

مدل سازی رفتار سخت‌شدگی المان‌های بتن مسلح تقویت شده با FRP در کشش خالص

سارا رهنمای سپهر (کارشناس ارشد)

مسعود سلطانی محمدی (دانشیار)

دانشکده‌ی مهندسی عمران و محیط زیست، دانشگاه تربیت مدرس

با توجه به گسترش کاربرد کامپوزیت‌ها در تقویت سازه‌های بتنی، توسعه‌ی مدل‌های رفتاری و ارائه‌ی روش‌های مناسب برای تحلیل المان‌های بتن مسلح تقویت شده با این مصالح، ضروری است. در این نوشتار، یک روش تحلیلی مبتنی بر ریزمدل‌سازی، برای شبیه‌سازی پاسخ پس از ترک‌خوردگی المان‌های بتن مسلح تحت کشش خالص ارائه می‌شود. در این روش، انتقال تنش از آرماتور و FRP به بتن با استفاده از مدل‌های غیرخطی چسبندگی - لغزش محاسبه و بر مبنای آن، گسترش ترک‌ها و رفتار پس از ترک‌خوردگی المان تعیین شده است. همچنین برنامه‌ی به زبان فرترن مبتنی بر الگوریتم پیشنهادی تدوین شده است که قابلیت محاسبه‌ی توزیع کرنش، تنش و لغزش در طول المان، ارتباط بین متوسط کرنش و متوسط تنش بتن، فولاد و FRP (مدل‌های رفتاری متوسط) و نیز فاصله‌ی متوسط ترک‌ها را داراست. نتایج حاصل از برنامه‌ی تدوین شده با نتایج تعدادی از آزمایش‌های موجود مقایسه و اعتبارسنجی شده است.

واژگان کلیدی: بتن مسلح تقویت شده با FRP، ریزمدل‌سازی، سخت‌شدگی کششی.

sararahnama@yahoo.com
msoltani@modares.ac.ir

مقدمه

تنش‌های کششی را تحمل کند و در باربری کششی سهمیم باشد.^[۱] در این حالت در یک کرنش متوسط مشخص، سختی بتن مسلح پس از ترک‌خوردگی، از سختی مواد تسلیح‌کننده به تنهایی (میلگرد و FRP) بزرگ‌تر است. این پدیده را سخت‌شدگی کششی^۱ می‌نامند.

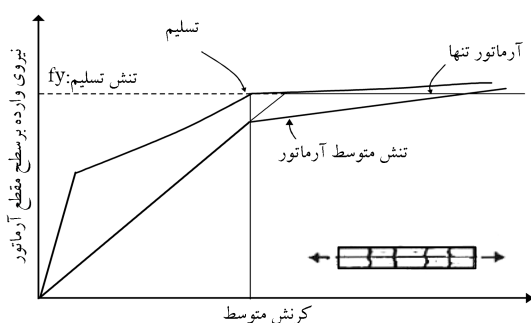
سخت‌شدگی کششی بتن مسلح ترک‌خورده، بر تغییرشکل و عرض ترک اعضای بتن مسلح تحت خمش یا نیروی کششی تأثیری گذارد. همچنین این رفتار، کنترل‌کننده‌ی عرض و فاصله‌ی ترک‌های برشی است که در قابلیت انتقال برش در سطح ترک‌ها و ظرفیت برشی اعضا مؤثر است. در مدل‌سازی اجزاء محدود سازه‌های بتنی، مدل رفتاری سخت‌شدگی کششی با کنترل کرنش‌های کششی المان‌های بتن مسلح، تأثیر بالایی در پیش‌بینی مقاومت برشی و شکل‌پذیری اعضای بتن مسلح دارد و لذا شبیه‌سازی مناسب رفتار پس از ترک‌خوردگی اعضای بتن مسلح و توسعه‌ی مدل‌های رفتاری مربوطه اهمیت بالایی دارد. در خصوص رفتار سخت‌شدگی المان‌های بتن مسلح تحقیقات زیادی خصوصاً در دهه‌ی اخیر انجام شده است. اما این تحقیقات عموماً به المان‌های بتن مسلح با میلگرد فولادی متمرکز بوده‌اند و تحقیقات بسیار اندکی در خصوص تأثیر FRP بر منحنی سخت‌شدگی کششی و گسترش ترک صورت گرفته است.

به‌طورکلی اثر سخت‌شدگی کششی به سه روش: الف) آزمایشگاهی، ب) ساده‌سازی توزیع تنش و ج) ریزمدل‌سازی رفتار، قابل بررسی است. در روش آزمایشگاهی، نمونه‌های بتن مسلح به صورت کشش تک‌محوره بارگذاری می‌شوند و رفتار پس از ترک‌خوردگی و نحوه‌ی گسترش ترک بررسی می‌شود. بر مبنای منحنی

تحلیل غیرخطی سازه‌های بتن مسلح می‌تواند با استفاده از مدل‌های رفتاری برای آرماتور و بتن، به‌علاوه‌ی مدل‌سازی چسبندگی - لغزش بین آرماتور و بتن، صورت گیرد. با این مدل‌های رفتاری، رفتار غیرخطی سازه با استفاده از روش اجزاء محدود، به خوبی تخمین زده می‌شود. ولی استفاده از این مدل‌ها مستلزم ریزکردن المان‌ها و استفاده از المان‌های تماسی بین فولاد و بتن است که منجر به افزایش درجات آزادی و نیز زمان محاسبات بسیار بالا می‌شود. لذا استفاده از روش ترک پخشی در اجزاء محدود، طی سالیان اخیر مورد توجه قرار گرفته است.^[۱] در روش ترک پخشی، المان تماسی به صورت صریح استفاده نمی‌شود. چسبندگی با استفاده از مدل‌های رفتاری متوسط برای بتن و آرماتور، غیرمستقیم وارد می‌شود. در این روش فرض می‌شود ترک‌های زیادی داخل المان گسترش یافته است و از مدل‌های رفتاری مبتنی بر ارتباط متوسط تنش‌ها و کرنش‌های بتن و آرماتور استفاده می‌شود. توسعه‌ی مدل‌های رفتاری در روش ترک پخشی، می‌تواند بر مبنای مطالعه‌ی آزمایشگاهی روی نمونه‌های بتنی و یا استفاده از ریزمدل‌سازی رفتار المان بتن مسلح با در نظر گرفتن اندرکنش فولاد و بتن صورت گیرد. به همین طریق می‌توان مدل‌های رفتاری المان‌های تسلیح شده با FRP را نیز مورد مطالعه قرار داد.

در بتن مسلح ترک‌خورده، اعضا تسلیح‌کننده (میلگرد و FRP) در محل ترک تمام نیروی کششی اعمالی را تحمل می‌کنند. اما در فاصله‌ی بین ترک‌های مجاور، بتن می‌تواند به واسطه‌ی تنش‌های منتقل شده از مصالح تسلیح‌کننده، قسمتی از

تاریخ: دریافت ۱۳۸۶/۱۱/۱۳، دوری ۱۳۸۷/۵/۲۰، پذیرش ۱۳۸۷/۹/۲.



شکل ۱. پاسخ متوسط آرماتور محصور شده در بتن و آرماتور تنها به صورت نمونه [۱].

است، که این موضوع با توجه به اینکه لغزش و تنش های چسبندگی در وسط دو ترک متوالی صفر است، فرض قابل قبولی است.

در پژوهشی دیگر، یک پروفیل تنش دیگر فرض شده است که ترکیبی از تابع کسینوسی [۱۰] و دو تابع سینوسی دیگر است [۶]. هدف از این اصلاح، شبیه سازی این واقعیت است که پس از جاری شدن آرماتور، تنش چسبندگی بین آرماتور و بتن رو به زوال می گذارد و تنش آرماتور در نزدیکی ترک ها یکنواخت می شود.

هر دو فرضیه [۱۰، ۶] برای بتن با آرماتور زیاد، که در آن فاصله ی ترک ها نسبتاً کوچک است، قابل قبول است. به هر صورت برای بتن با آرماتور کم، فاصله ی ترک ها بیشتر است و مانند بتن غیر مسلح تمایل به متمرکز شدن دارد. لذا هر دو توزیع تنش [۱۰، ۶] برای بتن با آرماتور کم معتبر نیست و تنش متمرکز فولاد باید از خواص چسبندگی و لغزش آرماتور و بتن محاسبه شود. در این حالت، استفاده از روش ریزمدل سازی و بررسی تنش ها و کرنش های محلی در طول آرماتور و بتن، بهترین شیوه در بررسی رفتار پس از ترک خوردگی این اعضا است.

با ریزمدل سازی رفتار اندرکنشی فولاد و بتن و حل معادله های تعادل و بررسی لغزش آرماتور در طول نمونه های بتنی تحت کشش، می توان توزیع محلی تنش و کرنش فولاد و بتن، مدل های رفتاری متوسط فولاد و بتن پس از ترک خوردگی و همچنین فاصله و عرض ترک های گسترش یافته را محاسبه کرد.

همچنین با استفاده از مدل قوی چسبندگی - لغزش - کرنش [۱۰] به بررسی عددی رفتار ترک خوردگی نمونه های بتنی تحت کشش خالص پرداخته شده است [۸]. بررسی کامل تری از رفتار ترک خوردگی المان های بتن مسلح تحت ترکیبات متفاوت نیروهای داخل صفحه با اعمال لغزش صفحات ترک تحت برش، مورد بررسی قرار گرفت [۹]. در تحقیق حاضر روش ریزمدل سازی فوق به عنوان مبنای محاسبات استفاده شده است و با اصلاح و اعمال تأثیر FRP، به بررسی رفتار ترک خوردگی المان های تقویت شده با FRP پرداخته می شود.

در ادامه ابتدا روش محاسباتی برای بررسی گسترش ترک در نمونه های بتنی تسلیح شده با آرماتور ارائه می شود. سپس این روش محاسباتی برای بررسی المان های بتن مسلح تقویت شده با FRP تکمیل و مورد استفاده قرار می گیرد.

به طور کلی برای ریزمدل سازی اندرکنش فولاد و بتن، باید معادله های تعادل نیروها و سازگاری تغییر شکل ها به طور هم زمان و به شرح زیر حل شوند: [۹]

معادله ی اول: با تقسیم بندی آرماتور بین دو ترک متوالی، به نوارهای کوچک و ارضاء کردن تعادل استاتیکی، معادله ی تعادل نیروها به صورت رابطه ی ۱ به دست می آید:

$$\frac{d\sigma}{dx} = \frac{\pi d}{A_s} \tau \quad (1)$$

در رابطه ی ۱، $\frac{d\sigma}{dx}$ گرادیان تنش محوری در راستای محور آرماتور؛ A_s مساحت

نیرو - تغییر مکان حاصله و تقسیم تغییر مکان به طول و نیرو به سطح مقطع، متوسط تنش - کرنش نمونه ی تسلیح شده محاسبه می شود که تفاضل آن از رفتار آرماتور تنها، σ معرف میزان شرکت پذیری بتن در رفتار (سخت شدگی کششی بتن) است. مدل های برخی پژوهشگران در این زمینه بر مبنای مطالعات آزمایشگاهی بوده اند [۲-۴] در خصوص رفتار کششی المان های بتنی تقویت شده با FRP نیز آزمایش هایی انجام شده است که در بخش های بعد به تفصیل ارائه می شود.

روش دوم بر مبنای فرض یک توزیع ساده ی تنش در راستای آرماتور و بین ترک ها است که در این مورد می توان به مدل هایی اشاره کرد که مبتنی بر فرض توزیع کسینوسی تنش آرماتور بین دو ترک متوالی بوده اند [۵، ۶] با فرض این توزیع تنش ساده، پاسخ میانگین آرماتور محاسبه می شود.

روش سوم حل معادله های تعادل نیروهای چسبندگی و سازگاری تغییر شکل ها در طول آرماتور و بتن به روش ریزمدل سازی است [۷-۹] در این پژوهش، روش سوم استفاده شده است و با ریزمدل سازی رفتار کششی المان های بتنی تسلیح شده با فولاد و FRP و در نظر گرفتن اندرکنش بین آن ها (رفتار لغزش - چسبندگی)، پروفیل مقادیر تنش و کرنش های محلی در طول آرماتور و FRP که متوسط آن معرف مدل های رفتاری متوسط المان در کشش خواهد بود، به صورت عددی شبیه سازی می شود. همچنین با استفاده از روش توسعه داده شده، متوسط عرض و فاصله ی ترک های کششی قابل محاسبه خواهند بود.

روش ریزمدل سازی برای تعیین توزیع تنش - کرنش

فولاد و بتن

سخت شدگی کششی بتن نشان دهنده ی توانایی بتن برای تحمل نیروهای کششی داخلی، که بین ترک های نزدیک به هم گسترش می یابند، است. در محل مقطع ترک خورده، نیروی کششی متمرکز توسط آرماتور و تنش نرم شدگی پسماند بتن تحمل می شود. نیروی آرماتور از طریق انتقال تنش چسبندگی بین بتن و آرماتور، در طول آرماتور به بتن منتقل می شود و لذا قسمتی از نیروی کششی را بتن در ناحیه ی ترک نخورده تحمل خواهد کرد. در مدل سازی محیط پیوسته اعضا بتنی ترک خورده به روش ترک پخشی، تأثیر سخت شدگی کششی با اصلاح مدل رفتاری بتن پس از ترک خوردگی و استفاده از رابطه های تنش - کرنش متوسط منظور می شود.

هم زمان، رابطه ی تنش - کرنش آرماتور باید بر اساس متوسط باشد. چون تنش آرماتور در طول محور آن متغیر است، رابطه ی تنش متوسط - کرنش متوسط آرماتور به صورت قابل ملاحظه یی با رفتار نقطه یی آرماتور تنها، پس از ترک خوردگی متفاوت است [۱۰]. آرماتور در محل ترک قبل از سایر قسمت های آن، شروع به جاری شدن می کند. لذا تنش جاری شدن متوسط، به طور کلی کمتر از تنش جاری شدن آرماتور تنها است (شکل ۱). پس از جاری شدن، قسمتی از آرماتور در نزدیکی ترک ها به ناحیه ی سخت شدگی کرنش وارد می شود در حالی که قسمت های باقیمانده هنوز در ناحیه ی ارتجاعی هستند. لذا سختی متوسط نمونه ی بتن مسلح پس از ترک خوردگی، مرکب از سختی ناحیه ی ارتجاعی و سختی ناحیه ی سخت شدگی است. معمولاً در روش ترک پخشی، یک مدل دوخطی برای پاسخ متوسط آرماتورهای فولادی فرض می شود. رابطه ی تنش متوسط - کرنش متوسط آرماتور با فرض توزیع تنش آرماتور به صورت یک پروفیل کسینوسی کامل بین دو ترک مجاور محاسبه شده است [۱۰]. این انتخاب برای توزیع تنش به صورت کسینوسی، بر اساس این حقیقت است که تابع کسینوسی یک تابع متقارن است و لذا مشتق آن در وسط فاصله ی ترک ها صفر

مجدداً بررسی می‌شود. ترک‌ها تا زمان پایدار شدن، گسترش می‌یابند. در این زمان، با افزایش بار، دیگر ترک جدیدی در طول نمونه ایجاد نمی‌شود و فقط عرض ترک‌های موجود افزایش می‌یابد. این حالت، یا پس از جاری شدن آرماتور، در اثر افت ناگهانی تنش‌های چسبندگی اتفاق می‌افتد و یا پس از اینکه فاصله‌ی ترک‌ها به اندازه‌ی کوچک شود که ناحیه‌ی انتقال تنش چسبندگی، برای انتقال باری که قابلیت تشکیل ترک جدید در بتن را داشته باشد، کوچک باشد.

برای محاسبه‌ی پروفیل‌های تنش، آرماتور بین دو ترک متوالی، به تعداد زیادی قطعه (2N) تقسیم می‌شود. با شروع از وسط دو ترک مجاور هم، یک قطعه‌ی محدود با طول Δx مطالعه می‌شود. شرایط مرزی برای این قطعه، با هم‌ارز کردن لغزش و تنش چسبندگی در وسط مقطع برابر با صفر و فرض کردن یک مقدار اختیاری برای کرنش در وسط نمونه، در نظر گرفته می‌شوند. این مقدار اختیاری کرنش، نشان‌دهنده‌ی سطح بارگذاری است. ۴ معادله‌ی مطرح شده، به صورت هم‌زمان و با روشی تکراری حل می‌شوند. با تمام شدن محاسبات یک قسمت، شرایط مرزی قسمت بعدی تعریف می‌شود و دوباره محاسبات به همان شیوه‌ی فوق انجام می‌شود. از این رو پروفیل‌های تنش و کرنش آرماتور را می‌توان ترسیم کرد. تنش و کرنش متوسط فولاد از معادله‌های ۶ و ۷ به دست می‌آیند:

$$\bar{\varepsilon} = \frac{2}{L_c} \int_0^{L_c} \varepsilon(x) \cdot dx \cong \frac{2}{L_c} \sum_1^N \varepsilon(x) \cdot \Delta x \quad (6)$$

$$\bar{\sigma}_s = \frac{2}{L_c} \int_0^{L_c} \sigma_s(x) \cdot dx \cong \frac{2}{L_c} \sum_1^N \sigma_s(x) \cdot \Delta x \quad (7)$$

در معادله‌های ۶ و ۷، L_c طول اولیه‌ی نمونه‌ی تحت کشش است. با محاسبه‌ی پروفیل تنش آرماتور، پروفیل تنش بتن با کم کردن پروفیل نیروی آرماتور از نیروی آرماتور در محل ترک، محاسبه می‌شود. با اضافه کردن تنش ناشی از خاصیت نرم‌شدگی کششی بتن در محل ترک‌ها، تنش متوسط بتن از رابطه‌ی ۸ محاسبه می‌شود:

$$\bar{\sigma}_c = \sigma_{br} + \frac{2}{L_c} \int_0^{L_c} \sigma_c(x) \cdot dx \cong \sigma_{br} + \frac{2}{L_c} \sum_1^N \sigma_c(x) \cdot \Delta x \quad (8)$$

σ_{br} در معادله‌ی ۸، تنش ناشی از خاصیت نرم‌شدگی بتن است و از رابطه‌ی ۹ به دست می‌آید:

$$\sigma_{br} = f_t \left[1 + 0.5 \left(\frac{f_t}{G_f} \right) w \right]^{-2} \quad (9)$$

در رابطه‌ی ۹، f_t مقاومت کششی بتن؛ w عرض ترک؛ G_f انرژی شکست بتن است که وابسته به مقاومت فشاری بتن و اندازه‌ی دانه‌های آن است. برخی پژوهشگران اعتبار نتایج حاصل از تحلیل به روش مذکور را با نتایج حاصل از آزمایش سنجیده‌اند. [۹۸]

ریزمدل‌سازی و تحلیل المان‌های بتن مسلح تقویت شده با

FRP

در این تحقیق بر اساس مفهومی مشابه آنچه در بخش قبل توضیح داده شد، برنامه‌ی برای ریزمدل‌سازی و تحلیل المان‌های بتن مسلح تقویت شده با FRP به زبان فرترن نوشته شده است. فلوجارت محاسبات به طور خلاصه در شکل ۳ ارائه شده است.

سطح مقطع آرماتور؛ d قطر آرماتور؛ $\bar{\tau}$ تنش چسبندگی متوسط است. معادله‌ی دوم: مدل چسبندگی - لغزش - کرنش آرماتور است.

همچنین یک مدل جامع تنش چسبندگی - لغزش محوری - کرنش فولاد^۲ برای بتن مسلح پیشنهاد شده است. [۱۰] مدل مذکور رابطه‌ی جامع مربوط به خواص چسبندگی به دست آمده از آزمایش کشش محوری و بیرون کشیدن آرماتور را پیشنهاد می‌کند (شکل ۲). مزیت این مدل نسبت به سایر مدل‌ها، قابلیت استفاده‌ی آن در هر دو ناحیه‌ی ارتجاعی و پس از تسلیم است و با رابطه‌ی ۲ بیان می‌شود:

$$\tau(\varepsilon, s) = \tau_0(s) \cdot g(\varepsilon) \quad (2)$$

در رابطه‌ی ۲، $\tau(\varepsilon, s)$ تنش چسبندگی متمرکز؛ $\tau_0(s)$ تنش چسبندگی ذاتی در زمانی است که کرنش صفر است و از رابطه‌های ۳ و ۴ به دست می‌آید:

$$\tau_0(s) = f_c' K [Ln(1 + 0.5s)]^c \quad (3)$$

$$g(\varepsilon) = \frac{1}{1 + 10^5 \varepsilon} \quad (4)$$

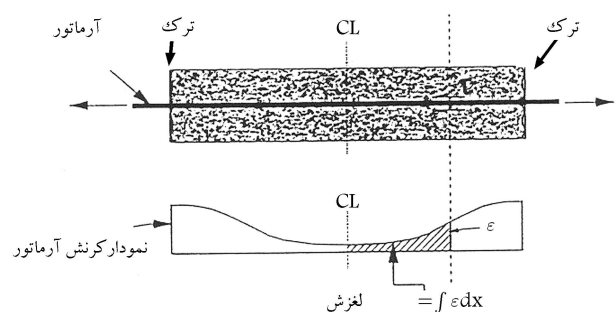
در معادله‌های ۳ و ۴، f_c' مقاومت فشاری بتن؛ K مقداری ثابت، برابر با 0.73 ؛ c مقداری ثابت برابر با 3 ؛ s لغزش بدون بعد، برابر با $\frac{\sigma}{f_c'}$ ؛ 10^5 (که در آن S لغزش d قطر آرماتور است)؛ ε کرنش آرماتور است. معادله‌ی سوم: از سازگاری لغزش به دست می‌آید:

$$S(x) = \int_0^x \varepsilon \cdot dx \quad (5)$$

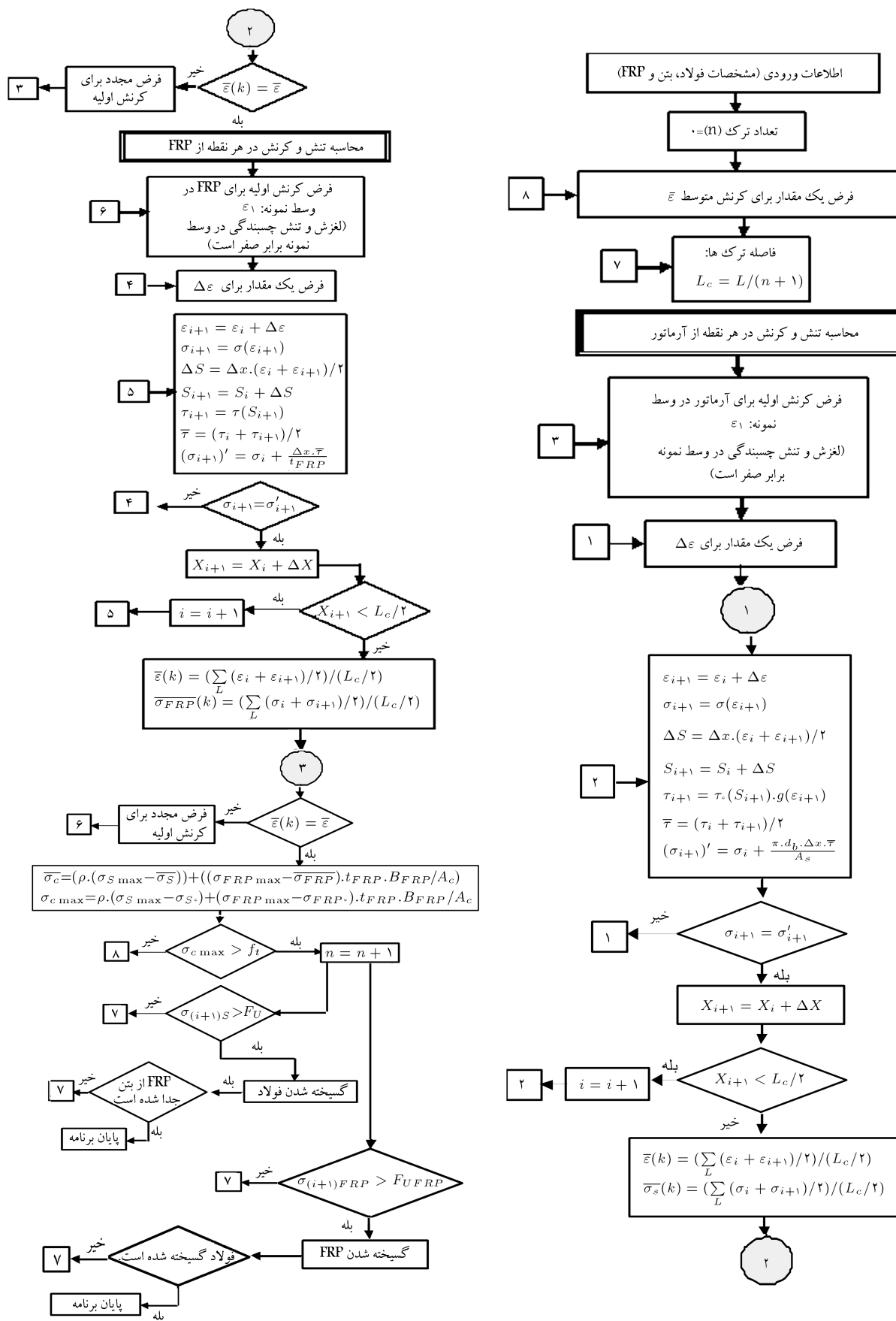
معادله‌ی چهارم: مدل رفتاری بتن و آرماتور است که نشان‌دهنده‌ی ارتباط بین تنش آرماتور و کرنش آن در هر مقطع آرماتور است و از رابطه‌ی تک محوری تنش - کرنش آرماتور حاصل می‌شود.

طرح کلی محاسبات ریزمدل‌سازی رفتار فولاد و بتن

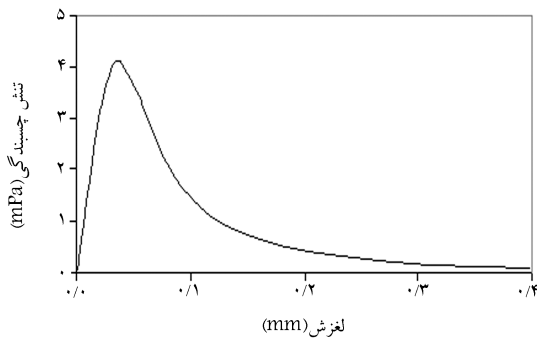
طرح کلی محاسبات برای ریزمدل‌سازی رفتار فولاد و بتن بدین صورت است که در ابتدا فاصله‌ی متوسط ترک‌ها، برابر با طول نمونه‌ی کنترلی است. بار به تدریج افزایش می‌یابد و تنش متمرکز بتن و آرماتور محاسبه می‌شود. زمانی که تنش در بتن از مقاومت کششی بتن تجاوز کند، ترکی جدید در وسط نمونه به وجود می‌آید (محل واقعی ترک ممکن است در وسط نمونه نباشد و در حقیقت در این روش، فاصله‌ی متوسط ترک‌ها را در نظر می‌گیریم). محاسبات دوباره با فاصله‌ی ترکی برابر با نصف طول اولیه‌ی نمونه انجام می‌شود و امکان وقوع ترک جدید در طول نمونه



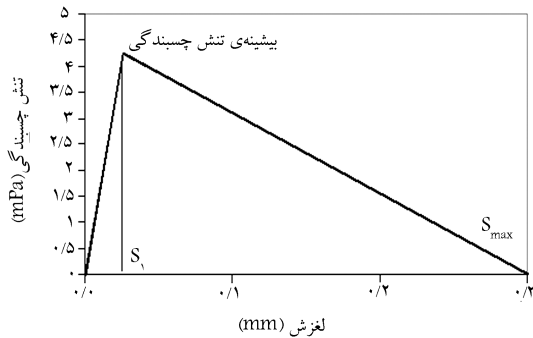
شکل ۲. تعریف لغزش در مدل چسبندگی - لغزش - کرنش. [۱۰]



شکل ۳. فلوجارت برنامه.



شکل ۵. رابطه‌ی تنش چسبندگی - لغزش برای $G_f = 0/39$ نیوتن بر میلی‌متر. [۱۱]



شکل ۶. مدل دو خطی برای رابطه‌ی تنش چسبندگی - لغزش بین بتن و FRP. [۱۲]

در رابطه‌های ۱۰ تا ۱۲، G_f انرژی شکست بتن بر حسب نیوتن بر میلی‌متر؛ T_{bF} تنش چسبندگی بین بتن و FRP؛ S_F نشان‌دهنده‌ی مقدار لغزش است (شکل ۵).
رابطه‌ی دوم: رابطه‌ی دو خطی است (شکل ۶). [۱۲]

اعتبارسنجی

با استفاده از روش مذکور، تعدادی نمونه‌ی بتنی تقویت شده با FRP که قبلاً آزمایش شده‌اند، [۱۲] تحلیل شدند و نمودار ظرفیت متوسط حاصل از روش ریزمدل‌سازی در این تحقیق، با نمودار ظرفیت متوسط حاصل از آزمایش‌های فوق مقایسه شد.

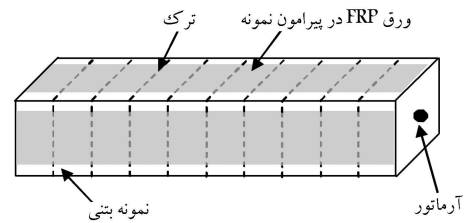
مشخصات نمونه‌های آزمایشی

مشخصات نمونه‌های آزمایشی در جدول‌های ۱ و ۲ نشان داده شده است. [۱۲] طول تمامی نمونه‌ها ۱۲۰۰ میلی‌متر و سطح مقطع آن‌ها ۱۰۰ در ۱۰۰ میلی‌متر است.

اطلاعات نمونه‌های تحلیل شده با برنامه

اطلاعات مربوط به نمونه‌های تحلیل شده با برنامه، در جدول ۳ ارائه شده است. برای هر یک از نمونه‌ها سه تحلیل انجام شده است تفاوت این تحلیل‌ها در هر نمونه، در پارامترهای مربوط به نمودار تنش چسبندگی - لغزش بین بتن و FRP به شرح زیر است:

در نمونه‌ی اول، بیشینه‌ی تنش چسبندگی بین بتن و FRP (τ_{max}) در تحلیل اول، دوم و سوم به ترتیب برابر با ۳۰، ۴۰ و ۶۰ کیلوگرم بر سانتی‌متر مربع در نظر



شکل ۴. نمونه‌ی بتنی در نظر گرفته شده در تحلیل.

مطابق با روش‌های آزمایشگاهی برای تعیین مدل‌های رفتاری کششی متوسط فولاد و بتن، ریزمدل‌سازی و تحلیل بر روی نمونه‌ی مطابق شکل ۴ انجام می‌شود.

برای محاسبه پروفیل‌های تنش و کرنش فولاد، FRP و بتن، فرض اساسی روش ترک پخشی که در آن میزان تغییرشکل کلی یا به عبارت دیگر متوسط کرنش در طول آرماتور، FRP و بتن یکسان است، اعمال شده است. آرماتور و FRP بین دو ترک متوالی، به تعداد زیادی قطعه تقسیم و به منزله‌ی شرط مرزی اولیه، میزان لغزش و تنش چسبندگی در وسط نمونه برابر با صفر در نظر گرفته می‌شود.

به ازاء هر میزان کرنش متوسط برای نمونه که به طور افزایشی در هر گام تحلیلی تغییر می‌کند، ۴ معادله‌ی پیش‌گفته، به صورت هم‌زمان و با روشی تکراری برای هر یک از قطعات فولاد و FRP حل می‌شوند. با اتمام محاسبات یک قسمت، شرایط مرزی قسمت بعدی تعریف می‌شود و دوباره محاسبات به همان شیوه‌ی فوق انجام می‌شود تا توزیع تنش و کرنش میلگرد و FRP در تمام طول نمونه محاسبه شود. در هر گام تحلیلی میزان تنش در بتن کنترل می‌شود و به محض رسیدن به تنش ترک‌خوردگی، فاصله‌ی ترک‌ها اصلاح و محاسبات بر مبنای فاصله‌ی جدید ترک‌ها ادامه می‌یابد. بر مبنای روش محاسباتی فوق فاصله‌ی متوسط ترک‌ها، پاسخ متوسط و متمرکز بتن، آرماتور و FRP و کرنش متناظر با جدا شدن FRP از بتن قابل محاسبه است. پارامترهای مؤثر در رفتار کششی المان‌های تقویت شده با FRP که در روش ریزمدل‌سازی توسعه داده شده در این تحقیق استفاده می‌شود شامل موارد زیر هستند:

طول نمونه (L_c)؛ قطر آرماتور (d)؛ مدول کشسانی فولاد (E_s)؛ تنش تسلیم آرماتور (f_y)؛ مقاومت نهایی آرماتور (f_u)؛ کرنش آرماتور در لحظه متناظر با شروع سخت شدگی (ϵ_{sh})؛ مقاومت کششی و فشاری بتن (f_c, f_t)؛ مدول ارتجاعی بتن (E_c)؛ سطح مقطع بتن (A_c)؛ مدول کشسانی ورق FRP (E_{FRP})؛ مقاومت نهایی ورق FRP (f_{uFRP})؛ ضخامت و عرض ورق FRP (B_{FRP}, t_{FRP})؛ و همچنین پارامترهای مورد نیاز برای معرفی رابطه‌ی تنش چسبندگی - لغزش بین بتن و FRP (τ_{max}, s_1, s_{max}) که تعیین‌کننده‌ی نقطه‌ی جدا شدن FRP از بتن است.

رابطه‌ی تنش چسبندگی - لغزش بین بتن و FRP

در این تحقیق از دو رابطه‌ی مختلف برای بیان رابطه‌ی تنش چسبندگی - لغزش بین بتن و FRP، استفاده شده است.

رابطه‌ی اول: با رابطه‌های ۱۰ تا ۱۲ بیان می‌شود: [۱۱]

$$\frac{T_{bF}}{T_{bFy}} = \frac{S_F}{S_{Fy}} \cdot \frac{3}{2 + (S_F/S_{Fy})^2} \quad (10)$$

$$T_{bFy} = 6.6 \sqrt{G_f} \quad MPa \quad (11)$$

$$S_{Fy} = 0.57 \sqrt{G_f} \quad mm \quad (12)$$

جدول ۱. مشخصات مصالح مصرفی در آزمایش Pece and Certoni [۱۲]

نوع مصالح	ابعاد (mm)	f_y (N/mm ²)	مقاومت کششی (N/mm ²)	مدول کشسانی (GPa)	کرنش نهایی (درصد)	f_c (N/mm ²)
فولاد	قطر = ۱۰	۵۷۴	۶۷۰	۲۰۰	۱۵٫۱	-
	قطر = ۱۴	۵۶۰	۶۳۳	۲۰۰	۱۵٫۱	-
CFRP	عرض = ۱۰۰ ضخامت = ۰٫۱۱۱	-	۲۸۳۰	۲۷۰	۱٫۱۰	۱٫۱۰
بتن	۱۰۰ × ۱۰۰	-	-	۳۳٫۲	-	۳۳٫۲

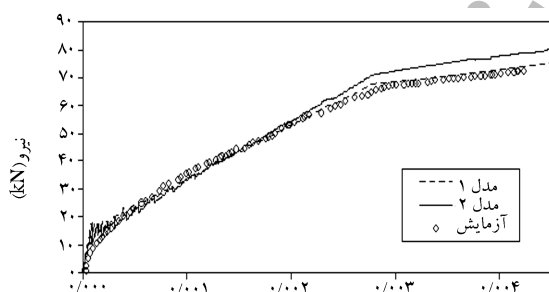
جدول ۲. مشخصات نمونه های آزمایش Pece and Certoni [۱۲]

نام سری	نمونه	نوع FRP	تعداد لایه های FRP	قطر آرماتور (mm)	مقاومت فشاری بتن (MPa)	*N _p (kN)
TP۱	TP۱-C۱	CFRP	۱	۱۰	۳۱٫۶	۳۲
TP۲	TP۲-C۲	CFRP	۲	۱۴	۳۴٫۷	۴۲
	TP۲-C۲B	CFRP	۲	۱۴	۳۴٫۷	۸۴

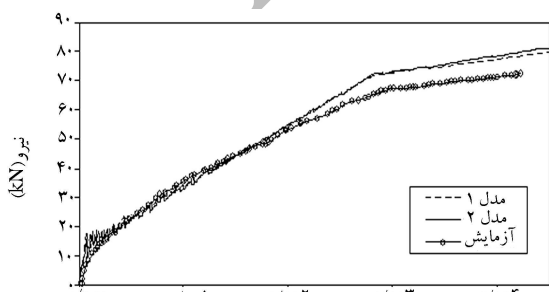
* N_p نیروی پیش بارگذاری است.

جدول ۳. پارامترهای نمونه های تحلیل شده.

ϵ_{sh}	F_u (kg/cm ²)	F_y (kg/cm ²)	E_s (kg/cm ²)	L_c (cm)	d (cm)	A_c (cm ²)	
۰٫۰۱۶۵	۶۷۰۰	۵۷۴۰	2×10^6	۱۲۰	۱	۱۰۰	نمونه ی اول
۰٫۰۱۶۵	۶۳۳۰	۵۶۰۰	2×10^6	۱۲۰	۱٫۴	۱۰۰	نمونه دوم و سوم
B _{FRP} (cm)	t _{FRP} (cm)	F_{uFRP} (kg/cm ²)	E_{FRP} (kg/cm ²)	E_c (kg/cm ²)	f_c (kg/cm ²)	f_t (kg/cm ²)	
۲۰	۰٫۰۱۱۱	۲۸۳۰۰	27×10^5	$3,32 \times 10^5$	۳۱۶	۱۷٫۳۲	نمونه ی اول
۲۰	۰٫۰۲۲۲	۲۸۳۰۰	27×10^5	$3,32 \times 10^5$	۳۴۷	۱۹٫۰۲	نمونه ی دوم و سوم



شکل ۷. نمودار ظرفیت (نمونه ی اول - تحلیل اول).



شکل ۸. نمودار ظرفیت (نمونه ی اول - تحلیل دوم).

گرفته شده است. مقادیر S_1 و S_{max} در این نمونه، به ترتیب برابر با ۰٫۰۰۵ و ۰٫۰۰۳ سانتی متر است.

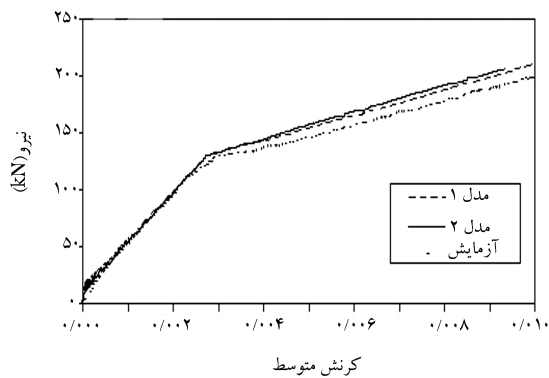
در نمونه ی دوم، بیشینه ی لغزش بین بتن و FRP (S_{max}) در تحلیل اول، دوم و سوم به ترتیب برابر با ۰٫۰۰۱، ۰٫۰۰۳ و ۰٫۰۰۵ سانتی متر در نظر گرفته شده است. مقادیر S_1 و τ_{max} در این نمونه به ترتیب برابر با ۴۵ کیلوگرم بر سانتی متر مربع و ۰٫۰۰۵ سانتی متر است.

در نمونه ی سوم، مقدار S_1 در تحلیل اول، دوم و سوم به ترتیب برابر با ۰٫۰۰۱، ۰٫۰۰۵ و ۰٫۰۰۲۵ سانتی متر است. S_{max} و τ_{max} در این نمونه به ترتیب برابر با ۴۵ کیلوگرم بر سانتی متر مربع و ۰٫۰۰۳ سانتی متر است.

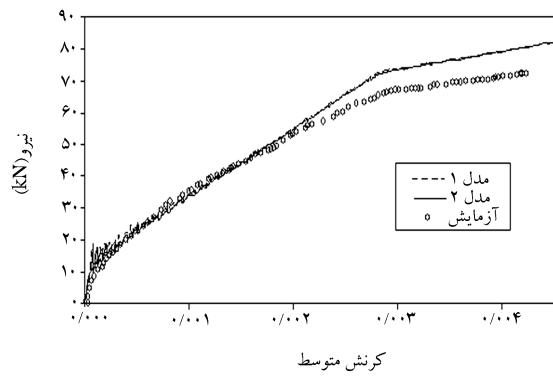
مقایسه ی نتایج حاصل از تجزیه و تحلیل با نتایج حاصل از آزمایش

در شکل های ۷ تا ۱۵، نمودارهای ظرفیت حاصل از نتایج آزمایش و نتایج تحلیل با برنامه تهیه و ارائه شده اند. نمودارها انطباق مناسبی را بین نتایج تحلیل و آزمایش نشان می دهند.

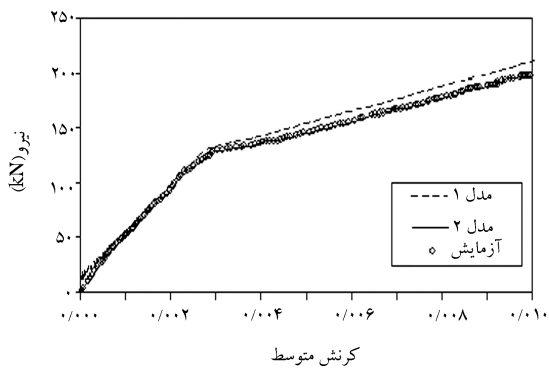
مدل اول معرف مدل Nakaba و مدل دوم معرف مدل Holzenkämpfer برای رابطه ی تنش چسبندگی - لغزش بین بتن و FRP است.



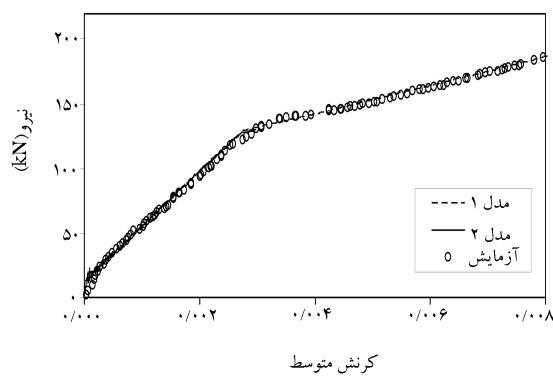
شکل ۱۳. نمودار ظرفیت (نمونه‌ی سوم - تحلیل اول).



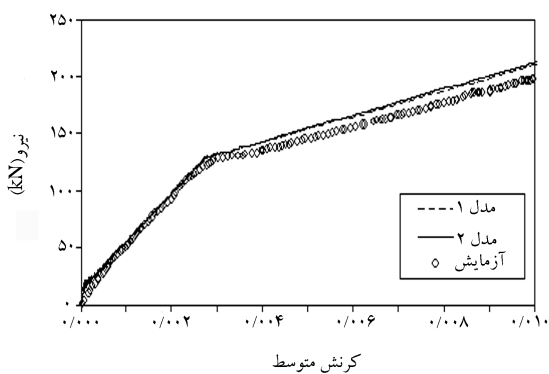
شکل ۹. نمودار ظرفیت (نمونه‌ی اول - تحلیل سوم).



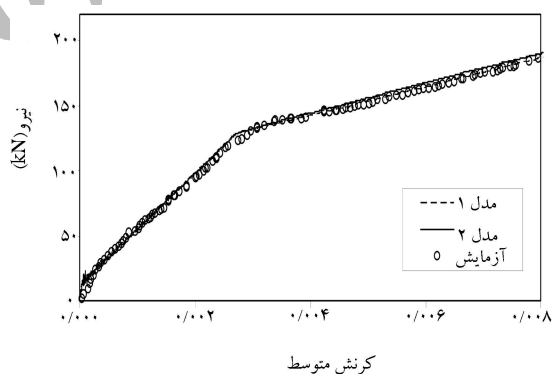
شکل ۱۴. نمودار ظرفیت (نمونه‌ی سوم - تحلیل دوم).



شکل ۱۰. نمودار ظرفیت (نمونه دوم - تحلیل اول).



شکل ۱۵. نمودار ظرفیت (نمونه‌ی سوم - تحلیل سوم).

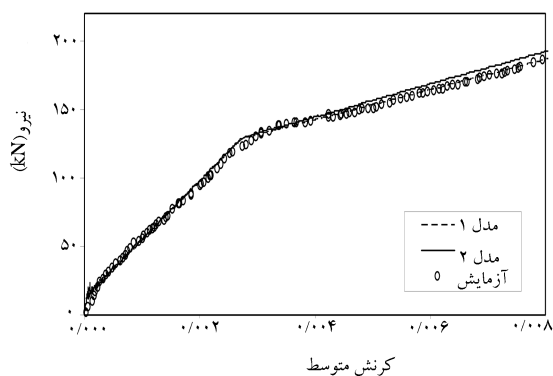


شکل ۱۱. نمودار ظرفیت (نمونه‌ی دوم - تحلیل دوم).

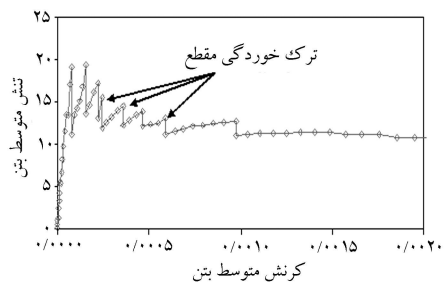
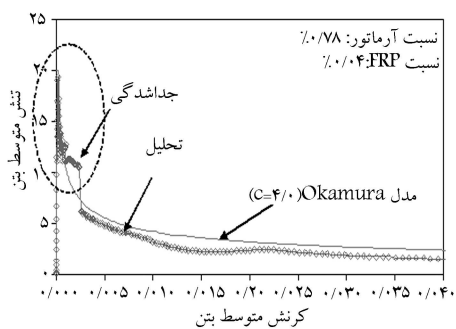
قابلیت‌های برنامه

برنامه‌ی تهیه‌شده در این پژوهش، با ریزمدل‌سازی رفتار بتن، فولاد و FRP، تنش‌ها و کرنش‌های محلی هر یک از آن‌ها را در طول نمونه محاسبه و از روی این تنش‌ها و کرنش‌های محلی، در هر گام، تنش متوسط و کرنش متوسط را برای فولاد، بتن و FRP محاسبه می‌کند.

شکل ۱۶ الف پاسخ متوسط فولاد را در یک نمونه‌ی بتن مسلح، که از تحلیل با برنامه به دست آمده است نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود، پاسخ متوسط فولاد محصورشده در بتن، کمتر از پاسخ آرماتور تنها است که دلیل آن جاری شدن آرماتور در محل ترک است، در حالی که تنش در سایر قسمت‌ها، از تنش جاری شدن آرماتور کمتر است. با اضافه کردن پوشش FRP به نمونه‌ی بتن مسلح،



شکل ۱۲. نمودار ظرفیت (نمونه‌ی دوم - تحلیل سوم).

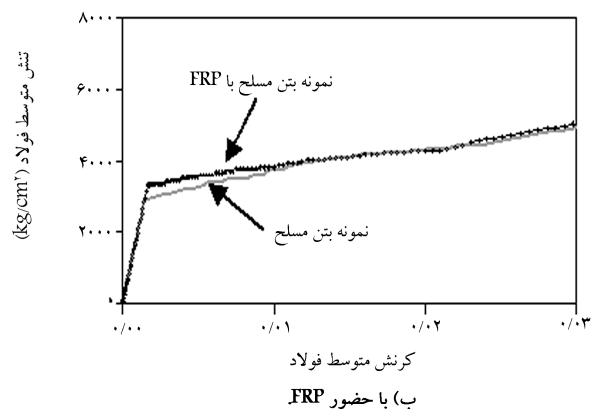
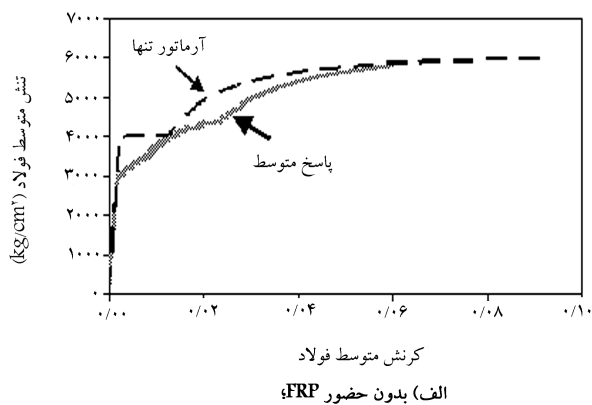


شکل ۱۹. منحنی سخت‌شدگی کششی.

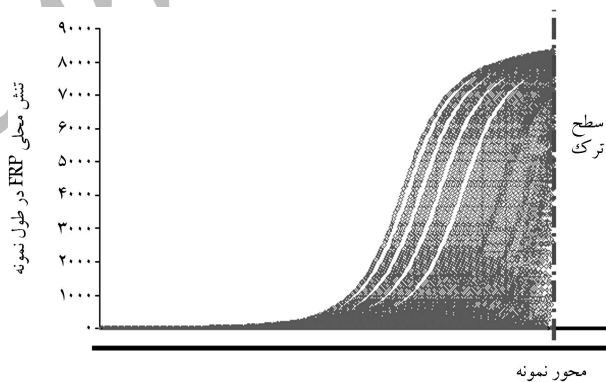
به دلیل کمتر شدن فاصله‌ی ترک‌ها نسبت به حالت عدم وجود FRP، پاسخ متوسط فولاد محصور شده در بتن به پاسخ آرماتور تنها نزدیک‌تر می‌شود (شکل ۱۶ ب). شکل ۱۷ تنش محلی FRP در طول المان بتن مسلح تقویت شده با FRP را نشان می‌دهد. شکل ۱۸ تنش چسبندگی محلی بین بتن و FRP را در طول نمونه نشان می‌دهد. با افزایش نیروی محوری در FRP، تنش چسبندگی افزایش می‌یابد تا حدی که به مقدار بیشینه‌ی خود برسد و پس از آن مقدار تنش چسبندگی، در نزدیکی ترک، کاهش یافته و می‌تواند جدا شدن FRP از بتن را به همراه داشته باشد. شکل ۱۹ نشان‌دهنده‌ی منحنی سخت‌شدگی کششی المان بتن مسلح تقویت شده با FRP است که از نتایج حاصل از برنامه قابل استخراج است. همان‌طور که در این شکل نشان داده شده است، با ایجاد هر ترک جدید در نمونه، شاهد یک افت در منحنی سخت‌شدگی کششی هستیم. برنامه‌ی تدوین شده، قابلیت محاسبه‌ی تنش در لحظه‌ی جدایی FRP از سطح بتن، طول مهاری FRP و نیز فاصله‌ی متوسط ترک‌ها در طول نمونه را دارد.^[۱۳]

نتیجه‌گیری

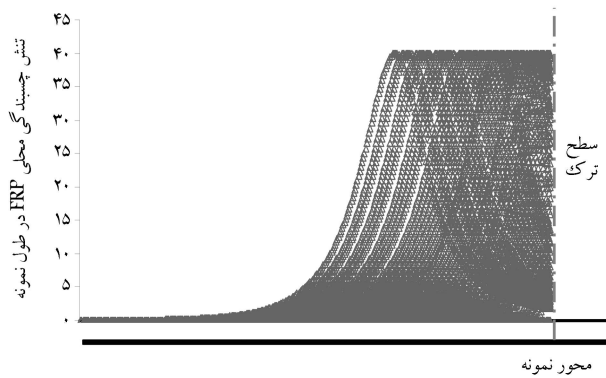
- در این تحقیق روش ریزمدل‌سازی برای بررسی گسترش ترک و رفتار پس از ترک‌خوردگی در نمونه‌های بتن مسلح تقویت شده با FRP توسعه داده شد و گام‌های محاسباتی ارائه شده که بر مبنای آن با مدل‌سازی رفتار فولاد، بتن و FRP و اندرکنش آن‌ها می‌توان عرض و فاصله‌ی ترک‌ها و همچنین پاسخ متوسط بتن، آرماتور و FRP و نیز ظرفیت مقطع بتن مسلح تقویت شده با FRP را به دست آورد؛
- توزیع تنش‌های فولاد، بتن و FRP و تنش چسبندگی در طول نمونه و مابین ترک‌ها قابل بررسی است؛
- مقایسه‌ی بین نتایج تحلیل و آزمایش‌ها، نشان از دقت بالای الگوریتم پیشنهادی دارد.



شکل ۱۶. مقایسه‌ی پاسخ متوسط آرماتور در نمونه‌ی بتن مسلح.



شکل ۱۷. تنش محلی FRP در طول نمونه.



شکل ۱۸. تنش چسبندگی محلی بین بتن و FRP در طول نمونه.

پانویس

1. tension stiffening
2. bare bar
3. bond-slip-strain model

منابع

1. Okamura, H. and Maekawa, K. "Nonlinear analysis and constitutive models of reinforced concrete", *Gihodo*, Tokyo (1991).
2. Rizkalla, S.H. and Hwang, L.S. "Crack prediction for members in uniaxial tension", *ACI Journal*, pp. 572-579 (1984).
3. Gilbert, R.I. and Warner, R.F. "Tension stiffening in reinforced concrete slabs", *Journal of the Structural Division, ASCE*, **104**(ST12), pp. 1885-1900 (1978).
4. Morita, S. and Kaku, T. "Experimental study on the deformation of axially reinforced concrete prisms subjected to tension and drying", *CAJ Review of the 18 General Meeting*, pp. 205-209 (1964).
5. Izmo, J.; Shima, H. and Okamura, K. "Analytical model for RC panel elements subjected to in-plane forces", *Concrete Library of JSCE*, (12), pp. 155-181 (1989).
6. Belarbi, A. and Hsu, T. "Constitutive laws of reinforced concrete in biaxial tension-compression", University of Houston, Department of Civil and Environmental Engineering, *Research Report UHCEE*, pp. 91-2 (1991).

7. Yoshikawa, H. and Tanabe, T. "An analytical study for the tension stiffness of reinforced concrete members on the basis of bond slip mechanism", *Trans. of the Japan Concrete Institute*, pp. 569-572 (1986).
8. Salem, H.M.M. "Enhanced tension stiffening model and application to nonlinear dynamic analysis of reinforced concrete", *Doctoral dissertation*, Department of Civil Engineering, The University of Tokyo (1998).
9. Soltani, M.; An, X. and Maekawa, K. "Computational model for post cracking analysis of RC membrane elements based on local stress-strain characteristics", *Engineering Structures*, **25**, pp. 993-1007 (2003).
10. Shima, H.; Chou, L. and Okamura, H. "Micro and macro models for bond in reinforced concrete", *Journal of the Faculty of Engineering*, The University of Tokyo (B), **39**(2) (1987).
11. Nakaba, K.; Kanakubo, T.; Furuta, T. and Yoshizawa, H. "Bond behavior between fiber-reinforced polymer laminates and concrete", *ACI Struct. J.*, pp. 98-3i, 359-367, (2001).
12. Pecce, M. and Ceroni, F. "Modeling of tension stiffening behavior of reinforced concrete ties strengthened with fiber reinforced plastic sheets", *Journal of composites for construction* (2004).

۱۳. رهنمای سپهر، سارا «مدل سازی گسترش ترک و رفتار سخت شدگی کششی در المان های بتن مسلح تقویت شده با FRP»، پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه تربیت مدرس (۱۳۸۵).

Archive of SID