Archive of SID

فصلنامه‌ی علمی و پژوهشی شریف
بهار ۱۳۸۵، شماره‌ی سی و سوم، ص. ۳۷-۴۳

مدل دوبعدی توزیع آلودگی در رودخانه‌ها در سیستم منحنی‌الخط

میرمصدق جمالی (دانشیار)
دانشکده‌ی مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی شریف

نوشتار حاضر اختصاص دارد به معرفی نرم افزار PDM۲، که مدلی دوبعدی از توزیع آلودگی در رودخانه‌های دارای هندسه متغیر است. نرم‌افزار PDM۲ از قابلیت‌های گوناگونی شامل مدل‌سازی رودخانه با عرض، عمق و مسیر متغیر، تولید شبکه و آماده‌سازی داده‌های اولیه و پردازش نتایج خروجی برای نمایش گرافیکی برخوردار است. فرمول‌بندی مدل در مختصات منحنی‌الخط[۱] بوده و معادله‌ی دوبعدی جابه‌جایی/ انتشار[۲] حاکم با استفاده از روش تفاضل‌های محدود حل می‌شود. گسسته‌سازی معادله‌ی حاکم دارای دقت درجه ۲ در زمان و مکان بوده و به‌طور غیرمشروط پایدار است. با توجه به عدم اطلاع کافی ما نسبت به فیزیک مسئله‌ی اختلاط[۳] و خطاهای زیادی که در روابط پیشنهادی وجود دارند، در مدل از فرضیات ساده‌کننده‌یی استفاده شده است که به‌نحو قابل توجهی حجم داده‌های ورودی را کاهش می‌دهد. تحلیل توزیع آلودگی در نرم‌افزار به‌صورت غیردائمی صورت می‌پذیرد ولی جریان رودخانه دائمی فرض می‌شود. در این نوشتار، فرمول‌بندی و ساختار نرم‌افزار به‌همراه نمونه‌یی از کاربرد آن ارائه می‌شود.

مقدمه

مدل‌های مختلفی برای مدل‌سازی جریان و توزیع آلودگی در محیط‌های رودخانه‌یی و دریاچه توسط مؤسسات تحقیقاتی و تجاری دنیا تهیه شده که درکارهای تحقیقاتی و پروژه‌های مهندسی کاربردی وسیع دارند، که اجمالاً به تعدادی از آنها اشاره می‌شود. سری مدل‌های تجاری MIKE توسط موسسه DHI دانمارک توسعه یافته است که از آن جمله می‌توان به مدل‌های MIKE۲۱ و MIKE۳ اشاره کرد. مدل MIKE۲۱ مدلی دوبعدی در پلان، و MIKE۳ یک مدل سه‌بعدی است که از قابلیت شبیه‌سازی جریان و توزیع آلودگی برخوردارند. روش عددی مورد استفاده در نسخه‌ی جدید این دو مدل روش حجم محدود[۴] است. دو مدل دارای واسط گرافیکی‌اند که از نقاط قوت آنها محسوب می‌شود. شبکه‌بندی را می‌توان به‌صورت نامنظم تعریف، و درنتیجه شرایط هندسی حاکم بر مسئله را با دقت مناسبی شبیه‌سازی کرد. تجربه‌ی مناسبی از کاربرد این دو مدل در داخل کشور وجود دارد. مدل‌های CH۳D مدلی سه‌بعدی است که توسط اداره‌ی مهندسی ارتش آمریکا توسعه یافته و با به‌کارگیری روش اختلاف محدود در سیستم منحنی‌الخط، جریان، حمل رسوب (رسوبات بستر و معلق) و توزیع شوری و حرارت را شبیه‌سازی می‌کند. مدل TRISULA[۱] یک مدل سه‌بعدی هیدرودینامیک و توزیع آلودگی است که توسط مؤسسه‌ی Delft Hydraulics بر مبنای روش‌های عددی تفاضل محدود و حجم محدود تهیه شده است. این مدل اکنون به‌نام DELFT۳D-FLOW شناخته می‌شود و قابلیت شبیه‌سازی هیدرولیک جریان، حمل رسوب و کیفیت آب را در دو و سه بعد دارد. شبکه‌بندی در سیستم منحنی‌الخط تعریف می‌شود و از این جهت امکان شبیه‌سازی مرز با دقت مناسب وجود دارد.

نوشتار حاضر اختصاص دارد به معرفی مدل PDM۲ که مدلی است دوبعدی از توزیع آلودگی در رودخانه‌های دارای هندسه متغیر. نرم‌افزار به زبان فورترن[۵] تهیه شده است[۲] و برای حل عددی معادله‌ی دوبعدی جابه‌جایی /انتشار[۶] در محیط رودخانه‌یی به‌کار می‌رود. آلودگی از نوع اختلاط‌پذیر[۷] با آب فرض می‌شود. فرمول‌بندی نرم‌افزار در دستگاه مختصات منحنی‌الخط است. جریان رودخانه دائمی فرض می‌شود ولی تحلیل توزیع آلودگی در نرم‌افزار به‌صورت غیردائمی صورت می‌پذیرد. داده‌های هیدرودینامیکی مورد نیاز نرم‌افزار شامل عرض و عمق جریان در طول مسیر رودخانه و دبی رودخانه است که ممکن است در طول مسیر رودخانه متغیّر باشند. عمق رودخانه نیز در عرض ثابت فرض می‌شود. نرم‌افزار سرعت متوسط در مقطع رودخانه را در نقاط مختلفِ مسیر بر مبنای این داده‌ها محاسبه می‌کند و با استفاده از الگوی توزیع سرعتی که توسط کاربر مشخص می‌شود، توزیع سرعت در عرض رودخانه را در هر نقطه از مسیر رودخانه به‌دست می‌آورد. نرم‌افزار از مؤلفه‌ی عرضی سرعت صرف‌نظر می‌کند. در ادامه، علل استفاده از یک دستگاه مختصات منحنی‌الخط و فرضیّات انجام‌شده در تهیه‌ی این نرم‌افزار مورد بحث قرار می‌گیرند.

در میان مدل‌های دوبعدی رودخانه‌یی، مدل‌های منحنی‌الخط اگرچه فرمول‌بندی‌شان در مقایسه با انواع مدل‌ها پیچیده‌تر است، از

www.SID.ir

Archive of SID

قابلیت‌های بالاتری برای استفاده در مسائل رودخانه‌یی برخوردارند. به‌همین دلیل، این دستگاه مختصات مبنای کار نرم‌افزار PDM۲ قرار گرفت. از این جهت مدل حاضر و نرم‌افزار TRISULA[۱] و CH۳D به‌هم شبیه‌اند.

مقدار حجم داده‌های ورودیِ مورد نیازِ یک مدل سه‌بعدی، در مقایسه با مدل‌های دوبعدی، به‌طرز قابل ملاحظه‌یی بیشتر است و نیز اجرای این مدل‌های سه‌بعدی نیاز به هزینه و صرف وقت زیادی دارد. در یک رودخانه اختلاط آلودگی در جهت قائم معمولاً در فاصله‌ی کوتاهی از نقطه‌ی تخلیه کامل می‌شود و از این‌رو استفاده از یک مدل دوبعدی برای مناطق خارج از این محدوده کاملاً مطلوب و مقرون به صرفه است. نکته‌ی مهم دیگر که باید به آن توجه شود این است که لزوماً استفاده از مدل‌های پیچیده تحلیل توزیع آلودگی، به نتایجِ با دقتِ بالاتر منجر نمی‌شود. علت این امر عدم آگاهیِ کافی ما نسبت به فیزیکِ مسئله‌ی اختلاط و خطاهای زیادی است که در روابط پیشنهادی وجود دارند. روابط پیشنهادی برای ضرایب انتشار معمولاً به‌علت پراکندگی داده‌های آزمایشگاهی و صحرایی از خطاهای زیادی برخوردارند. مثلاً روابط معمولِ مورد استفاده در ضریب اختلاط عرضی در رودخانه ممکن است تا ۵۰٪ خطا داشته باشد و بالطبع تا زمانی‌که رابطه‌ی دقیق‌تری برای ضریب اختلاط عرضی ــ که مهم‌ترین فرایند اختلاط در رودخانه است ــ یافت نشود، صرف‌نظر از پیچیدگی[۸] مدل نتایج خروجی دقت بالایی ندارند و خطای تا حدود ۵۰٪ در نتایج خروجی امری غیرمعمول نیست.[۳]

در تدوین نرم‌افزار PDM۲ سعی بر این بوده که اولاً با توجه به خطاهای موجود در روابط مورد استفاده مدل عددی فیزیک مسئله را به‌نحو مطلوب مدل‌سازی کند، ثانیاً به‌منظور اجرای سریع مدل، آماده‌سازی داده‌های ورودی با سهولت انجام پذیرد. بدین‌منظور در نرم‌افزار PDM۲ از فرضیات ساده‌کننده‌یی استفاده شده است که تأثیر چندانی در خطاهای نتایج خروجی ندارند ولی به‌نحو چشم‌گیری حجم داده‌های ورودی را کاهش می‌دهند. عمده‌ترین این فرضیات عبارت‌اند از: ثابت بودن عمق رودخانه در عرض و چشم‌پوشی از جریانات عرضی. اثرات جریانات عرضی در روابط مربوط به ضریب اختلاط عرضی ملحوظ شده‌اند و معمول است که برای در نظر گرفتن اثرات بیشتر جریانات عرضی و ثانویه در خم‌ها، ضریب انتشار عرضی در خم‌ها افزایش داده شود. نرم‌افزار PDM۲ برای پذیرش رودخانه با جریانات عرضی و عمق متغّیر در جهت عرض قابل گسترش است.

قابلیت‌های نرم‌افزار PDM۲ به اختصار عبارت‌اند از: استفاده از مختصات منحنی‌الخط، تولید شبکه‌ی اتوماتیک، سهولت آماده کردن داده‌های ورودی، استفاده از یک الگوریتم حل عددی کارآمد و امکان نمایش گرافیکی داده‌های ورودی و نتایج خروجی با کمک نرم‌افزار Tecplot. استفاده از دستگاه مختصات منحنی‌الخط موجب کارایی بالای نرم‌افزار شامل صرفه‌جویی در زمان اجرا و حافظه‌ی مورد نیاز و ساده شدن معادله‌ی حاکم همراه با دقت بالا می‌شود. برای حل عددی معادله‌ی حاکم از الگوریتم کارآمدی استفاده می‌شود که از دقت درجه ۲ در زمان و مکان، و پایداری غیرمشروط[۹] برخوردار باشد.

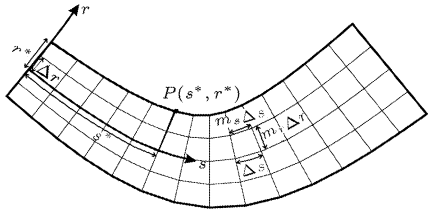
در قسمت‌های بعدی، با بحث پیرامون فرمول‌بندی مدل PDM۲ نسبت به تشریح مثال‌های حل شده اقدام می‌شود و سپس پیشنهاداتی برای پژوهش‌های آتی ارائه می‌شود.

مختصات منحنی‌الخط نرم‌افزار PDM۲

دستگاه مختصات $(s-r)$ منحنی‌الخط در شکل ۱ ارائه شده است. محور s منطبق بر محور میانی[۱۰] رودخانه است و مرکز مختصات در مقطع ورودی رودخانه قرار دارد. در این دستگاه مختصات، خانواده خطوط با مقدار r ثابت (منحنی‌های طولی) بر خانواده خطوط با s ثابت (منحنی‌های عرضی[۱۱]) عمودند. مختصات r^* و s^* نقطه‌ی دلخواه p از رودخانه مطابق شکل ۱ تعریف می‌شود. s^* عبارت است از فاصله‌ی مرکز مختصات تا محل تلاقی محور s با هر منحنی عرضی که از نقطه‌ی p می‌گذرد، و نیز r^* عبارت است از فاصله‌ی مرکز مختصات تا محل تلاقی محور r با هر منحنی طولی که از نقطه‌ی p می‌گذرد. در نرم‌افزار PDM۲ فرض می‌شود که دو کناره‌ی رودخانه بر دو منحنی طولی بالا و پایین منطبق است؛ یعنی $r = W_1/2$ و $r = -W_1/2$ که در آن، W_1 عرض رودخانه در مقطع ورودی رودخانه ($s = 0$) است.

فرمول‌بندی تولید شبکه در نرم‌افزار PDM۲

در نرم‌افزار PDM۲، با انجام عملیات برازاندن منحنی[۱۲] روی نقاط اولیه‌ی داده شده از مسیر رودخانه، هندسه و مسیر رودخانه به‌طور هموار تولید شده و سپس اقدام به تولید شبکه‌ی عددی در مختصات $(s-r)$ می‌شود. رودخانه‌ی شکل ۲ را در نظر بگیرید. نرم‌افزار برای تعیین هندسه‌ی مسئله، به مختصات (x,z) تعدادی از نقاطِ مسیر رودخانه نیاز دارد که توسط کاربر مشخص می‌شوند. این نقاط اولیه باید به‌گونه‌یی انتخاب شوند که مسیر رودخانه همراه با پیچ و خم‌های

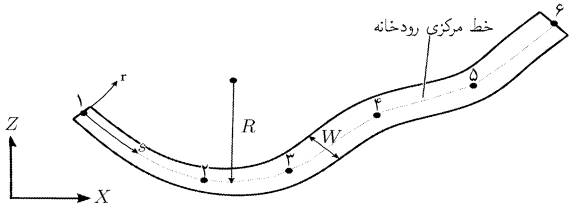


شکل ۱. دستگاه مختصات (s,r) منحنی‌الخط.

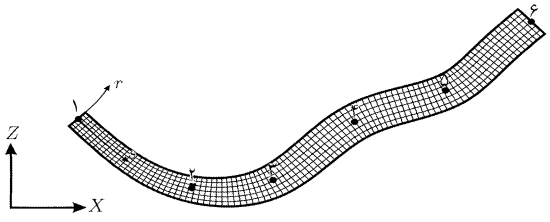
www.SID.ir

Archive of SID

آن با دقت خوبی توسط این نقاط تقریب زده شوند. در شکل ۲ نقاط ۱ تا ۶ روی خط میانی رودخانه برای این منظور انتخاب شده‌اند. به‌همراه مختصات (x-z) نقاط انتخابی، عرض W، عمق متوسط h، ضریب انتشار طولی k_s و ضریب انتشار عرضی k_r در این مقاطع به‌صورت ورودی به نرم‌افزار داده می‌شود. با داشتن این نقاط نرم‌افزار با استفاده از منحنی‌های درون‌یابی اسپلاین درجه۳[۱۳] هندسه رودخانه در تمام نقاط مسیر را درون‌یابی می‌کند. جزئیات تفضیلی برازاندن منحنی توسط منحنی‌های اسپلاین در دسترس است.[۴] براساس این برازش منحنی، شعاع مسیر R در هر نقطه از مسیر قابل محاسبه و تابعی پیوسته از s است. قابلیت محاسبه‌ی شعاع مسیر یکی از مزایای استفاده از درون‌یابی اسپلاین درجه ۳ است. بعد از یافتن منحنی مسیر رودخانه (خط میانی رودخانه) عملیات درون‌یابی اسپلاین درجه ۳ به‌طور مشابه روی متغیرهای k_r, R, h, W و k_s انجام می‌شود و بدین ترتیب مقدار این پارامترها در هر نقطه از مسیر رودخانه محاسبه می‌شود. در شکل ۳ خط میانی رودخانه $(r = o)$ و عرض رودخانه براساس درون‌یابی مذکور محاسبه شده‌اند و چنان که مشاهده می‌شود بعد از انجام عملیات درون‌یابی هندسه به دست آمده از رودخانه هموار بوده و از نقاط ابتدایی ۱ الی ۶ نیز می‌گذرد. بعد از انجام عملیات درون‌یابی، نرم‌افزار براساس تعداد نقاط شبکه‌ی عددی در جهت r و s که توسط کاربر مشخص می‌شود، اقدام به تولید شبکه‌ی نقاط می‌کند. با فرض این‌که تعداد نقاط شبکه در جهت s مساوی با N و در جهت r مساوی با M باشد، تقسیم‌بندی محیط رودخانه در مختصات مجازی $s-r$ منجر به یک شبکه‌بندی با $\Delta s =$ طول رودخانه $/(N-1)$ و $\Delta r = W_1/(M-1)$ می‌شود. در شکل ۳، شبکه‌بندی نقاط به‌دست آمده از این روش برای رودخانه‌ی شکل ۲ نمایش داده شده است.



شکل ۲. رودخانه و نقاط اولیه برای تعریف مسیر.



شکل ۳. شبکه‌بندی رودخانه.

حل عددی معادله‌ی انتشار ــ جابه‌جایی افقی[۱۴] در مختصات منحنی‌الخط

معادله‌ی حاکم بر توزیع آلودگی رودخانه در دو بعد عبارت است از:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u\frac{\partial C}{\partial x} + w\frac{\partial C}{\partial z} = \frac{1}{h}\frac{\partial}{\partial x}(k_x h\frac{\partial C}{\partial x}) + \frac{1}{h}\frac{\partial}{\partial z}(k_z h\frac{\partial C}{\partial z}) \qquad (1)$$

که در آن C غلظت میانگین حجمی مواد در عمق، w و u میانگین سرعت‌های افقی در عمق، h ارتفاع آب، و k_x و k_z به‌ترتیب ضرایب انتشار طولی[۱۵] و عرضی[۱۶]اند. این معادله در مختصات منحنی‌الخط به‌صورت رابطه‌ی ۲ نوشته می‌شود:[۵و۶]

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{v_r}{m_r}\frac{\partial C}{\partial r} + \frac{v_s}{m_s}\frac{\partial C}{\partial s} = \frac{1}{h m_s m_r}\left[\frac{\partial}{\partial s}\left(\frac{m_r}{m_s}hk_s\frac{\partial C}{\partial s}\right) + \frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{m_s}{m_r}hk_r\frac{\partial C}{\partial r}\right) + f(s,r,t)\right] \qquad (2)$$

که در آن v_r و v_s مؤلفه‌های سرعت در هر نقطه از رودخانه در راستای خطوط عرضی و طولی مربوطه‌اند و پارامترهای هندسی m_s و m_r در شکل ۱ از طریق روابط ۳ محاسبه می‌شوند:

$$m_r = \frac{W}{W_1} \qquad \text{و} \qquad m_s = \frac{R - r(W/W_1)}{R} \qquad (3)$$

که در آن W_1 عرض رودخانه در مقطع ورودی، W و R به‌ترتیب عرض و شعاع مسیر در مقطع مورد نظر، و r مختص r نقطه مزبور هستند. وقتی که در راستای s پیش رویم، مقدار R برای حالت تعقر بطرف بالا مثبت و برای حالت تعقر به‌طرف پایین منفی فرض می‌شود. در رابطه‌ی ۲ تابع $f(s,r,t)$ نشانگر مقدار حجم آلودگی ورودی بر واحد سطح رودخانه در واحد زمان نقطه (s,r) رودخانه است. مقادیر ضرایب انتشار ممکن است توسط نرم‌افزار و یا کاربر تعیین شوند. (روابط مربوطه قابل دست‌یابی‌اند.[۲])

با توجه به اینکه جریان آب در داخل رودخانه دائمی فرض می‌شود و جریان رودخانه عمدتاً در راستای محور طولی است، نرم‌افزار برای محاسبه‌ی v_r و v_s از روابط ۴ استفاده می‌کند:

$$v_r = 0 \qquad , \qquad v_s = \bar{u}.p(r) \qquad (4)$$

که در آن $\bar{u} = Q/(Wh)$ سرعت میانگین در مقطع، Q دبی رودخانه و

$$p(r) = \frac{(a+b+1)!}{a!b!}\left(\frac{\xi}{W_1}\right)^a\left(1-\frac{\xi}{W_1}\right)^b \qquad (5)$$

www.SID.ir

Archive of SID

در رابطه‌ی ۵، $\xi = r + W_1/2$ و پارامترهای a و b اعداد صحیح غیر صفرند که توسط کاربر مشخص می‌شوند. با تغییر اعداد a و b، توزیع‌های سرعت متنوعی به‌دست می‌آید. شکل ۴ توزیع سرعت به‌ازای a و b های مختلف را به نمایش می‌گذارد. $a = b = 0$ و $a = b = 1$ به ترتیب متناظر با توزیع سرعت یکنواخت و سهمی شکل‌اند. توزیع سرعت مشخص شده برای تمام مسیر رودخانه یکسان در نظر گرفته می‌شود.

معادله‌ی ۲ تحت شرایط اولیه و مرزی مناسب قابل حل است. شرط اولیه عبارت است از توزیع C در رودخانه در زمان $t = 0$ که توسط کاربر مشخص می‌شود. شرط مرزی در کناره‌ها عبارت است از:

$$\frac{\partial C}{\partial r} = 0 \qquad : r = \pm\frac{W_1}{2} \qquad \text{روی} \qquad (6)$$

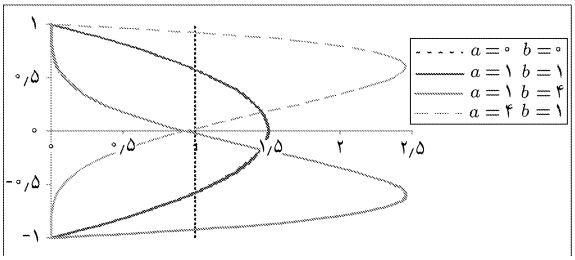
و ممکن است در دو مقطع ابتدایی و انتهایی رودخانه شرط مرزی به یکی از دو صورت

$$C(r) = \bar{C}(r) \qquad \text{شرط مرزی دیریکله}^{17} \qquad (7)$$

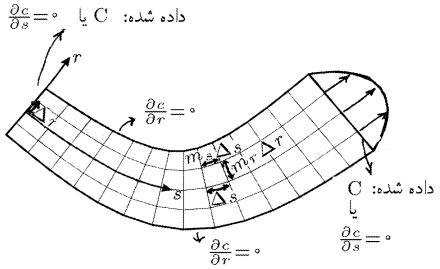
$$\frac{\partial C}{\partial s} = 0 \qquad \text{شرط مرزی نویمان} \qquad (8)$$

باشد. توصیه می‌شود شرط مرزی در بالا دست رودخانه به‌صورت رابطه‌ی (۷) باشد. در پایین دست رودخانه از شرط ۸ نیز می‌توان استفاده کرد. این شروط مرزی در شکل ۵ نمایش داده شده‌اند. برای گسسته‌سازی عددی معادله‌ی ۲ و شروط اولیه و مرزی مربوطه از روش کرنک ــ نیکلسون[18] که دارای دقت درجه ۲ در زمان و مکان است و به‌طور غیر مشروط پایدار است استفاده می‌شود. گسسته‌سازی معادله‌ی ۲ براساس روش مذکور به معادله‌ی تفاضل محدود ۹ منجر می‌شود که در آن $C^n_{i,j}$، غلظت در گره (i,j) در گام زمانی n است (شکل ۶).

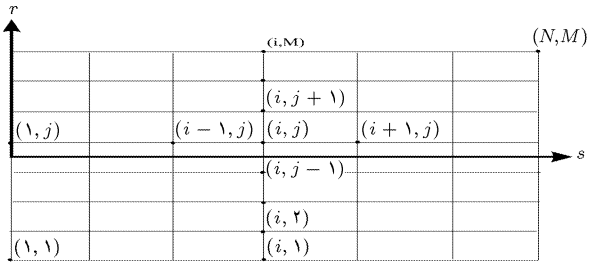
$$\frac{C^{n+1}_{i,j} - C^n_{i,j}}{\Delta t} + \frac{1}{2}L_{rr}\left[C^{n+1}_{i,j}\right] + \frac{1}{2}L_{ss}\left[C^{n+1}_{i,j}\right] + \frac{1}{2}L_{rr}\left[C^n_{i,j}\right] + \frac{1}{2}L_{ss}\left[C^n_{i,j}\right] = \frac{1}{2(hm_sm_r)_{i,j}}\left(f^{n+1}_{i,j} + f^n_{i,j}\right) \qquad (9)$$



شکل ۴. توزیع سرعت به‌ازای a و bهای مختلف.



شکل ۵. پارامترهای هندسی و شرایط مرزی در مختصات منحنی‌الخط.



شکل ۶. شماره‌گذاری نقاط در دستگاه مختصات $r - s$.

و اپراتورهای L_{rr} و L_{ss} عبارت‌اند از:

$$L_{rr}\left[C^n_{i,j}\right] = \frac{(v_r)_{i,j}}{(m_r)_{i,j}}\frac{C^n_{i,j+1} - C^n_{i,j-1}}{2\Delta r} - \frac{1}{(hm_sm_r)_{i,j}}\left[\left(\frac{m_shk_r}{m_r}\right)_{i,j}\frac{C^n_{i,j+1} - 2C^n_{i,j} + C^n_{i,j-1}}{\Delta r^2} + \frac{\left(\frac{m_shk_r}{m_r}\right)_{i,j+1} - \left(\frac{m_shk_r}{m_r}\right)_{i,j-1}}{2\Delta r}\frac{C^n_{i,j+1} - C^n_{i,j-1}}{2\Delta r}\right] \qquad (10)$$

$$L_{ss}\left[C^n_{i,j}\right] = \left(\frac{v_s}{m_s}\right)_{i,j}\frac{C^n_{i+1,j} - C^n_{i-1,j}}{2\Delta s} - \frac{1}{(hm_sm_r)_{i,j}}\left[\left(\frac{m_rhk_s}{m_s}\right)_{i,j}\frac{C^n_{i+1,j} - 2C^n_{i,j} + C^n_{i-1,j}}{\Delta s^2} + \frac{\left(\frac{m_rhk_s}{m_s}\right)_{i+1,j} - \left(\frac{m_rhk_s}{m_s}\right)_{i-1,j}}{2\Delta s}\frac{C^n_{i+1,j} - C^n_{i-1,j}}{2\Delta s}\right] \qquad (11)$$

چنان‌که در شکل ۶ نمایش داده شده، درگسسته‌سازی معادله‌ی انتشار ـ جابه‌جایی افقی در نقطه‌ی (i,j) چهار نقطه‌ی مجاور نقطه‌ی مزبور نیز در معادله‌ی گسسته‌ی حاصل ظاهر می‌شوند. نوشتن معادله‌ی گسسته‌ی شماره ۹ برای بقیه گره‌ها منجر به یک دستگاه معادلات خطی می‌شود که در آن مقدار $C^{n+1}_{i,j}$ها (غلظت در زمان n+۱) مجهولات مسئله را تشکیل می‌دهند. ماتریس ضرایب این دستگاه معادلات بسیار

www.SID.ir

Archive of SID

تُنک[19] (کم‌پشت) است؛ به‌عبارت دیگر، ماتریس ضرایب آن مؤلفه‌های صفر زیادی دارد و مؤلفه‌های غیر صفر آن از قطر اصلی ماتریس فاصله‌ی زیادی دارند. در نرم‌افزار PDM ۲ برای حل دستگاه معادلات مذکور، از روش کارآمدِ جداسازی دومرحله‌یی[20] استفاده می‌شود.[۷] که جزئیات حل آن توسط این روش در برخی منابع در دسترس است.[۲]

صحت‌سنجی مدل

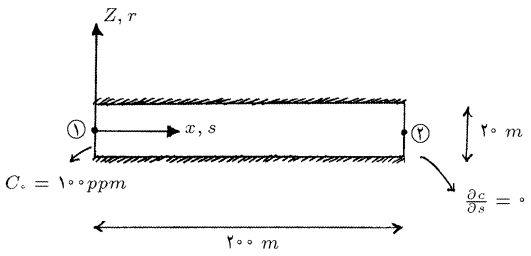
رودخانه‌ی شکل ۷ را در نظر بگیرید که جریانی در آن وجود ندارد. در ابتدای شبیه‌سازی، در طول ۲۰۰ متری رودخانه آلودگی وجود ندارد ولی بعد از آن از مرز چپ رودخانه آلودگی به‌داخل رودخانه نشت می‌یابد. درکل زمان شبیه‌سازی که مدت ۲ ساعت است، غلظت آلودگی در مرز سمت چپ به‌طور ثابت ppm ۱۰۰ است. مقطع رودخانه یکنواخت و به عمق متوسط 5m است. ضرایب k_r و k_s در طول رودخانه ثابت و مساوی $0.5\ m^2/s$ فرض می‌شوند. با توجه به تقارن مسئله حول محور x ، انتظار می‌رود جواب مسئله تنها تابعی از x باشد. توزیع سرعت در مقطع رودخانه سهمی فرض می‌شود و بنابراین $a = b = 1$.

چنان‌که از شکل برمی‌آید، دستگاه‌های $x - z$ و $s - r$ بر هم منطبق‌اند. برای تعریف مسیر رودخانه تنها از دو نقطه‌ی ابتدایی و انتهایی رودخانه استفاده می‌شود. با توجه به عدم آگاهی از مقدار C در مرز راست، شرط مرزی $\partial C/\partial s = 0$ برای آن فرض می‌شود. همچنین برای انجام شبکه‌بندی، محیط رودخانه به ۱۱ قسمت در جهت طول و ۳ قسمت در عرض تقسیم می‌شود.

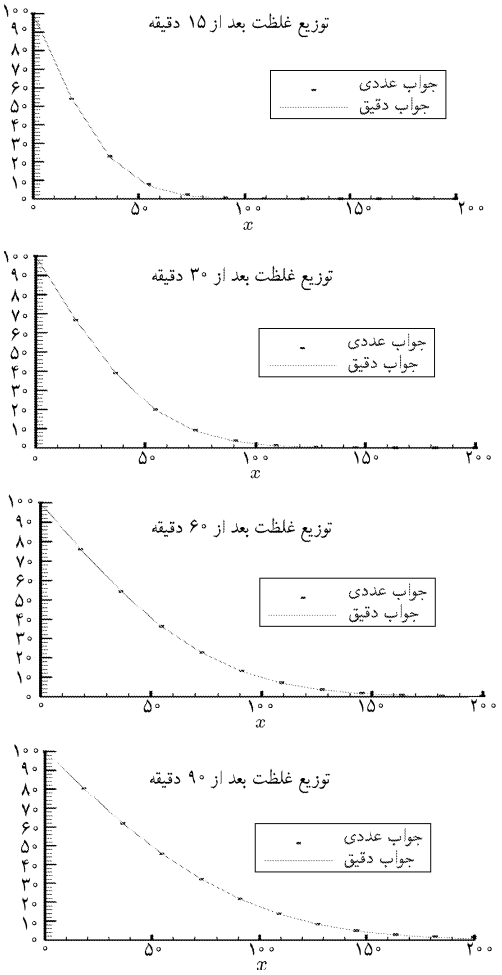
جواب تحلیلی مسئله عبارت است از:[۳]

$$C(x) = C_0\left(1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{x/\sqrt{4kt}} \exp(-\xi^2)d\xi\right) \qquad (۱۲)$$

که در آن $C_0 = 100$ ppm و $k = k_s = k_p$. باید توجه داشت که جواب تحلیلی بالا برای شرط مرزی راست بی‌نهایت $C(x = \infty) = 0$ است ولی عملاً با توجه به مقدار اندک غلظت مواد در مرز راست، این شرط مرزی با دقت بالا متناظر با شرط مرزی واقعی $\partial C/\partial x = 0$ است. گراف‌های نشان داده شده در شکل ۸ نتایج عددی را با جواب تحلیلی در



شکل ۷. نمای مسئله در مثال ۱.



شکل ۸. مقایسه نتایج عددی با جواب تحلیل در مثال ۱.

زمان‌های مختلفِ شبیه‌سازی مقایسه می‌کند. چنان‌که مشاهده می‌شود، نتایج عددی با دقت بالایی بر جواب تحلیلی منطبق‌اند.

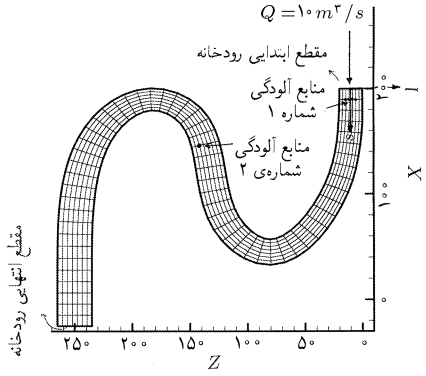
مسئله‌ی نمونه

این مثال برای آشنایی بیشتر با فایل‌های ورودی و همچنین با قابلیت‌های نرم‌افزار طرح می‌شود. رودخانه‌ی فرضیِ شکل ۹ را در نظر بگیرید. مقطع این رودخانه متغیر است و دبی $10\ m^3/s$ از آن عبور می‌کند. ضرایب پراکندگی k_r و k_s در طول رودخانه ثابت و به‌ترتیب مساوی با $4\ m^2/s$ و $1\ m^2/s$ فرض می‌شوند. لازم به تذکر است که ضریب پراکندگی عرضی معمولاً در خم‌های رودخانه‌یی افزایش می‌یابد، ولی برای این مسئله، که صرفاً جنبه‌ی آشنایی با نرم‌افزار دارد، از این اثرات صرف‌نظر می‌شود. برای تعریف مسیر رودخانه از ۹ نقطه استفاده می‌شود و توزیع سرعت در مقطع رودخانه سهمی در نظر گرفته می‌شود.

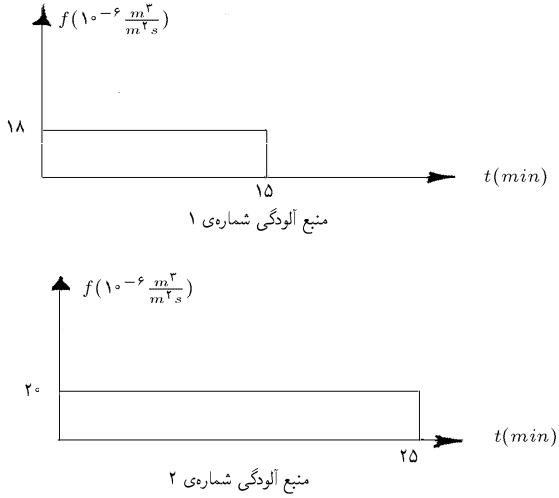
برای تولید شبکه فرض می‌شود که طول رودخانه دارای ۶۰ گره

www.SID.ir

Archive of SID



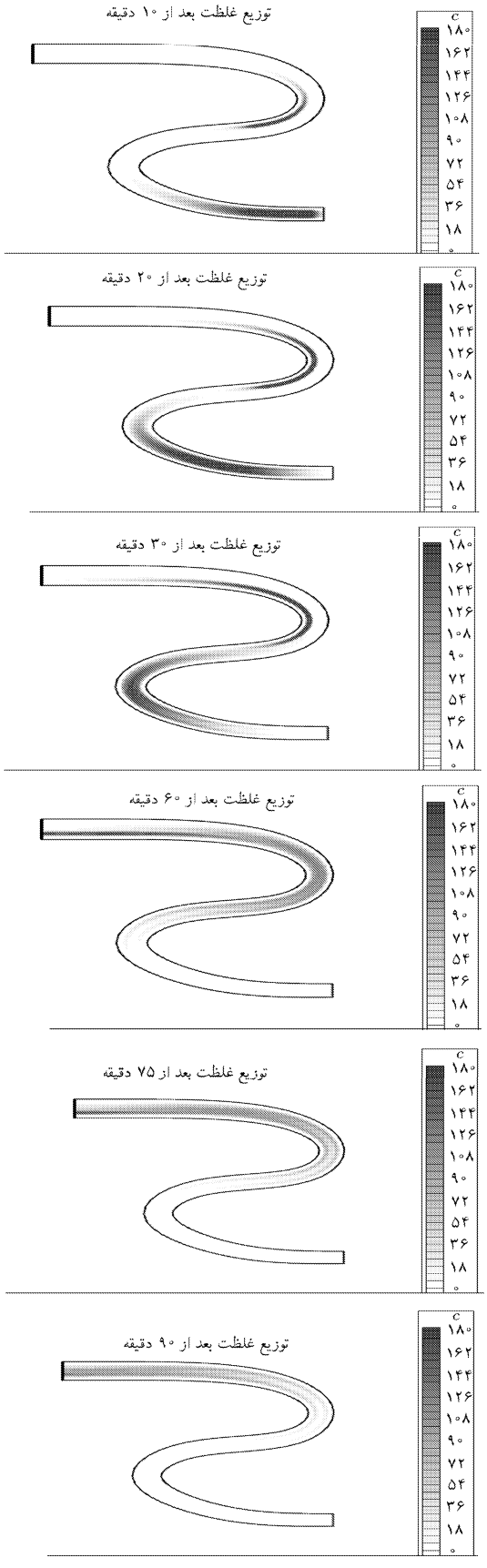
شکل ۹. نمای رودخانه و شبکه‌بندی در مسئله ۲.



شکل ۱۰. تغییرات ورود آلودگی در نقاط ۱ و ۲ در مسئله ۲.

و عرض آن دارای ۸ گره است. شبکه‌بندی تولیدشده توسط نرم‌افزار در شکل ۹ نشان داده شده است، و چنان‌که ملاحظه می‌شود خطوط طولی و عرضی تولید شده بر هم عمودند. در زمان شروع شبیه‌سازی چنین فرض می‌شود که سیستم فاقد هر نوع آلودگی است. شرط مرزی در مقطع ابتدایی ۰ =C و در مقطع انتهایی $\partial C/\partial s = ۰$ فرض می‌شود. محورهای مختصات $s - r$ نیز در شکل ۷ نشان داده شده‌اند. همچنین فرض می‌شود که منابع آلودگی در دو نقطه از رودخانه به‌صورت مقطعی آلودگی وارد رودخانه می‌کند. تغییرات ورود آلودگی (مقدار fدر هر گروه) از هر منبع مطابق شکل ۱۰ فرض می‌شود، و شبیه‌سازی برای مدت ۱۵۰ دقیقه از زمان t=۰ انجام می‌پذیرد.

نتایج خروجی تحلیل عددی با کمک نرم‌افزار Tecplot به‌صورت گرافیکی در شکل ۱۱ نشان داده شده‌اند. در این شکل توزیع غلظت در رودخانه در زمان‌های ′۹۰ و ′۷۵ و ′۶۰ و ′۳۰ و ′۲۰ و ′۱۰ $t =$ بعد از شروع شبیه‌سازی نشان داده شده است. همان‌طورکه مشاهده می‌شود، وجود توزیع سرعت غیر یکنواخت و اختلاط عرضی و طولی موجب پخش آلودگی در رودخانه شده است. همچنین در شکل دنباله‌یی از ابر



شکل ۱۱. تغییرات توزیع آلودگی با زمان در مثال ۲.

www.SID.ir

Archive of SID

آلودگی، حتی پس ازگذشت ۶۵ دقیقه از پایان تخلیه در داخل رودخانه، مشاهده می‌شود. وجود چنین دنباله‌هایی در مطالعات صحرایی تایید شده است.[۸]

نتیجه‌گیری

در این نوشتار مراحل تهیه‌ی مدل دوبعدی پخش آلودگی PDM۲ شرح داده شد. این مدل که برای تحلیل پخش آلودگی در رودخانه‌ها با هندسه‌ی متغیر تهیه شده است، دارای قابلیت‌های گوناگونی شامل مدل‌سازی رودخانه با عرض و عمق متغیر، تولید شبکه و آماده‌سازی داده‌های اولیه، و پردازش نتایج خروجی برای نمایش گرافیکی است. در تدوین نرم‌افزار PDM۲ سعی بر این بوده که اولاً با توجه به خطاهایی که در روابط مورد استفاده وجود دارد، مدل عددی فیزیک مسئله را به‌نحو مطلوب مدل‌سازی کند و ثانیاً به‌منظور اجرای سریع مدل، آماده‌سازی داده‌های ورودی با سهولت انجام پذیرد. نرم‌افزار PDM۲ قابل گسترش است. بدین‌منظور موارد زیر برای پژوهش‌های آتی پیشنهاد می‌شوند:

۱. تغییر نرم‌افزار برای پذیرش تغییرات عمق در عرض رودخانه.

۲. تغییر نرم‌افزار برای پذیرش توزیع سرعت دوبعدی در رودخانه دائمی یا غیردائمی از یک مدل هیدرودینامیک دو بعدی.

۳. اضافه کردن مدل هیدرودینامیکی به مدل فعلی.

۴. بهبود روابط مورد استفاده در مدل برای ضرایب اختلاط براساس پژوهش‌های نو.

پانوشت

1. curvilinear
2. advection-dispersion
3. mixing
4. finite volume
5. FORTRAN
6. advection-dispersion
7. miscible
8. sophistication
9. unconditionally stable
10. centerline
11. transverse curves
12. curve fitting
13. cubic Spline interpolation function
14. advection-diffusion
15. longitudinal dispersion coefficient
16. transverse dispersion coefficient
17. dirichlet boundary condition
18. Crank-Nicolson
19. sparse
20. two-stage sorting

منابع

۲. جمالی، میرمصدق. «پخش پساب‌های آلاینده در رودخانه‌ها»، گزارش طرح پژوهش کاربردی شماره WRE۳-۷۸۴۳۳ سازمان مدیریت منابع آب، وزارت نیرو (۱۳۸۰).

1. Stelling, G. S., On The Construction of Computational Methods for Shallow Water Flow Problems, Rijkswaterstaat, Hague (1984).

3. Fischer, H. B., List, E. J., Koh, R. C. Y., Imberger, J. and Brooks, N. H., Mixing in Inland and Coastal Waters, Academic Press, New York (1979).

4. Numerical Recipes is Fortran, Cambridge University press, (1992).

5. Rutherford, J. C., River Mixing, John wiley & sons, England (1994).

6. Yotsukura, N., "Derivation of solute – transport equations for a turbulent natural – channel Flow", *J. Research U.S. Geological Survey,* **5** (3), pp. 277-284 (1977).

7. Fletcher, C. A. J., Computational Techniques for fluid Dynamics, Springer-Verlag, Berlin (1988).

8. Hunt, B. "Dispersion model for mountain streams". *J. Hydr. Engrg., ASCE,* **125** (2), pp.99-105 (1999).

www.SID.ir