فصلنامه‌ی علمی و پژوهشی شریف
بهار ۱۳۸۶، شماره‌ی سی و هفتم، ص. ۱۸۱-۱۸۷، (یادداشت فنّی)

# بررسی امکان استفاده از شبکه‌های عصبی مصنوعی در مسائل هدایت معکوس

فرشاد کوثری (دانشیار)
پردیس فنی - دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه تهران
مرتضی محمدظاهری (مربی)
دانشگاه آزاد اسلامی، واحد سمنان
سعید ایران‌نو (کارشناس ارشد)
پردیس فنی - دانشکده‌ی مهندسی مکانیک، دانشگاه تهران

در حال حاضر برای تخمین تابع شار گرمایی وارده به یک سطح، با استفاده از دماهای اندازه‌گیری شده، از روش‌هایی با نام کلی «هدایت معکوس» استفاده می‌شود، که معمولاً نسبت به روش مستقیم محاسبه‌ی دما با داشتن شار پایداری کم‌تری دارند و زمان بر هستند. در این نوشتار سعی بر آن است تا با ساختن یک شبکه‌ی عصبی مصنوعی و یاددهی نتایج آزمایش یا محاسبات مستقیم به آن، شبکه‌ی عصبی چنان آموزش ببیند که مانند روش‌های معمول هدایت معکوس بتواند با داشتنِ دما در چند زمان متوالی، تابع شار را تخمین بزند. نتایج به دست آمده، به خصوص با دورتر شدن حساسه‌ی دما از سطح فعال، به‌لحاظ سرعت و دقت محاسبات کاملاً قابل توجه است.

## مقدمه

مسائل انتقال حرارت هدایتی به دو دسته‌ی کلی تقسیم می‌شوند: مسائل مستقیم و مسائل معکوس. مسائل مستقیم عموماً هندسه، خواص فیزیکی و شرایط اولیه و مرزی (از نوع شار گرمایی) را دربرمی‌گیرد و هدف آن یافتن دما در محدوده‌ی حل است. حل این گونه مسائل معمولاً با دقت و پایداری کافی میسر است؛ بدین معنی که خطای وارده در شرایط مرزی، خطایی هم‌مقیاس با خود در دمای محاسبه شده ایجاد می‌کند. اما مسائل معکوس شامل بعضی از مشخصات ذکر شده (معمولاً شار گرمایی) نمی‌شود ولی دماهای اندازه‌گیری شده در دست است. در این گونه مسائل که از لحاظ ریاضی در رده‌ی «بدوضع[1]» طبقه‌بندی می‌شوند، وجود هرگونه خطای تصادفیِ اجتناب‌ناپذیر در اندازه‌گیری دما، باعث بزرگ‌نمایی[2] خطای تخمین می‌شود. یکی ازمهم‌ترین مسائل معکوس تعیین تابع شار وارده به جسم از روی دماهای اندازه‌گیری شده است. به‌طور کلی می‌توان گفت که در روش‌های معکوس، تابع خطایی که براساس اختلاف دمای محاسباتی و اندازه‌گیری تعریف می‌شود، کمینه‌یابی و بر این اساس، پارامتر مجهول تخمین زده می‌شود. معروف‌ترین روش‌های کلاسیک هدایت گرمایی معکوس عبارت‌اند از روش مرتب‌سازی تیخونوف[3][1]، روش تخمین متوالی توابع[4][2] و روش گرادیان مزدوج[5].[3]

از آنجا که شبکه‌های عصبی مصنوعی برای یادگیری روابط حاکم بر متغیرها یا مدل‌سازی به کار می‌روند، چنین به نظر می‌رسد که بتوان برای به دست آوردن تابع شار گرمایی وارده به یک جسم از روی دمای آن (دمای لحظه کنونی ولحظات بعد)، از این شبکه‌ها استفاده کرد. در یک نمونه‌ی ثبت شده برای استفاده از شبکه‌ی عصبی در هدایت معکوس،[4] مسئله‌ی پاشش آب روی یک صفحه داغ بررسی شده است. آنچه در این نمونه عملاً انجام شده، تخمین ضریب انتقال حرارت[6] است نه تابع شار. در پژوهش مذکور، از ۲۰۰ سری داده‌های آموزشی نزدیک و تقریباً هم‌شکلِ تابع موردِ تخمین و اطلاعات ۵۰ لحظه (به‌فاصله‌ی ۰٫۱ ثانیه) قبل استفاده شده است. یاددهی نیز به روش گرادیان بوده که به‌خصوص برای یادگیری مدل‌های بدوضع و ناجور که ماهیت فیزیکی مستقیم ندارند، بسیار ضعیف است. در نوشتار حاضر برای تخمین تابع شار تنها از ۲ سری (و در یک مورد از ۳ سری) داده‌ی آموزشی و از اطلاعات ۲ یا ۱ لحظه‌ی قبل استفاده شده است.

## معرفی روش

معادله‌ی حاکم بر مسائل انتقال حرارت هدایتی عبارت است از:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t} \qquad (1)$$

که به‌سادگی قابل حل است. حل این معادله‌ی دینامیکی و وابسته به زمان، با داشتن شرایط اولیه (دمای اولیه) و مرزی (شار حرارتی

Archive of SID

www.SID.ir

وارده) اصطلاحاً «حل مستقیم» نامیده می‌شود که حاصل آن به دست آوردن «دما» خواهد بود. در صورت ثابت و مشخص بودن مشخصات فیزیکی سیستم و دمای اولیه، دما تابعی از شرایط مرزی (شار حرارتی) است و حل معادله‌ی ۱ منجر خواهد شد به:

$$T = G(q) \qquad (۲)$$

که در آن $q$ شار حرارتی و $T$ دما است. اما لازم به ذکر است که اصولاً در این نوشتار هدف، حل معادله‌ی ۱ یا مدل‌سازی به قصد تخمین دما (یافتن تابع $G$) نیست. در این پژوهش نتیجه‌ی حل معادله‌ی ۱ (کمیت دما) موجود، و قابل اندازه‌گیری است و آنچه مجهول است شرایط مرزی (شار حرارتی وارده) است. مسئله‌ی مورد بررسی، تخمین شار حرارتی وارده بر سیستم (مثلاً یک تیغه فلزی) با کمک دماهای اندازه‌گیری شده، و یا به دست آوردن تابع $F$ در رابطه‌ی:

$$q = F(T) \qquad (۳)$$

است که بسیار پیچیده و غیر قابل ساده‌سازی به یک معادله‌ی دیفرانسیل است. این مسئله یکی از مسائل تخمین تابع شار از نوع هدایتِ حرارتی معکوس است که حل آن بر خلاف مدل‌سازی مستقیم یا حل معادله‌ی ۱ با استفاده از روش‌های کلاسیک مشکل و کم‌دقت است. روش کلی مورد استفاده، تزریق اطلاعاتِ «شار ـ دما» حاصل از آزمایش یا روش مستقیم به شبکه‌ی عصبی، به‌صورت معکوس است، به‌طوری که دما (خروجی آزمایش یا محاسباتِ روش مستقیم) به‌عنوان ورودی شبکه‌ی عصبی و شار (ورودی آزمایش یا محاسباتِ روش مستقیم) به عنوان خروجی شبکه منظور شوند. تنها کمیت‌هایی که از شار حرارتی در یک لحظه تأثیر می‌پذیرند دمای همان لحظه و لحظات بعد است که از روی آنها می‌توان شار را تخمین زد. این دماها (اندازه‌گیری شده در لحظه‌ی اعمال شار و لحظات بعد) را می‌توان به‌عنوان ورودی شبکه به کار برد. لازم به ذکر است که به این علت که در تخمین شار از دماهای لحظات بعد استفاده می‌شود، در همه‌ی روش‌ها شار با تأخیر تخمین زده می‌شود). همچنین، منشأ شار حرارتی وارده (خروجی شبکه‌ی عصبی طراحی شده) خارج از سیستم است و به همین علت، شار وارده در لحظات قبل برآن تأثیری ندارد. در نتیجه شار در لحظات قبل جزء ورودی‌های شبکه، برای تخمین شار لحظه‌ی حاضر، نیست. برای دست‌یابی به نتایج قابل قبول و قابل رقابت با روش‌های دیگر، باید مواردی نظیر انتخاب و پیش پردازش داده‌ها قبل از آموزش به شبکه، ساختار شبکه، و نیز الگوریتم آموزش[۷] مورد توجه قرار گیرد. نکته‌ی آخر این که در این نوشتار، با این فرض که توزیع مکانی شار یکنواخت است، یافتن تابع زمانی شار با کمک دماهای ثبت شده هدف گرفته شده است.

## بررسی نحوه‌ی انتخاب و پیش‌پردازش اطلاعاتِ داده شده به شبکه‌ی عصبی

وظیفه‌یی که از شبکه عصبی انتظار می‌رود، تخمین شار وارده با داشتن دمای اندازه‌گیری شده است. مسلماً دمای لحظه‌های[۸] بعد هم در تعیین شار در یک لحظه مؤثرند. غیر از دما می‌توان عوامل دیگری نیز به شبکه وارد کرد که از آنها صرف‌نظر شده است. به نظر می‌آید در تعیین شار گرمایی در یک لحظه، هرچه از دماهای زمان‌های دورتر استفاده شود، بر دقت کار افزوده می‌شود و ضمناً شار با تأخیر زمانی بیشتری به دست می‌آید. مانند «روش تخمین متوالی توابع» تعدادِ دماهای مورد استفاده را r در نظر گرفته‌ایم. مسئله‌ی دیگر این است که آیا لازم است بر دماهای ورودی به شبکه پیش پردازش انجام شود؟ برای رسیدن به پاسخ، یک بار دماها بدون پیش‌پردازش به‌صورت متوالی (دما در لحظه‌ی فعلی و لحظات بعد) به شبکه داده شد (معادله‌ی ۴)، دفعات دیگر دما در هر لحظه و مشتقات یا دیفرانسیل‌های عددی سمت راست (معادله‌های ۵ و ۶) به شبکه داده شدند. پیش‌پردازش‌های اعمالی (مشتق و یا دیفرانسیل‌گیری) تأثیر منفی در توان یادگیری شبکه داشتند.

$$\left.\begin{matrix} T_k \\ T_{k+1} \\ \cdots \\ T_{k+r-1} \end{matrix}\right\} \Rightarrow q_k \qquad (۴)$$

$$\left.\begin{matrix} T_+ \\ T'_+ \\ \cdots \\ T_+^{(r-1)} \end{matrix}\right\} \Rightarrow q \qquad (۵)$$

$$\left.\begin{matrix} T \\ dT \\ d^2T \\ d^3T \end{matrix}\right\} \Rightarrow q \qquad (۶)$$

با توجه به نتایج مشاهده شده تصمیم گرفته شد، که مانند مدل‌سازی سیستم‌های گسسته که در کنترل اتوماتیک کاربرد دارد[۵-۷] مقادیر دما در زمان‌های متوالی مستقیماً به‌عنوان ورودی شبکه اعمال شود. فرضاً برای استفاده از نتایج ۲۰۰ داده، اگر $T$ و $q$ را آرایه‌هایی شامل دما و شار ناشی از انجام یک آزمایش در لحظات مختلف درنظر بگیریم، در

Archive of SID



www.SID.ir

آموزش به شبکه برای r=۴ چنین عمل خواهد شد:

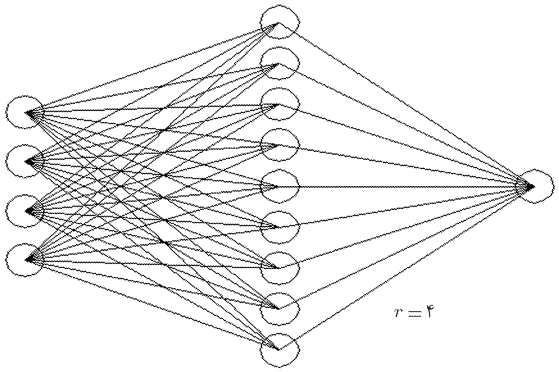
$$\left.\begin{array}{l} T(۱:۱۹۷) \\ T(۲:۱۹۸) \\ T(۳:۱۹۹) \\ T(۴:۲۰۰) \end{array}\right\} \Rightarrow q(۱:۱۹۷) \qquad (۷)$$

که در آن اندیس‌ها (آرگومان‌ها) مربوط به حوزه‌ی زمان‌اند؛ مثلاً: $T(۱:۱۹۷)$ به‌معنی آرایه‌یی از دماست که از اولین تا ۱۹۷ اُمین دمای ثبت شده را شامل می‌شود.

## مشخصات شبکه‌ی عصبی مورد استفاده

از آنجا که منشأ شار حرارتی وارده (خروجی شبکه عصبی طراحی شده) خارج از سیستم است و هیچ تأثیری از شار وارده در لحظات قبل نمی‌پذیرد، در این پژوهش از یک ساختار استاتیکی استفاده می‌شود. برهمین اساس از یک شبکه‌ی پرسپترون[۹] سه‌لایه (با احتساب لایه ورودی) با الگوریتم آموزش پس انتشار خطا[۱۰] استفاده شده است. تعداد نورون‌ها یا گره‌های لایه‌ی ورودی معادل لحظاتی است که دمای آنها در تعیین شارِ یک لحظه مؤثر شناخته می‌شود (r). در بعضی مراجع، با فرض اینکه $n$ تعداد نورون‌های لایه‌ی ورودی باشد، تعداد نورون‌های لایه‌ی میانی معادل ۱+ ۲n توصیه شده است.[۵] در این شبکه‌ی عصبی خاص، اجرای این توصیه مفید به نظر می‌رسد. شبکه‌های کوچک از دقت کافی برخوردار نیستند و با افزایش نورون‌های لایه‌ی میانی شبکه‌های عصبی به بیش از ۱+۲r نیز بهبودی قابل توجهی ملاحظه نمی‌شود. مسئله‌ی بسیار مهم دیگر روش آموزش است. روش‌هایی که از مشتق‌گیری جزیی مرتبه ۱ (نظیر روش گرادیان) یا مرتبه ۲ (نظیر روش گرادیان مزدوج) استفاده می‌کنند نتیجه‌ی خوبی در مدل‌سازی مسئله ندارند که علت آن تأثیر توابع فعالیتِ سیگموئید[۱۱] مورد استفاده در لایه میانی است. از این توابع به‌منظور جلوگیری از افزایش بیش از حد اندازه تغییرات وزن‌ها استفاده می‌شود و بعضاً به‌کندی شدید روند اصلاحِ وزن‌های اتصالات شبکه می‌انجامد. برای رفع این نقص، از الگوریتم پس انتشار خطا با آموزش بهبودپذیر یا فنری[۱۲] استفاده شده است. در این روش تنها علامتِ مشتق جزئی خطا نسبت به وزن $(\frac{\partial E}{\partial W_{ij}})$ در تغییر وزن دخالت دارد. علامت این مشتق پس از ضرب شدن یک مقدار اصلاح شونده، که ربطی به اندازه‌ی مشتق ندارد، تغییر وزن $(\Delta W_{ij})$ را مشخص می‌کند. وزن‌های شبکه نیز طبق معادله‌ی ۸ اصلاح می‌شوند، که همان قانون یادگیری شبکه است:

$$\Delta W_{ij} = \eta \times sign(\frac{\partial E}{\partial W_{ij}}) \qquad (۸)$$




شکل ۱. نمایی از شبکه‌ی عصبی مورد استفاده در تخمین، برای r=۴.

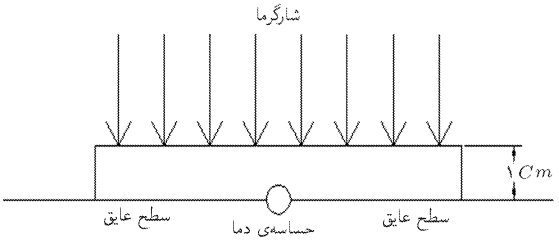
مقدار اولیه‌ی $\eta$ برابر ۰٫۰۱ است. اگرمشتق جزیی خطا نسبت به وزن $(\frac{\partial E}{\partial W_{ij}})$ در دو گام متوالی آموزش هم‌علامت باشند، $\eta$ در عدد ۱٫۰۵ ضرب می‌شود؛ و در صورت هم‌علامت نبودن مشتقات فوق‌الذکر $\eta$ در عدد ۰٫۹۰ ضرب می‌شود. نتیجه‌ی استفاده از این الگوریتم، نسبت به بهترین الگوریتم‌های استفاده کننده از مشتق، نظیر گرادیان مزدوج و روش نیوتن، بسیار رضایتبخش‌تر است. شماتیک شبکه‌ی عصبی برای مسئله‌ی r=۴ در شکل ۱ نشان داده شده است.

## تعریف مسئله و پیاده‌سازی

برای تشریح این روش از نمونه‌یی که ضریب انتقال گرمای آن معادل $k = ۶۳٫۹ \frac{W}{m°C}$ ظرفیت گرمایی آن معادل $C = ۴۳۴ \frac{J}{kg°C}$ و چگالی آن معادل $\rho = ۷۸۳۲ \frac{kg}{m^۳}$ استفاده شده است. این نمونه از سه طرف عایق‌بندی شده و انتقال گرما در آن یک‌بعدی در نظر گرفته شده است. معادله‌ی حرارتی حاکم بر آن نیز همان معادله‌ی ۱ است.

دمای شروع شبیه‌سازی ۳۰۰درجه‌ی کلوین است. حساسه هم در دورترین موقعیت از سطح برخورد شار با جسم (سطح فعال) و در فاصله‌ی ۱ سانتی‌متری آن قرار گرفته است (شکل ۲). این نمونه در معرض توابع شار مختلف قرار گرفته و دماهای حاصله (در محل حساسه) با فاصله‌ی زمانی ۰٫۱ ثانیه برای آن به‌صورت مستقیم محاسبه شده است.

داده‌های «دما- شار» حاصل از اعمال دو، سه یا چهار تابع شار




شکل ۲. شماتیکی از مسئله‌ی نمونه‌ی مورد بررسی.



Archive of SID
www.SID.ir

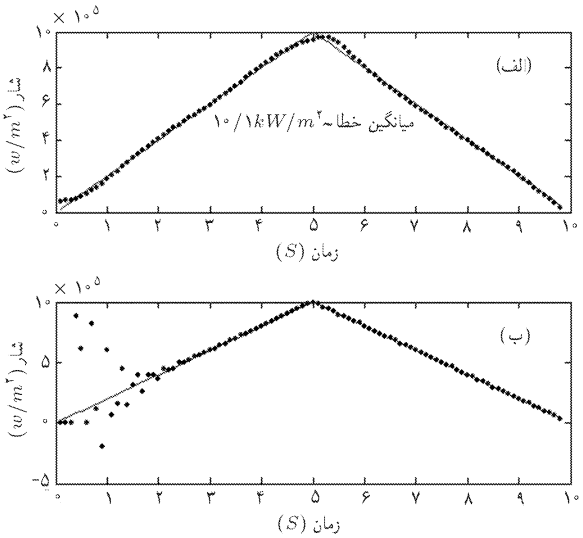
مثلثی به‌دست می‌آیند. دماهای به‌دست آمده در روش مستقیم، قبل از استفاده در مدل‌سازی و تخمین، به‌طور تصادفی با عددی در دامنه[13] $[-\alpha\alpha]$ جمع شده‌اند که به‌معنی خطادار بودن حساسه‌ی دما به میزان $\alpha^{\circ}C$ است.[14] سپس داده‌ها نظیر رابطه‌ی ۴ مرتب می‌شوند به طوری که دماهای متوالی (مربوط به لحظه‌ی حاضر و لحظات بعد) ورودی شبکه و شار لحظه‌ی حاضر خروجی شبکه باشند. این داده‌های آماده شده، غیر از یک سری از آنها (داده‌های آزمایشی) به شبکه‌ی پرسپترون سه‌لایه‌یی که r ورودی، ۲r+۱ نورون در لایه‌ی میانی و یک خروجی دارد، آموزش داده می‌شوند. در نهایت برای سنجش دقت شبکه، دماهای مربوط به سری داده‌های آزمایشی به شبکه داده می‌شود و انتظار می‌رود که شار مورد نظر را تخمین بزند. این عمل چندین بار در این پژوهش صورت گرفته، که نتایج آن در ادامه ارائه می‌شود.

## نتایج از دیدگاه دقت تخمین

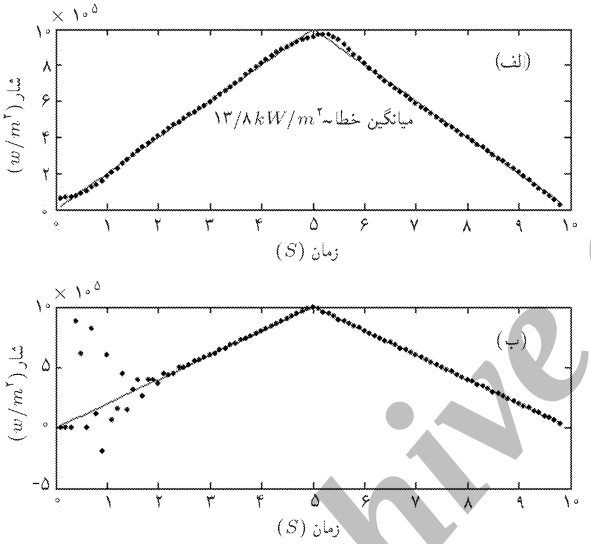
به علت آن که این روش بر پایه‌ی داده‌های به دست آمده از روش مستقیم یا آزمایش کار می‌کند، اگر شبکه‌ی عصبی به‌خوبی انتخاب شده و آموزش ببیند، به دست آوردنِ دقت مناسب دور از انتظار نیست. در یک مورد، داده‌های مربوط به شار مثلثی با شیب بالا رفتن $\frac{kW}{m^2s}$ ۱۷۰ و $\frac{kW}{m^2s}$ ۲۳۰ آمده و یک شبکه‌ی عصبی (r=۳) به‌وسیله این داده‌ها (دما- شار) آموزش دیده است. نتیجه‌ی تخمین تابع شار مثلثی با شیب بالا رفتن $\frac{kW}{m^2s}$ ۲۰۰ به وسیله‌ی این شبکه‌ی عصبی (نمودار الف)، در مقایسه با روش تخمین متوالی توابع[15] (نمودار ب) در شکل ۳ نشان داده شده است. خطای متوسط از روش شبکه‌ی عصبی ۹٫۲ $\frac{kW}{m^2}$ یا ۰٫۰۹۲٪ مقدار متوسط شار است. (دامنه‌ی شار بین صفر تا $\frac{kW}{m^2}$ ۲۰۰۰ تغییر می‌کند).

## تخمین خوب در هنگام دِقت کم سنسور

یکی از امتیازاتِ عمده‌ی این روش، توانایی خنثی کردن اثر دقت کم حساسه است که ممکن است در شرایط بسیار بدِ فیزیکی اتفاق بیفتد. ضمناً این توانایی باعث می‌شود تا امکان استفاده از دماسنج‌های کم‌دقت و ارزان برای تخمین شار فراهم شود و تخمین شار با گستردگی بیشتری در صنایع مورد استفاده قرار گیرد. برای نشان‌دادن این موضوع یک شبکه‌ی عصبی با داده‌های دما- شار مربوط به شارهای مثلثی با شیب بالا رفتن $\frac{kW}{m^2s}$ ۱۷۰ و $\frac{kW}{m^2s}$ ۲۳۰، که در آن خطای حساسه‌ی دما حداکثر $\pm 3^{\circ}C$ است، آموزش داده می‌شود. سپس با استفاده از دماهای مربوط به شار مثلثی با شیب بالا رفتن $\frac{kW}{m^2s}$ ۲۰۰ که خطای حساسه‌ی دما در آن هم حداکثر $\pm 3^{\circ}C$ در نظر گرفته شده




**شکل ۳. تخمین شار مثلثی به دو روش شبکه عصبی و تخمین متوالی توابع.**




**شکل ۴. تخمین شار مثلثی به دو روش شبکه عصبی و تخمین متوالی توابع با خطای $\pm 3^{\circ}C$.**

است، تابع شار تخمین زده می‌شود. نتایج روش شبکه‌ی عصبی مذکور و روش تخمین متوالی توابع در شکل ۴ نشان داده شده است. باید توجه داشت که روش تخمین متوالی توابع تقریباً تا ثانیه‌ی دوم جواب نمی‌دهد.

## عدم نیاز به اندازه‌گیری مشخصات فیزیکی

روش شبکه‌ی عصبی، هیچ احتیاجی به معلوم بودنِ مشخصاتی نظیر چگالی یا ضرایب انتقال حرارت رسانایی ندارد و فقط به میزان شارگرمای وارد شده و دمای ثبت شده احتیاج دارد. در صورتی که در آموزش شبکه از داده‌های آزمایشگاهی استفاده شود، وابستگی به مشخصات فیزیکی به کلی حذف می‌شود. در حالی که سایر روش‌ها



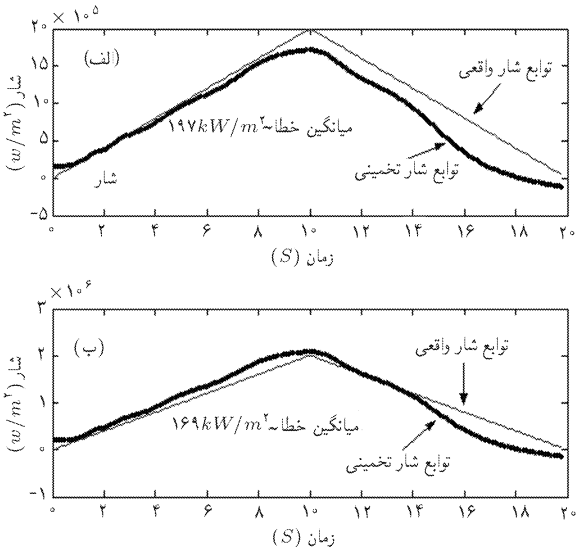
Archive of SID
www.SID.ir

به چنین مشخصاتی احتیاج دارند و در نتیجه، عملاً خطای تعیین این مشخصات هم (که در اصل متغیرند)، به خطاهای محاسباتیِ آنها اضافه می‌شود.

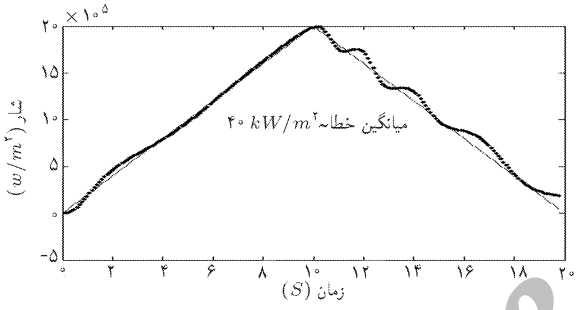
## دقت کافی در صورت عدم وجود داده‌های آموزشی کافی و مناسب

این بخش به دو مورد از موارد نادری می‌پردازد که براثر کمبود داده‌های آموزشی وجود دارند. نخست زمانی که به‌علت محدودیت داده‌های آموزشی، داده‌های آزمایشی تخمین خارج از دامنه‌ی داده‌های آموزشی‌اند، و دیگر این که به‌علت ناشناخته بودن شکل و محدوده‌ی شار مورد تخمین و در دسترس نبودن داده‌های آموزشی کافی، فقط، داده‌های آموزشی محدود در یک دامنه‌ی وسیع و شکلی متفاوت از شکل شار مورد تخمین برای آموزش شبکه در دسترس است.

در صورتی که داده‌های آموزشی از آن دسته شارهای حرارتی به دست آیند که همگی بزرگ‌تر یا کوچک‌تر از شار حرارتی مورد تخمین‌اند، یا به‌عبارتی، محدوده‌ی تخمین خارج از دامنه‌ی داده‌های آموزشی باشد، دقت تخمین کاهش می‌یابد (شکل ۵، نمودار بالا). در مواردی که حل مستقیم مسئله ممکن باشد، معمولاً این مورد پیش نمی‌آید و می‌توان در محدوده‌ی وسیعی داده‌های آموزشی را به دست آورد و به شبکه‌ی عصبی آموزش داد. ولی در مواردی که استفاده از داده‌های آزمایشی واقعی تنها راه است، ممکن است توابع شاری که داده‌های آنها موجود است در یک طرف تابع موردِ تخمین واقع شوند (همگی بزرگ‌تر یا کوچک‌تر از شار مورد تخمین باشند)، که در این صورت تخمین باید خارج از محدوده‌ی داده‌های آموزشی صورت پذیرد. در این وضعیت هم اگر بتوان حداکثر شار در مورد تخمین را به‌طور تقریبی حدس زد، ضرایبی برای اصلاح شار پیشنهاد شده‌اند که بر دقت نتایج می‌افزایند: اگر نسبت حداکثر شار در شرایط واقعی یا تخمین (مربوط به داده‌های آزمایشی) به حداکثر شار مدل‌سازی (مربوط به داده‌های آموزشی) را $a$ در نظر بگیریم، برای هنگامی که شار مورد تخمین بیش از شار مدل‌سازی است، ضریب اصلاحی معادل $m = ۱ + \frac{a}{۴}$، و در صورتی که شار مورد تخمین کم‌تر از شار مدل‌سازی باشد، $m = ۱ - \frac{a}{۴}$ توصیه می‌شود. این ضرایب در شارهای تخمینی شبکه ضرب می‌شوند و بر دقت آن می‌افزایند. نمونه‌یی از نتایج اِعمال این ضرایب در شکل ۵ مشاهده می‌شود. در این مورد اطلاعات شار مثلثی با شیب بالا رفتن ۱۷۰ $\frac{kW}{m^۲s}$ به یک شبکه آموزش داده شده است (به محدودیت داده‌های آموزشی توجه شود)؛ سپس این شبکه برای تخمین شار مثلثی با شیب بالا رفتن ۲۰۰ $\frac{kW}{m^۲s}$ به کار رفته است.




شکل ۵. تأثیر ضرایب اصلاحی در کاهش خطای تخمین.




شکل ۶. نتیجه‌ی تخمین شار مثلثی با شبکه‌ی آموزش دیده با شارهای سینوسی.

نمودار پایینی همان نمودار اصلاح شده با ضرایب پیشنهادی در این بخش است.

مورد دوم از عدم وجود داده‌های کافی و مناسب، تفاوت دامنه و شکل، و شارهایی که داده‌های آموزشی از آنها استخراج می‌شود در مقایسه با شار مورد تخمین (داده‌های آزمایشی) است. از آنجا که در روش پیشنهادی ابتدا باید شبکه‌ی عصبی با چند تابع شار آموزش ببیند (تاکنون فقط از شارهای مثلثی برای آموزش استفاده شده است)، در این بخش با آموزش دو تابع شارسینوسی با دامنه‌ی ۲٫۵ $\frac{MW}{m^۲}$ و ۱٫۵ $\frac{MW}{m^۲}$ یک شبکه‌ی عصبی را آموزش می‌دهیم؛ سپس تابع مثلثی با شیب ۲۰۰ $\frac{kW}{m^۲s}$ را با این شبکه‌ی عصبی تخمین می‌زنیم که نتیجه‌ی به دست آمده در شکل ۶ نشان داده شده است. مسلماً تشابه توابع آموزش داده شده و نزدیکی آنها به تابعِ مورد تخمین باعث افزایش دقت تخمین می‌شود، ولی برای تخمین دقیق توابع شار تشابه توابع شار آموزشی (ایجاد کننده داده‌های آموزشی) و شار مورد تخمین ضروری نیست.



Archive of SID

www.SID.ir

## نتایج از دیدگاه سرعت تخمین

مهم‌ترین امتیاز روش ارائه شده در این نوشتار، برای تخمین شار حرارتی با استفاده از دماهای ثبت شده، سرعت بسیار بالای تخمین آن در مقایسه با روش‌های کلاسیک است. این امتیاز ناشی از سه ویژگی برتر این روش در مقایسه با روش‌های معمول تخمین شار است:

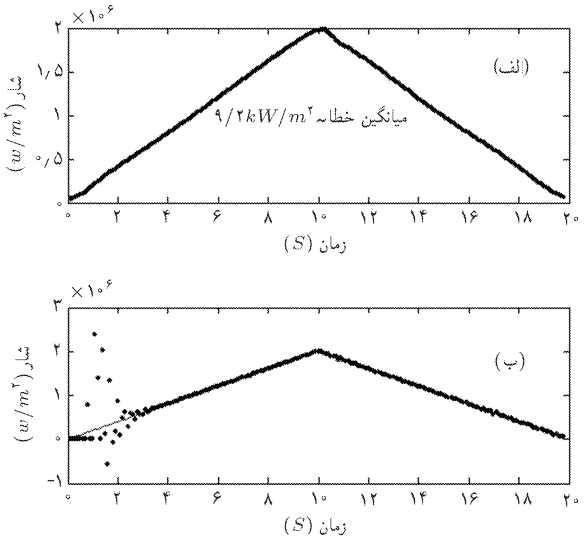
۱. در روش‌های کلاسیک مدتی طول می‌کشد تا الگوریتم به اولین جواب‌های قابل قبول برسد[۸-۱۰] و همیشه در چند ثانیه‌ی اول خطاهای قابل توجه وجود دارد. در روش شبکه‌ی عصبی چنین خطاهایی مشاهده نمی‌شود؛ در نتیجه داده‌های تخمین سریع‌تر در دسترس خواهند بود.

۲. روش شبکه‌ی عصبی، نسبت به روش‌های کلاسیک، عملاً برای تخمین شار حرارتیِ یک زمان به تعداد کم‌تری از دماهای زمان‌های بعدی (r) احتیاج دارد. این امر نیز به سریع‌تر شدن تخمین کمک می‌کند.

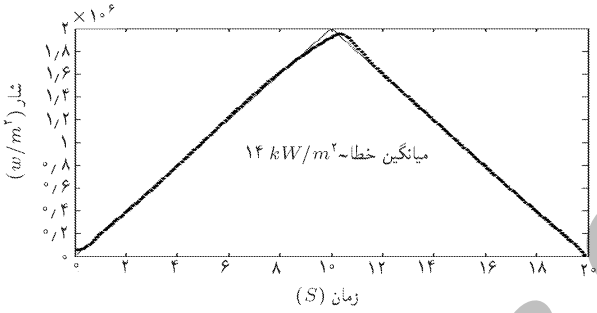
۳. چون آموزش و تخمین در شبکه‌ی عصبی طراحی شده جدا از هم هستند و آموزش جداگانه و قبل از تخمین انجام می‌شود. محاسبات تخمین در این روش به‌مراتب کم‌حجم‌تر از روش‌های کلاسیک است و زمان محاسبات هم بسیار کوتاه‌تر است.

برای توضیح مورد اول، یک شبکه با شارهای مثلثی با شیب بالا رفتن $\frac{kW}{m^2 s}$ ۱۵۰ و $\frac{kW}{m^2 s}$ ۲۳۰ آموزش دیده است. چگونگی تخمین شار مثلثی با شیب بالا رفتنِ $\frac{kW}{m^2 s}$ ۲۰۰ به دو روش شبکه عصبی مصنوعی و تخمین متوالی توابع (از شناخته‌شده‌ترین روش‌های کلاسیک) در شکل ۷ الف مورد مقایسه قرار گرفته است. در نتیجه می‌توان گفت هنگامی با شارهای نوسانی مواجه هستیم که از یک روند پیوسته کاهشی یا افزایشی (مانند اضلاع مثلث) پیروی نمی‌کنند؛ این روش در مقایسه با روش تخمین متوالی توابع شکل ۷ ب دقیق‌تر عمل می‌کند، زیرا مدتی طول می‌کشد تا روش‌های کلاسیک روند تغییر شار را تشخیص دهند.

در توضیح عامل دوم سرعت تخمین شار در روش ارائه شده، یعنی نیاز به تعداد کم‌تری از دماهای زمان‌های بعدی (r)، لازم به ذکر است با فرض حداکثر خطای $\pm 1^{\circ}C$ برای حسّاسه، روش تخمین متوالی توابع با rهای کم‌تر از ۳ اصلاً جواب نمی‌دهد؛ در صورتی که روش شبکه عصبی با r= ۲ هم جواب می‌دهد. این امکان در مسائلی که سرعتِ تخمین نقش حیاتی دارد نیز قابل استفاده است. مثلاً ساختار یک شبکه عصبی براساس r=۲ طراحی شده و با شارهای مثلثی با شیب‌های بالا رفتنِ $\frac{kW}{m^2 s}$ ۱۶۰ و $\frac{kW}{m^2 s}$ ۲۲۰ آموزش دیده است. شکل ۸ نتیجه تخمین یک شار مثلثی با شیب بالا رفتنِ $\frac{kW}{m^2 s}$ ۲۰۰ (داده آزمایشی) با این شبکه را نشان می‌دهد.




شکل ۷. مقایسه‌ی تخمین با شبکه‌ی عصبی و روش تخمین متوالی توابع.




شکل ۸. تخمین شار مثلثی برای r=۲.

جدول ۱. مقایسه‌ی زمان محاسبات تخمین برای روش شبکه عصبی و روش تخمین متوالی توابع.

| شکل | زمان تخمین با شبکه‌ی عصبی (ثانیه) | زمان تخمین با روش تخمین متوالی توابع (ثانیه) |
|---|---|---|
| ۳ | ۰/۰۱۷ | ۰/۷۹ |
| ۴ | ۰/۰۱۲ | ۰/۴۴ |
| ۵ | ۰/۰۱۵ | ۰/۷۸ |

در میان عوامل سه‌گانه‌ی تسریع‌گر تخمین، شاخص‌ترین مورد کمیِ حجم و در نتیجه سرعت بسیار بالای انجام محاسبات تخمین در روش ارائه شده نسبت به روش‌های دیگر نظیر تخمین متوالی توابع است. علت این امر جدایی مراحل آموزش و تخمین در این روش است. گرچه آموزش شبکه‌ی عصبی کمی وقت‌گیر است، این مرحله جدا از مرحله‌ی تخمین شار است. به طوری که نخست شبکه آموزش می‌بیند و سپس برای تخمین شار به‌کار می‌رود. این روش هیچ‌گونه احتیاجی به حل مستقیم در حین تخمین ندارد. فقط تعدادی محاسبه‌ی ساده و غیر بازگشتی، شامل جمع و محاسبه‌ی خروجیِ توابع سیگموئید، مجموعه



Archive of SID
www.SID.ir

محاسبات تخمین با این روش هستند. برای وضوح بیشتر، در جدول ۱، زمان پردازش تمام تخمین‌هایی که در این نوشتار از دو روش شبکه‌ی عصبی و تخمین متوالی توابع انجام شده‌اند، ارائه می‌شود.

## نتیجه‌گیری

استفاده از شبکه‌های عصبی پرسپترون با ساختار سه‌لایه و آموزش آن با الگوریتم پس‌انتشار خطا به‌روش آموزش فنری یا اصلاح‌پذیر برای آموزش معکوس داده‌های شار - دما به دست آمده از آزمایش یا حل مستقیم موفق بوده و تخمین شار از روی دماهای ثبت شده (حل مسئله‌ی تخمین شار هدایت معکوس) با این روش ثمربخش به نظر می‌رسد. گرچه این روش نیازمند داده‌های اولیه برای آموزش است، ولی عدم وابستگی تخمین به اندازه‌گیری خواص فیزیکی و سرعت بالای تخمین، حساسیت بسیارکم نسبت به خطای حساسه و نداشتن خطاهای بزرگ در شروعِ تخمین، امتیازات مهم آن هستند. در این نوشتار داده‌های آموزشی بسیار محدود در نظر گرفته شده‌اند. در صورتی که هرچه تعداد داده‌های آموزشی بیشتر باشد، شبکه عصبی بهتر دینامیکِ سیستم را درک کرده و تخمین‌های بهتری ارائه می‌کند. برای توسعه‌ی کاربرد این روش در مسائل پیچیده‌تر و چند بعدی هدایت حرارتی معکوس، به‌نظر بررسی‌های بیشتری لازم است.

## پانوشت

1. ill posed
2. amplification
3. tikhonov regularization
4. sequential function specification
5. conjugate gradient method
6. Heat Transfer Coefficient (HTC)
7. learning algorithm

۸. منظور از لحظه‌ها فاصله‌های زمانی بین اندازه‌گیری‌های متوالی است، که در این نوشتار ۰/۱ ثانیه است.

9. perceptron
10. error back propagation

۱۱. sigmoid activation functions: که حاصل جمع ورودی‌های هر گره، از این توابع عبور کرده و خروجی را ارائه می‌دهند.

12. resilient backpropagation

۱۳. دراین پژوهش $\alpha$ عدد ۱ یا ۳ است.

۱۴. در همه‌ی تخمین‌های این نوشتار خطای اندازه‌گیری دما معادل یک درجه‌ی سانتی‌گراد و r=۳ فرض شده است، مگر اینکه برای خطا و r صراحتاً مقدار دیگری ذکر شده باشد.

۱۵. یک ثانیه‌ی اول (ده تخمین اول) خطاهای شدید رخ داده و شار این نقاط در نمودار صفر قرار داده شده است.

## منابع


1. Tikhonov. A. N. and Arsonin V.Y., "Solution of illposed problems", V.H. Winston & Sons. Washington D.C. (1977).
2. Beck. J.V. , L.tkozehi and St. Clair C.R.Jr. "Efficient sequential solution of nonlinear inverse heat conduction problem", *Numerical Heat Transfer*. **5**, pp 275-286 (1982).
3. Oziek. M. N. and Drlande R.B. "Inverese heat transfer's fundamentals and apllications", Taylor and Francis, London (2000).
4. M. Raudesky , J.Horsky and J.Krejsa. "Usage of neural networks for coupled parameter and function specification inverse heat conduction problem", *Int. Comm. Heat Mass Transfer*, **22** (5), pp. 661-670 (1995).
5. Simon Haykin, Nural Networks A Comperehensive Foundation 2nd edition, Prentice-Hall, Inc (1999).
6. Jyh-Shing Roger Jang, Chuen-Tsai Sun, Eiji Mizutani. Neuro-Fuzzy and Soft Computing. Prentice-Hall, Inc (1997).
7. Howard Demuth, Mark Beale. Neural Networks Toolbox User's Guide, 4th Version. MathWorks Inc (2001).
8. Kurpisz, K. and Novak, A. J. Inverse Thermal Problems, Computational Mechanics Publications, Southampton USA (1995).
9. Beck, J.V., Blackwell, B. and Haji-Sheikh, "A comparison of some inverse heat conduction methods using experimental data", *International Journal of Heat Mass Transfer*, **39**(17), pp. 1503-151 (1996).

۱۰. کوثری، ف. بهبهانی‌نیا، ع. «ارائه روش ماتریس‌های تبدیل برای حل مسائل هدایت حرارتی معکوس»، *نشریه دانشکده فنی*، دانشگاه تهران، جلد ۳۷، شماره ۳، (آذرماه ۱۳۸۲).




Archive of SID
www.SID.ir