

ارزیابی مدل‌های تلاطمی در شبیه‌سازی امواج تیز ایستا در جریان‌های فوق بحرانی کانال‌ها

ابراهیم علامتیان* (دانشجوی دکتری)

محمد رضا جعفرزاده (استاد)

گروه عمران، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد

در این نوشتار معادلات دوبعدی متوسط‌گیری شده‌ی عمقی سنت و نانت با در نظر گرفتن جملات تلاطمی، در جریان فوق بحرانی همراه با امواج تیز ایستا حل شده‌اند. برای این منظور از روش حجم محدود Roe-TVD با استفاده از سلول‌های مثلثی بی‌سازمان استفاده شد. برای تکمیل معادلات هیدرودینامیک، از مدل طول اختلاط (ML)^[۱]، مدل $\epsilon - k$ ، و مدل تنش جبری (ASM)^[۲] استفاده شد. آنگاه جریان در کانال به همراه یک مانع در پلان با عرض‌های متفاوت شبیه‌سازی شد. سپس نتایج عددی حاصله با داده‌های به دست آمده از مدل آزمایشگاهی مقایسه شد. کاربرد مدل‌های مختلف نشان می‌دهد که مد نظر داشتن اثرات تلاطم جواب‌های عددی را در محل امواج تیز ایستا بهبود می‌بخشد. بررسی کیفی نتایج و تحلیل کمی خطاها نشان می‌دهد که جواب‌های حاصل از مدل تنش جبری در مقایسه با جواب‌های به دست آمده از سایر مدل‌ها، مطابقت‌تر است.

واژگان کلیدی: روش حجم محدود، مدل طول اختلاط، مدل $\epsilon - k$ ، مدل تنش جبری، امواج تیز ایستا.

۱. مقدمه

به طور کلی «جریان آب‌های کم عمق» -- نظیر حرکت آب در رودخانه‌ها، شکست سدها و امواج تسونامی -- به جریانی گفته می‌شود که در آن طول مشخصه‌ی جریان در عمق بسیار کم‌تر از طول مشخصه‌ی عمق باشد. در حقیقت عمق کم جریان از توسعه‌ی سه‌بعدی ساختارهای تلاطم جلوگیری می‌کند و جریان‌های ثانویه ناشی از انبساط گردابه‌ها را محدود می‌سازد. بنابراین می‌توان جریان آب‌های کم عمق و اثرات تلاطم را به صورت شبه دوبعدی بررسی و مطالعه کرد. در این حالت با متوسط‌گیری عمقی معادلات از توسعه‌ی تلاطم در جهت قائم، ناشی از گسترش گردابه‌ها صرف نظر می‌شود و در نتیجه‌ی کاهش درجات آزادی معادلات، مدل‌سازی جریان بسیار آسان‌تر می‌شود.

در اواخر دهه‌ی شصت، برای نخستین بار تلاطم دوبعدی مورد بررسی قرار گرفت. در آن بررسی‌ها، گسترش انرژی مقیاس متوسط، در جریان شبه دائمی متلاطم تحت فشار^[۱] و نیز اتلاف انرژی در محیط همگن جریان دوبعدی متلاطم مورد مطالعه قرار گرفت.^[۲] نتایج حاصله نشان داد که ساختارهای بزرگ افقی در جریان‌های شبه دوبعدی نقش مهمی در خصوصیات جریان دارند. رفتار جت صفحه‌ی متلاطم در آب‌های کم عمق، طی آزمایش‌های مفصلی بررسی شد.^[۳-۶] رفتار دنباله‌ها^۳

* نویسنده مسئول

تاریخ: دریافت ۱۰/۱۳۸۸، اصلاحیه ۱۳/۴/۱۳۸۹، پذیرش ۱۷/۶/۱۳۸۹.

alamatian@stu-mail.um.ac.ir
jafarzad@um.ac.ir

در آب‌های کم عمق اطراف سیلندرهای استوانه‌ی و جزیره‌ها مورد مطالعه قرار گرفت.^[۷-۱۰] اتلاف همگن تلاطم ناشی از شبکه در آب‌های کم عمق،^[۱۱] و نیز شرایط کم عمقی جریان و اثرات اصطکاک بستر در تولید ساختارهای دوبعدی تلاطم لایه‌های اختلاطی سطح آزاد^[۱۲-۱۴] توسط محققین بررسی شد. مشخصات تلاطم در جریان کانال‌های روباز به صورت آزمایشگاهی مطالعه^[۱۵] و با استفاده از روش شبیه‌سازی مستقیم عددی^۴ مدل‌سازی شد.^[۱۶]

در سال‌های اخیر روش حجم محدود کاربرد زیادی در محاسبات عددی سیالات پیدا کرده است. در این روش به علت استفاده از شکل انتگرالی معادلات، می‌توان از شبکه‌ی محاسباتی با اجزای نامنظم استفاده کرد. در این صورت، بخش عمده‌ی کار عبارت است از تعیین شار عمودی که از هر وجه جزء محاسباتی عبور می‌کند. هنگامی که ناپیوستگی منفردی در یک نقطه از قلمرو جواب با شرایط اولیه‌ی ثابت وجود داشته باشد، به آن «مسئله‌ی ریمان» گفته می‌شود. حل‌کننده‌های دقیق ریمان با بهره‌گیری از نظریه‌ی حل ضعیف معادلات هذلولی بقاء، گسترش ناپیوستگی‌ها در فضای حل -- نظیر امواج تیز -- را به خوبی پیش‌بینی می‌کنند. اما اعمال این روش‌ها در سیستم معادلات غیرخطی مقرون به صرفه نیست. از طرف دیگر، توسعه‌ی حل‌کننده‌های تقریبی ریمان^[۱۷-۲۰] به نتایج مناسبی منجر می‌شود؛ به خصوص روش تجزیه‌ی اختلاف شار^۵ که کاربرد آن برای حل معادلات آب‌های کم عمق به صورت گسترده‌ی استفاده و توصیه شده است.^[۲۱-۲۳] تأثیر اصلی تلاطم ایجاد پخشیدگی

شار در راستای x و y ، شتاب جاذبه و G_k بردار جملات چشمه است؛ G_1 و G_2 به ترتیب جملات چشمه‌ی شیب و اصطکاک بستر و G_3 جمله‌ی چشمه‌ی اثرات تلاطمی است و چنین می‌شوند:

$$G_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ -gh \frac{\partial Z_b}{\partial x} \\ -gh \frac{\partial Z_b}{\partial y} \end{bmatrix}; \quad G_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{\tau_{b,x}}{\rho} \\ -\frac{\tau_{b,y}}{\rho} \end{bmatrix}; \quad G_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{\partial h u_i' u_j'}{\partial x} \\ -\frac{\partial h u_i' u_j'}{\partial y} \end{bmatrix} \quad (i, j = 1, 2) \quad (3)$$

که در آن Z_b تراز بستر کانال در مرکز سلول، τ_b تنش برشی در بستر، و $u_i' u_j'$ مؤلفه‌های متوسط‌گیری شده در عمق تنش‌های رینولدز هستند.

۳. حل عددی معادلات به‌روش حجم محدود

با انتگرال‌گیری زمانی از سیستم معادلات ۱ و ساده‌کردن روابط، معادلات زیر با دقت مرتبه‌ی دوم در زمان به دست می‌آیند: [۲۸]

$$W^{n+\frac{1}{2}} = W^n - \frac{\Delta t}{\tau} \left(\frac{\partial F_x}{\partial x} (W^n) + \frac{\partial F_y}{\partial y} (W^n) \right) + \frac{\Delta t}{\tau} \sum_{k=1}^{\tau} G_k^n \quad (4)$$

$$W^{n+1} = W^n - \Delta t \left(\frac{\partial F_x}{\partial x} (W^{n+\frac{1}{2}}) + \frac{\partial F_y}{\partial y} (W^{n+\frac{1}{2}}) \right) + \Delta t \sum_{k=1}^{\tau} G_k^{n+\frac{1}{2}}$$

در این روابط Δt گام زمانی است. برای جداسازی معادلات در مکان از مدل متکی به بالادست^۸ استفاده می‌شود. با انتگرال‌گیری از سیستم معادلات ۴ بر هر سلول C_i به مساحت A_i و اعمال قضیه‌ی گوس داریم:

$$A_i \frac{W_i^{n+1} - W_i^n}{\Delta t} + \int_{L_i} (F_x \tilde{n}_x + F_y \tilde{n}_y) dL = \sum_{k=1}^{\tau} \int_{C_i} G_k dA \quad (5)$$

که در آن W_i^n مقدار متغیر بقایی در مرکز سلول C_i در زمان t^n ، L_i مرز سلول C_i ، و $\tilde{n} = (\tilde{n}_x, \tilde{n}_y)$ بردار یکه‌ی عمود بر وجه L_i است (شکل ۱ الف). عبارت دوم رابطه‌ی ۵ چنین نوشته می‌شود:

$$\int_{L_i} (F_x \tilde{n}_x + F_y \tilde{n}_y) dL = \sum_{j \in K_i} \int_{L_{ij}} (F_x \tilde{n}_x + F_y \tilde{n}_y) dL = \sum_{j \in K_i} \phi_{ij} (W_i, W_j, n_{ij}) \quad (6)$$

که در آن k_i تعداد وجوه سلول i (در سلول مثلثی $k_i = 3$)، L_{ij} طول وجه مشترک دو سلول i و j (وجه ij)، مقدار شار عددی عبوری از وجه ij و $n_{ij} = (n_x, n_y)_{ij}$ بردار عمود بر وجه ij است که اندازه‌ی آن برابر L_{ij} است.

در میدان سرعت است. در روش‌های عددی ممکن است این پدیده‌ی طبیعی با پخشیدگی غیرفیزیکی ناشی از روش عددی بیشتر تخمین زده شود. در روش‌های پیشرفته‌ی حجم محدود از نوع گودونوف^۶، برای جلوگیری از پخشیدگی زیاد عددی و نیز دست‌یابی به دقت مرتبه‌ی بالاتر و در عین حال حذف نوسانات کاذب در محل ناپوستگی‌ها، از محدودکننده‌های شار یا شیب در بازسازی اطلاعات بر مرزهای هر جزء استفاده می‌شود. این روش‌ها را اصطلاحاً «روش‌های کاهشی مجموع تغییرات»^۷ می‌نامند. [۲۴]

برخی از محققین معادلات متوسط‌گیری شده‌ی عمقی آب‌های سطحی را برای شبیه‌سازی یک موج مورب ایستا در جریان فوق‌بحرانی به کار گرفتند. [۲۵] برخی نیز معادلات مذکور را برای جریان‌های زیربحرانی و فوق‌بحرانی در محل تقاطع دو کانال حل کردند. [۲۶] در این کارها از اثرات جملات تلاطمی صرف‌نظر شد. همچنین این معادلات را در خم تیز 90° درجه و با استفاده از روش حجم محدود Roe-TVD در جریان زیربحرانی با در نظر گرفتن جملات تلاطمی حل کردند. [۲۷] یادآور می‌شود که این روش به‌خوبی قادر به مدل‌سازی امواج تیز مورب است؛ اما همیشه میزان اهمیت جملات تلاطمی در مدل‌سازی جریان‌های فوق‌بحرانی نامشخص بوده است. در نوشتار حاضر برای اولین بار از روش حجم محدود Roe-TVD برای شبیه‌سازی امواج تیز مورب ایستا -- ناشی از برخورد جریان فوق‌بحرانی به یک مانع عرضی -- با در نظر گرفتن جملات تلاطمی استفاده شده است. برای شبیه‌سازی اثرات تلاطم از مدل دوبعدی طول اختلاط، مدل استاندارد $k - \epsilon$ و مدل تنش جبری استفاده می‌شود. برای اطمینان از صحت محاسبات عددی، یک مدل آزمایشگاهی شامل فلومی به طول 870 m و عرض 0.4 m برپا شد و نتایج عددی با اطلاعات به دست آمده از آن مقایسه شد. مطالعات انجام‌شده [۲۷] نشان داد که تعیین صحیح موقعیت امواج تیز عددی به تخمین دقیق جملات چشمه -- شامل مقاومت بستر، شیب کانال و اتلاف اندازه‌ی حرکت ناشی از تلاطم -- بستگی دارد. بنابراین ضریب زبری مانینگ و شیب بستر با دقت زیاد در آزمایشگاه تعیین شدند.

۲. معادلات آب‌های کم‌عمق

معادلات آب‌های کم‌عمق، با فرض اولیه‌ی توزیع فشار هیدروستاتیکی و همچنین سیال غیرقابل تراکم، از متوسط‌گیری معادلات سه‌بعدی ناویر - استوکس در عمق حاصل می‌شود. این معادلات در مطالعه‌ی بسیاری از پدیده‌های فیزیکی -- نظیر شکست سد، جریان در کانال‌های باز، امواج سیلابی، نیروهای عمل‌کننده بر سازه‌های ساحلی و انتقال آلودگی -- کاربرد دارند. شکل دوبعدی و بقایی این معادلات چنین است: [۲۸]

$$\frac{\partial W}{\partial t} + \frac{\partial F_x}{\partial x} + \frac{\partial F_y}{\partial y} = \sum_{k=1}^{\tau} G_k \quad (1)$$

که در آن

$$W = \begin{bmatrix} h \\ q_x \\ q_y \end{bmatrix}; \quad F_x = \begin{bmatrix} q_x \\ \frac{q_x^2}{h} + \frac{gh^2}{\tau} \\ \frac{q_x q_y}{h} \end{bmatrix}; \quad F_y = \begin{bmatrix} q_y \\ \frac{q_x q_y}{h} \\ \frac{q_y^2}{h} + \frac{gh^2}{\tau} \end{bmatrix} \quad (2)$$

در سیستم معادلات ۱ و ۲، بردار متغیرهای ابقاء‌شده (مشمول بر h عمق جریان، q_x و q_y دبی در واحد عرض در راستای x و y) است. همچنین F_x و F_y بردارهای

در رابطه‌ی ۹، W_{Ij} مقدار متغیر W_i در مرز با سلول j ، r بردار فاصله‌ی بین مرکز سطح سلول i و وسط L_{ij} ، و ∇_i^r گرادین محدودشده‌ی متغیرها در سلول i است که طبق رابطه‌ی ۱۰ تعیین می‌شود (شکل ۱ الف):

$$\nabla_i^r W = w_a \nabla W_a + w_b \nabla W_b + w_c \nabla W_c \quad (10)$$

در این رابطه w_a ، w_b و w_c فاکتور وزنی، و ∇W_a ، ∇W_b ، ∇W_c مقدار گرادین محدودشده‌ی متغیر مورد نظر در سلول‌های a ، b و c هستند. با میانگین‌گیری وزنی، گرادین هر وجه سلول تعیین می‌شود:

$$\nabla W_i = \frac{A_{i1a2} (\nabla W)_1 + A_{i1b2} (\nabla W)_2 + A_{i1c2} (\nabla W)_3}{A_{i1a2} + A_{i1b2} + A_{i1c2}} \quad (11)$$

A_{i1a2} مساحت چهار ضلعی $i1a2$ و $(\nabla W)_m$ گرادین متغیر W در وجه m سلول است که با استفاده از قضیه‌ی گوس و میانگین‌گیری وزنی زیرمثلث‌های اطراف هر ضلع محاسبه می‌شود؛ مثلاً برای وجه شماره ۱ (در شکل ۱ الف) می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} (\nabla W)_1 &= \frac{A_{1a2} \nabla W|_{1a2} + A_{1i2} \nabla W|_{1i2}}{A_{1a2} + A_{1i2}} \\ \nabla W|_{1a2} &= \frac{1}{A_{1a2}} \oint_{\Gamma} W n d\Gamma \end{aligned} \quad (12)$$

که در آن Γ مسیر انتگرال‌گیری در هر زیرمثلث است. برای تعریف توابع وزنی w_a ، w_b و w_c می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} w_a &= \frac{(g_b g_c + \varepsilon^t)}{(g_a^t + g_b^t + g_c^t + 3\varepsilon^t)} \\ w_b &= \frac{(g_a g_c + \varepsilon^t)}{(g_a^t + g_b^t + g_c^t + 3\varepsilon^t)} \\ w_c &= \frac{(g_a g_b + \varepsilon^t)}{(g_a^t + g_b^t + g_c^t + 3\varepsilon^t)} \end{aligned} \quad (13)$$

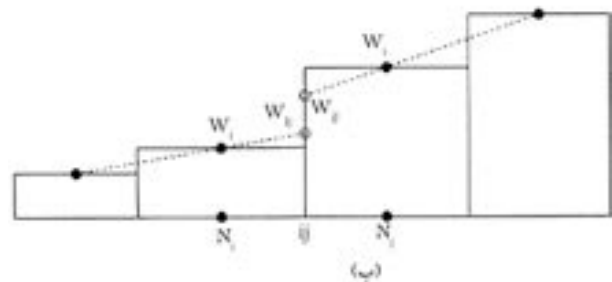
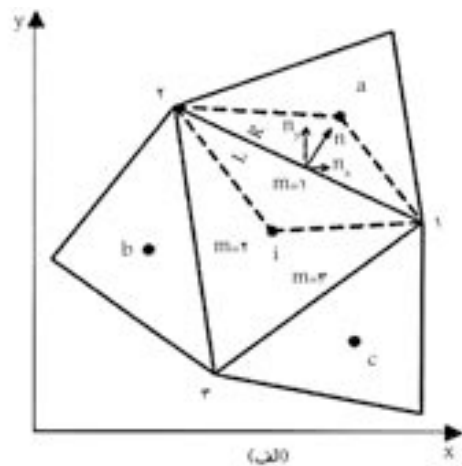
در این روابط ε یک مقدار کوچک و g_a ، g_b و g_c تابعی از گرادین متغیرها در سلول‌های احاطه‌کننده‌ی سلول i (سلول‌های a ، b و c در شکل ۱ الف) هستند:

$$g_a = \|\nabla W_a\|_r^t; \quad g_b = \|\nabla W_b\|_r^t; \quad g_c = \|\nabla W_c\|_r^t \quad (14)$$

و در آن $\|\nabla W_a\|_r^t$ نرم L_r گرادین محدودشده‌ی متغیر مورد نظر است. طبق تعریف، نرم L_r برابر مجموع مربعات درایه‌های بردار است. با استفاده از روابط ۱۳ و ۱۴ مقدار گرادین محدودشده‌ی متغیر مورد نظر تعیین، و بازسازی اطلاعات روی مرز سلول انجام می‌شود. جملات چشمه‌ی شیب و اصطکاک بستر (G_1 و G_2 در معادله‌ی ۳) چنین تعریف می‌شوند:^[۲۸]

$$G_1 = \begin{bmatrix} \circ \\ -ghS_{\circ x} \\ -ghS_{\circ y} \end{bmatrix}; \quad G_2 = \begin{bmatrix} \circ \\ -c_f U_x |U_x| \\ -c_f U_y |U_y| \end{bmatrix}; \quad c_f = \frac{gn^t}{h^{1/r}} \quad (15)$$

که در آن $S_{\circ x}$ و $S_{\circ y}$ شیب بستر در راستای x و y ، c_f ضریب اصطکاک بستر و n ضریب زبری ماینگ است.



شکل ۱. بازسازی اطلاعات در روی مرز سلول‌ها.

در روش متکی به بالادست مقدار شار عددی به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\begin{aligned} \phi_{ij} &= \frac{Z(W_i, n_{ij}) + Z(W_j, n_{ij})}{2} \\ &\quad - \frac{1}{2} |\phi(W_i, W_j, n_{ij})| (W_j - W_i) \\ |\phi| &= X |D| X^{-1} \quad Z = F_x n_x + F_y n_y \\ X &= \begin{bmatrix} \circ & \circ & \circ \\ -\tilde{n}_y & \bar{U}_x + \bar{C} \tilde{n}_x & \bar{U}_x - \bar{C} \tilde{n}_x \\ \tilde{n}_x & \bar{U}_y + \bar{C} \tilde{n}_y & \bar{U}_y - \bar{C} \tilde{n}_y \end{bmatrix} \\ |D| &= \begin{bmatrix} |\bar{\lambda}_1| & \circ & \circ \\ \circ & |\bar{\lambda}_r| & \circ \\ \circ & \circ & |\bar{\lambda}_r| \end{bmatrix} \quad \bar{\lambda}_1 = n_x \bar{U}_x + n_y \bar{U}_y \\ \bar{\lambda}_r &= \bar{\lambda}_1 + \bar{C} L_{ij} \quad \bar{\lambda}_r = \bar{\lambda}_1 - \bar{C} L_{ij} \end{aligned} \quad (7)$$

در روش مرتبه‌ی اول Roe مقادیر متوسط‌گیری شده در سلول چنین تعریف می‌شوند:^[۲۴]

$$\begin{aligned} \bar{U}_x &= \frac{\sqrt{h_i} U_{x,i} + \sqrt{h_j} U_{x,j}}{\sqrt{h_i} + \sqrt{h_j}} \quad \bar{U}_y = \frac{\sqrt{h_i} U_{y,i} + \sqrt{h_j} U_{y,j}}{\sqrt{h_i} + \sqrt{h_j}} \\ \bar{C} &= \sqrt{g \frac{h_i + h_j}{2}} \end{aligned} \quad (8)$$

در این رابطه U_x و U_y سرعت جریان در جهت محورهای x و y است. برای رسیدن به دقت مرتبه‌ی دوم مکانی در روش Roe مقادیر متغیرهای بقایی در مرز سلول‌های مثلثی با استفاده از روش MUSCL بازسازی می‌شوند (شکل ۱ ب):^[۲۵]

$$W_{Ij} = W_i + r \nabla_i^r W \quad (9)$$

۴. مدل‌های متوسط رینولدز در جریان دوبعدی سطح آزاد

فرضیه‌ی بوزینسک اساس تمامی مدل‌های تلاطمی لزجت گردابه‌یی، و بیان‌گر رابطه‌ی بین تنش رینولدز و گرادیان سرعت اصلی جریان است. در مدل‌های متوسط رینولدز با استفاده از این فرضیه، اثرات تنش‌های رینولدز در معادلات آب‌های کم‌عمق (G_{τ}) در رابطه‌ی (۳) عبارت خواهد بود از:

$$G_{\tau} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} (v_t h \frac{\partial U_x}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y} (v_t h \frac{\partial U_x}{\partial y}) \\ \frac{\partial}{\partial x} (v_t h \frac{\partial U_y}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y} (v_t h \frac{\partial U_y}{\partial y}) \end{bmatrix} \quad (16)$$

که در آن v_t لزجت گردابه‌یی متلاطم است. برای جداسازی این جمله از روش نیمه‌ضمنی^۹ استفاده شده است. وقتی لزجت بسیار بزرگ باشد برای حفظ پایداری لازم است جمله‌ی پخش به صورت ضمنی جداسازی شود. برای انجام این کار، داویدسون جمله‌ی مذکور را به دو قسمت تقسیم‌بندی کرد:^[۲۹]

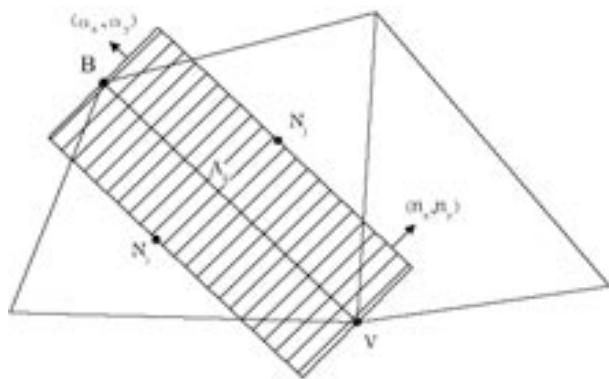
$$G_{\tau, tot} = G_{\tau, \perp} + G_{\tau, \parallel} \quad (17)$$

در این رابطه $G_{\tau, \perp}$ پخشیدگی متعامد^{۱۰} و $G_{\tau, \parallel}$ پخشیدگی غیرمتعامد^{۱۱} است. برای مؤلفه‌ی اندازه‌ی حرکت در راستای x بردار G_{τ} چنین محاسبه می‌شود (شکل ۲):

$$G_{\tau, \perp} = \sum_{j \in K_i} \Gamma_{D_{\perp}} U_{x,j} - \frac{\Gamma_{D_{\perp}}}{h_i} q_{x,i}$$

$$G_{\tau, \parallel} = \sum_{j \in K_i} v_{t,ij} h_{ij} \frac{d_{ij}}{d_{\perp,ij}} (U_{x,B} - U_{x,V}) (\tilde{\alpha}_{x,ij} \tilde{n}_{x,ij} + \tilde{\alpha}_{y,ij} \tilde{n}_{y,ij}) \quad (18)$$

در این روابط $\Gamma_{D_{\perp}} = v_{t,ij} h_{ij} \frac{|n_{ij}|}{d_{\perp,ij}}$ ضریب پخش متعامد^{۱۲}، $v_{i,j}$ و h_{ij} به ترتیب میانگین عمق و لزجت گردابه‌یی متلاطم در دو سلول i و j ، $U_{x,V}$ و $U_{x,B}$ سرعت در راستای محور x در نقاط B و V ، $\tilde{\alpha}_{ij} = (\tilde{\alpha}_{x,ij}, \tilde{\alpha}_{y,ij})$ بردار یکه و عمود بر خطی که مرکز دو سلول i و j را به یکدیگر وصل می‌کند، و $d_{\perp,ij}$ تصویر فاصله‌ی بین مرکز دو سلول i و j روی خط عمود بر وجه مشترک دو سلول است. در رابطه‌ی ۱۸ مقدار همه‌ی متغیرها در زمان t^n جاگذاری می‌شود و فقط دبی در واحد عرض $q_{x,i}$ در زمان t^{n+1} قرار داده می‌شود. با این کار هیچ



شکل ۲. محاسبه‌ی جمله‌ی پخش به روش نیمه‌ضمنی.

هزینه‌ی محاسباتی اضافه نمی‌شود و نیاز به حل سیستم معادلات نیست. جمله‌ی اثرات تلاطمی در معادله‌ی اندازه‌ی حرکت در راستای y نیز به صورت مشابه محاسبه می‌شود. در روابط فوق باید مقدار لزجت گردابه‌یی متلاطم را با استفاده از مدل‌های تلاطمی مختلف که در ادامه تشریح می‌شود، محاسبه کرد.

۱.۴. مدل طول اختلاط (ML)

در این مدل، لزجت گردابه‌یی متلاطم (v_t) از رابطه‌ی ۱۹ به دست می‌آید:^[۲۸]

$$v_t = l_s^2 \sqrt{2 \left(\frac{\partial U_x}{\partial x} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial U_y}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial U_x}{\partial y} + \frac{\partial U_y}{\partial x} \right)^2 + \left(2.134 \frac{u_f}{\kappa h} \right)^2}$$

$$l_s = \min(0.1267 \kappa h, \kappa d_{wall}) \quad (19)$$

که در آن $\kappa = 0.41$ ضریب فون کارمن^{۱۳}، d_{wall} فاصله‌ی مرکز سلول تا نزدیک‌ترین دیوار، و u_f سرعت برشی است و از رابطه‌ی ۲۰ محاسبه می‌شود:

$$u_f = \sqrt{c_f (U_x^2 + U_y^2)} \quad (20)$$

۲.۴. مدل $k - \varepsilon$

در مدل متوسط‌گیری‌شده‌ی عمقی $k - \varepsilon$ ، باید دو معادله‌ی انتقال برای محاسبه‌ی لزجت گردابه‌یی متلاطم حل شود. یکی از این معادلات برای به دست آوردن انرژی جنبشی تلاطم (k) و دیگری برای تعیین نرخ اتلاف انرژی جنبشی تلاطم (ε) است. معادلات مدل در حالت بقایی و برداری به صورت رابطه‌ی ۲۱ است:^[۳۰]

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{\partial F_{\Phi,x}}{\partial x} + \frac{\partial F_{\Phi,y}}{\partial y} = \sum_{m=1}^r H_m \quad (21)$$

که در آن Φ بردار متغیر تلاطمی ابقاء شده و $F_{\Phi,x}$ و $F_{\Phi,y}$ شارهای فیزیکی در راستای x و y هستند:

$$\Phi = \begin{bmatrix} hk \\ h\varepsilon \end{bmatrix}$$

$$F_{\Phi,x} = \begin{bmatrix} hkU_x \\ h\varepsilon U_x \end{bmatrix} = U_x \Phi \quad F_{\Phi,y} = \begin{bmatrix} hkU_y \\ h\varepsilon U_y \end{bmatrix} = U_y \Phi \quad (22)$$

جملات چشمه H_m ($m = 1, 4$) شامل پخش تلاطمی (H_1)، تولید تلاطم ناشی از گرادیان سرعت افقی (H_2)، تولید تلاطم ناشی از اصطکاک بستر (H_3) و نرخ اتلاف انرژی جنبشی تلاطمی (H_4) هستند و چنین تعریف می‌شوند:

$$H_1 = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{v_t}{\sigma_k} h \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) \\ \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{v_t}{\sigma_\varepsilon} h \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right) \end{bmatrix} \quad H_2 = \begin{bmatrix} \min(2 v_t S_{ij} S_{ij} h, 1.0 \varepsilon h) \\ c_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} 2 v_t S_{ij} S_{ij} h \end{bmatrix}$$

$$H_3 = \begin{bmatrix} \min(c_k u_f^2, 1.0 \varepsilon h) \\ c_\varepsilon \frac{u_f}{h} \end{bmatrix} \quad H_4 = \begin{bmatrix} -\varepsilon h \\ -c_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} h \end{bmatrix}$$

$$v_t = c_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \quad i, j = 1, 2 \quad (23)$$

که در آن S_{ij} تانسور متوسط نرخ کرنش‌های افقی^{۱۴} است و با استفاده از سرعت‌های متوسط عمقی محاسبه می‌شود. ضرایب $c_{1\varepsilon}$ ، c_{1k} ، c_μ ، σ_ε و σ_k نیز ثابت‌های

جبری ارائه شده است. زمانی که از روش‌های صریح به جای روش‌های غیرصریح استفاده می‌شود پایداری افزایش می‌یابد. [۲۳]

در معادلات متوسط‌گیری شده در عمق آب‌های سطحی، تنها سه مؤلفه‌ی تنش رینولدز $(\overline{u'v'}, \overline{v'^2}, \overline{u'^2})$ ظاهر می‌شوند که چنین محاسبه می‌شوند: [۲۱]

$$\begin{bmatrix} \overline{u'^2} \\ \overline{v'^2} \\ \overline{u'v'} \end{bmatrix} = \frac{1 - c_r}{c_{11}} \frac{k}{\varepsilon} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \overline{u'^2} \\ \overline{v'^2} \\ \overline{u'v'} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix} \quad (29)$$

ضریب ثابت $(c_r = 0.6)$ است و c_{11} مطابق رابطه‌ی ۳۰ محاسبه می‌شود:

$$c_{11} = 0.8 + \frac{P_k}{\varepsilon} \quad (30)$$

در این رابطه P_k نماینده‌ی تولید انرژی جنبشی تلاطمی است. در رابطه‌های a_{ij} و b_i چنین تعریف می‌شوند:

$$\begin{aligned} a_{11} &= -\frac{2}{3} \frac{\partial U_y}{\partial y} & a_{12} &= -\frac{4}{3} \frac{\partial U_x}{\partial x} & a_{13} &= -\frac{4}{3} \frac{\partial U_x}{\partial y} + \frac{2}{3} \frac{\partial U_y}{\partial x} \\ a_{21} &= \frac{2}{3} \frac{\partial U_x}{\partial x} & a_{22} &= -\frac{4}{3} \frac{\partial U_y}{\partial y} & a_{23} &= -\frac{4}{3} \frac{\partial U_y}{\partial x} + \frac{2}{3} \frac{\partial U_x}{\partial y} \\ a_{31} &= -\frac{\partial U_y}{\partial x} & a_{32} &= -\frac{\partial U_x}{\partial y} & a_{33} &= -\left(\frac{\partial U_x}{\partial x} + \frac{\partial U_y}{\partial y}\right) \\ b_1 &= \frac{2}{3} k + \frac{k(1 - c_r)}{\varepsilon} \left(\frac{2}{3} P_{uu,v} - \frac{1}{3} P_{vv,v}\right) \\ b_2 &= \frac{2}{3} k + \frac{k(1 - c_r)}{\varepsilon} \left(\frac{2}{3} P_{vv,v} - \frac{1}{3} P_{uu,v}\right) \\ b_3 &= \frac{k(1 - c_r)}{\varepsilon} P_{uv,v} \end{aligned} \quad (31)$$

در این روابط $P_{uu,v}$ ، $P_{vv,v}$ و $P_{uv,v}$ جملات تولید تلاطم ناشی از اصطکاک بسترنند و طبق رابطه‌های ۳۲ محاسبه می‌شوند:

$$P_{uu,v} = 2 \frac{u_f q_x^2}{h^2 |U|} \quad P_{vv,v} = 2 \frac{u_f q_y^2}{h^2 |U|} \quad P_{uv,v} = -2 \frac{u_f q_x q_y}{h^2 |U|} \quad (32)$$

تولید انرژی جنبشی تلاطمی تابعی از تنش‌های رینولدز است. برای جلوگیری از وابستگی بسیار زیاد تنش‌های رینولدز به یکدیگر و پایداری بیشتر روش، از فرضیه‌ی لزجت گردابه‌یی برای محاسبه‌ی جمله‌ی تولید انرژی جنبشی تلاطمی استفاده می‌شود. برای این کار جمله‌ی تولید تلاطم (در رابطه‌ی ۳۰) مطابق رابطه‌ی ۳۳ محاسبه می‌شود:

$$P_k = 2v_t \left[\left(\frac{\partial U}{\partial x}\right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial y}\right)^2 + \frac{P_{uu,v} + P_{vv,v}}{2} \right] \quad (33)$$

با این انتخاب، سیستم معادلات ۲۹ بدون استفاده از سعی و خطا و به‌طور مستقیم حل می‌شود، و پایداری و هم‌گرایی روش نیز افزایش می‌یابد.

۵. مدل آزمایشگاهی

در تحقیق حاضر برای دست‌یابی به داده‌های تجربی از فلوئی واقع در آزمایشگاه هیدرولیک دانشکده مهندسی دانشگاه فردوسی مشهد استفاده شد (شکل ۳). طول

مدل هستند که مقادیر آن‌ها برای مدل $k - \varepsilon$ استاندارد عبارت‌اند از:

$$c_{1\varepsilon} = 1.44; \quad c_{r\varepsilon} = 1.92; \quad \sigma_k = 1.0; \quad \sigma_\varepsilon = 1.31; \quad C_\mu = 0.09 \quad (24)$$

سیستم معادلات مدل $k - \varepsilon$ در حالت بقاء، از نوع هذلولی همراه با جملات چشمه است. واقعیت یکسان بودن دو مقدار ویژه‌ی معادلات $k - \varepsilon$ ، روش عددی را ساده‌تر می‌کند. برای حل سیستم معادلات فوق مطابق روش گفته‌شده در حل معادلات آب‌های کم عمق، جمله‌ی پخش لزجی و تلاطمی (H_{\perp}) به دو قسمت متعامد $(H_{\perp, \perp})$ و غیرمتعامد $(H_{\perp, \parallel})$ تقسیم می‌شود. همچنین با توجه به پیشنهاد داویدسون برای حفظ پایداری روش و مثبت ماندن مقادیر انرژی جنبشی تلاطم در طول محاسبات، [۲۹] جملات چشمه به دو قسمت مثبت و منفی تقسیم می‌شوند؛ و در نهایت خواهیم داشت: [۲۱]

$$\begin{aligned} \Phi_i^{n+1} (1 - H_{N,i}^n) &= \left(1 - \frac{\Delta t}{A_i} a_i^n\right) \Phi_i^n \\ &+ \frac{\Delta t}{A_i} \sum_{j \in K_i} a_{ij}^n \Phi_j^n + \Delta t H_{p,i}^n \end{aligned} \quad (25)$$

در این رابطه H_N^n و H_p^n به ترتیب نشان‌گر جملات چشمه‌ی مثبت و منفی‌اند. a_{ij}^n و a_i^n مطابق رابطه‌ی ۲۶ محاسبه می‌شوند:

$$\begin{aligned} a_i^n &= \sum_{j \in K_i} \left(\frac{\lambda_{ij} + |\lambda_{ij}|}{2} + \Gamma_{D_{\perp, ij}} \right); \\ a_{ij}^n &= \frac{-\lambda_{ij} + |\lambda_{ij}|}{2} + \Gamma_{D_{\perp, ij}} \end{aligned} \quad (26)$$

جملات چشمه H_{\perp} و H_{\parallel} همیشه مثبت‌اند و جمله‌ی چشمه‌ی افت H_{\downarrow} نیز همیشه منفی است؛ ولی جمله‌ی چشمه‌ی پخش $H_{\perp, \parallel}$ ممکن است مثبت یا منفی باشد و بنابراین ممکن است در H_N^n یا H_p^n قرار بگیرد. در نهایت، جملات چشمه‌ی مثبت و منفی مطابق رابطه‌ی ۲۷ نوشته می‌شود:

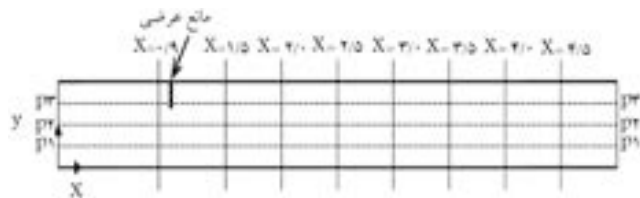
$$\begin{aligned} H_N^n &= \min \left[\frac{H_{\perp, \parallel}}{\Phi}, 0 \right]^n + \left[\frac{-\frac{\varepsilon}{k}}{-c_{r\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k}} \right]^n \\ H_p^n &= \max [H_{\perp, \parallel}, 0]^n + H_{\perp}^n + H_{\parallel}^n \end{aligned} \quad (27)$$

در نقاطی که جت جریان به دیواره برخورد می‌کند انرژی جنبشی تلاطم به‌وسیله‌ی مدل $k - \varepsilon$ بزرگ‌تر از مقدار اصلی آن برآورد می‌شود. برای واقع‌گرایانه کردن نتایج مدل، اصلاح لزجت گردابه‌یی متلاطم ضرورت می‌یابد: [۳۱]

$$v_t = \min \left[c_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}, \frac{k}{3} \left(\frac{2}{S_{ij} S_{ij}} \right)^{1/2} \right] \quad (28)$$

۳.۴. مدل تنش جبری (ASM)

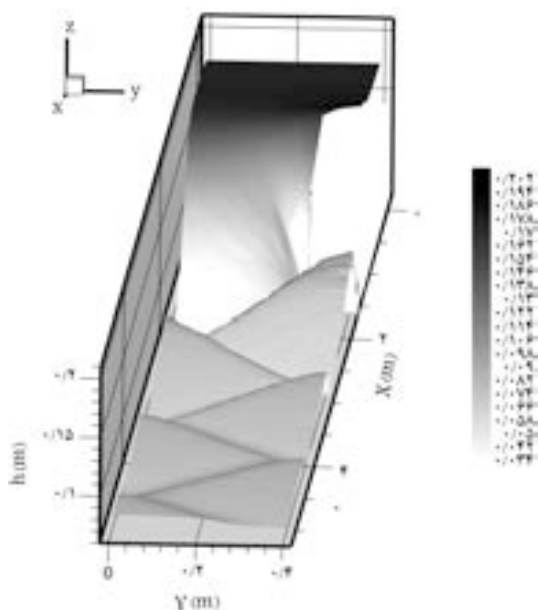
در این روش از معادلات جبری برای به‌دست آوردن تنش‌های رینولدز استفاده می‌شود. مدل تنش جبری ابتدا به‌صورت سه‌بعدی عرضه شد. [۳۲] اخیراً نیز ویرایش دوبعدی مدل یادشده برای معادلات متوسط‌گیری شده در عمق آب‌های سطحی ارائه شده است. [۲۱] با وجود این که در روش ASM سیستم معادلات نسبت به مدل‌های متوسط رینولدز ساده‌تر به نظر می‌رسد، معمولاً پایداری این روش به‌خصوص در حالت سه‌بعدی بسیار ضعیف است. دلیل این امر ماهیت بسیار غیرخطی معادلات



شکل ۴. نقشه‌ی پلان کانال و موقعیت مقاطع طولی و عرضی.

شبکه‌بندی انتخاب شد و مشاهده شد که افزایش بیشتر از ۸۰۰۰ سلول تغییری در نتایج ایجاد نمی‌کند. در نهایت فضای حل به ۸۳۰۵ سلول مثلثی بی‌سازمان تقسیم شد. شرایط مرزی جریان در ورودی با دبی ثابت و در پایین دست به وسیله‌ی درون‌یابی مقادیر وابسته (q_x, q_y, h) مشخص شد. برای شبیه‌سازی مرزهای جامد نیز از نظریه‌ی مشخصات استفاده شد. [۲۵]

در شکل ۵ نمای سه‌بعدی جریان در مدل ASM برای مانعی با عرض ۰٫۱۲ m نشان داده شده است. مشاهده می‌شود که مدل عددی به خوبی قادر به شبیه‌سازی امواج ایجادشده در پایین دست مانع است. در شکل ۶ نیم‌رخ طولی عمق جریان در امتداد p۱ با مدل ASM رسم شده است. چنان که مشاهده می‌شود امواج تیز عددی از نظر دامنه و فاز همخوانی مناسبی با نتایج آزمایشگاهی دارند. برای بررسی دقیق‌تر نتایج و مقایسه‌ی مدل‌های تلاطمی، در شکل ۷ نیم‌رخ طولی عمق جریان ۱ متر پس از مانع عرضی با استفاده از مدل‌های مختلف تلاطمی در امتدادهای p۱، p۲ و p۳ برای مانع با عرض ۰٫۱۲ m در مقیاس بزرگ‌تر رسم شده است. همه‌ی مدل‌های تلاطمی مورد استفاده به خوبی قادر به شبیه‌سازی جریان هستند و با داده‌های آزمایشگاهی سازگاری دارند؛ به‌ویژه آن که علی‌رغم اختلاف فاز اندکی که در امواج نیز انتهای مشاهده می‌شود نتایج حاصل از مدل‌های مختلف در این امواج بسیار به هم نزدیک‌اند. علت این امر احتمالاً کاهش سرعت جریان و افزایش اثر جملات تلاطمی است. براساس این نمودارها مدل تلاطمی ASM نتایج مطلوب‌تری دارد. برای مانعی با عرض‌های بیشتر نیز نتایج مشابه به دست می‌آید. در بخش‌های بعدی توانایی مدل عددی در شبیه‌سازی امواج مورب برای مانع با عرض‌های مختلف ارزیابی و خطاهای حاصله بررسی می‌شوند.



شکل ۵. نمای سه‌بعدی جریان در مدل ASM.



الف) توسعه‌ی امواج ایستا در اثر وجود مانع



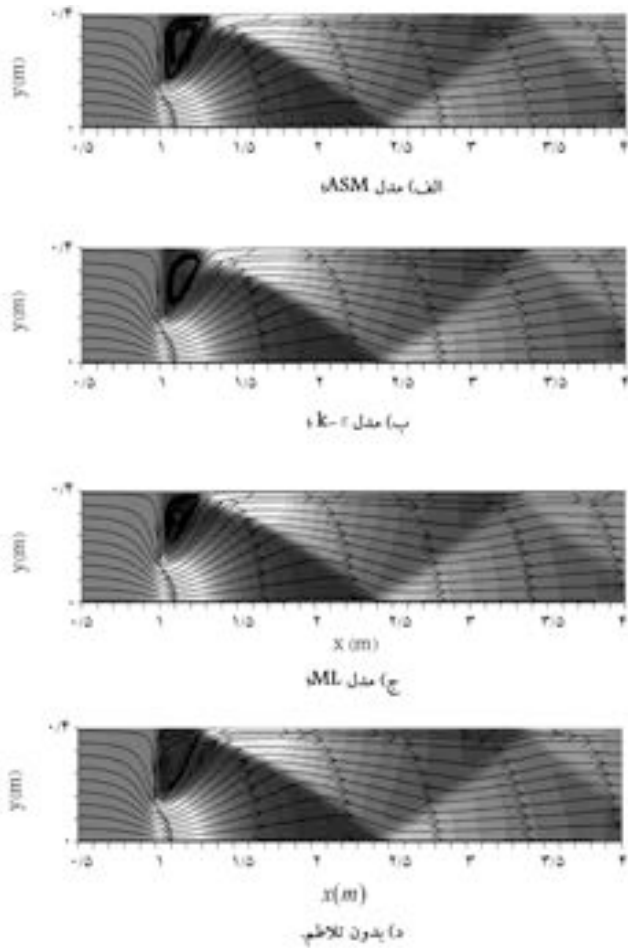
ب) جریان پشت مانع و اولین موج ایستا.

شکل ۳. فلوم آزمایشگاهی مورد استفاده.

فلوم $L = 8$ m، عرض آن $B = 0.4$ m و ارتفاع دیواره کانال برابر $H = 0.5$ m بود. عمق نرمال برای سه دبی مختلف و برای هر دبی در سه شیب طولی اندازه‌گیری شد. آنگاه با استفاده از رابطه‌ی مقاومت مانینگ ضریب زبری متوسط معادل $n = 0.104$ محاسبه شد. در هر آزمایش دبی جریان با روش حجمی اندازه‌گیری شد و عمق با استفاده از عمق سنج و با دقت ۱ mm برداشت شد. برای ایجاد امواج ایستا در کانال از مانعی با عرض‌های ۰٫۱۲ m، ۰٫۱۶ m، ۰٫۲۴ m و ۰٫۳۰ m که در فاصله‌ی ۳٫۰ m از ابتدای کانال قرار داشت استفاده شد. در ورودی کانال جریان با دبی ثابت $Q = 0.372$ m³/s برقرار شد. شیب طولی کانال $S = 0.0024$ و اندازه‌گیری شد. عمق نرمال جریان در کانال بدون مانع برابر ۰٫۰۸ متر بود. با وجود مانع، عمق آب در بالادست افزایش یافت و در پایین دست بر اثر رهاشدن جریان و برخورد جت آب به دیواره‌ها، امواج ضربدری به وجود آمد. اندازه‌گیری با فاصله‌ی ۰٫۴ m در سه مقطع طولی p۱، p۲ و p۳ با فاصله‌های ۰٫۱۰ m، ۰٫۲۰ m و ۰٫۳۰ m از دیواره‌ی کانال و همچنین در ۸ مقطع عرضی مطابق شکل ۴ انجام شد.

۶. کاربرد روش عددی

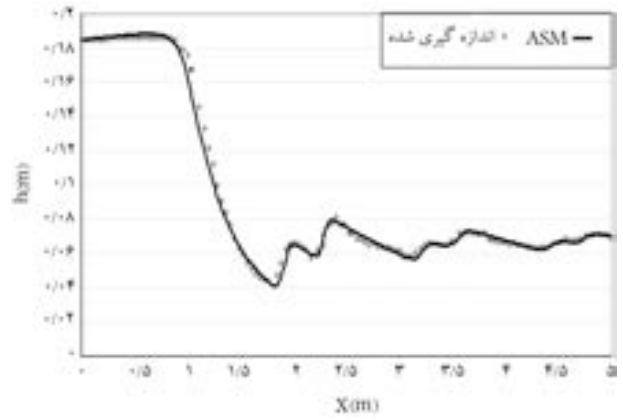
به منظور ارزیابی مدل‌های تلاطمی، جریان در کانال با وجود یک مانع عرضی شبیه‌سازی شد. در مدل عددی، طول کانال برابر ۵٫۰ m بود. بدیهی است که صحت نتایج عددی به تراکم شبکه‌ی محاسباتی بستگی دارد. بدین منظور چهار تراکم مختلف



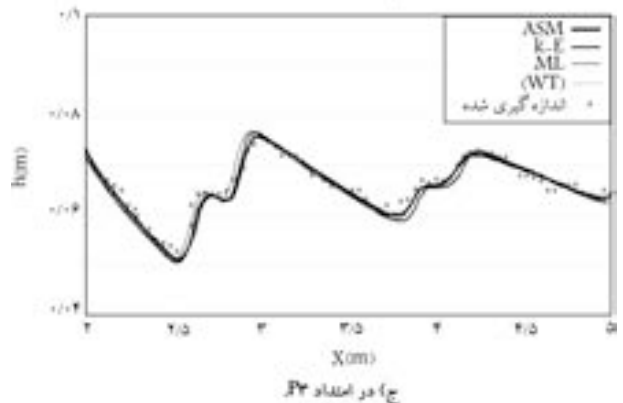
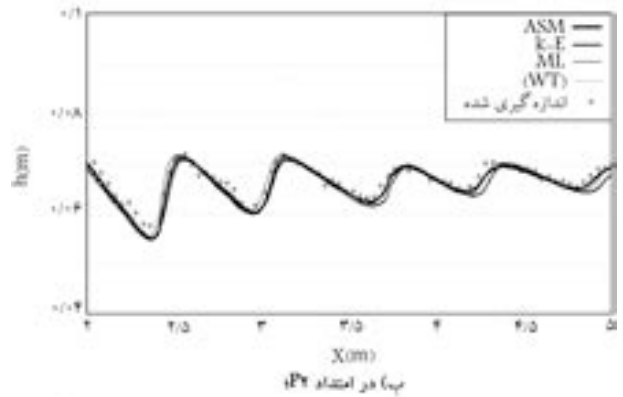
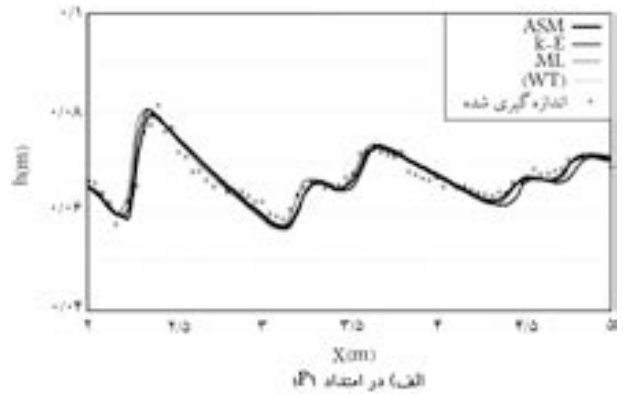
شکل ۸. خطوط جریان در مدل‌های مختلف برای مانع با عرض ۰٫۲۴ m.

در شکل ۸ منحنی‌های خطوط جریان در پشت مانع عرضی برای سه مدل تلاطمی مختلف، و حالت بدون تلاطم در حالت مانع با عرض ۰٫۲۴ m نشان داده شده است. در همه‌ی مدل‌ها گردابه‌ی پشت مانع به‌خوبی شبیه‌سازی شده است، اما شکل و طول آن در مدل‌های مختلف کمی متفاوت است. دلیل این اختلاف، سرعت کم جریان در این ناحیه و در نتیجه تأثیرگذاری بیشتر جملات تلاطمی است. چنان‌که مشاهده می‌شود در مدل‌های ASM و $k - \epsilon$ خطوط جریان در پشت مانع به یکدیگر نزدیک‌ترند و گردابه‌ی قوی‌تری ایجاد شده است. ضمناً در پس‌زمینه‌ی همین شکل‌ها منحنی سایه‌ی عمق جریان نشان داده شده است. موقعیت امواج ضربدری همراه با تغییر جهت خطوط جریان در شکل به‌خوبی مشخص است.

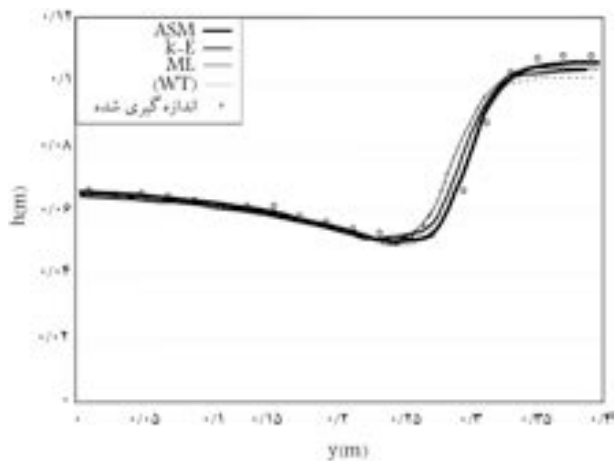
در شکل ۹ توزیع انرژی جنبشی تلاطمی (k) برای دو مدل ASM و $k - \epsilon$ برای مانع با عرض ۰٫۱۲ m نشان داده شده است. چنان‌که مشاهده می‌شود، در هر دو مدل یادشده انرژی جنبشی تلاطمی در بالادست مانع (که تغییرات مشخصات جریان در آن کم است) ناچیز است؛ ولی در پایین دست مانع مقدار قابل ملاحظه‌ی دارد و می‌توان با توجه به تغییرات آن محل امواج ایستا را تعیین کرد. همچنین بیشینه انرژی جنبشی تلاطمی در ناحیه‌ی پایین دست پشت مانع پیش‌بینی شده است؛ اما مدل $k - \epsilon$ مقدار آن را بیشتر و در محدوده‌ی بزرگ‌تری محاسبه می‌کند. انرژی جنبشی تلاطمی نیز در نوار کوچکی از بالادست مانع به دلیل تغییر جهت جریان قابل ملاحظه می‌شود.



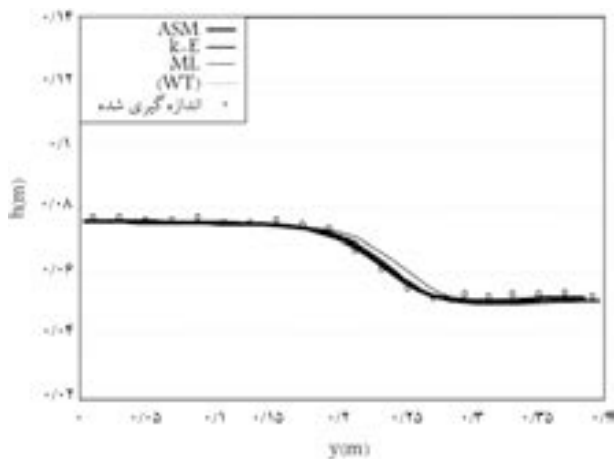
شکل ۶. نیم‌رخ طولی عمق جریان با مدل ASM در امتداد p۱ برای مانع ۰٫۱۲ cm.



شکل ۷. نیم‌رخ طولی عمق جریان با روش‌های مختلف یک متر پس از مانع با عرض ۰٫۱۲ m.



شکل ۱۱. مقایسه‌ی نتایج عددی و آزمایشگاهی در مقطع عرضی $x = ۱/۵$ m



شکل ۱۲. مقایسه‌ی نتایج عددی و آزمایشگاهی در مقطع عرضی $x = ۲/۵$ m

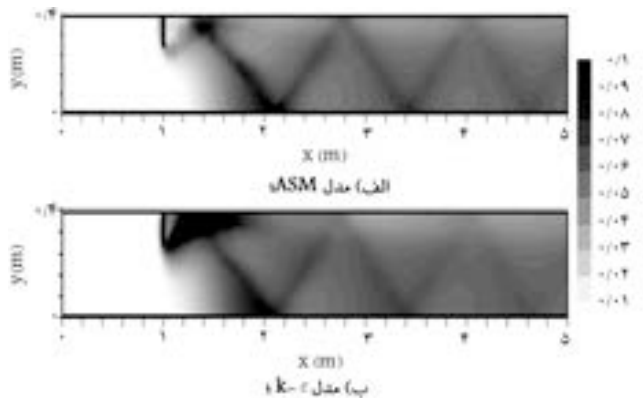
می‌شود. بدین منظور دو شاخص آماری خطا چنین تعریف می‌شود:^[۳۴]

$$E_1 = \frac{\sum (h_{num} - h_{mes})^2}{\sum (h_{mes})^2} \times 100$$

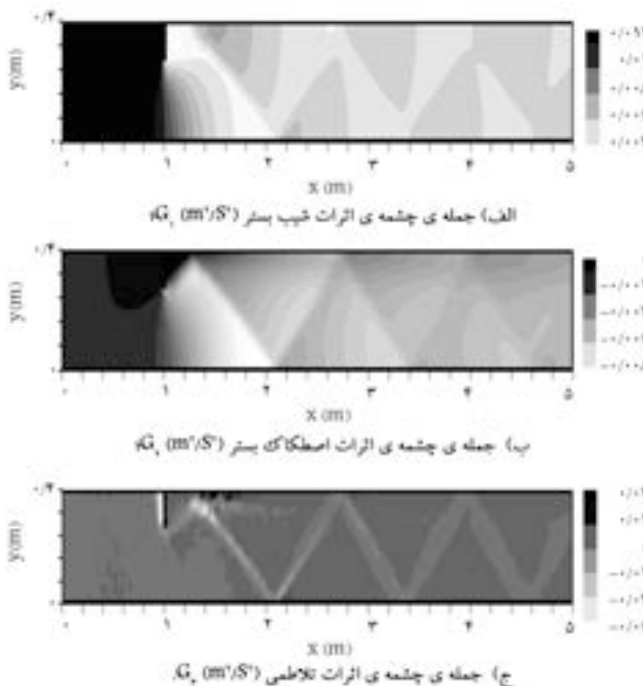
$$E_2 = \frac{\sum |h_{num} - h_{mes}|}{\sum |h_{mes}|} \times 100 \quad (34)$$

در شکل‌های ۱۱ و ۱۲ نیم‌رخ عرضی عمق جریان از مدل‌های تلاطمی با نتایج آزمایشگاهی در دو مقطع مختلف برای مانع با عرض m ۱۲/۰ مقایسه شده است. چنان‌که مشاهده می‌شود، در هر دو مقطع و برای همه‌ی عرض‌ها اعمال جملات تلاطمی شاخص‌های خطا را کاهش داده و نتایج را بهبود بخشیده است. همچنین مدل ASM غالباً کم‌ترین شاخص خطا را دارد. شاخص خطای E_2 نیز نتایج مشابهی دارد.

به منظور تحلیل رگرسیون خطی، پس از رسم اعماق متناظر اندازه‌گیری شده و محاسباتی از مدل ASM در امتداد p_1 ، آن را بر مجموعه نقاط یک خط برازش دادیم (شکل ۱۴). بدیهی است شیب خط مذکور در صورتی که نتایج عددی و آزمایشگاهی به یکدیگر نزدیک باشند به واحد میل می‌کند. معادله‌ی خط برازش یافته و ضریب R^2 برای مانع با عرض m ۱۲/۰ در همین شکل داده شده است. این کار برای اطلاعات سایر مدل‌های تلاطمی و مانع‌های با عرض متفاوت انجام شد



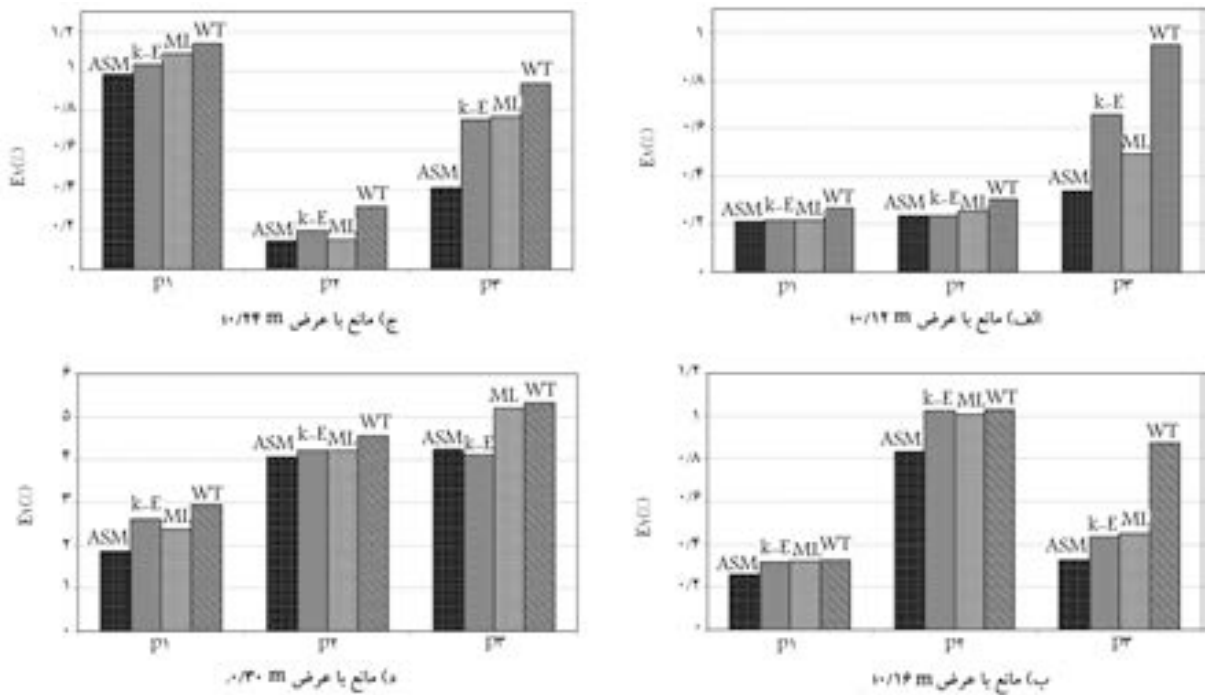
شکل ۹. توزیع انرژی جنبشی تلاطمی برای مانع با عرض m ۱۲/۰ (m^2/s^2) .



شکل ۱۰. توزیع جمله‌ی چشمه‌ی معادله‌ی اندازه‌ی حرکت در راستای x برای مانع با عرض m ۱۲/۰ (نتایج مدل ASM).

در شکل ۱۰ توزیع جملات شیب و اصطکاک بستر (G_1, G_2) و جمله‌ی اثرات تلاطمی (G_p) در معادله‌ی اندازه‌ی حرکت ۱ در راستای x برای مانع با عرض m ۱۲/۰ رسم شده است. مشاهده می‌شود که G_2 در مقایسه با G_1 یک مرتبه بزرگ‌تر است. همچنین اثرات شیب بستر همیشه مثبت و اصطکاک بستر همیشه منفی است؛ ولی اثرات تلاطمی می‌تواند مثبت یا منفی باشد. بنابراین تأثیرات آن در مشخصات جریان به صورت ترکیبی از اثرات جمله چشمه شیب یا اصطکاک بستر ظاهر می‌شود.

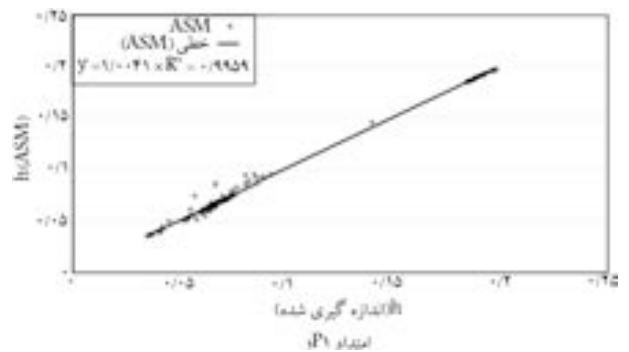
در شکل‌های ۱۱ و ۱۲ نیم‌رخ عرضی عمق جریان از مدل‌های تلاطمی با نتایج آزمایشگاهی در دو مقطع مختلف برای مانع با عرض m ۱۲/۰ مقایسه شده است. چنان‌که مشاهده می‌شود، در هر دو مقطع با کاربرد مدل‌های تلاطمی نتایج بهبود یافته است. اطلاعات این مقاطع نیز نشان‌دهنده‌ی برتری روش ASM بررسی دقیق‌تر و ارزیابی کمی نتایج با استفاده از شاخص‌های آماری انجام



شکل ۱۳. مقایسه‌ی شاخص خطا E_1 در امتدادهای مختلف برای مانع با عرض‌های متفاوت.

با استفاده از معادلات ناماندگار متوسط‌گیری شده در عمق آب‌های کم عمق بررسی شد. برای این کار از روش حجم محدود Roe-TVD در شبکه‌ی بی‌سازمان مثلثی استفاده شد. به‌منظور حذف نوسانات در مناطقی که گرادبان متغیرها زیاد بودند نیز از توابع محدودکننده‌ی شیب پیشرفته استفاده شد. اثرات شیب و اصطکاک بستر و تلاطم در جملات چشمه منظور شدند. جمله‌ی شیب بستر با روش مرکزی و جمله‌ی اصطکاک بستر به‌کمک رابطه‌ی مانینگ شبیه‌سازی شد.

از سه مدل تلاطمی طول اختلاط (ML)، $k - \epsilon$ و تنش جبری (ASM) برای محاسبه‌ی اثرات تلاطمی استفاده شد. به‌منظور ارزیابی روش‌های تلاطمی مذکور، امواج تیز ایستا در یک فلوم آزمایشگاهی با وجود یک مانع با عرض‌های متفاوت شبیه‌سازی شد. در مقایسه‌ی نتایج عددی و آزمایشگاهی مشاهده شد که همه‌ی مدل‌های عددی به‌خوبی قادر به شبیه‌سازی امواج ایجادشده هستند اما کاربرد مدل‌های تلاطمی باعث بهبود نتایج عددی در محل امواج تیز ایستا می‌شود. همچنین تمام مدل‌های عددی گردابه‌ی ایجادشده در پشت مانع عرضی را به‌خوبی شبیه‌سازی می‌کنند؛ اگرچه مدل‌های $k - \epsilon$ و ASM گردابه‌ی قوی‌تری را نشان می‌دهند. براساس نتایج به‌دست آمده مدل تلاطمی ASM در مقایسه با سایر مدل‌ها نتایج مطلوب‌تری به‌دست می‌دهد. بررسی کمی خطاها نیز مؤید این مسئله است. مقایسه‌ی جملات چشمه نشان می‌دهد که اثر جملات تلاطمی ترکیبی از اثرات شیب و اصطکاک بستر است.



شکل ۱۴. مقایسه‌ی آماری نتایج.

و ملاحظه شد که در همه‌ی امتدادها کاربرد مدل‌های تلاطمی باعث بهبود نتایج عددی شده است. همچنین بهترین نتایج عددی در همه‌ی امتدادها از مدل تلاطمی ASM به‌دست می‌آید.

۷. نتیجه‌گیری

در این پژوهش تأثیر مدل‌های تلاطمی مختلف در مدل‌سازی رفتار امواج تیز ایستا

پانویس

1. mixing length (ML)
2. algebraic stress model (ASM)
3. wakes

4. direct numerical simulation (DNS)
5. flux difference splitting methods
6. Godunov method
7. total variation diminishing (TVD)
8. upwind scheme

9. semi-implicit method
10. orthogonal diffusion
11. non-orthogonal diffusion
12. orthogonal diffusion coefficient
13. Von Karman's constant
14. horizontal mean strain-rate tensor

منابع

1. Kraichnan, R.H. "Inertial ranges in two-dimensional turbulence", *Journal of Physics Fluids*, **10**, pp. 14-17 (1967).
2. Batchelor, G.K. "Computation of the energy spectrum in homogeneous two-dimensional turbulence", *Journal of Physics Fluids Suppl. II*, pp. 233-239 (1969).
3. Dracos, T.; Giger, M. and Jirka, G.H. "Plane turbulent jets in a bounded fluid layer", *Journal of Fluid Mechanics*, **241**, pp. 587-614 (1992).
4. Giger, M.; Dracos, T. and Jirka, G.H. "Entrainment and mixing in plane turbulent jets in shallow water", *Journal of Hydraulic Research*, **29**(4), pp. 615-643 (1991).
5. Chen, D. and Jirka, G.H. "Linear instability analysis of turbulent mixing layers and jets in shallow water layers", *Journal of Hydraulic Research*, **36**(5) pp. 525-253 (1998).
6. Thomas, F.O. and Goldschmidt, V.W. "Structural characteristics of developing turbulent planar jet", *Journal of Fluid Mechanics*, **63**, pp. 227-256 (1986).
7. Chen, D. and Jirka, G.H. "Experimental study of plane turbulent wakes in a shallow water layer", *Journal of Fluid Dynamic Research*, **16**, pp. 11-41 (1995).
8. Lloyd, P.M. and Stansby, P.K. "Shallow water flow around model conical islands of small side slope", (Part 1: Experimental investigation), *Journal of Hydraulic Engineering*, **123**, pp. 1057-1067 (1997).
9. Lloyd, P.M. and Stansby, P.K. "Shallow water flow around model conical islands of small side slope", (Part 2: Submerged), *Journal of Hydraulic Engineering*, **123**, pp. 1068-1077 (1997).
10. Lloyd, P.M.; Stansby, P.K. and Chen, D. "Wake formation around islands in oscillatory laminar shallow water flows", (Part 1: Experimental investigation), *Journal of Fluid Mechanics*, **429**, pp. 217-238 (2001).
11. Uijttewaai, W.S.J. and Girka, G.H. "Grid turbulence in shallow flows", *Journal of Fluid Mechanics*, **489**, pp. 325-344 (2003).
12. Uijttewaai, W.S.J. and Booij, R. "Effects of shallowness on the development of free-surface mixing layers", *Journal of Physics Fluids*, **12**(2), pp. 392-402 (2000).
13. Uijttewaai, W.S.J. and Tukker, J. "Development of quasi two-dimensional structures in a shallow free-surface mixing layer", *Journal of Experimental Fluids*, **24**, pp. 192-200 (1998).
14. Chu, V.H. and Babarutsi, S. "Confinement and bed-friction effects in shallow turbulent mixing layers", *Journal of Hydraulic Engineering*, **114**(10), pp. 1257-1274 (1988).
15. Van prooijen, B.C.; Booij, R. and Uijttewaai, W.S.J. "Measurement and analysis methods of large scale horizontal coherent structures in a wide shallow channel", In 10th International Symposium on Applications of Laser Techniques to Fluid Mechanics, Calouste Gulbenkian Foundation, Lisbon, Portugal (2000).
16. Pan, Y. and Banerjee, S. "A numerical study of free-surface turbulence in channel flow", *Journal of Physics Fluids*, **7**(7), pp. 1649-1664 (1995).
17. Roe, P.L. "Approximate Riemann solvers, parameter vectors and difference schemes", *Journal of Computational Physics*, **135**(2), pp. 250-258 (1997).
18. Osher, S. and Solomone, F. "Upwind difference schemes for hyperbolic systems of conservation laws", *Math. Comput.*, **38**, pp. 339-374 (1982).
19. Harten, A.; Lax, P.D. and van Leer, B. "On upstream differencing and Godunov-type schemes for hyperbolic conservation laws", *SIAM Rev.*, **25**, pp. 35-61 (1983).
20. Einfeldt, B. "On Godunov-type methods for gas dynamics", *SIAM J. Numer. Anal.*, **25**, pp. 294-318 (1988).
21. Cea, L.; Jeronimo, P. and Vazquez-Cendon, M.E. "Depth averaged modelling of turbulent shallow water flow with wet-dry fronts", *Arch Comput Methods Eng.*, **14**, pp. 303-341 (2007).
22. Toro, E.F. "Shock-capturing methods for free-surface shallow flows", Wiley, Chichester (2001).
23. Trangenstein, J.A. "Numerical solution of hyperbolic partial differential equations", Cambridge University Press (2007).
24. Leveque, R.J. "Finite volume methods for hyperbolic problems", Cambridge University Press (2004).
25. Yoon, T.H. and Kang, S. "Finite volume model for two-dimensional shallow water flows on unstructured grids", *Journal of Hydraulic Engineering*, **130**(7), pp. 678-688 (2004).
26. Ghostine, R.; Kesserwani, G.; Vazquez, J.; Riviere, N.; Ghenaïm, A. and Mose, R. "Simulation of supercritical flow in crossroads: Confrontation of a 2D and 3D numerical approaches to experimental results", *Computers & Fluids*, **38**, pp. 425-432 (2009).
27. Ghezelsoufloo, A. and Jaefarzadeh, M.R. "The dimensionless study of 2D stationary shocks in an open channel flow", *International symposium on shallow flows*, Hong Kong University (2008).
28. Cea, L. "An unstructured finite volume model for unsteady turbulent shallow water flow with wet-dry fronts, numerical solver and experimental validation", Doctoral Thesis, Departamento de Métodos Matemáticos y de Representación, Universidad de A Coruña (2005).
29. Davidson, L. "Implementation of a $k - \epsilon$ model and a Reynolds stress model into a multiblock code", Tech. Rep. CRS4-APPMATH-93-21, Applied Mathematics and Simulation Group CRS4, Cagliari, Italy (1993).

30. Jones, W.P. and Launder, B. "The prediction of laminarization with a two-equation model of turbulence", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, **15**, pp. 301-314 (1972).
31. Durbin, P. "On the $k-\varepsilon$ stagnation point anomaly", *International Journal of Heat Fluid Flow*, **17**, pp. 89-90 (1996).
32. Rodi, W. "A new algebraic relation for calculating the Reynolds stresses", *Z Angew Math Mech*, **56**, pp. 219-221 (1976).
33. Davidson, L. "An introduction to turbulence models", Tech. Rep. 97/2, Dept. of Thermo and Fluid Dynamics, Chalmers University of Technology (1997).
34. Zoppou, C. and Roberts, S. "Explicit schemes for dam-break simulations", *Journal of Hydraulic Engineering*, **129**, pp. 11-34 (2003).