابلاغ مصوبه یاد شده همچنان قیمت کنجاله سویا نوسان‌های قیمتی داشت. در این زمینه دو نکته قابل یادآوری است: نکته نخست اینکه تثبیت نرخ ارز برای واردات کنجاله سویا و محصول‌های مانند آن امری دائمی نبوده و با بازگشت نرخ ارز به حالت تک‌نرخ شناور مدیریت شده اثرگذاری‌های آن از بین رفت. نکته دوم اینکه اگرچه تثبیت نرخ ارز برای واردات کنجاله سویا توانست تا حدودی از نوسان قیمت این

قیمت گذاری اختیار معامله...3

محصول بکاهد، ولی این محصول کشاورزی همچنان تحت تأثیر تغییر قیمت جهانی دارای نوسان و نیازمند به ابزاری برای مدیریت ریسک قیمت می‌باشد (شرکت بورس کالای ایران، 1393).



نمودار (1) میانگین قیمت کنجاله سویا در ایران در دو سال اخیر

Chart 1: The average price of soybean meal in Iran in the last two years

منبع: www.itpnews.com

بورس کالای کشاورزی ایران در شهریور سال 1383 تأسیس شد. در سال 1386 پس از ادغام بورس‌های کشاورزی و فلزها این نهاد با عنوان «بورس کالای ایران» فعالیت خود را آغاز کرده است. ازجمله مهم‌ترین هدف‌های تأسیس این بورس، ایجاد بازاری منسجم، قانونمند و شفاف برای کشف قیمت‌ها و انجام معامله‌ها روی محصول‌های پذیرش‌شده در گروه‌های مختلف کالایی ازجمله محصول‌های کشاورزی است. تاکنون محصول‌های کشاورزی در 18 گروه اصلی شامل انواع ذرت، شکر، برنج، گندم، پسته، پنبه، زعفران، عدس، نخود، جو، کنجاله، تفاله و کنسانتره‌ها، دانه‌های روغنی، خرما، کشمش، چای، مرغ منجمد و تخم‌مرغ در بورس کالای ایران پذیرش‌شده‌اند (شرکت بورس کالای ایران، 1393).

ابزار معامله‌ای گوناگونی برای انجام انواع معامله‌ها در بورس راه‌اندازی شده و یا در دست راه‌اندازی است. به‌طورکلی برای انواع قراردادهای مورد معامله در بورس کالای ایران تاکنون سه بازار معرفی شده است که شامل بازار فیزیکی، بازار مشتقه و بازار فرعی می‌باشد. در هر یک از این بازارها قراردادهای متنوعی برای معامله کالاهای مختلف استفاده می‌شود. به‌طور مثال در بازار معامله‌های کالای فیزیکی، کالاها در قالب معامله‌های نقد، سلف و نسبیه دادوستد می‌شوند. در بازار معامله‌های

مشتقه قراردادهای متفاوتی مانند قراردادهای آتی و اختیار معامله می‌تواند روی دارایی‌های پایه مختلف معامله شود. اختیار معامله¹ قراردادی است که همانند دیگر قراردادها در آن دو طرف یا دو گروه معامله‌ای وجود دارد، خریدار اختیار² و فروشنده اختیار³، به‌گونه‌ای که در این قرارداد حق خرید و یا فروش دارایی با یک قیمت معین به خریدار واگذار می‌شود. برخلاف قرارداد آتی، در این نوع قرارداد هیچ الزامی برای خریدار برای اعمال آن به وجود نمی‌آید. در این قرارداد خریدار به ازای دریافت اختیار خرید و یا فروش دارایی، مبلغی را با عنوان حق معامله⁴ به فروشنده اختیار می‌دهد که در واقع قیمت یا هزینه قرارداد اختیار معامله⁵ است (جان هال، 2009). از موضوع‌های موردعلاقه تحلیل‌گران مالی و اقتصاددانان، قیمت‌گذاری و تحلیل نوسان‌های قیمت ابزار نوینی همچون اختیارمعامله‌ها و دیگر ابزار مالی می‌باشد. در سال‌های اخیر، بازارهای آتی و اختیارمعامله، در دنیای مالی و سرمایه‌گذاری، اهمیت روزافزونی پیدا کرده است (جان هال، 2009).

در قرارداد اختیار معامله قیمت، تعیین‌شده‌ای که خریدار اختیار می‌تواند دارایی را به آن قیمت خریداری کرده و یا بفروشد، قیمت اعمال⁶ و یا قیمت توافقی⁷ نامیده می‌شود. همچنین اختیار معامله مدت‌زمان مشخصی دارد که حق خرید و یا فروش دارایی تا پایان این مدت‌زمان معتبر خواهد بود که به آن تاریخ انقضا⁸ می‌گویند. از نظر زمان اعمال حق اختیار، هر اختیار معامله می‌تواند آمریکایی⁹ و یا اروپایی¹⁰ باشد. تفاوت این دو نوع اختیار معامله ربطی به منطقه جغرافیایی ندارد، بلکه به زمان اعمال اختیار مربوط است. اختیار معامله آمریکایی در هر زمان از طول مدت عمر قرارداد تا زمان سررسید قرارداد قابل‌اعمال است، ولی اختیار معامله اروپایی تنها در زمان سررسید قرارداد قابلیت اعمال دارد. اختیارمعامله آسیایی که به اختیار میانگین¹¹ نیز معروف است، نوعی اختیارمعامله است که در آن تسویه نهایی به قیمت میانگین دارایی پایه در طول مدت‌زمان

¹ Options

² Option Buyer or Option Holder

³ Option Seller or Writer or Issuer

⁴ Premium

⁵ Option Price

⁶ Exercise Price

⁷ Strike Price

⁸ Expiration Date or Exercise Date or Strike Date or Maturity

⁹ American Option

¹⁰ European Option

¹¹ Average Option

قیمت گذاری اختیار معامله...5

عمر اختیار معامله بستگی دارد. اختیار معامله آسیایی ریسک مربوط به فروشنده اختیار را کاهش می‌دهد و به خریدار اجازه می‌دهد همزمان منبع‌هایش را با یک قیمت ارزان‌تر حفظ کند. برای کالاهایی که قیمت آن‌ها مستعد پرش^۱ و یا جهش‌های تند^۲ مکرر می‌باشند، اختیار معامله آسیایی، ریسک پایه تقویمی^۳ را کاهش می‌دهد. از آنجاکه نوسان قیمت میانگین کمتر از قیمت معمولی است، این نوع اختیار معامله ارزان‌تر از نوع استاندارد آن یعنی اختیار معامله اروپایی ساده است (ژانگ^۴، 2009). در این بررسی به قیمت‌گذاری قرارداد اختیار معامله آسیایی در مورد نهاده کنجاله سویا پرداخته می‌شود. کنجاله سویا یکی از مهم‌ترین منبع‌های تغذیه طیور و دام و منبع اصلی تأمین پروتئین موردنیاز طیور و در نتیجه از مهم‌ترین نهاده‌های تولید گوشت در ایران و بسیاری از کشورهای جهان است. در این میان بورس کالای ایران می‌تواند با استفاده از ابزار مشتقه مانند قراردادهای آتی و اختیار معامله نقش زیادی در رفع دغدغه و نگرانی فعالان بازار محصول‌های راهبردی کشاورزی از جمله کنجاله سویا داشته باشد.

از بررسی‌هایی که در زمینه بازار اختیار معامله انجام شده است می‌توان به بررسی عبداللهی عزت‌آبادی و نجفی (1382) اشاره کرد. آنان در بررسی‌های خود پس از اندازه‌گیری نوسان‌های تصادفی و غیر تصادفی قیمت پسته در ایران، به بررسی امکان استفاده از بازارهای آتی و اختیار معامله در کاهش این نوسان‌ها پرداخته‌اند. ایشان از روش‌های والیس-مور و والد-ولفویتز از گروه روش‌های نافراسنجه‌ای (ناپارامتریک) و روش دوربین واتسون از گروه روش‌های فراسنجه‌ای (پارامتریک) برای بررسی تصادفی بودن یک سری قیمت استفاده کرده است. نتایج نشان داده است که نزدیک به 50 درصد از نوسان‌های قیمت پسته در سطح تولیدکننده تصادفی و پیش‌بینی نشدنی است و به ابزاری مناسب برای کاهش این نوسان‌ها نیاز هست. همچنین نتایج به‌دست آمده گویای آن است که محصول پسته از جنبه‌های مختلف برای معامله در بازارهای آتی و اختیار معامله مناسب هست. یحیی‌زاده و حسن‌نژاد (1384) در بررسی خود به امکان‌سنجی به‌کارگیری اختیار معامله در بورس اوراق بهادار تهران با توجه به ساختار آن پرداخته‌اند. ابعاد مفهومی به‌کارگیری اختیار معامله در بازار

¹ Jumps

² Spikes

³ Calendar Basis Risk

⁴ Zhang

سرمایه ایران از دو بعد فنی - ساختاری و بازاریسنجی در بورس اوراق بهادار تهران بررسی شده است. به منظور بررسی ساختار بورس اوراق بهادار تهران از بعد فنی - ساختاری برای استفاده از اختیار معامله، اطلاعات مورد نیاز از راه مصاحبه با مسئولان و خبرگان بازار سرمایه گردآوری شده است. نتایج این تحقیق نشان می‌دهد که شرکت‌های سرمایه‌گذاری علاقه‌مند به استفاده از اختیار معامله سهام و اختیار معامله شاخص در بورس اوراق بهادار تهران می‌باشند و همچنین امکان به‌کارگیری اختیار معامله در بورس اوراق بهادار تهران وجود دارد. کیمیاگری و آفریده ثانی (1387) در پژوهش خود به بررسی روشی مناسب برای قیمت‌گذاری اختیار معامله در بازار بورس سهام ایران پرداخته‌اند. تحلیل دو روش بلک-شولز و درخت دوتایی در این بررسی نشان می‌دهد که مدل اول مدلی مناسب برای قیمت‌گذاری اختیار معامله سهام با نوسان پایین و مدل درخت دوتایی مدلی مناسب برای قیمت‌گذاری سهام با نوسان بالا می‌باشد. مدل پیشنهاد شده این بررسی مدلی ترکیبی از این دو روش می‌باشد که در آن عامل انتخاب روش، نوسان سهم می‌باشد. برای محاسبه مقدار کمی حد ممیز نوسان، به محاسبه میانگین نوسان بازار ایران پرداخته شده است. در نهایت مدل ارائه شده به دو روش ریاضی - تحلیلی و نظرسنجی از خبرگان اعتبارسنجی شده و اعتبار مدل توسط هر دو روش تأیید شده است. سلیمانی سروستانی و ابراهیمی (1391) روش درخت دوجمله‌ای برای قیمت‌گذاری اختیار معامله آسیایی در مدل پرش انتشار را بررسی و هم‌ارزی آن با روش تفاضلی صحیح را نشان دادند. در این نوشتار، همگرایی روش درخت دوجمله‌ای برای اختیار آسیایی با استفاده از تجزیه تحلیل عددی و مفهوم راه‌حل گرانیوی (ویسکوزیته) به اثبات رسید. نبوی چاشمی و قاسمی چالی (1393) قیمت اختیار خرید و اختیار فروش و فراسنجه‌های پنج‌گانه یونانی‌ها را برای 37 شرکت فعال در بورس توسط مدل دوجمله‌ای محاسبه نمودند. در این بررسی با تحلیل خروجی‌های مدل و بررسی مسیر حرکت و تغییرپذیری‌های قیمت سهام و قیمت اختیار معامله به کمک مدل دوجمله‌ای و نیز سنجش حساسیت قیمت اختیار معامله به تغییرپذیری‌ها توسط فراسنجه‌ها، چگونگی مدیریت ریسک و مواضع معامله‌ای اتخاذ شده از سوی سرمایه‌گذاران بیان شده است.

قیمت گذاری اختیار معامله...7

بویل و پوتاچیک¹ (2008) در پژوهش خود افزون بر قیمت گذاری اختیار معامله آسیایی، به اهمیت کشش های قیمتی که به اعداد یونانی در اختیار معامله معروف می باشند نیز اشاره می کنند و همزمان بایان روش های مختلف قیمت گذاری، به چگونگی اندازه گیری این فراسنجه ها نیز می پردازند. روش های مورد بحث در این بررسی شامل روش شبیه سازی مونت کارلو، روش تفاضل محدود و روش های شبه تحلیلی چندی می باشد. نتایج این بررسی نشان داده است که استفاده از روش و فن متغیر کنترلی در شبیه سازی مونت کارلو کارایی این روش را افزایش می دهد. فوسای و همکاران² (2008) با به دست آوردن تابع های مولد گشتاور قیمت این نوع اختیار معامله را با در نظر گرفتن رفتار فصلی و نیز رفتار بازگشت به میانگین محاسبه کرده اند. نتایج این بررسی به همراه روش تبدیل فوریه سریع که توسط کار و مادن³ (1999) برای قیمت گذاری اختیار معامله پیشنهاد شده است، این امکان را ایجاد کرده است که بتوان روش دقیقی برای استخراج قیمت اختیار معامله آسیایی در حالتی که داده ها ناپیوسته می باشند را به دست آورد. ژانگ⁴ (2009) روش شبیه سازی مونت کارلو را برای قیمت گذاری اختیار آسیایی حسابی به کار برده است. در این بررسی به توضیح روش مونت کارلو و روش و فن های موجود برای افزایش کارایی این روش پرداخته شده است. از جمله روش و فن هایی که در این بررسی برای کاهش واریانس روش مونت کارلو استفاده و مقایسه شده است روش و فن متغیر کنترلی و روش و فن متغیر متضاد می باشد. نتایج بررسی گویای آن است که استفاده از این روش و فن کارایی و دقت روش شبیه سازی مونت کارلو را افزایش می دهد. چانگ و ونگ⁵ (2014) در قیمت گذاری اختیار معامله آسیایی از روش تحلیلی با توجه به رفتار سری قیمت کالا یعنی وجود پدیده بازگشت به میانگین و جهش قیمتی استفاده کرده اند. در این مدل اندازه جهش ها از توزیع نمایی پیروی می کند و برای لحاظ کردن جهش در مدل از توزیع پواسن استفاده شده است. همچنین فرض شده است که رفتار براونی، سرعت جهش و اندازه جهش به طور مستقل از یکدیگر عمل می کنند. روش تحلیلی مورد استفاده در این بررسی برای قیمت گذاری اختیار معامله آسیایی روش تبدیل فوریه سریع می باشد. نتایج عددی این بررسی نسبت به روش

¹ Boyle and Potapchik

² Fusai et al.

³ Carr and Madan

⁴ Zhang

⁵ Chung and Wong

شبیه‌سازی مونت کارلو دارای دقت بیشتری است. جاکو و همکاران (2014) نیز روش شبیه‌سازی مونت کارلو را در قیمت‌گذاری اختیار آسیایی در دو بازار الکتریسیته و نفت با در نظر گرفتن رفتار فصلی و جهش‌های قیمتی در این بازارها استفاده قرار شده است. در این بررسی برای به دست آوردن قیمت اختیار معامله آسیایی حساسی در بازار الکتریسیته به دلیل نبود بازار آتی از داده‌های تاریخی استفاده شده است و با استفاده از این داده‌ها و با در نظر گرفتن اجزای مختلفی برای فرایند قیمت به استخراج فرایند قیمت این محصول پرداخته شده است.

بررسی‌های یاد شده تنها شمار کمی از بررسی‌های انجام شده در زمینه اختیار معامله آسیایی در سطح جهانی می‌باشد. در واقع اهمیت این نوع قراردادها و نقش بسیار مؤثر آنها در کاهش ناکارایی بازارهای سنتی سبب شده است در ادبیات جهانی به این نوع قراردادها توجه بسیاری شود. در داخل کشور بررسی‌های کمی در زمینه اختیار معامله و به‌ویژه نوع آسیایی این قراردادها صورت گرفته است. اهمیت این پژوهش در این است که یک بررسی کاربردی در بخش کشاورزی می‌باشد. با توجه به راه‌اندازی قرارداد آتی کنجاله سویا در بورس کالا، می‌توان امیدوار بود که قرارداد اختیار معامله نیز در مورد این کالا راه‌اندازی شود که در این صورت قیمت‌گذاری این نوع قرارداد می‌تواند کمک شایانی در آغاز به کار این قراردادها داشته باشد. همچنین این بررسی افزون بر استفاده از روش شبیه‌سازی مونت کارلو در قیمت‌گذاری اختیار معامله آسیایی، نقش دو ابزار "متغیر متضاد" و "متغیر کنترلی" را در کاهش نوسان این نوع شبیه‌سازی بررسی می‌کند.

روش تحقیق

قیمت اختیار معامله از دو جزء تشکیل می‌شود: ارزش ذاتی¹ و ارزش زمانی². به‌طور معمول ارزش ذاتی، کمترین ارزش اختیار معامله است و نمی‌تواند منفی باشد. در اختیار خرید، اگر قیمت جاری دارایی کمتر از قیمت اعمال قرارداد باشد ارزش ذاتی اختیار برابر با صفر است و در این حالت گفته می‌شود قرارداد «اختیار معامله بی‌قیمت (بی‌ارزش)»³ است. در حالت برابری قیمت اعمال و قیمت

¹ Intrinsic Value

² Time Value

³ Out The Money Option (OTM)

قیمت گذاری اختیار معامله...9

جاری دارایی بازهم ارزش ذاتی برابر با صفر و در اصطلاح گفته می‌شود «اختیار معامله به قیمت»¹ است. حالتی که قیمت اعمال کمتر از قیمت جاری دارایی باشد برای خریدار قرارداد سود وجود دارد و ارزش ذاتی قرارداد مثبت می‌شود و اصلاح «اختیار معامله باقیمت (بارزش)»² را به کار می‌بریم. «ارزش زمانی» یک اختیار به عامل‌های چندی بستگی دارد. نوسان قیمت دارایی، نسبت قیمت انقضا به قیمت جاری، نرخ بهره و نرخ بازدهی دارایی و مدت‌زمان باقی‌مانده تا زمان سررسید دارایی از جمله این عامل‌ها می‌باشند. می‌توان گفت هر چه مدت‌زمان باقی‌مانده تا زمان سررسید بیشتر باشد، ارزش زمانی نیز بیشتر است. نوسان قیمت نیز رابطه مستقیمی با ارزش زمانی اختیار معامله دارد (هال، 2009).

اختیار معامله آسیایی که به اختیار میانگین³ نیز معروف است، اختیار معامله‌ای است که تسویه نهایی آن به قیمت میانگین دارایی پایه در طول مدت‌زمان عمر اختیار معامله بستگی دارد. دو نوع اختیار معامله آسیایی وجود دارد: نوع اول اختیار معامله با نرخ میانگین⁴ (اختیار معامله باقیمت انقضای ثابت⁵) می‌باشد که یک اختیار معامله برای مواردی است که تسویه نقدی صورت می‌گیرد و قیمت نهایی آن بر مبنای تفاوت قیمت میانگین دارایی موردنظر در طول عمر اختیار معامله و قیمت اعمال است. اگر K قیمت اعمال، S_t قیمت بازار در زمان t و \bar{S}_{t_0, t_n} میانگین قیمت در طول دوره قرارداد باشد، ارزش اختیار آسیایی باقیمت انقضای ثابت ($V_{Rate\ of\ Option\ Average}$) برابر است با:

$$V_{Rate\ of\ Option\ Average} = e^{-rT} \max(\bar{S}_{t_0, t_n} - K, 0) \quad (1)$$

نوع دوم اختیار آسیایی، اختیار معامله قیمت اعمال میانگین⁶ (اختیار معامله باقیمت انقضای شناور⁷) می‌باشد. این اختیار معامله برای موارد تسویه نقدی و فیزیکی دارایی پایه است و همانند اختیار خرید و فروش است با این تفاوت که قیمت اعمال برابر باقیمت میانگین دارایی پایه در طول عمر اختیار معامله است. ارزش این اختیار معامله ($V_{Average\ Strike}$) برابر است با:

¹ At The Money Option (ATM)

² In The Money Option (ITM)

³ Average Option

⁴ Rate of Option Average

⁵ Fixed Strike

⁶ Average Strike Option

⁷ Floating Strike

$$V_{Average\ Strike} = e^{-rT} \max(S_T - \bar{S}_{t_0, t_n}, 0) \quad (2)$$

$$\bar{S}_{t_0, t_n} = \frac{\sum_{t_i=t_0}^{t_n} S_{t_i}}{t_n - t_0} \quad 0 \leq t_0 < T \quad t_n = T$$

که در رابطه (2)، S_T قیمت بازار در زمان انقضای قرارداد می‌باشد. هردوی این اختیار معامله‌های آسیایی برای اختیار خرید و فروش می‌توانند استفاده شوند. از نظر زمان اجرا، به طور معمول این اختیارها، اروپایی هستند؛ اما امکان اجرا پیش از تاریخ انقضا نیز وجود دارد و در آن صورت میانگین‌های مورد نظر تا زمان قبل از موعد مورد محاسبه قرار خواهند گرفت. دوره میانگین می‌تواند از روز صفر و یا روز پس از آن آغاز شود. محاسبه میانگین مورد نظر می‌تواند به صورت حسابی و یا هندسی باشد. در عمل، اغلب قراردادهای اختیار آسیایی از نوع میانگین حسابی قیمت دارایی مورد نظر می‌باشند. در این حالت قیمت اختیار معامله‌ی به دست آمده، راه حل دقیق و ساده تحت فرضیه‌های مدل استاندارد بلک- شولز را ندارد. در اغلب روش و فن‌های محاسبه قیمت اختیار معامله آسیایی، فرض می‌کنند که سری قیمت (S_t) دارای رفتار براونی هندسی و در نتیجه دارای توزیع لگ نرمال است. در حالی که قیمت گذاری اختیار آسیایی تحت این فرض مشکل است؛ چراکه میانگین قیمت‌ها دارای توزیع لگ نرمال نمی‌باشد. به طور کلی قیمت گذاری اختیار معامله آسیایی چه از نظر عددی و چه از لحاظ فنی دشوار می‌باشد. با وجود اینکه در سال‌های اخیر این نوع اختیار معامله مورد توجه بسیاری قرار گرفته است، ولی روش و فن منحصر به فردی که به طور گسترده برای قیمت گذاری اختیار آسیایی مورد پذیرش باشد وجود ندارد (بویل و پوتاچیک¹، 2008).

در قیمت گذاری اختیار آسیایی حسابی روش‌های در دسترس را می‌توان به سه گروه کلی تقسیم کرد: روش‌های تحلیلی، روش‌های دیفرانسیل محدود و شبیه سازی مونت کارلو.

در روش‌های تحلیلی به علت نبود زمینه شناخت دقیق توزیع میانگین حسابی مربوط به فرایند لگ نرمال، این توزیع را به وسیله انطباق توزیع‌های مختلف و به کارگیری تقریب برآورد می‌کنند. از جمله می‌توان به نتایج بررسی‌های تارن بال و ویکمن² (1991) و لوی³ (1992) اشاره کرد که از بسط

¹ Boyle & Potapchik

² Turnbull and Wakeman

³ Levy

قیمت گذاری اختیار معامله...11

سری اجورث و استفاده از تابع مولد گشتاور برای تقریب تابع چگالی میانگین حسابی با یک چگالی تصادفی لگ نرمال استفاده کردند. روش‌های تفاضل محدود کارایی و انعطاف‌پذیری زیادی را برای قیمت‌گذاری اختیار معامله آسیایی فراهم کرده‌اند. به‌طور خاص این روش تنها روشی است که در حالت سررسید کوتاه‌مدت مناسب می‌باشد.

در روش دیفرانسیل محدود، قیمت یک اختیار آسیایی را می‌توان با حل یک معادله دیفرانسیل جزئی در فضای دوبعدی به دست آورد. یک مدل از نوع بلک-شولز در بررسی‌های کمنا و ورست¹ (1990) به همراه تعریف کاملی از شرایط کرانی برای قیمت‌گذاری اختیار آسیایی با میانگین هندسی معرفی شده است.

روش مونت کارلو به خاطر انعطاف‌پذیری و آسانگری در اجرا بسیار معروف می‌باشد. به‌طور کلی، این روش سه مرحله دارد: 1- شبیه‌سازی مسیرهای نمونه تحت اندازه‌گیری ریسک خنثی، 2- ارزیابی تسویه تنزیل شده در هر مسیر نمونه و 3- محاسبه میانگین تمام تسویه تنزیل شده. روش مونت کارلو برای قیمت‌گذاری طیف گسترده‌ای از اختیار معامله‌ها می‌تواند استفاده شود. روشن است که این روش تنها در قیمت‌گذاری اختیار آسیایی با نمونه گسسته کاربرد دارد (بوئل و پوتاچیک²، 2008).

با توجه به ویژگی داده‌های محصول‌های کشاورزی و نبود بازار آتی در مورد آن‌ها، مدل قیمت‌گذاری اختیار آسیایی بر پایه داده‌های تاریخی مربوط به قیمت نقدی محصول‌ها طراحی می‌شود. در این بررسی با استفاده از شبیه‌سازی مونت کارلو و داده‌های تاریخی مربوط به قیمت هفتگی کنجاله سویا در سال‌های 95-1392، قیمت قرارداد اختیار معامله آسیایی روی دارایی پایه کنجاله سویا استخراج می‌شود. در ضمن رابطه بین قیمت اختیار معامله و متغیرهای قیمت جاری دارایی، نوسان قیمت دارایی، نرخ بهره بدون ریسک و قیمت اعمال قرارداد (قیمت توافقی)، بررسی خواهد شد.

ساختار شبیه‌سازی مونت کارلو: یکی از معروف‌ترین روش‌های موجود که امروزه در قیمت‌گذاری اختیار معامله آسیایی بسیار استفاده می‌شود، روش شبیه‌سازی مونت کارلو می‌باشد. این روش به دلیل انعطاف‌پذیری و اجرای آسان شهرت زیادی یافته است (بوئل و پوتاچیک، 2008). روش‌های

¹ Kemna and Vorst

² Boyle and Potapchik

مونت کارلو برای نخستین بار توسط بویل¹ در سال 1977 برای قیمت گذاری اختیار معامله به کار گرفته شد. امروزه این روش، با طرح های پیچیده، کاربرد گسترده ای در تعیین قیمت اختیار معامله ها دارد. در آغاز شکل کلی ساختار مونت کارلو توضیح داده می شود.

فرض کنید که می خواهیم مقدار θ را برآورد کنیم و داریم $\theta = E(g(X))$ ، به گونه ای که $g(X)$ یک تابع تصادفی می باشد و $E(|g(X)|) < \infty$. می توان n مشاهده تصادفی مستقل X_1, X_2, \dots, X_n با تابع احتمال $f(X)$ ایجاد کرد. در این حالت تیرآوردکننده θ برابر است با:

$$\hat{\theta} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n g(X_i) \quad (3)$$

از آنجا که $E(|g(X)|) < \infty$ ، با توجه به قانون اعداد بزرگ اگر حجم نمونه به سمت بینهایت میل کند به طور مجانبی $\hat{\theta}$ به θ نزدیک می شود.

شبیه سازی مونت کارلو هرگز جواب دقیقی نمی دهد و واریانس نمونه در این روش از رابطه (4) به دست می آید:

$$S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (g(X_i) - \hat{\theta})^2 \quad (4)$$

با استفاده از قضیه حد مرکزی می توان گفت که $(\hat{\theta} - \theta)$ به طور تقریبی یک متغیر نرمال استاندارد می باشد که برای n های به اندازه کافی بزرگ رابطه (5) برقرار خواهد بود:

$$P \left[\hat{\theta} - Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{S}{\sqrt{n}} < \theta < \hat{\theta} + Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{S}{\sqrt{n}} \right] \approx 1 - \alpha \quad (5)$$

به این ترتیب به روشی جهت تقریب θ و میزان تغییر آن می رسیم. مشکل روش مونت کارلو اولیه نرخ آهسته همگرایی آن می باشد. از آنجا که برای n های بزرگ واریانس جامعه (σ^2) و واریانس نمونه (S^2) به یکدیگر نزدیک می شوند، بایستی n را به وسیله یک عامل از 100 بزرگ کرد تا خطای

¹ Boyle

قیمت گذاری اختیار معامله...13

استاندارد $\frac{S}{\sqrt{n}}$ با فاکتور 0.1 کاهش یابد. در نتیجه می توان گفت دقت بیشتر نتیجه محاسبات بسیار بیشتر می باشد (ژانگ¹، 2009).

روش های کاهش واریانس در شبیه سازی مونت کارلو: به جای روش ساده بزرگ کردن شمار n ، برای کوچک کردن فاصله اطمینان می توان روی واریانس نمونه تمرکز کرد. چنین روش هایی به روش کاهش واریانس معروف می باشند. در ادامه به معرفی برخی از این روش ها که بسیار استفاده می شوند پرداخته خواهد شد.

الف) روش متغیره کنترلی²: فرض کنید هدف برآورد $\theta = E(Y)$ می باشد به گونه ای که $Y = g(X)$. متغیر تصادفی دیگری مانند Z با میانگین شناخته شده $E(Z)$ را می توان یافت. سپس می توان چند تخمین زن ناریب از θ به دست آورد که عبارت اند از:

$$\hat{\theta} = Y - 1 \quad \text{که برآوردکننده معمولی می باشد.}$$

$$-2 \quad \hat{\theta}_c = Y + c(Z - E(Z)) \quad \text{که } c \text{ یک عدد حقیقی می باشد. به آسانی می توان نوشت:}$$

$$E(\hat{\theta}_c) = E(Y) + c(E(Z) - E(Z)) = E(Y) = \theta \quad (6)$$

بنابراین می توانیم مونت کارلو را برای برآوردکننده جدید به جای برآورد ساده پیشین به کار برد. در این حالت، متغیر تصادفی Z «متغیر کنترلی» نامیده می شود. حال پرسش این است که آیا این روش واریانس کمتری دارد؟ اگر از معادله $\hat{\theta}_c$ واریانس بگیریم داریم:

$$Var(\hat{\theta}_c) = Var(Y) + c^2 Var(Z) + 2c.Cov(Y, Z) \quad (7)$$

از آنجا که c هر عدد حقیقی ای می تواند باشد، باید به گونه ای انتخاب شود که معادله درجه دو بالا کمترین شود. محاسبات ساده نشان می دهد که:

$$c_{\min} = -\frac{Cov(Y, Z)}{Var(Z)} \quad (8)$$

¹ Zhang

² The Control Variate Method

$$\begin{aligned} \text{Var}(\hat{\theta}_{c_{\min}}) &= \text{Var}(Y) + c_{\min}^2 \text{Var}(Z) + 2c_{\min} \cdot \text{Cov}(Y, Z) \\ &= \text{Var}(Y) - \frac{\text{Cov}(Y, Z)^2}{\text{Var}(Z)} \\ &= \text{Var}(\hat{\theta}) - \frac{\text{Cov}(Y, Z)^2}{\text{Var}(Z)} \end{aligned}$$

با توجه به اینکه $\text{Cov}(Y, Z) \neq 0$ ، به این نتیجه می‌رسیم که $\text{Var}(\hat{\theta}_{c_{\min}}) < \text{Var}(\hat{\theta})$. گرچه در حالت کلی $\text{Cov}(Y, Z)$ ناشناخته می‌باشد، اما می‌توان آن را طی فرآیند شبیه‌سازی مونت کارلو برآورد کرد (ژانگ، 2009).

به این ترتیب به روشی کارا برای کاهش واریانس دست می‌یابیم. با وجود این، در برخی از مسئله‌ها یافتن چنین متغیر کنترلی مشکل می‌باشد. در ادامه به معرفی روش دیگری برای کاهش واریانس می‌پردازیم که آسان‌تر از متغیر کنترلی می‌باشد.

ب) روش متغیرهای متضاد: یک‌بار دیگر فرض می‌کنیم که هدفمان برآورد $\theta = E(Y) = E(g(X))$ می‌باشد و دو نمونه Y_1 و Y_2 را گردآوری کرده‌ایم. یک برآورد ناریب از θ و واریانس آن توسط معادله‌های (9) به دست می‌آید:

$$\begin{aligned} \hat{\theta} &= \frac{Y_1 + Y_2}{2} \\ \text{Var}(\hat{\theta}) &= \frac{\text{Var}(Y_1) + \text{Var}(Y_2) + 2\text{Cov}(Y_1, Y_2)}{4} \end{aligned} \quad (9)$$

روشن است که اگر دو نمونه که به‌طور منفی همبسته‌اند داشته باشیم، می‌توانیم به کاهش واریانس دست‌یابیم.

فرض کنید $\theta = E(Y) = E(g(X))$ ، $X \sim N(0, 1)$ است. به این ترتیب برآورد مونت کارلو برابر است با:

$$\hat{\theta} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n g(X_i) \quad \text{i.i.d. } X_i \approx N(0, 1) \quad (10)$$

و برآورد به‌وسیله روش متغیرهای متضاد برابر است با:

¹ The Antithetic Variates Method

قیمت گذاری اختیار معامله...15

$$\hat{\theta}_a = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{g(X_i) + g(-X_i)}{2} \quad i.i.d. \quad X_i \approx N(0,1) \quad (11)$$

به گونه‌ای که X_i و $-X_i$ متغیرهای متضاد می‌باشند. روشن است که دو متغیر متضاد همبستگی منفی دارند. در نتیجه اگر تابع g یکنواخت باشد، با به کارگیری این روش به کاهش واریانس دست می‌یابیم (ژانگ، 2009).

در این بررسی از شبیه‌سازی مونت کارلو برای برآورد قیمت اختیار معامله آسیایی مربوط به کنجاله سویا استفاده می‌شود. برای بررسی دقت این روش، نتایج حاصله با مقدار به دست آمده از روش لوی (1992) و نیز با قیمت اختیار معامله اروپایی ساده که از مدل بلک-شولز برای قیمت گذاری استفاده می‌کند، مقایسه می‌شود. در روش لوی (1992) با استفاده از تابع مولد گشتاور توزیع میانگین متغیر تصادفی قیمت دارایی که دارای توزیع لگ نرمال می‌باشد، برآورد می‌شود و با استفاده از این تقریب، قیمت اختیار آسیایی محاسبه می‌شود.

داده‌های مورد نیاز این بررسی قیمت محصول کنجاله سویا می‌باشد که به صورت دوره زمانی هفتگی از فروردین 1392 الی مرداد 1395 گردآوری شد. برای به دست آوردن قیمت اختیار معامله فرض می‌شود سری قیمت دارایی مربوطه دارای توزیع تصادفی لگ نرمال می‌باشد. برای این منظور بایستی لگاریتم سری قیمت دارایی توزیع نرمال باشد که این فرض توسط آماره جاک برا آزمون و نتایج آن در قسمت نتایج و بحث آورده می‌شود. متغیرهای لازم برای برآورد قیمت اختیار آسیایی عبارتند از: قیمت در زمان حال (S_0)، قیمت انقضاء (K)، نرخ بهره بدون ریسک (r)، نوسان قیمت دارایی (σ) و زمان سررسید قرارداد (T). قیمت واقعی دارایی در زمان صفر به عنوان S_0 لحاظ می‌شود. برای به دست آوردن قیمت انقضاء می‌توان از مدل‌های پیش‌بینی استفاده کرد. حال (2009) نشان داده است که بیشتر بررسی‌های تجربی برابری قیمت‌های انتظاری (پیش‌بینی شده) را با قیمت‌های آتی به اثبات می‌رسانند. به همین جهت در این بررسی قیمت انقضاء را برابر با قیمت آتی که از روش پیش‌بینی به دست می‌آید قرار داده می‌شود. همچنین نرخ بهره بدون ریسک برابر با سود علی‌الحساب سپرده‌های کوتاه‌مدت بانکی یعنی 10 درصد در نظر گرفته می‌شود.

برای برآورد میزان نوسان دارایی با استفاده از داده‌های تاریخی، با استفاده از تغییرپذیری‌های قیمت کالا در گذشته، می‌توان میزان نوسان را برآورد کرد. به طور معمول قیمت کالا در دوره‌های زمانی

ثابتی به صورت روزانه، هفتگی و یا ماهانه بیان می‌شود. اگر داشته باشیم: $n+1$ = شمار مشاهده‌ها، S_i = قیمت کالا در پایان i امین دوره زمانی ($i=0,1,2,\dots,n$)، τ = طول یک دوره زمانی در سال و $u_i = \ln\left(\frac{S_i}{S_{i-1}}\right)$ ، می‌توان مقدار تقریبی انحراف معیار u_i را به صورت معادله (12) برآورد کرد:

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (u_i - \bar{u})^2} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n u_i^2 - \frac{1}{n(n-1)} \left(\sum_{i=1}^n u_i\right)^2} \quad (12)$$

که \bar{u} میانگین u_i است. انحراف معیار u_i برابر با $\sigma\sqrt{\tau}$ می‌باشد: بنابراین متغیر s ، برآوردی از $\sigma\sqrt{\tau}$ است. در نتیجه می‌توان گفت که $\hat{\sigma}$ تخمینی از σ به صورت زیر است:

$$\hat{\sigma} = \frac{s}{\sqrt{\tau}} \quad (13)$$

خطای استاندارد تقریبی این برآورد را می‌توان با رابطه $\frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{2n}}$ محاسبه کرد. انتخاب مقدار صحیح n ، کار آسانی نیست. به طور معمول برای دستیابی به پاسخ دقیق‌تر، داده‌های بیشتری انتخاب می‌کنند ولی σ در طول زمان تغییر می‌کند و داده‌های قدیمی‌تر ممکن است برای پیش‌بینی آتی مرتبط نباشد. در نتیجه به طور معمول از یک روش به ظاهر معقولی استفاده می‌کنند بدین ترتیب که به طور عموماً از نزدیک‌ترین قیمت‌های دوره اخیر استفاده شود. به عنوان مثال اگر نوسان برای قیمت‌گذاری یک اختیار معامله دوساله استفاده می‌شود، از داده‌های تاریخی دو سال اخیر استفاده شود (هال، 2009).

نتایج و بحث

بررسی آزمون نرمال بودن سری لگاریتم قیمت کنجاله سویا توسط آزمون جارک- برا انجام شد. آماره این آزمون برابر با 4.7 و سطح معنی‌داری آن 0.95 می‌باشد. بر پایه این آزمون، نرمال بودن سری لگاریتم قیمت کنجاله سویا تأیید می‌شود و می‌توان گفت سری قیمت کنجاله سویا دارای توزیع لگ نرمال می‌باشد.

پس از آزمون نرمال بودن لازم است قیمت کنجاله سویا برای یک سال آینده پیش‌بینی شود. مقایسه مدل‌های مختلف پیش‌بینی دوره‌های زمانی بر پایه معیار دقت MSE نشان داد که مدل

قیمت گذاری اختیار معامله...17

ARIMA بهترین مدل برای پیش بینی قیمت کنجاله سویا به شمار می آید. نتایج برآورد فراسنجه- های مدل ARIMA در جدول (1) آورده شده است. لازم به یادآوری است که متغیر وابسته در این مدل لگاریتم قیمت کنجاله سویا می باشد و مدل $ARIMA(1,0,2)$ با توجه به معیار آکائیک و شوآرتز بهترین مدل انتخاب شد.

جدول (1) نتایج به دست آمده از برآورد مدل $ARIMA(1,0,2)$

Table 1: The results obtained from the estimation of the ARIMA (1,0,2)

احتمال Possibility	آماره t Statistics t	انحراف معیار Standard deviation	ضریب Coefficient	توضیحات Description	متغیر Variable
0.0000	186.12	0.052	9.69	مقدار ثابت Constant	C
0.0000	45.79	0.021	6.96	وقفه اول متغیر وابسته First lag of the dependent variable	AR(1)
0.0000	16.25	0.053	0.87	وقفه اول جزء اخلاخل First lag of the disturbing component	MA(1)
0.0002	3.80	0.062	0.25	وقفه دوم جزء اخلاخل second lag of the disturbing component	MA(2)
0.0000	17.71	1.34E-05	0.0024		SIGMASQ
R^2 تعدیل یافته	R^2	شوآرتز SC	آماره آکائیک AIC	Likelihood	آماره ها Statistics
0/977	0/978	-5/336	-5/425	487/87	

Source: Research findings

منبع: یافته های تحقیق

با توجه به دیدگاه هال (2009) در زمینه برابری قیمت آتی با قیمت نقدی پیش بینی شده، قیمت انقضاء قرارداد اختیار معامله برای یک کیلو کنجاله سویا با سررسیدهای چهارماهه، شش ماهه و یک ساله به ترتیب برابر با 15750، 15900 و 16100 ریال در نظر گرفته می شود. این در حالی است که قیمت جاری (قیمت صفر) برای یک کیلو سویا برابر با 15200 ریال می باشد. همچنین نرخ بهره بدون ریسک برابر با سود علی الحساب سپرده های کوتاه مدت بانکی یعنی 10 درصد لحاظ

می‌شود. میزان نوسان سری قیمت کنجاله سویا با توجه به روشی که در قسمت روش تحقیق بیان شد محاسبه و برابر با 21.2 درصد به دست آمد.

جدول شماره 2 و 3 نتایج قیمت‌گذاری اختیار خرید و فروش آسیایی (با قیمت انقضای ثابت) و با سرسید مشخص (مدل اروپایی) را نشان می‌دهد. شبیه‌سازی مونت کارلو با تکرار 500 و 2000 و به سه روش مونت کارلو استاندارد، مونت کارلو با استفاده متغیر کنترلی و مونت کارلو با متغیر متضاد برآورد شده‌است. مقایسه نتایج به دست آمده نشان می‌دهد که با افزایش تکرار از 500 به 2000، واریانس شبیه‌سازی کاهش می‌یابد. به عنوان مثال در حالت استاندارد و با دوره انقضاء یک‌ساله، واریانس اختیار معامله خرید از 5.15 به 2.81 کاهش یافته است. همان‌طور که گفته شد به‌غیر از افزایش تکرار، دو روش دیگر نیز برای کاهش واریانس استفاده می‌شود که در این بررسی نیز استفاده شد. بررسی نتایج دو روش نشان می‌دهد که روش متغیرهای متضاد کاهش شایان توجهی در واریانس را نشان نمی‌دهد. در حالی که روش متغیر کنترلی کارایی بالایی را در کاهش واریانس شبیه‌سازی دارد. جدول شماره 4 نیز فاصله‌های اطمینان سه روش شبیه‌سازی استاندارد، متغیر کنترلی و متغیر متضاد را نشان می‌دهد. همان‌گونه که نتایج این جدول نیز نشان می‌دهد، روش متغیر کنترلی بیشترین کارایی را در کاهش واریانس و کاهش فاصله اطمینان شبیه‌سازی مونت کارلو دارد.

با مقایسه ارزش اختیار معامله آسیایی با اختیار معامله اروپایی ساده (مدل بلک-شولز) مشاهده می‌شود که اختیار آسیایی ارزان‌تر از مدل بلک-شولز می‌باشد. در واقع، همان‌طور که در مقدمه نیز گفته شد، از آنجاکه نوسان قیمت میانگین کمتر از قیمت معمولی است، این نوع اختیار معامله ارزان‌تر از نوع استاندارد آن یعنی اختیار معامله اروپایی ساده است. با افزایش مدت قرارداد قیمت اختیار معامله افزایش می‌یابد. به عبارت دیگر می‌توان گفت که هر چه به تاریخ سررسید قرارداد نزدیک‌تر می‌شویم، قیمت قرارداد اختیار معامله کمتر می‌شود.

قیمت گذاری اختیار معامله...19

جدول (2) ارزش اختیار معامله خرید آسیایی باقیمت انقضای ثابت (واحد: ریال)
Table 2: Asian call option price with fixed strike ($V_{Rate\ of\ Option\ Average}$)
($r = 10\%$, $S_0 = 1520$, volatility = 21.2%)

مدل بلک- شولز Black- Scholes	میانگین هندسی Geometric average	Levy	مونت کارلو (با 2000 تکرار) Monte Carlo (with 2000 repetitions)			مونت کارلو (با 500 تکرار) Monte Carlo (with 500 repetitions)			قیمت انقضاء Strike price	دوره قرارداد Contract priod	محصول Product
			متغیر متضاد Antithetic Variates	متغیر کنترلی Control Variate	استاندارد Standard	متغیر متضاد Antithetic Variates	متغیر کنترلی Control Variate	استاندارد Standard			
725	290	299	295 (1.24)	317 (0.08)	309 (1.25)	348 (2.65)	314 (0.14)	272 (2.36)	15750	چهار ماهه 4 months	کنجاله
943	369	384	375 (1.55)	399 (0.13)	382 (1.62)	359 (2.96)	395 (0.27)	339 (2.95)	15900	شش ماهه 6 months	سویا Soybean meal
1594	627	667	657 (2.44)	679 (0.27)	767 (2.81)	678 (4.6)	669 (0.49)	643 (5.15)	16100	یک ساله 1 year	

منبع: یافته‌های تحقیق؛ اعداد داخل پرانتز انحراف معیار می‌باشد.

Source: Research findings; The number in parentheses is the standard deviation.

جدول (3) ارزش اختیار معامله فروش آسیایی باقیمت انقضای ثابت (واحد: ریال)
Table 3: Asian put option price with fixed strike ($V_{Rate\ of\ Option\ Average}$)
($r = 10\%$, $S_0 = 1520$, volatility = 21.2%)

مدل بلک- شولز Black- Scholes	میانگین هندسی Geometric average	Levy	مونت کارلو (با 2000 تکرار) Monte Carlo (with 2000 repetitions)			مونت کارلو (با 500 تکرار) Monte Carlo (with 500 repetitions)			قیمت انقضاء Strike price	دوره قرارداد Contract priod	محصول Product
			متغیر متضاد Antithetic Variates	متغیر کنترلی Control Variate	استاندارد Standard	متغیر متضاد Antithetic Variates	متغیر کنترلی Control Variate	استاندارد Standard			
761	595	585	585 (1.25)	586 (0.044)	602 (1.58)	615 (2.67)	589 0.082	606 (3.11)	15750	چهار ماهه 4 months	کنجاله
870	698	684	681 (1.54)	684 (0.058)	728 (1.9)	678 (3.01)	688 (0.097)	635 (3.33)	15900	شش ماهه 6 months	سویا Soybean meal
968	793	773	766 (2.54)	767 (0.097)	838 (2.4)	779 (4.78)	768 (0.18)	814 (4.85)	16100	یک ساله 1 year	

منبع: یافته‌های تحقیق؛ اعداد داخل پرانتز انحراف معیار می‌باشد.

Source: Research findings; The number in parentheses is the standard deviation.

همان‌طور که در روش تحقیق گفته شد متغیرهایی چون مدت باقی‌مانده تا انقضای قرارداد، قیمت توافقی، درجه تغییرپذیری قیمت دارایی پایه (نوسان)، قیمت نقدی دارای و نرخ بهره بر قیمت اختیار معامله تأثیر می‌گذارند. طراحی راهبرد مناسب در بازار اختیارات مستلزم آن است که میزان تغییر قیمت اختیارات نسبت به تغییر در متغیرهای یادشده به‌دقت محاسبه شود. نمودار 2 الی 5 تغییر در قیمت اختیار معامله خرید¹ مدل بلک-شولز و مدل آسیایی (با میانگین حسابی و هندسی) را به ازای تغییر در متغیرهای بالا نشان می‌دهد. منظور از vanilla، قیمت اختیارمعامله اروپایی ساده (مدل بلک-شولز) می‌باشد که به vanilla معروف است. با توجه نمودارها می‌توان گفت با افزایش قیمت جاری دارایی، قیمت اختیار معامله افزایش می‌یابد. تغییر قیمت توافقی (قیمت اعمال) تأثیر معکوسی بر قیمت اختیار معامله دارد. هرچه قیمت توافقی بیشتر باشد قیمت اختیار معامله کاهش خواهد یافت.

جدول (4) فاصله اطمینان در روش‌های مختلف شبیه‌سازی مونت‌کارلو

Table 4: Confidence interval in Monte Carlo simulation methods

(r =10%, S0 = 1520, volatility = 21.2%, T=1, K=1610)

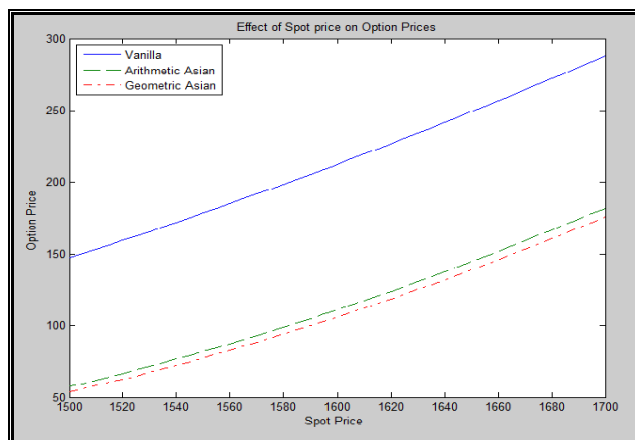
تکرار 2000 2000 repetitions	تکرار 500 500 repetitions	روش شبیه‌سازی مونت‌کارلو Monte Carlo simulation methods
[67.1 72.69]	[69.34 77.98]	استاندارد Standard
[67.28 67.76]	[67.15 67.97]	متغیر کنترلی Control Variate
[73.41 77.47]	[70.82 80.06]	متغیر متضاد Antithetic Variates

منبع: یافته‌های تحقیق

Source: Research findings

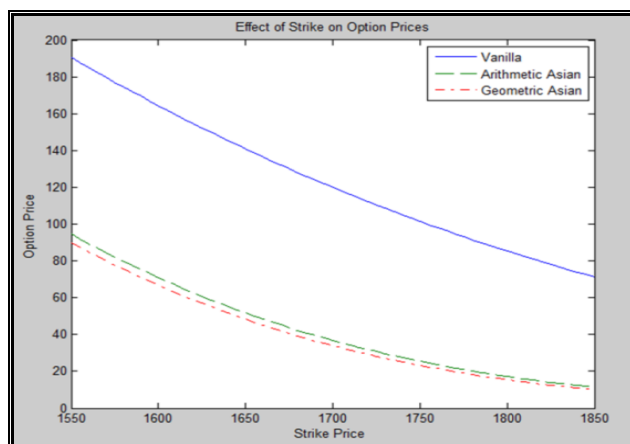
¹- Call Option

قیمت گذاری اختیار معامله...21



نمودار (2) تأثیر تغییر در قیمت نقدی بر قیمت اختیار

Chart 2: The effect of a change in spot price on option price



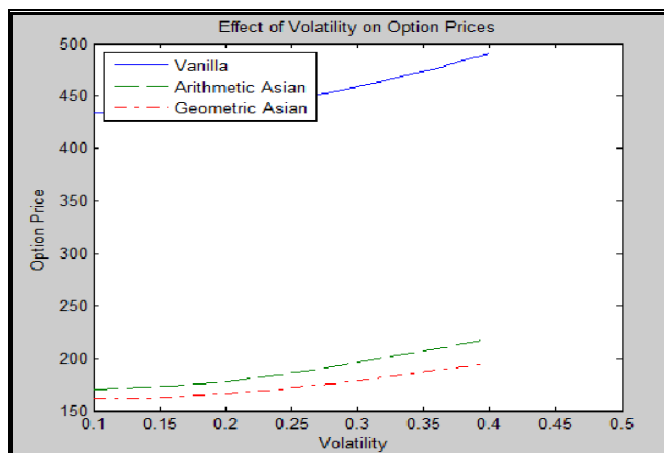
نمودار (3) تأثیر تغییر در قیمت توافقی بر قیمت اختیار

Chart 3: The effect of a change in strike price on option price

منبع: یافته‌های تحقیق

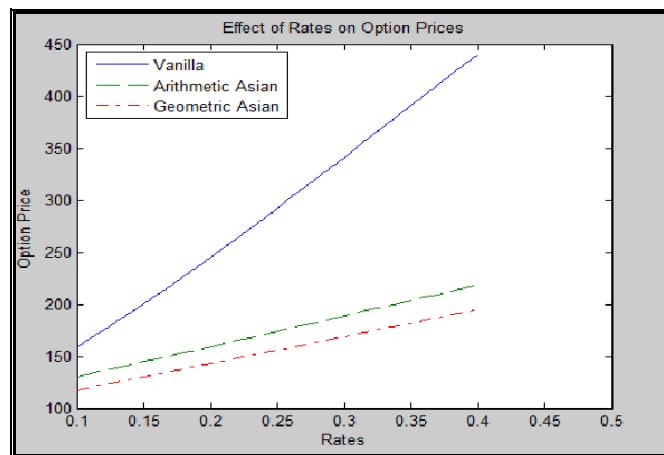
Source: Research findings

تغییر در نوسان قیمت دارایی و تغییر در نرخ بهره بدون ریسک، تأثیر یکسانی را بر قیمت اختیار معامله خرید دارایی دارد. با افزایش هر یک از این متغیرها، قیمت اختیار معامله نیز افزایش می‌یابد.



نمودار (4) تأثیر تغییر در نوسان بر قیمت اختیار

Chart 4: The effect of a change in volatility on option price



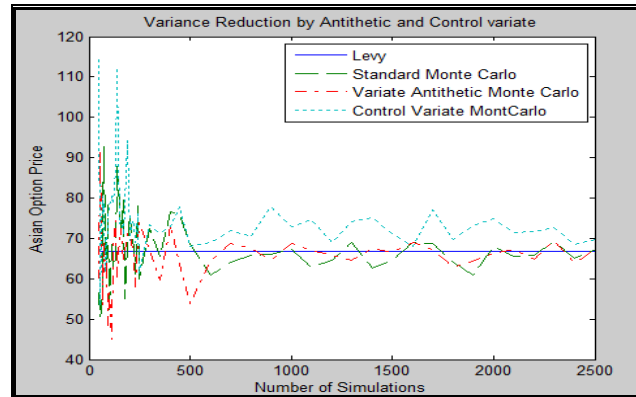
نمودار (5) تأثیر تغییر در نرخ بهره بر قیمت اختیار

Chart 5: The effect of a change in rates on option price

منبع: یافته‌های تحقیق

Source: Research findings

قیمت گذاری اختیار معامله...23



نمودار (6) مقایسه روش‌های مختلف قیمت گذاری

Figure 6: Comparison of different methods of pricing

منبع: یافته‌های تحقیق

Source: Research findings

مقایسه نتایج قیمت گذاری اختیار معامله آسیایی در روش شبیه‌سازی مونت کارلو با روش لوی (1992) نشان می‌دهد که تا حدودی نتایج نزدیک به یکدیگر به دست آمده است. نمودار (7) نتایج شبیه‌سازی مونت کارلو و مدل لوی (1992) را با یکدیگر مقایسه می‌کند. مدل لوی (1992) جزء مدل‌هایی است که یک پاسخ دقیق به دست می‌آورد. نمودار 6 نشان می‌دهد که با افزایش تکرار در شبیه‌سازی مونت کارلو، پاسخ نهایی به سمت عدد به دست آمده از روش لوی (1992) تمایل پیدا می‌کند.

نتیجه‌گیری و پیشنهادها

در این بررسی به قیمت‌گذاری اختیار معامله آسیایی برای محصول کنجاله سویا با استفاده از روش مونت کارلو پرداخته شد. افزون بر روش مونت کارلو استاندارد، از دو روش مونت کارلو با متغیر متضاد و مونت کارلو با متغیر کنترلی استفاده شد که روش متغیر کنترلی نتایج بهتر و کارایی بیشتری را در راستای کاهش واریانس شبیه‌سازی نشان داد. افزون بر این مقایسه نتایج شبیه‌سازی با مدل لوی (1992) گویای آن است که با افزایش تکرار در شبیه‌سازی مونت کارلو، قیمت به دست آمده به مقدار قیمت به دست آمده از روش لوی (1992) نزدیک می‌شود.

با توجه به اهمیت بورس کالا و قراردادهای مشتقه، می‌توان گفت که این بررسی گامی در جهت شناسایی این نوع قراردادها می‌باشد. افزون بر قیمت‌گذاری مناسب قرارداد اختیار معامله، بررسی متغیرهای مؤثر بر قیمت اختیار معامله نیز دارای اهمیت زیادی است. متغیرهایی مانند قیمت نقدی دارایی، طول مدت قرارداد، نرخ بهره و قیمت اعمال قرارداد می‌توانند تأثیر زیادی بر قیمت قرارداد اختیار معامله داشته باشند. همان‌طور که نشان داده شد، با افزایش قیمت جاری دارایی، نرخ بهره بدون ریسک و نوسان دارایی، قیمت اختیار معامله افزایش می‌یابد و رابطه قیمت اختیار معامله با قیمت توافقی، یک رابطه معکوس می‌باشد. درواقع طراحی راهبردهای مناسب در بازار اختیارات مستلزم آن است که میزان حساسیت قیمت اختیار معامله‌ها به این متغیرها با دقت بیشتری توجه شود. با توجه به اینکه در بررسی‌های داخلی صورت گرفته در گذشته قیمت این نوع اختیار معامله بررسی نشده است، نمی‌توان نتایج این بررسی را با نتایج بررسی‌های گذشته مقایسه کرد. اهمیت این بررسی در این است که برای نخستین بار قیمت‌گذاری این نوع قراردادها در بخش کشاورزی بررسی شده است و افزون بر تعیین قیمت، اثرگذاری متغیرهای مؤثر بر قیمت نیز بررسی و تجزیه و تحلیل شده است. با توجه به برتری‌های فراوان قراردادهای اختیار معامله، می‌توان امیدوار بود که این بررسی سرآغازی برای آغاز به کار این نوع قراردادها در بورس کالای کشاورزی باشد.

منبع‌ها:

- Abdollahi Ezzatabadi, M. And Najafi, Bhd (1382). Investigating the Possibility of Using Futures Markets and Optional Dealing to Reducing Price fluctuations in Agricultural Products in Iran: A Case Study of Pistachio Product. *Agricultural Economics and Development*, 11 (41 and 42), 25-1.
- Animal Tradition Support Company (1395). www.iransalal.com
- Boyle, Ph & Potapchik, A. (2008) Price and sensitivities of Asian options: A survey. In surance: *Mathematics and Economics*, 42, 189-211.
- Carr, P. & Madan, D. (1999) Option Valuation Using The Fast Fourier Transform. *Journal of Computational Finance*, 2(40), 61-73.
- Chung, S.F., and Wong, H.Y. (2014) Analytical pricing of discrete arithmetic Asian options with mean reversion and jump. *Journal of Banking & Finance*, Accepted Manuscript.

قیمت گذاری اختیار معامله...25

- Fusai, G., Marena, M. and Roncorono, A. (2008) Analytical pricing of discretely monitored Asian-style options: Theory and application to commodity markets. *Journal of Banking & Finance*, 32, 2033-2045.
- Hull, J.C. (2009). *Fundamentals Of Futures & Options Markets*. 7th Edition.
- Iran Commodity Exchange Co., Brief Report on Future Contract of Soybean Meal (1393). www.ime.co.ir
- Jaakko, R., Samu, K., Markus, K. and Tuomas, R. (2014) The pricing of Asian commodity options. Aalto University School of Science, Seminar on Case Studies in Operations Research, Mat-2.4177.
- Kemna, A., & Vorst, A. (1990) A pricing method for options based on average asset values. *Journal of Banking and Finance*, 14, 113–130.
- Kimiagari, AS And Afarideh Sani, O. (2008) A Collaborative Method for Disclosure Pricing Based on Two Black-Scholes and Double Tree Models (A Case Study of the Stock Market of Iran). *International Journal of Industrial Engineering and Production Management*, *Iran University of Science and Technology*, 19 (4), 127-119.
- Levy, E. (1992) Pricing European average rate currency options. *Journal of International Money and Finance*, 11, 474–491.
- Nebavi Cheshmi, SA And Qasemi Chali, c. (1393) Application of Binomial Tree in Calculating Risk Sensitivity Parameters and Discount Price on Stock Exchanges. *Management Quarterly*. 11th year (34), 101119.
- Soleimani Sarvestani, h. And Ebrahimi, SA (1391), Binomial Tree Method for Asian Options in the Jump Model, Third Conference on Financial Mathematics and Applications, Semnan, Semnan University.
- Turnbull, S. & Wakeman, L. (1991) A quick algorithm for pricing European average options. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 26, 377–389.
- United States Department of Agriculture (USDA). (2015) <www.usda.gov>
- Yahisada, m And Hassannejad, M. (2005) Feasibility Study on Trading Option in Iranian Capital Market. *Message from management*. (17 and 18), 107-85.
- Zhanh, H. (2009) Pricing Asian Options using Monte Carlo Methods. Project Report, Uppsala University.



The Pricing of Asian Options Using Monte Carlo Simulation (Case Study: Soybean Meal)

Maryam Baghestani, Esmaeil Pishbahar, Ghader Dahsti¹

Received: 4 Jan.2017

Accepted:23 Aug.2017

Abstract

The use of new financial instruments, and specifically option contracts, as a tool for risk management and Create Profitability, can help to boom exchanges and reduce the problems of the agricultural sector. Despite price fluctuations of agricultural products, it can be said from a variety of options contracts, an Asian Option can play a more effective part in reducing the risk of these contracts. According to this issue, the aim of this study is to determine the price of Asian Option contract for soybean meal. Monte Carlo simulation method was used to determine the price of Option. Required information includes historical data on the weekly price of soybean meal in the years 2013-16. The results show that this option rather than a simple European Option (*Black-Scholes* model) is cheaper. In addition to the standard Monte Carlo method, the control variates and antithetic variates methods were used to reduce the variance simulation. The results indicate that the control variates in variance reduction Monte Carlo simulation method has a very good performance and significantly reduce the variance.

JEL Classification: G12, G17, G32.

Keywords: Asian Option, Monte Carlo Simulation, Control Variates, Antithetic Variates, Soybean meal.

¹Respectively: Ph.D. Student, Associate Professor and Professor of Agricultural Economics, Faculty of Agriculture, University of Tabriz.
Email: pishbahar@yahoo.com